

面外せん断荷重下の等方性・異方性弾性岩盤内の素掘りトンネル掘削問題に関する順解析および逆解析

平島健一*・川上哲太郎**・藤原紀夫***
 ・山下幸夫***

本論文は著者らの別途発表した2次元面内荷重下での等方性岩盤内の任意形状トンネル問題および異方性岩盤内の円形・楕円形トンネル問題に関する順解析・逆解析の論文に継続するもので、面外せん断荷重 (i.e. τ_{xz} , τ_{yz}) 下での同種の問題を取り扱い、厳密な順解析理論と高精度の逆解析法を開発したものである。これにより、一般的な3次元地山主応力 σ_1^* , σ_2^* , σ_3^* をより正確に計測するための基本的指針が確立された。

Keywords : back-analysis, out-of-plane shear loads, isotropic or anisotropic ground, elastic solution, complex variable method

1. ま え が き

著者らはすでに弾性厳密解を利用して2次元的な面内地山荷重を受ける等方性岩盤内の円形・楕円形を含む任意形状の素掘りトンネル問題および異方性岩盤内の円形・楕円形トンネル問題に関する順解析と逆解析に関する論文を発表した^{1),2)}。それらの論文の成果により、地山応力として2次元的な σ_x^* , σ_y^* および τ_{xy}^* , すなわちトンネル軸に直な xy 平面内に主応力 σ_1^* , σ_2^* が作用する場合について高精度の解析手法を確立することができた。しかしながら、より厳密には3次元的な地山応力下においてトンネルが開削される訳であるから、上述の面内荷重のみならず、面外方向からの荷重すなわち σ_z^* , τ_{xz}^* , τ_{yz}^* の作用下での同様の解析を確立することが必要とされる。このことが達成されれば、最も一般的なトンネルの軸方向 (z 方向) に対して任意に傾斜して作用する一般的な3次元主応力 σ_1^* , σ_2^* , σ_3^* の大きさとそれらの作用方向および地山の弾性定数を計測できることになる。

本論文では、 σ_z^* , τ_{xz}^* , τ_{yz}^* のうちの面外せん断応力 τ_{xz}^* , τ_{yz}^* および地山の弾性定数を求めるための理論とそのプロセスについて記述する。トンネル軸方向の直応力 σ_z^* については通常の NATM 工法における A 計測, B 計測のような内空変位や内部変位の計測のみ等では実測できず、例えばトンネル軸に垂直に Flat Jack を装着し、応力回復法によって σ_z^* を求めるといったようなことが必要となるが、その計測のために必要な手法や計算過程および、著者らの先の論文^{1),2)}や本論文の成果を組み合わせ、準3次元状態*^注とした場合の地山応力と弾性定

数の推定 (逆解析) 理論については別の論文において報告する。

なお、本論文と同種の問題について境界要素法による数値的取り扱いを行なったものに Brady and Bray³⁾ および横野・清水・桜井⁴⁾のものがある。

2. 順解析のための理論⁵⁾

(1) 問題の設定, 基礎方程式

ここで、面外 (縦) せん断応力とは等方性または異方性の弾性地山にトンネルを掘削する場合のトンネル軸方向のせん断荷重によってこの地山内に生じる応力を意味するものとする。また、地山の断面領域は無限に拡がっており、奥行方向に直角な断面内の孔形状等は一定であるものとする。さらに、トンネルは第1次近似として、支保工およびロックボルト等は無視した素掘りトンネルを仮定する。なお、この種の問題は通常の平面ひずみ状態とは異なることから、Brady and Bray は“完全平面ひずみ (complete plane strain)”状態と呼んでいる³⁾。

いま、図-1のように z 軸がトンネル軸に平行 (奥行方向) であるような直交デカルト座標系 (x, y, z) を設けるとすれば、等方性体ならびに2次元的な異方性体に対し、面外せん断荷重のもとでの応力、変位成分は次式で与えられる。

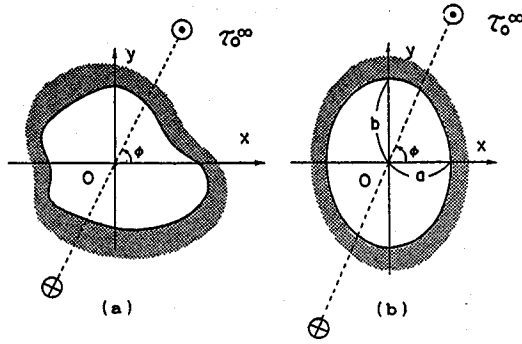
$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0, \\ u = v = 0, w = w(x, y). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

残りの応力成分 τ_{yz} および τ_{zx} は x および y のみの関数であって零とはならない。

まずはじめに、 a_{44} , a_{45} , a_{55} を面外方向の弾性コンプライアンスとする直交異方性弾性体の場合を取り上げ

* 正会員 工博 山梨大学教授 土木環境工学科 (〒400 甲府市武田 4-3-11)
 ** 正会員 工博 山梨大学講師 土木環境工学科 (現在は、大成建設 (株) 土木設計部)
 *** 正会員 (株) 大林組技術研究所 土木第四研究室

* 注) トンネルの切羽の影響や断面形状変化、トンネル軸の曲がりの影響等を考慮せず、2次元的な解析理論によって面内荷重 (σ_x^* , σ_y^* , τ_{xy}^*) および面外荷重 (σ_z^* , τ_{xz}^* , τ_{yz}^*) に対する結果を求めて重ね合せするという意味で準3次元 (quasi three-dimensional) という言葉を用いている。



図一 任意形状および楕円形状トンネルの座標と地山作用応力

る。このとき面外せん断応力状態のもとでの応力-ひずみ関係は次のように表示できる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} = a_{44}\tau_{yz} + a_{45}\tau_{xz} \\ \tau_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} = a_{45}\tau_{yz} + a_{55}\tau_{xz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

物体力を無視しうる問題の場合、釣合方程式は

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0, \dots\dots\dots (3)$$

となる。式(3)を満足する応力関数 $\phi(x, y)$ を導入し、変位 w に対する関係式(2)から、次の基礎方程式が得られる。

$$a_{44} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - 2a_{45} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + a_{55} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0. \dots\dots\dots (4)$$

上式を解くために、微分演算子:

$$D_k = \frac{\partial}{\partial y} - \mu_k \frac{\partial}{\partial x} \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots (5)$$

を導入すれば、式(4)は

$$D_1 D_2 \phi = 0, \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに、 μ_1 および μ_2 は特性方程式:

$$a_{55}\mu^2 - 2a_{45}\mu + a_{44} = 0, \dots\dots\dots (7)$$

の根であり、これらは互いに共役は複素数 (i.e. $\mu_1 = \bar{\mu}_2$) である。いま、複素変数 z_1 を

$$z_1 = x + \mu_1 y, \dots\dots\dots (8)$$

と定義すれば、式(4)の一般解は次のように求められる。

$$\phi = 2R_e[\phi_1(z_1)]. \dots\dots\dots (9)$$

したがって、応力ならびに変位成分は物体の領域内で正則な一つの複素関数 $\phi_1(z_1)$ を用いて、次のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yz} &= -2R_e[\phi_1'(z_1)], \\ \tau_{xz} &= 2R_e[\mu_1 \phi_1'(z_1)], \\ w &= 2R_e\left[\left(a_{45} - \frac{a_{44}}{\mu_1}\right)\phi_1(z_1)\right]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

次に、対象とする地山岩盤が等方性弾性体の場合には、

式(2)の係数は $a_{44} = a_{55} = 1/G$, $a_{45} = 0$ となり、上述の特性方程式(7)の根 μ_1, μ_2 は共に単位の純虚根 (i.e. $\mu_1 = \mu_2 = i$) となってしまうため、式(9)が一般解とはなり得ない。そこで、この場合には別途次のように考え直す必要がある。すなわち、式(8)の複素変数 z_1 を z_0 とおきかえるものとするれば、

$$z_0 = x + iy. \dots\dots\dots (11)$$

等方性体に対する応力、変位成分は、式(10)の代りに正則関数 $\phi_0(z_0)$ を用いて次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yz} + i\tau_{xz} &= -2\phi_0'(z_0), \\ w &= -2Im[a_{44}\phi_0(z_0)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、等方性体の場合、 $a_{44} = 1/G$ であり、 G はせん断弾性係数である。

上述した異方性体および、等方性体に対する複素関数 $\phi_k(z_k)$, ($k=0, 1$) の具体的な関数形については以下で求められる。

(2) 境界条件

図一に示したようにトンネル孔の内部に原点 O をもつ直角座標系 (x, y, z) を設ける。いま、式(10)または(12)で決定される孔の境界に沿う外荷重応力を Z_n とすれば、

$$Z_n = \tau_{xz} \cos(n, x_0) + \tau_{yz} \cos(n, y_0), \dots\dots\dots (13)$$

で表される。ここに、 n は孔の境界線に垂直で孔の内側に向かう単位法線ベクトルであり、 x_0, y_0 は後述するように孔の境界を表す座標成分である。ところで、この境界線上の時計回りの単位法線ベクトルを s とすれば、式(13)の方向余弦は今考えている内部境界をもつ問題では次式で与えられる。

$$\cos(n, x_0) = \frac{dy_0}{ds}, \quad \cos(n, y_0) = -\frac{dx_0}{ds}. \dots\dots\dots (14)$$

さて、式(13)に式(14)および(10)あるいは(12)を代入し、境界線に沿って任意位置 s まで積分することにより、複素関数 $\phi_1(z_1)$ あるいは $\phi_0(z_0)$ の満足すべき条件式が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} 2R_e[\phi_1(z_1)] &= -\int_0^z Z_n ds + C_1, \\ 2R_e[\phi_0(z_0)] &= -\int_0^z Z_n ds + C_1. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 C_1 は積分定数であって、この論文で考えているような単連結領域問題の場合、任意に選べる定数である。

ところで、トンネル孔の周縁に働く外荷重応力に対する境界条件式として、

$$Z_n = -[\tau_{xz}^0 \cos(n, x_0) + \tau_{yz}^0 \cos(n, y_0)] \dots\dots\dots (16)$$

を採用するものとするれば、上式は孔縁に応力成分 $-\tau_{xz}^0$ および $-\tau_{yz}^0$ が作用した場合のものであるから、自由境界の孔をもつ柱体の無限遠より一様な面外せん断荷重 τ_{xz}^0 および τ_{yz}^0 が作用する場合の応力、変位は式(16)

を境界条件式として、式 (15) で計算した複素関数による結果の式 (10) あるいは (12) に、それぞれ τ_{zz}^{∞} , τ_{yz}^{∞} および w^{∞} を加え合せたもので表されることになる。

以下では説明の都合上、問題を等方性および異方性の二つの場合に分けて考えることにしよう。

(3) 任意形状のトンネルを有する等方性体の場合

等方性体内の任意形状の孔の内部に原点をもち、孔の母線が z 軸に平行で、これに直交して x, y 座標となる直角座標系 (x, y, z) を設ける (図-1 (a) 参照)。この孔の境界は一般的に次式で与えられるものとする。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \alpha_0 \cos \theta + \sum_{m=1}^M (\alpha_m \cos m\theta + \beta_m \sin m\theta), \\ y_0 &= \alpha_0 \sin \theta - \sum_{m=1}^M (\alpha_m \sin m\theta - \beta_m \cos m\theta). \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

ここに、 α_m, β_m は孔の断面形状によって決まる実定数であり、 M は正の整数を表す。また θ は x 軸の正の方向より反時計廻りに測った角度である。例えば、空洞の断面が円形の場合には、 $\alpha_m = \beta_m = 0$ ($m=1, 2, \dots, M$) に、また、楕円形の場合には、 $\beta_1 = \beta_m = \alpha_m = 0$ ($m=2, 3, \dots, M$) と設定してやればよい。孔の形状および偶角部の曲率が種々変化した場合の、これらの係数値が幾人かの研究者によって求められている⁸⁾。

さて、上式によって任意形状の孔を表すものとするれば、物理平面 $z_0 = x + iy$ 内の孔の境界およびその外部領域は

$$z_0 = \omega(\zeta) = \alpha_0 \zeta + \sum_{m=1}^M (\alpha_m + i\beta_m) \zeta^{-m} \dots (18)$$

によって ζ -平面内の単位円上およびその外部に等角写像することができる。したがって、 $\zeta = \rho e^{i\theta}$ と極座標表示した場合、 $\rho=1$ のとき z_0 -平面上の孔縁が、また $\rho > 1$ のときその外部領域がそれぞれ対応することになる。

式 (14) に式 (17) からの結果を代入すれば、式 (13) の値が求められるから、式 (15)₂ の右辺の積分が比較的簡単に遂行できることになる。そこで、いま等方性体内の応力、変位を決定する複素関数 $\phi_0(z_0)$ を次式の形式:

$$\phi_0(z_0) = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{c}_m \zeta^{-m} \dots (19)$$

で求めるものとするれば、式 (15)₂ の右辺の積分より、複素係数 \bar{c}_m は外荷重応力成分 τ_{zz}^{∞} , τ_{yz}^{∞} および孔の形状を表す係数 α_m, β_m を用いて次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}_1 &= \frac{1}{2} \{ (\alpha_0 + \alpha_1) \tau_{yz}^{\infty} - i(\alpha_0 - \alpha_1) \tau_{zz}^{\infty} - \beta_1 (\tau_{zz}^{\infty} - i\tau_{yz}^{\infty}) \}, \\ \bar{c}_m &= \frac{1}{2} \{ \alpha_m (\tau_{yz}^{\infty} + i\tau_{zz}^{\infty}) - \beta_m (\tau_{zz}^{\infty} - i\tau_{yz}^{\infty}) \}, \quad (2 \leq m \leq M), \\ \bar{c}_m &= 0. \quad (m \geq M+1). \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

(4) 円形・楕円形トンネルを有する異方性体の場合

等方性体の場合とは異なって、異方性体の場合には複

素関数 $\phi_1(z_1)$ を求めるために特性方程式の複素根 μ_1 を用いた写像を行わなければならない。その場合、 $\phi_1(z_1)$ が無限遠において2位以上の極を持たないような解析関数の形で求める必要があることから、トンネルの形状としては円形ないし楕円形の場合についてのみ解析解がえられる。したがって、この場合のトンネル形状は

$$x_0 = a \cos \theta, y_0 = b \sin \theta, \dots (21)$$

で表される。ここに、 a, b は図-1 (b) に示すように楕円孔の主軸長の半分を示し、 θ は x 軸より反時計廻りに測った角度である。これは式 (17) において、

$$M=1, \alpha_0 + \alpha_1 = a, \alpha_0 - \alpha_1 = b, \beta_1 = 0. \dots (22)$$

と置いたものに相当する。

したがって、この形状のトンネルをもつ異方性弾性体の物理平面 z_0 を ζ -平面上の単位円とその外部に写像する関数は

$$z_0 = \omega(\zeta) = \frac{1}{2} \{ (a+b)\zeta + (a-b)\zeta^{-1} \}, \dots (18)$$

となる。また、複素関数 $\phi_1(z_1)$ を求めるために $z_1 = x + \mu_1 y$ によって、 z_0 -平面上の楕円形トンネルの境界およびその外部領域を z_1 -平面上の境界とその外部領域に変換し、さらに、

$$z_1 = \omega_1(\zeta_1) = \frac{1}{2} \{ (a - i\mu_1 b)\zeta_1 + (a + i\mu_1 b)\zeta_1^{-1} \}, \dots (23)$$

によって、 z_1 -平面上の領域を ζ_1 -平面の単位円上およびその外部に写像して問題の解を考える。このようにすると孔の境界上 (i.e. $\rho=1$) では $\zeta = \zeta_1 \equiv \sigma (=e^{i\theta})$ が成立する。いま、異方性体の応力、変位を決定する複素解析関数 $\phi_1(z_1)$ を等方性体の場合の式 (19) と類似の形式:

$$\phi_1(z_1) = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{c}_m \zeta_1^{-m}, \dots (24)$$

で求めるものとするれば、複素係数 \bar{c}_m は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}_1 &= \frac{1}{2} (a\tau_{yz}^{\infty} - ib\tau_{zz}^{\infty}), \\ \bar{c}_m &= 0. \quad (m \geq 2). \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

ところで、式 (17) あるいは (21) で与えられるような孔に沿う直交曲線座標系 (ξ, η, z) 内での法線方向の面外せん断応力を $\tau_{\xi z}$ 、接線方向のそれを $\tau_{\eta z}$ とすれば、応力の基礎関係より次式が成立する。

$$\tau_{\xi z} - i\tau_{\eta z} = \frac{\zeta}{|\zeta|} \cdot \frac{w'(\zeta)}{|w'(\zeta)|} (\tau_{zz} - i\tau_{yz}). \dots (26)$$

3. 逆解析法の概要

通常の NATM 工法におけるトンネルの A 計測、B 計測ではトンネル断面内の挙動すなわちトンネル軸 (z 軸) に直な xy 平面内の2次元の挙動のみの計測を目的としているため、ここで対象とするような地山に作用する面外せん断応力ならびに地山のせん断弾性係数を求め

ることができない。これらの初期せん断応力やせん断弾性係数を逆解析法によって推定するためには次のような変位計測を実施し、計測データの整理を行えばよい、すなわち、基準断面位置 (xy 平面) に通常の A 計測のように計測ピンをトンネル壁面の A, B, C, ……の各点の位置に設置する。このとき、これらの諸点が掘削の進行につれてトンネル軸 (奥行き) 方向への変位の変化を何らかの方法によって計測するものとする。すなわち、A, B, C, ……の各点の z 方向変位 $w_A, w_B, w_C, ……$ を計測し、それらの相対的な変位差 $\Delta w_{AB} = w_A - w_B, \Delta w_{AC} = w_A - w_C, \Delta w_{BC} = w_B - w_C, ……$ を求める。これらをもとの測線長で除したものを見掛けのひずみとして次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{AB} &= \Delta w_{AB} / L_{AB}, \\ \gamma_{AC} &= \Delta w_{AC} / L_{AC}, \\ \gamma_{BC} &= \Delta w_{BC} / L_{BC}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

ところで、A, B, C, ……各点の変位 w は順解析に必要な面外せん断応力値、せん断弾性係数などの同定すべきパラメータを適宜与えることにより算定することができるから、式 (27) で定義される値は決定でき、例えば γ_{AB}^* , γ_{AC}^* , γ_{BC}^* ……のように表される。したがって、上述した計測によって求められたひずみ $\gamma_{AB}, \gamma_{AC}, \gamma_{BC}$ ……の値に対し、次式の条件を満足するまで各パラメータを変化させていって同定してやればよい。

$$\left. \begin{aligned} (\gamma_{AB} - \gamma_{AB}^*)^2 + (\gamma_{AC} - \gamma_{AC}^*)^2 + (\gamma_{BC} - \gamma_{BC}^*)^2 + \dots\dots < \gamma_{er}^2. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 γ_{er} は適当に設定した許容誤差を表す。なお、本論文の主題である段階掘削を考慮した逆解析法等の詳細な説明は、具体例と合わせて後述する。

4. 数値計算例

(1) 順解析による計算例

まず、等方性体内の任意形状トンネルの問題をとりあげる。この場合、式 (19) を応力、変位の式に用いることにより、式 (17) で表されるような任意形状の孔を有する等方性体の無限遠に一樣な面外せん断荷重が作用するような問題が容易に解けることになる。たとえば、図-2 は正方形 ($k=b/a=1.0$) および長方形 ($k=2.0$) の孔が存在する場合の孔周縁に生じる応力 τ_{xz} の分布を孔の隅角部の丸み ($\rho=r_0/2b$) をパラメータとして図示したものである³⁾。図には対称性あるいは逆対称性が明らかであることから $\pi/2$ の範囲について図示されている。

なお、この計算においては孔の形状を表す係数 α_m, β_m は Heller らの与えた結果³⁾ ($M=7$ まで採用されている) を採用した。全く同様にして段階掘削の進行によって断面形状が変化するようなトンネル孔を有するような

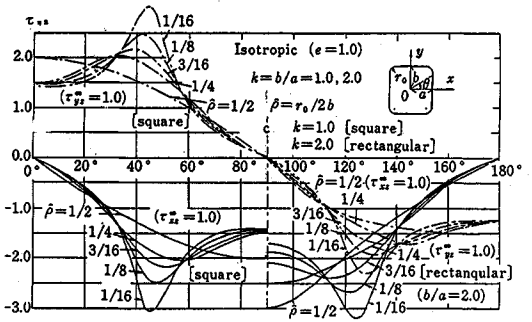


図-2 面外せん断荷重を受けた等方性体内の正方形および長方形の孔周縁に生じる τ_{xz} の分布

場合²⁾で、鉛直軸より時計廻りに 30° 傾斜した方向 (i.e. $\phi = 60^\circ$) から一軸性の面外せん断荷重 τ_{xz}^0 が作用するような問題 (このとき、座標軸方向成分に分解した荷重は $\tau_{xz}^0 = 0.50, \tau_{yz}^0 = 0.87 \tau_{xz}^0$ となる) の孔周縁の応力 τ_{xz} の分布を図示したものが図-3 (a)~(c) である。また、同様の孔形状に対し孔縁の z 方向変位 w の分布を図示したものが図-4 (a)~(c) である。なお、これらの孔形状に対する写像関数の係数 α_m, β_m は著者らの論文²⁾の付録 A の式 (A・2) に与えてある。

上に示した図-3 (a)~(c) は孔縁における τ_{xz} の分布であったが、同じ荷重状態を設定して孔縁および孔周辺の最大せん断応力 τ_{max} の分布の等高線を描いたものが図-5 (a)~(c) である。トンネルの開削が進行するにつれて、応力の作用する領域が拡大していくことや、隅角部の曲率の大きいところで、大きな応力集中が生じていること等が観察できる。

次に、同様の手順によって式 (21) で与えられるような円孔・楕円孔をもつ 2 次元の異方性体に対する問題も解ける。その一例として 2 次元の直交異方性体 (直交する主せん断弾性係数を G_{13}, G_{23} とする) 内に円孔を有する場合のこの孔縁に生じる応力 τ_{xz} の分布を主せん断係数比 $e = (G_{23}/G_{13})$ ならびに G_{13} の方向と x 軸とのなす反時計廻りの傾斜角 δ をパラメータとしてプロットしたものが図-6 (a) に示されている⁵⁾。図では、対称性から $\delta = 0^\circ, 90^\circ$ の場合に対しては $\pi/2$ までの範囲について、また逆対称性から $\delta = 45^\circ$ の場合に対しては π までの範囲について図示されている。なお、この場合の弾性コンプライアンス a_{44}, a_{45} および a_{55} は G_{13}, G_{23} および δ を用いて次式で表される⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} a_{44} &= \frac{\cos^2 \delta}{G_{23}} + \frac{\sin^2 \delta}{G_{13}}, \\ a_{55} &= \frac{\sin^2 \delta}{G_{23}} + \frac{\cos^2 \delta}{G_{13}}, \\ a_{45} &= \left(\frac{1}{G_{23}} - \frac{1}{G_{13}} \right) \sin \delta \cos \delta. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

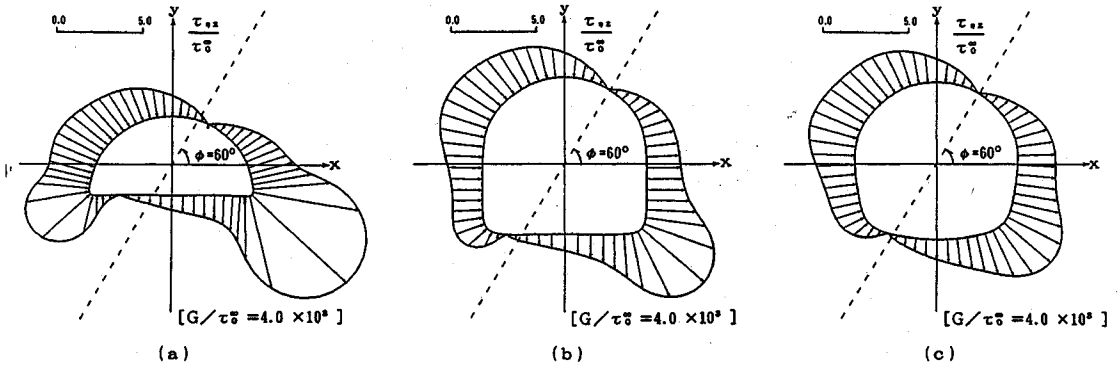


図-3 面外せん断荷重を受けた等方性体内のトンネル孔周縁に生じる $\tau_{\theta z}$ の分布

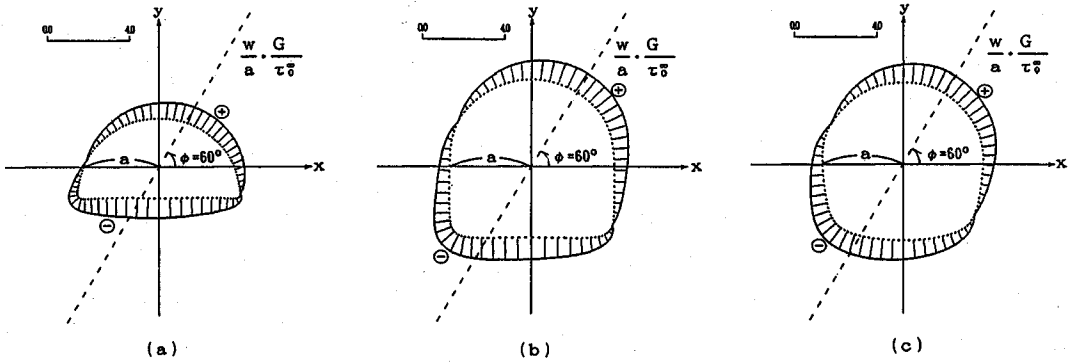


図-4 図-3のトンネル孔周縁の変形状態

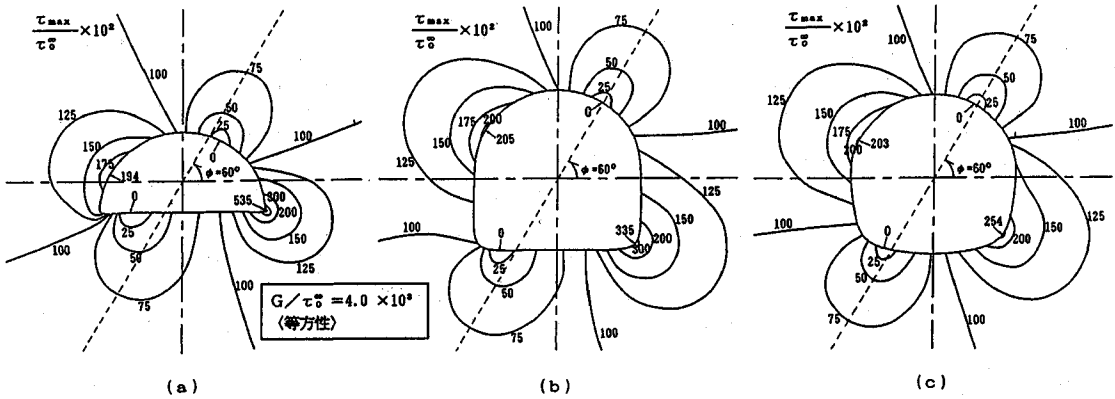


図-5 図-3のトンネル断面に対する孔周辺での最大面外せん断応力 τ_{max} の分布

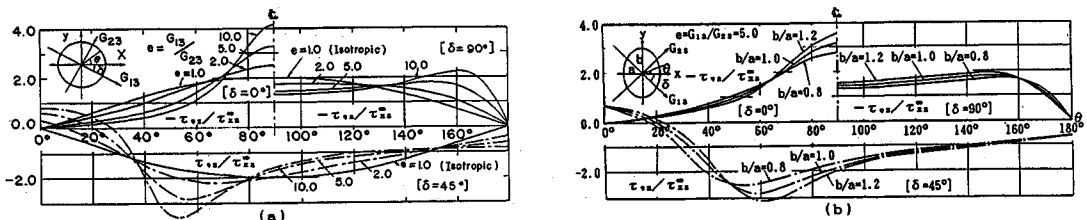


図-6 面外せん断荷重を受けた異方性体内の円形および楕円形の孔周縁に生じる $\tau_{\theta z}$ の分布

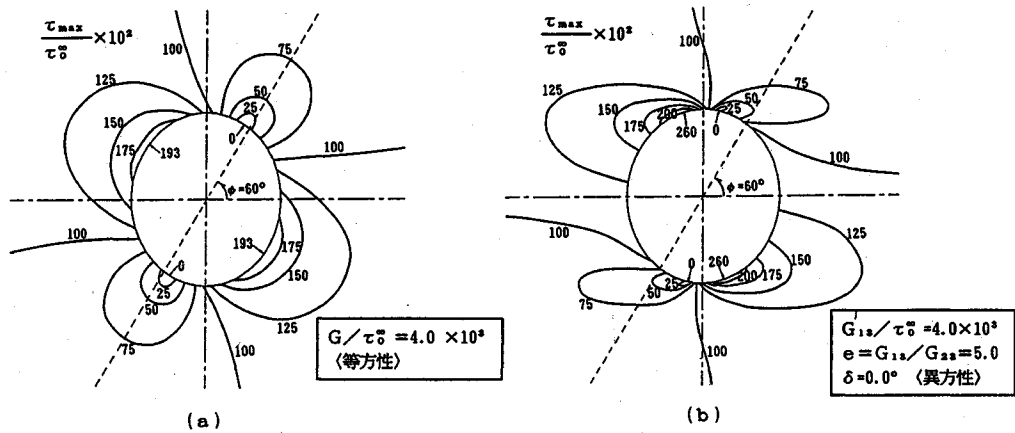


図-7 等方性および異方性体内の楕円形トンネルの孔周辺での最大面外せん断応力 τ_{max} の分布

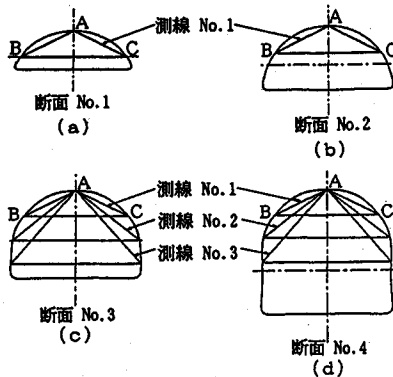


図-8 段階掘削における断面形および内空変位計測線

続いて、今度は図-6 (a) の図中の $e=5.0$ の場合で、楕円孔の場合を対象とし、 $b/a=0.8, 1.0, 1.2$ とした場合の孔周縁における応力 τ_{xz} の分布図を図-6 (b) に示した。楕円孔 ($b/a=1.20$) の場合で荷重状態は図-3, 4, 5 と同様に鉛直軸より 30 度回転した方向から一軸性の面外せん断荷重 τ_0^0 が作用したときの孔周辺部の最大せん断応力 τ_{max} の分布の等高線を描いたものを図-7 (a), (b) に示した。図-7 (a) は等方性 ($e=1.0$) の場合、図-7 (b) は異方性 ($e=5.0$) の場合のものである。

次に、最後の例として等方性体内の任意形状トンネルで段階掘削が徐々に進行していく過程をモデル化したものとして、図-8 (a)~(d) に示した掘削断面形状の場合を取り上げ、それらの孔壁でのひずみ $\gamma_{AB}, \gamma_{BC}, \gamma_{AC}$ を、地山の面外荷重 τ_0^0 の作用方向角 ϕ をパラメータとしてプロットしたものが図-9 (a)~(d) である。これらの図は次項で示す逆解析の際に必要な資料となるものである。

以上に示したように、本論文の手法によればトンネル形状、作用面外地山荷重および必要なせん断弾性係数が

設定されれば、順解析結果としてトンネル孔周縁のみならず、岩盤内の任意位置での面外せん断応力および z 軸方向変位が厳密かつ極めて容易に求められる。

(2) 逆解析による計算例

前節で示した逆解析法の計算例として、まず最初に等方性岩盤内の変位計測値を用いて逆解析を行った結果を示す。ここで、逆解析において仮定したトンネル形状は図-3 (c) に示したものとし、入力データとして内空変位計測値の差を式 (27) により求めたひずみが表-1 で与えられるとする。これらの値をもとにして第3節に述べた手法を用いて逆解析を実施した結果を表-2 に示した。なお、この例では内空変位計測は切羽後方において行われることから、計測変位量は切羽進行に伴う応力増加分に対応した量となる。したがって、全変位量から計測変位量を差し引いた残りの量が、全変位量に占める割合、いわゆる発現係数 η を設定し逆解析結果に乗じてやる必要がある。この計算例の場合、種々の他のデータを参考にして一応、 $\eta=0.2$ と設定した。

次に上と同様の発現係数 $\eta=0.2$ を用いて楕円形 ($b/a=0.83$) の場合のひずみとせん断弾性係数の方向角 δ が切羽の観測結果から表-3 のように与えられている場合の逆解析を行った結果が表-4 に示されている。なお、同表中には、主せん断係数比 $e (=G_{13}/G_{23})$ を同定パラメータとして逆解析した場合 (i.e. 異方性) の許容誤差量 $(\gamma_{er}^0)^2$ と、 $e=1.0$ (i.e. 等方性) として解析した場合の許容誤差量 $(\gamma_{er})^2$ との比 $(\gamma_{er}/\gamma_{er}^0)^2$ も同表中に示されている。これより異方性体として算定したものがはるかに高精度となっていることが観察されよう。さらに、図-10 は $e=1.0\sim 4.6$ として逆解析した場合の許容誤差量の比をプロットしたものである。これより、与えられた内空変位計測値に対して同定パラメータは、高精度で一意に決定されることがわかる。

ところで、上述の2つの例のように、単一のトンネル

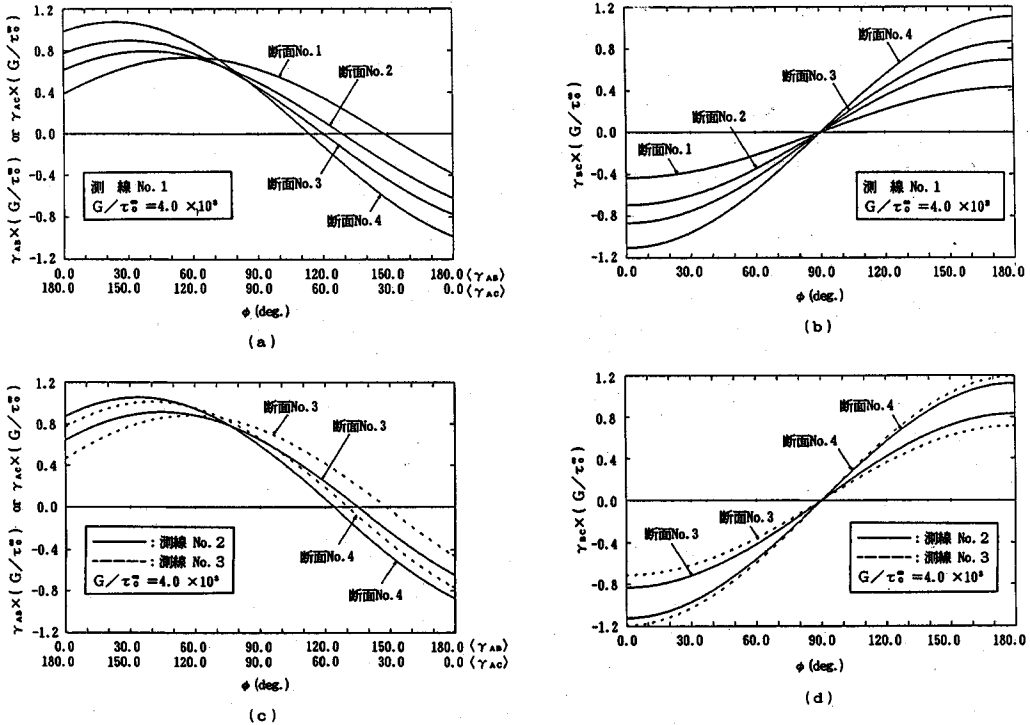


図-9 掘削進行に伴い断面形状が変化した場合のひずみの順解析結果

表-1 図-8 (d) の場合の入力データ

γ_{AB}	γ_{AC}	γ_{BC}
1.68×10^{-3}	4.66×10^{-4}	-1.49×10^{-3}

表-2 表-1 のデータをもとに求めた逆解析結果

$G (\times 10^3)$ (kgf/cm ²)	$\tau_0 (\times 10^2)$ (kgf/cm ²)	ϕ (deg.)
0.722	0.139	57.4

表-3 異方性体内の楕円形トンネル ($b/a=0.83$) の場合の入力データ

γ_{AB}	γ_{AC}	γ_{BC}	δ (deg.)
3.97×10^{-3}	1.40×10^{-3}	-1.67×10^{-3}	30.0

表-4 表-3 のデータをもとに求めた逆解析結果

$G_{12} (\times 10^3)$ (kgf/cm ²)	G_{13}/G_{23}	$\tau_0 (\times 10^2)$ (kgf/cm ²)	ϕ (deg.)	$\gamma_{or}^2/\gamma_{0r}^2$
0.8	2.48	0.102	60.0	1.0
0.8	1.0	0.161	60.0	1.7×10^3

断面形状における内空変位計測結果を用いて2次元的な逆解析を行う場合、求められた結果にその取り扱い方が必ずしも明確でない発現係数を乗じて修正を施すというあいまいさがつきまとうことになる。このあいまいさを除去するためには、切羽の影響を考慮した完全な形の3次元解析を行えばよいが、それはまだ実用的な段階まで

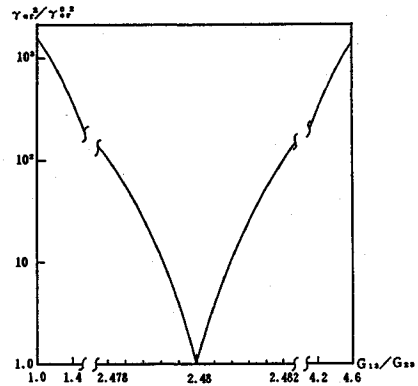


図-10 主せん断係数比の変化に対する許容誤差量

には至っていないのが現状である。この発現係数の問題がある程度取り除くために、本論文では先の面内問題に対する著者らの論文²⁾と同様に切羽の進行を考慮した段階掘削を取り入れた逆解析を実施することとした。なお、当然のことながら、本解析においては線形弾性体を対象としていることから、どのような掘削過程を経ても最終内空変位は同じとなる。具体的には例えば、トンネルの開削断面形が図-8 (a)~(b) に示されるように4段階で進行したものと仮定し、それぞれの断面において内空変位計測が実施されたものとする。次に、各断面における内空変位計測結果から式 (27) によって求められるひ

表-5 図-8の段階掘削断面に対するひずみの変化量の設定値

測線 No.	1						2	3
	2-1	3-1	4-1	3-2	4-2	4-3	4-3	4-3
$\Delta\gamma_{AB} (\times 10^{-4})$	0.098	0.728	2.275	0.630	2.177	1.547	1.134	1.295
$\Delta\gamma_{BC} (\times 10^{-4})$	-3.271	-5.426	-8.396	-2.155	-5.125	-2.970	-3.650	-5.944
$\Delta\gamma_{AC} (\times 10^{-4})$	-5.605	-8.607	-11.60	-3.002	-5.996	-2.994	-4.092	-5.820

表-6 表-5のデータをもとに求めた逆解析結果

$G' (\times 10^3)$ (kgf/cm ²)	$\tau_{yz} (\times 10^3)$ (kgf/cm ²)	ϕ (deg.)
3.818	1.014	63.1

ずみを、前段階の掘削断面状態でのひずみを差し引いた形で表現する。すなわち、開削断面形の変化による応力変動分に対応したひずみとして求め、これを逆解析のための入力データとする。これらのデータは当然各断面に対応してそれぞれ存在する訳であるから、逆解析のための繰り返し計算は式(28)の条件を各断面において同時に満足するまで行なわなければならない。

以下では、上述の方法を用いた逆解析の一例を示す。表-5は開削断面進行に伴うひずみの増分を示したもので、これらを入力データとして用いることとした。ところで、この表に示したひずみの増分の値としては、適当な実測値がないことから順解析結果より求められた値を作為的に一部変化させたものを用いている。なお、順解析結果より求められた値をそのまま用いて逆解析を行った場合は、同定された応力や物性値等のパラメータは当然のことながら、順解析において用いたそれらと完全に一致することが確認されている。表-6に逆解析結果を示した。この計算例の場合、式(28)の左辺で表される誤差の2乗和は、 0.6×10^{-10} 程度の値となり、良好な精度の逆解析結果となっている。

5. 結 言

本論文は著者らの先に発表した2次元面内荷重下での等方性岩盤内の任意形状素掘りトンネル問題および異方性岩盤内の円形・楕円形トンネル問題に関する順解析・逆解析の論文に継続するもので、面外せん断荷重(i.e. τ_{yz} , τ_{xz})下での同種の問題を取り扱い、厳密な順解析理論と高精度の逆解析法を開発したものである。この問題は例えば、トンネルの安全性が最大せん断ひずみ一定の仮定のもとで判定できるとした場合にはその重要性が増大する。そのことに関連した指摘が円形断面に限定し、境界要素法による取り扱いを実施した文献4)においてなされている。

ここでの取り扱いは切羽や地表面の影響等を考慮しない、いわゆる2次元解析理論であるが、その前提の下で系統的で実用的な取り扱いが可能であることを具体例を

通して検証した。今後はここで示さなかったトンネル軸方向の直応力 σ_z の計測とそれを取り入れ、面内、面外問題の順解析・逆解析を組み合わせた準3次元解析ならびに切羽の影響を考慮した厳密な意味での3次元解析に対する理論的・数値的手法について順次発表していく予定である。

参 考 文 献

- 1) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・山下幸夫：弾性厳密解に基づく円形・楕円形トンネルを有する等方性および異方性岩盤の逆解析，土木学会論文集，No. 439, III-17 (1991年12月)掲載決定。
- 2) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・力間俊行：弾性厳密解に基づく段階掘削を考慮した任意形状トンネル問題の順解析および逆解析，土木学会論文集，No. 439, III-17 (1991年12月)掲載決定。
- 4) Brady, B.H.G. and Bray, J.W. : The boundary element method for determining stresses and displacements around long openings in a triaxial stresses field, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.15, pp.21~28, 1978.; The boundary element method for elastic analysis of tabular, orebody extraction, assuming complete plane strain, 同上, Vol.15, pp.29~37, 1978.
- 4) 横野勇人・清水則一・桜井春輔：トンネルの準三次元解析，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，III, 19-1-2, 1986.
- 5) Hirashima, K. : Stresses and displacements around openings under longitudinal shear, 土木学会論文報告集，No.220, pp.131~141, 1973.
- 6) Dunnycliff, J. : Geotechnical Instrumentation for Monitoring Field Performance, Wiley-Interscience Pub. pp.185~198, 1988.
- 7) ISRM Commission, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.24, pp.337~353, 1987.
- 8) 例えば, Heller, S.R., Brock, J.S. and Bart, R. : The stresses around a rectangular opening with rounded corners in a uniformly loaded plate, Proc. 3rd U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., pp.357~368, 1958.
- 9) Lekhnitskii, S.G. : Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body, Holden-Day Inc. pp.41~43, 1963.

(1990.6.4受付)

ANALYSIS AND BACK-ANALYSIS FOR PROBLEMS OF TUNNEL EXCAVATIONS IN ISOTROPIC OR ANISOTROPIC ELASTIC GROUND UNDER OUT-OF-PLANE LOADS

Ken-ichi HIRASHIMA, Tetsutaro KAWAKAMI, Toshio FUJIWARA
and Yukio YAMASHITA

In the present paper, we treat analytical and back-analytical methods for tunnel problems with arbitrary cross section in an isotropic elastic ground and with circular/elliptical cross section in an anisotropic elastic ground under out-of-plane shear stresses at infinity.

The complex variable method with conformal mapping techniques is used to obtain the quantities such as stresses and displacements around tunnel openings. The results of stresses and displacements at arbitrary locations in elastic rock masses are exactly computed by the given values of out-of-plane load, shear elastic constants and shape of the tunnel.

The availabilities of the back-analysis due to our treatment are examined by several numerical results.
