

三次元表層密度流の数値実験

中辻啓二*・許 再寧**・室田 明***

三次元表層密度噴流の数値モデルの構築にあたり、経験的な判断に委ねられていた成層効果の定量的な評価を行い、鉛直方向渦動粘性係数・渦拡散係数の最適な成層関数を確定した。数値計算結果と既発表の水理実験結果との比較より、提案モデルが表層密度噴流および表層ブルームの拡がり特性を十分な精度で予測されることが確認された。また、三次元表層密度噴流の挙動に及ぼす放流条件の影響についても検討を行った。

Keywords : three-dimensional buoyant surface jets and plumes, river plume spreading, numerical modelling

1. 緒 言

軽い流体が重い流体の水表面に放流されるときに形成される流動を表層密度流と称する。沿岸海域での代表例は発電所からの温排水や工場からの排水の放流が挙げられる。河川流出もその一例である。

静止水域に流入する表層密度流は、主に放流流体の有する運動量流束と周囲流体との密度差に起因する浮力流束によって支配される。その流動は放流口周辺では噴流的挙動を呈し、遠ざかるにつれてブルームの挙動に代わることがよく知られている。自由水表面の変動は物理実験や現地観測で測定できないほど微小な量であるが、その勾配は水平圧力勾配に直接的な影響を及ぼし、放流水の水平方向の拡がりを助長することが流体力学的特徴の一つとして挙げられる。また、密度差による成層安定効果は流体の鉛直方向の移動や鉛直方向の乱流混合を抑制し、水平方向の拡がりを間接的に促進する。したがって、水表面の変動の取扱いおよび運動量、質量あるいは熱の鉛直方向の乱流輸送の正確な評価が数値モデルの開発において最も重要な課題となる。

従来は積分モデルが三次元表層密度噴流の流動の解析に適用されてきた(たとえば, Dunn *et al.*¹⁾, 室田ら²⁾)。しかし、近年のスーパーコンピュータの大容量化や高速化によって、三次元流動の数値計算も次第に可能になってきている。Waldrop・Farmer³⁾, Paul・Lick⁴⁾を緒として数多くの数値実験が温排水を対象に実施される傾向にある。わが国では岩佐ら⁵⁾, 和田ら⁶⁾, Nakatsuji *et al.*⁷⁾等の数値実験例があるが、成層状態下における乱流輸送の表現が完全であるとはいえない。

本研究は大きく分けて、(I) 三次元数値モデルの構築ならびに検証と、(II) 表層密度噴流の基本的な力学的特性の把握、の2つの内容から構成されている。

(I) では成層化の影響を考慮した渦動粘性係数および渦拡散係数を用いた表層密度噴流の三次元数値モデルを開発し、既発表の実験データ(Wiuff⁸⁾, Murota *et al.*⁹⁾, Chu・Jirka¹⁰⁾)との比較よりモデルの適用性について検討する。そして、流れの拡がりに及ぼす乱流輸送係数や成層化の影響を調べる。

次に、(II) では三次元表層密度噴流の挙動特性について考察する。特に、表層密度噴流は密度フルード数および形状比によって異なった流動特性を呈すること(Murota *et al.*¹¹⁾)から、密度フルード数と形状比を変えた数値実験を実施して、表層密度噴流の三次元流動特性の理解に努める。

2. 流体運動の記述

(1) 基礎方程式

次の諸仮定(i) 流体は非圧縮性であり、状態方程式中の密度の変化は物質濃度により表される。(ii) 静水圧近似ならびに Boussinesq の近似が成立する、を用いるならば、密度流を支配する基礎方程式は質量、運動量および密度偏差 $\Delta\rho (= \rho_a - \rho)$ の保存則に基づいて次式のように記述できる。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{DU}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial V}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g \dots\dots\dots (4)$$

* 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘 2-1)
 ** 正会員 工博 大田大学校工科大学助教授 土木工学科
 *** 正会員 工博 大阪産業大学教授 工学部土木工学科

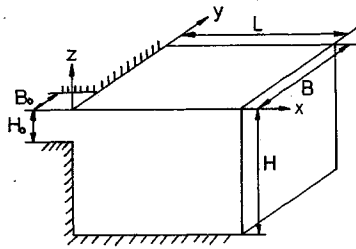


Fig.1 Coordinate system with boundaries.

$$\frac{D\Delta\rho}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \Delta\rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \Delta\rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \Delta\rho}{\partial z} \right) \quad (5)$$

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} + W \frac{\partial}{\partial z}$$

ここに、座標系は Fig.1 に示すように放流口の中心軸上の平均水面に原点をとり、流下方向に x 軸、横方向に y 軸、鉛直上向きに z 軸とする。U, V, W はそれぞれ流速ベクトルの x, y, z 方向成分、P は圧力、ρ は密度、ρ_a は基準（周囲水）の密度、Δρ = ρ_a - ρ は密度偏差、g は重力加速度である。ε_x, ε_y, ε_z ならびに K_x, K_y, K_z はそれぞれ x, y, z 方向の渦粘性係数と渦拡散係数である。

圧力は式 (4) を水表面 (z = ζ) から任意の水深 z = h まで積分すれば、

$$P_{z=h} = \rho_a g (\zeta - h) - \int_h^\zeta \Delta\rho \cdot g \cdot dz \quad (6)$$

となる。したがって、水平方向圧力勾配は水表面勾配 dζ/dx_i と密度差勾配 dΔρ/dx_i の関数として表現される。

(2) 境界条件

長さ L, 半幅 B, 水深 H の密度一様で静止状態の水域に、半幅 B₀, 水深 H₀ の放流口から密度差 Δρ₀ の流体を放流する問題を想定する。放流口での物理量には添字 0 を、自由水面における物理量には添字 ζ を付けて表すと、境界条件は次のようになる (Fig.1 参照)。

- 水面 (z = ζ) において

$$\begin{cases} W_\zeta = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + U_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial x} + V_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial \Delta\rho}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

- 底面 (z = -H) において

$$\begin{cases} W = 0 \\ \rho \varepsilon_n \frac{\partial U_n}{\partial x_n} = \tau_{zh}, \quad \frac{\partial \Delta\rho}{\partial x_n} = 0 \end{cases}$$

ここに、添字 n, h は境界面に垂直な成分と平行な成分、τ_{zh} は底面におけるせん断応力を表す。

- 壁面 (x = 0) において

$$\begin{cases} \rho \varepsilon_n \frac{\partial U_n}{\partial x_n} = \tau_h, \quad \tau_h = \rho f |V_h| V_h \\ \frac{\partial \Delta\rho}{\partial x_n} = \frac{\partial \zeta}{\partial x_n} = 0 \end{cases}$$

ここに、f は壁面摩擦係数である。

- 沖合 (x = L および y = B) において

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U_h}{\partial x_n^2} = \frac{\partial^2 U_n}{\partial x_n^2} = \frac{\partial^2 \Delta\rho}{\partial x_n^2} = 0 \\ \zeta = 0 \end{cases}$$

- 中心軸 (y = 0) において

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial \Delta\rho}{\partial y} = \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \\ V = 0 \end{cases}$$

- 放流口 (x = 0, y ≤ B₀, -H₀ ≤ z < ζ) において

$$\begin{cases} U = Q_0/A_0 = Q_0/(B_0(H_0 + \zeta)) \\ V = 0 \\ \Delta\rho = \Delta\rho_0 \end{cases}$$

- 初期条件 (t = 0)

$$U = V = W = \Delta\rho = \zeta = 0$$

(3) 三次元数値モデルの組立て

数値モデルは岩佐ら⁵⁾や室田・中辻¹²⁾と本質的に同じアルゴリズムを採用した。差分方程式は基礎方程式 (1) ~ (5) を各コントロールボリュームで積分した式を離散化して求める。密度差に誘起されるわずかな水面変動が表層密度流の拡がり過程に重要な意味をもつことから、水面変動を直接計算する方法を採用した。

静水圧近似によって鉛直方向の運動方程式を式 (4) のように簡略化したため、流体の鉛直方向運動を規定する方程式がない。よって、コントロールボリュームを底面から水表面まで順に上積みしたカラムに連続方程式を適用して、連続性を満たすように鉛直方向流速 W を求めなければならない。このようにして得られた各カラムごとの水位変動 ζ は誤差を含み、擾乱をもたらす。また、計算の安定性を脅かす可能性がある。しかも、その誤差が水平方向圧力勾配として流動に多大な影響を及ぼしかねない。したがって、水位変動間の空間的な連成をはかり、不要な擾乱を抑制するための工夫が必要となる。そのため、水位変動を implicit な差分表現に修正する方法を採用した。その手順は室田・中辻¹²⁾に詳述したので、参照されたい。他の物理量の時間差分は leap frog 法による explicit な表現を用いた。

他の特記すべき特徴は以下の 2 点である。移流項の差分表示として一般に風上差分が用いられるが、この方法では移流項と拡散項との比が大きい場合には拡散項を過大評価する傾向にある。そこで、本モデルでは移流項に対して Spalding¹³⁾によって開発された hybrid 法を採用した。もう一点は流動の特性に応じて格子網の間隔を変え得る不等間隔格子網を採用したことである。

3. 成層状態下の鉛直方向乱流輸送係数の表現

近年の乱流モデルの発達に伴って成層状態下での渦動粘性係数や渦拡散係数を決定しようとする試みがなされているが、今のところ確立された公式はない。数値モデルでは鉛直方向の渦動粘性係数 ϵ_z や渦拡散係数 K_z を水平方向の値 (ϵ_h, K_h) より3桁あるいは4桁小さいものと仮定することが多い。それは、密度勾配が運動量およびスカラー量の鉛直方向乱流輸送を抑制するという物理的な背景のみならず、鉛直方向の格子間隔が大抵の場合水平方向のそれと数桁異なった大きさをもつという数値計算上の理由に基づいている。したがって、数値実験において鉛直方向の乱流輸送係数をいかに決定するか、また、成層効果をどのように考慮するかを検討することは、数値実験を実行するに際して非常に重要である。

成層状態下での渦動粘性係数・渦拡散係数に関する最も一般的な関数形は次式のように提案されている。

• 運動量の輸送について

$$\epsilon_z/\epsilon_{zN} = (1 + \beta_1 Ri)^{\alpha_1} \dots \dots \dots (7)$$

• スカラー量の輸送について

$$K_z/\epsilon_{zN} = (1 + \beta_2 Ri)^{\alpha_2} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 ϵ_{zN} は均質流体（中立安定場）の鉛直方向渦動粘性係数である。また、 Ri は次式で定義される勾配型リチャードソン数である。

$$Ri = -\frac{g \cdot \partial \rho / \partial z}{\rho (\partial U / \partial z)^2} \dots \dots \dots (9)$$

上式中の係数の値は室内実験や屋外観測に基づいて多くの研究者によって提唱されている。たとえば、Rossby・Montgomery¹⁴⁾は $\alpha_1 = -1/2$ を提案している。また、Munk・Anderson¹⁵⁾は $\beta_1 = 3\beta_2 = 10, \alpha_1 = -1/2, \alpha_2 = -3/2$, Webb¹⁶⁾は $\beta_1 = \beta_2 = 5.2, \alpha_1 = \alpha_2 = -1$, 植田ら¹⁷⁾は $\beta_1 = 2.5, \alpha_1 = -1$ を提案している。Kondo *et al.*¹⁸⁾ は大気境界層の実測に基づいて乱流 Prandtl 数に関する次式のような関係を見出している。

$$K_z/\epsilon_z = (7Ri)^{-1} \text{ for } 1.0 \leq Ri \dots \dots \dots (10)$$

$$K_z/\epsilon_z = \left\{ 6.873Ri + \frac{1}{1+6.873Ri} \right\}^{-1} \text{ for } 0.01 \leq Ri \leq 1.0 \dots \dots \dots (11)$$

なお、水平方向の渦動粘性係数および渦拡散係数は一定とし、浮力による横方向拡がりにおいても同値であると一般的に仮定される。

4. 鉛直乱流輸送係数の検証のための数値実験

(1) 数値実験 I の概要

密度差に起因する成層安定効果は式(7)~(11)に示すように流れの安定度の増加に伴う鉛直方向乱流輸送係数の減少という形で評価される。これらの式を成層化関

Table 1 Conditions for numerical experiment I.

Run	Eddy viscosities	Turbulent Schmidt numbers
MM	Munk and Anderson's	Munk and Anderson's
WM	Webb's	Munk and Anderson's
WK	Webb's	Kondo, Kanechika and Yasuda's
WM-1	Run WM with $\epsilon_0 \times 0.1$	Munk and Anderson's
WM-2	Run WM with $\epsilon_0 \times 0.01$	Munk and Anderson's

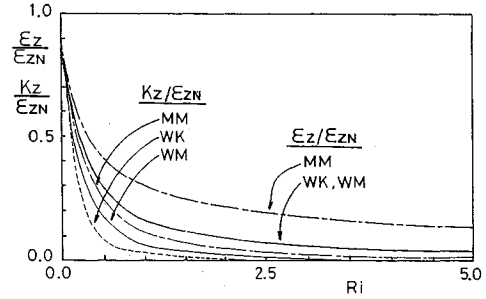


Fig.2 Variations of vertical turbulent coefficients against gradient Richardson numbers.

数と呼ぶが、どれが適切であるか、確立された決め手はない。また、安定度を示す勾配型リチャードソン数と鉛直方向乱流輸送係数の関係も、その妥当性について検証した例は少ない。そこで、本章では成層安定効果を示す成層化関数や鉛直方向乱流輸送係数が三次元表層密度噴流の流動や拡散過程に及ぼす影響を検討する。

数値実験 I では Munk・Anderson¹⁵⁾, Webb¹⁶⁾ および Kondo *et al.*¹⁸⁾ の提案した成層化関数およびそれらの組み合わせたものについてその妥当性を検討する。数値実験の条件は Table 1 に示す。なお、渦動粘性係数の大きさの影響を調べるために、Run WM の均質状態の渦動粘性係数をオーダ的に変えて $\epsilon_0 \times 0.1$ および $\epsilon_0 \times 0.01$ とした計算も比較のために実施した。それらをおのおの Run WM-1 および Run WM-2 とする。Fig.2 は ϵ_z および K_z と Ri との関係を図式化したものである。

Reichardt¹⁹⁾ は均質の円形噴流の実験より流れの規模と渦動粘性係数との関係を、代表長さ、代表流速に流速分布の半幅半幅 $B_{0.5}$ と最大流速 U_m を用いて次のように提案している。

$$\epsilon = 0.0256 B_{0.5} U_m \dots \dots \dots (12)$$

上式を放流口での水理量で書き直すと、 $\epsilon_0 = 0.0256 B_0 U_0$ となる。既往の研究においても上式が用いられることが多いので、本研究でもこの値を均質流体の表層噴流の渦動粘性係数 ϵ_{z0} として採用する。水平方向渦動粘性係数と渦拡散係数に対してもこの値を用いた。

計算対象水域は x 方向に 2300 m, y 方向に 800 m, z 方向に 40 m とし、流動の発達過程をうまく表現できるように、放流口近傍では細く、離れるにつれて粗くなる不等間隔格子網 ($31\Delta x \times 22\Delta y \times 23\Delta z$) を用いた。離散

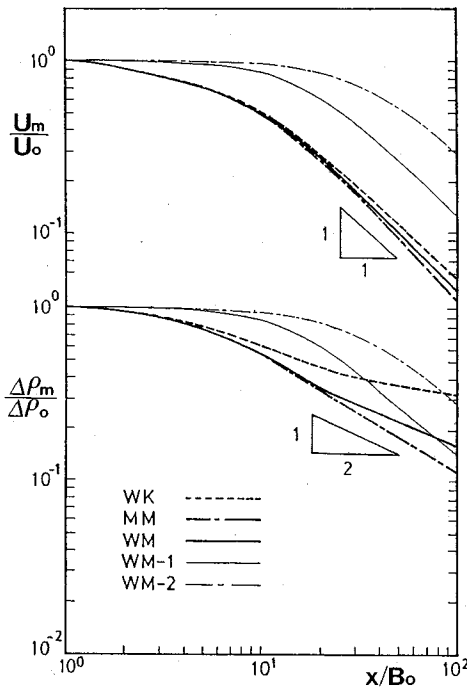


Fig.3 Longitudinal decays of surface velocity and surface density difference for various eddy viscosities and diffusivities.

化間隔は $\Delta x=10\sim 360$ m, $\Delta y=2.5\sim 200$ m, $\Delta z=0.5\sim 5$ m である。放流口条件として流速 $U_0=2$ m/s, 放流口半幅 $B_0=5$ m, 放流口水深 $H_0=2$ m, 放流水と周囲水との密度偏差 $\Delta\rho_0=0.0032$ t/m³とした。したがって, 放流密度フルード数は $Fd_0=U_0/\sqrt{(\Delta\rho_0/\rho_a)\cdot g\sqrt{B_0H_0}}=5.35$ となる。また, 式 (12) より与えられる均質表層噴流の渦動粘性係数は 0.256 m²/s である。

(2) 数値実験 I の結果—最適な成層化関数の決定

Wuiff⁸⁾, Murota *et al.*⁹⁾ および Chu・Jirka¹⁰⁾ によって行われた実験的研究の最近の成果をまとめると, 表層密度噴流の三次元流動特性として次のことが挙げられる。

① 放流密度フルード数 Fd_0 が大きいとき, 噴流は乱流コア領域でその厚さを増しながら成長する。流下に従って成層効果が現れ始めると, 表層厚は徐々に減少し, 最終的な厚さ $H_{0.5}/H_0=1.2\sim 2.4$ に漸近する。

② 噴流の半値半幅の拡がり率 $dB_{0.5}/dx$ は均質の表層噴流の拡がり率 0.22 より大きく, $0.3\sim 0.8$ の間である。

③ 中心軸上流速 U_m/U_0 の流下方向通減率は放流口からの距離 x/B_0 の -1 乗則にほぼ従う。

④ 中心軸上密度偏差 $\Delta\rho_m/\Delta\rho_0$ の流下方向通減率は流速のそれに比べて少し小さく, 流下距離 x/B_0 の $-1/2$ 乗則に従う。

以上の実験的事実を参考にして数値実験結果の検討と

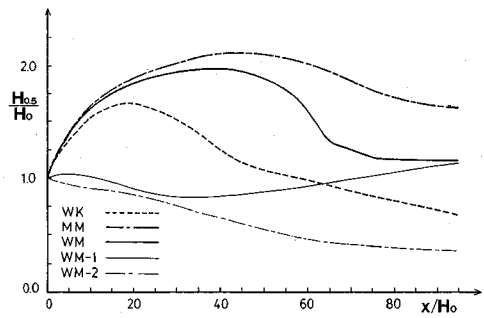


Fig.4 Longitudinal variation of half-thickness for various eddy viscosities and diffusivities.

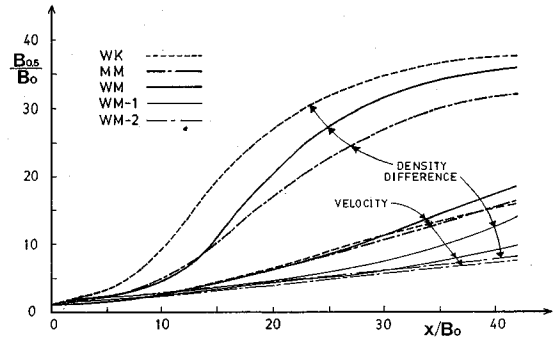


Fig.5 Longitudinal variation of half-widths for various eddy viscosities and diffusivities.

その評価を行う。なお, 数値実験結果の整理における無次元表示は慣例に倣い, 放流口での平均流速 U_0 , 平均密度差 $\Delta\rho_0$ および半幅 B_0 を用いた。

a) 流速・密度偏差の流下方向通減特性

Fig.3 の上図は中心軸上の表層流速 U_m/U_0 の流下方向通減特性を表す。鉛直方向渦動粘性係数 ε_z の絶対値の影響が最も顕著に現れている項目である。つまり, ε_z の値の減少とともに, 通減し始める位置は流下方向に移行する。 ε_z の減少が乱流運動による鉛直方向の運動量輸送を減少させ, 鉛直下方への拡がりを抑制することから, この傾向は当然の結果である。しかし, その計算結果は, 放流口近傍から通減が始まると報告する多くの実験結果とは矛盾する。 ε_{zN} の値としては式 (12) の値が最も適切である。成層化関数の違いは流速の通減にほとんど影響を与えない。すべてのケースで U_m/U_0 は x/B_0 の -1 乗則に従う通減特性を示している。

Fig.3 の下図は中心軸上の表層密度偏差 $\Delta\rho_m/\Delta\rho_0$ の流下方向通減特性を表す。 U_m/U_0 の通減と同様に, ε_z の絶対値の影響が顕著に現れている。また, ε_z の減少とともに通減を開始する位置の流下方向への移行も流速の場合と同傾向にあり, 密度偏差の通減に関する実験的事実と矛盾する。成層化関数の違いは流速の通減特性と比較してより明瞭に現れている。Run WM の結果が x/B_0

≥20 の範囲で実験で得られた密度偏差の-1/2 乗の通減則と比較的良好一致を示している。

b) 噴流の拡がり

Fig.4, 5 は噴流水深 $H_{0.5}$ および水平方向拡がり幅 $B_{0.5}$ の流下方向変化を示す。 $H_{0.5}$ は密度偏差の鉛直方向分布の半値半幅を、 $B_{0.5}$ は流速ならびに密度偏差の水平方向分布の半値半幅を採用した。

両図から、 ϵ_z の値の減少が表層厚の拡がりを抑制するとともに、水平方向への拡がりをも抑制することがわかる。つまり、鉛直下方への拡がりを拘束された放流水束は横方向へ拡がらずに、むしろ流下方向に移流されることを示唆している。一方、 ϵ_z を軸対称噴流の実験値 ϵ_0 に選んだ計算 (Run MM, WM, WK) では、放流水束の表層厚に関する上述②の実験的事実をうまく再現している。しかし、成層化関数の影響は微小である。 $Fd_0 = 5.35$ の場合に、表層厚 $H_{0.5}/H_0$ の値が最終的に 1.2~2.4 に近づくという実験的事実と照らし合わせると、Run WM と Run MM の結果が妥当なものと考えられる。流速分布の水平方向への拡がりに対する成層化関数の影響はあまり認められない。

以上のことを総合的に判断すると、次のような結論が見出される。

① 従来、数値計算においては鉛直方向乱流輸送係数は成層効果を考慮して水平方向のそれよりも 3, 4 桁小さい値が採用されていたが、これは初期運動量流束の卓越した表層密度噴流の計算には適切ではない。 ϵ_{zN} として Reichardt¹⁹⁾ の提案式 (12) が最も妥当である。

② 成層化関数の影響は密度偏差の通減特性に特に敏感にみられる。したがって、放流水束の拡がりを予測する際には、乱流 Schmidt 数の正確な評価が非常に重要である。

③ 成層化関数として ϵ_z/ϵ_{zN} に対しては Webb 式¹⁶⁾ が、乱流 Schmidt 数 (換言すれば、 K_z/ϵ_{zN}) に対しては Munk・Anderson¹⁵⁾ 式が最も適している。

5. 表層密度噴流の三次元流動特性

(1) 数値実験 II の概要

密度差の大きい表層密度噴流では浮力による重力安定効果が放流口近傍から有効に働き、放流水束はその層厚を減じつつ、また、その幅を指数関数的に拡げながら表層を拡がっていく。そして、流量の小さい場合には、周囲水の放流口への侵入 (塩水くさび) と混入型の鉛直循環の兆候が認められる。一方、流量が大きくなると、流出直後で噴流的な挙動を呈するようになる。この流動形態は放流口の形状比と密度フルード数により規定される。そこで、本章では表層放流される密度流束の挙動に及ぼす放流密度フルード数の影響および放流口形状比の影響について検討し、最後に表層密度噴流の水面上昇量

Table 2 Conditions of numerical experiment II.

Run	Discharge densimetric Froude number Fd_0	Aspect ratio $2B_0/H_0$	Remarks
1	5.35 (8.0)	5.0	(i) (ii)
2	3.35 (5.0)	5.0	(i)
3	1.34 (2.0)	5.0	(i)
4	1.00 (1.5)	5.0	(i)
5	0.80 (1.2)	5.0	(i)
6	5.35	2.0	(ii)
7	5.35	10.0	(ii)

Notes : The figures in the parentheses indicate the densimetric Froude number defined as $U_0/\sqrt{\epsilon_0 g H_0}$.

について若干の検討を加える。

本章で行う数値実験は前章と同様な水理条件で実行した。ただし、(i) 放流密度フルード数の影響を調べるために 5 通りの密度差を与え、また、(ii) 放流口形状比の影響を調べるために 3 通りの形状比を採用する。なお、渦動粘性係数と渦拡散係数は前章の結果より均質円形噴流に関する Reichardt¹⁹⁾ の提案式を採用した。ただし、鉛直方向の渦動粘性係数に対しては Webb¹⁶⁾ の提案式を、乱流 Schmidt 数に対しては Munk and Anderson¹⁵⁾ の提案式を用いて勾配型リチャードソン数の関数として表した。

計算結果の整理に用いる無次元パラメーターは次のような考え方に基づいて設定する。すなわち、静水域への三次元表層放流は一般に浮力に起因する成層安定効果のみならず、下流側では横方向への乱流のおよび重力的拡がり過程によって影響される。放流水の流動は、運動量流束の卓越した放流口近傍の領域 (乱流コア領域) と浮力の働きによって流動が支配される領域 (重力的拡がり領域) とに分けられる。したがって、流れ全体の流動特性に関するスケージングは運動量流束と浮力流束との関係から決めなくてはならない。

噴流域外の圧力を一定と仮定し、粘性応力を無視して、流下方向の流体力を各断面で積分すると次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{H(x)} \int_{-B(x)}^{B(x)} \left(U^2 + \frac{P - P_\infty}{\rho_a} \right) dy dz$$

ここに、 $H(x)$ は噴流水深、 $B(x)$ は噴流幅、 ρ_a は周囲水の密度を表す。また、 P は各 $y-z$ 断面での圧力であり、静水圧近似により $\Delta \rho g z_0$ (z_0 : 各断面の質量中心) で表される。 P_∞ は放流口より無限遠方における圧力である。これを放流口における諸量で書き直すと次式のようになる。

$$M_0 = \int_0^{H_0} \int_{-B_0}^{B_0} \left(U_0^2 + \frac{\Delta \rho_0}{\rho_a} g z_0 \right) dy dz = U_0^2 A_0 + \frac{\Delta \rho_0}{\rho_a} g \cdot A_0 \cdot z_0 \dots \dots \dots (13)$$

ここに、添字 0 は放流口における水理量を示す。また、体積流束 Q_0 、浮力流束 N_0 はそれぞれ次式のように定ま

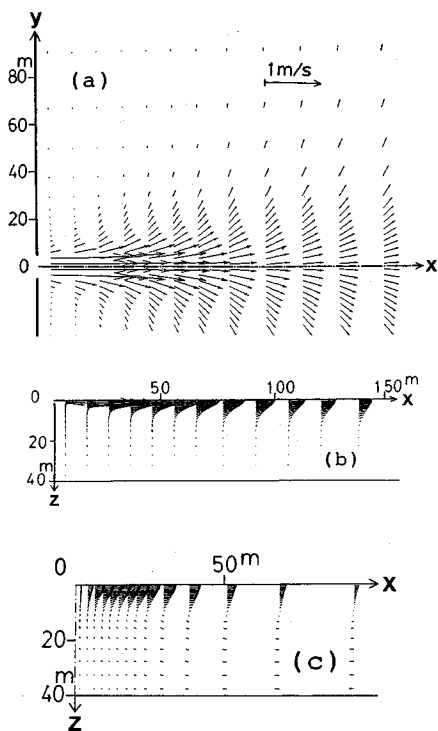


Fig.6 Calculated velocity vectors for $Fd_0=3.35$ and $2B_0/H_0=10.0$ (a) of surface layer, (b) along plume axis and (c) at the cross section of $x=80$ m ($x/2B_0=8$).

る。

$$Q_0 = U_0 A_0, N_0 = \frac{\Delta \rho_0}{\rho_a} \cdot g \cdot Q_0 \dots (14)$$

多くの場合、浮力流束および運動量流束は近似的に保存されるので、長さ、速度および浮力のスケリングはこれらの次元考察から次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} \text{長さスケール } L_s &= N_0^{-1/2} M_0^{3/4} \\ \text{速度スケール } U_s &= N_0^{1/2} M_0^{-1/4} \\ \text{浮力スケール } G_s &= N_0^{3/2} N_0^{-5/4} \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

このスケリングは、Baddour・Chu²⁰⁾およびChu・Jirka¹⁰⁾が表層密度噴流の実験データを整理するのに用いたものと同一である。

(2) 数値実験結果

a) 放流密度フルード数と形状比の影響

Fig.6は計算結果の代表例であり、その計算条件は放流密度フルード数 $Fd_0=3.35$ 、形状比 $2B_0/H_0=10$ である。Fig.6 (a)の表層における速度ベクトルのパターンから、初期乱流コアを形成しながら噴出した放流水束は流下とともに横方向に拡がり、その結果、中心軸上の流下方向流速 U は急激に減少することがわかる。そのときの流速 U の横方向分布はガウス分布で近似できる。流速の絶対値が非常に小さいので図面には明瞭に現れていないが、周囲水域では大規模の循環が生じていること

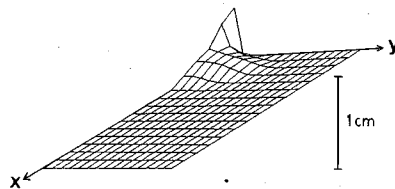


Fig.7 Water surface elevations at the whole calculation domain of 2300 m (x) and 800 m (y) for the same condition as Fig.6.

が認められた。その循環は周囲水を表層密度噴流内に移流することによって連行を生じさせ、典型的な噴流的な流動を呈しているものと想像される。

流束 U が流下に伴って減少していくにつれて、密度差に起因する浮力流束が運動量流束より卓越するようになる。その結果、水平方向圧力勾配を通じて放射方向に拡がる流速成分が増加する。その傾向は $x=100$ m ($x/2B_0=10$) 周辺において明瞭にみることができる。このようなブルーム的な流動は Fig.7に示す水表面の勾配と関連しているようである。流速分布のパターンは自由水表面の変動パターンとよく一致している。

Fig.6 (b)は中心軸上の $x-z$ 断面における速度ベクトルを示す。同図から、 $x < 140$ m ($x/2B_0 < 14$)の領域での U の鉛直方向分布も噴流に特徴的なガウス分布であることがわかる。しかしながら、表層厚の鉛直方向拡がり $x=60$ m ($x/2B_0=6$)を越えた領域では認められない。つまり、周囲水の鉛直方向からの連行は放流口近傍でのみ生じている。一方、Fig.6 (c)は $x=80$ m ($x/2B_0=8$)の $y-z$ 断面における流速ベクトルを示す。横方向の拡がり流速 V は著しく大きい。この断面における V の最大値が中心軸上の流下方向表層流速 U_m の1/2程度にもなっていることは注目に値する。

Fig.6 (b), (c)から鉛直下方からの連行は放流口近傍の噴流の内部領域においてのみ起こっていることがわかる。そして、連行に対する補償流れとして中心軸向きの流れがモデル水槽の下層領域で生じているのが認められる。

放流密度フルード数 Fd_0 の流動特性への影響を調べるために、同じアスペクト比 ($2B_0/H_0=10$)で Fd_0 数の異なる実験を行った。表層における流速 $\sqrt{U^2+V^2}/U_0$ の等値線および密度偏差 $\Delta\rho/\Delta\rho_0$ の10%ごとの等値線を Fig.8に示す。同図から、 Fd_0 数の値が小さいほど、両等値線は横方向に拡がるのが明らかである。この傾向は $Fd_0=1.34$ の密度偏差の等値線で最も顕著に認められ、放流水束は放流口から放射状に拡がっている。表層における水平方向の拡がり注目すると、 Fd_0 数の大きな場合においても噴流的な挙動は放流口近傍に局限されていることがわかる。

Fig.9, 10はおのおの中心軸上の表層流速 U_m/U_s お

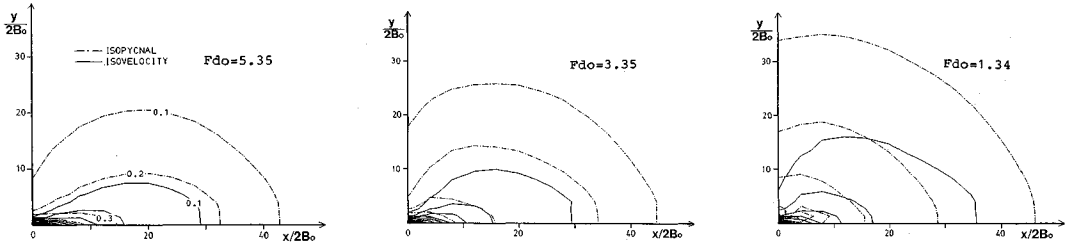


Fig.8 Surface isovelocity and isopycnal difference contours for different Fd_0 .

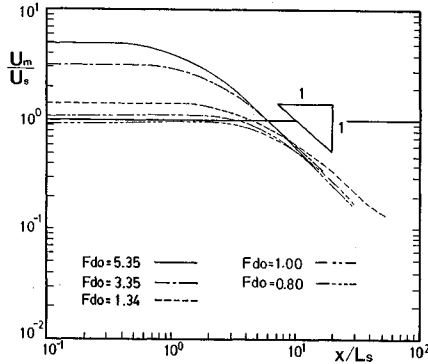


Fig.9 Longitudinal decay of surface velocity.

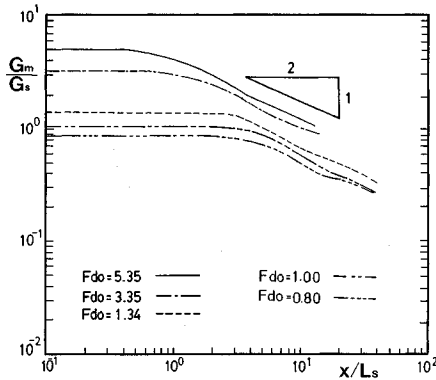


Fig.10 Longitudinal decay of surface density.

よび表層浮力 G_m/G_s の流下方向逓減特性を示す。ここに、 $G_m = (\Delta\rho m/\rho_a)g$ である。表層流速は放流口からの距離 x/L_s の -1 乗則に従って逓減する。その反面、表層浮力は $x/L_s = 3 \sim 5$ の位置を過ぎてから、放流口からの距離 x/L_s の $-1/2$ 乗則に従って逓減する。逓減し始める位置 x/L_s は Fd_0 数が小さくなるほど、表層流速および表層浮力の両者とも下流側に移る傾向を示す。特に、 $Fd_0 = 1$ 前後の密度フルード数の小さな場合には、微小ではあるが、表層流速が放流口近傍で一時加速される。この加速化の傾向は吉田ら²¹⁾の観測した河口流出の一時的加速現象に相当する。

次に、Fig.11 は表層流速および表層密度偏差の半値

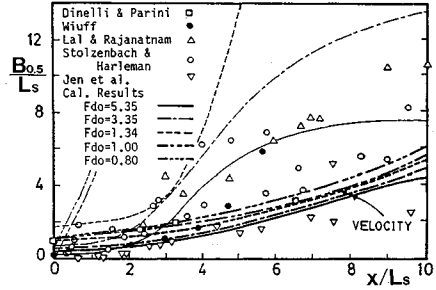


Fig.11 Longitudinal variation of half-width.

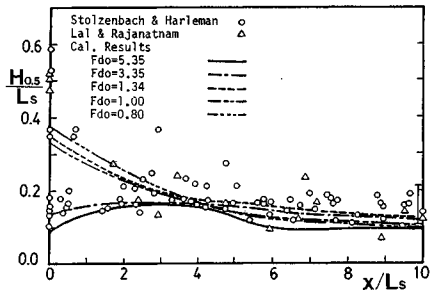


Fig.12 Longitudinal variation of layer thickness.

半幅の流下方向変化を表す。図中の曲線のうち流速分布の半値半幅に対してのみ矢印で示した。他の曲線は密度偏差分布のそれを表す。また、図中には、広範囲の Fd_0 数にわたって得られた密度偏差に関する実験結果を Chu・Jirka¹⁰⁾の論文から再プロットして示してある。流速に関する半値半幅の拡がり率の平均値は数値実験の範囲で約 0.52 である。また、 Fd_0 数の減少とともに、その拡がり率はわずかながら増大する傾向にある。一方、密度偏差に関する半値半幅は速度のそれより著しく大きく、かつ、その拡がり率は Fd_0 数に対して鋭敏である。水平方向の渦動拡散係数に水平方向の渦動粘性係数と同じ値を採用したにもかかわらず、スカラー量の水平方向の拡がり率が運動量のそれより促進されることは注目し値する。ただし、数値実験結果と水理実験結果を比較してみると、今回の数値実験結果が密度偏差の水平方向半値半幅を過大に評価する傾向にあることが認められる。

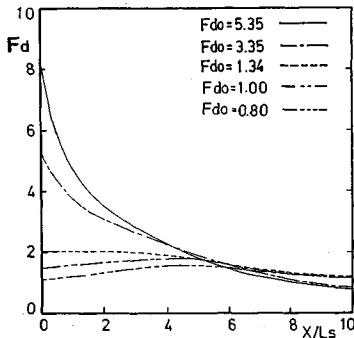


Fig.13 Longitudinal variation of overall densimetric Froude number, F_d .

Fig.12 は中心軸上の密度偏差の鉛直方向分布の半値半幅で定義される層厚の流下方向変化を表す。図中の水理実験結果は Chu・Jirka¹⁰⁾の論文から再プロットしたものである。図から明らかなように、計算結果のうち F_{d0} 数の大きい2ケースでは噴流水深は最初に増加してまもなく減少する。しかし、 F_{d0} 数の小さい他の3ケースでは噴流水深は放流口を出て直ちに減少し始める。そして、噴流水深は最終的に $H_{0.5}/L_s = 0.1 \sim 0.2$ に漸近する。このことから $x/L_s > 8$ の領域では鉛直方向の混合が抑制されていることがわかる。この傾向は Murota *et al.*⁹⁾の水理実験結果とも一致している。Fig.11 と Fig.12 との比較より、表層密度噴流の水平方向拡がりはその鉛直方向よりはるかに大きいことがわかる。この主な原因はもちろん成層効果に起因する鉛直方向拡がりの抑制であるが、もう一つの重要な要因として水平方向圧力勾配を介した重力的拡がり過程も考えられる。

Fig.13 は表層密度フルード数 $F_d = U_m / \sqrt{(\Delta\rho_m/\rho_a)gH_e}$ の流下方向変化を表す。ここに、 H_e は流速が U_m の $1.0/e (=0.3679)$ となる水深である。 F_d の流下方向変化は F_{d0} 数の大きい2ケースで単調に減少するのに対して、他の3ケースでは一時的に増加してから減少する傾向を示す。なお、 $x/L_s = 6$ のところで F_d の値はすべてのケースで約 1.7 に近づき、その後は非常に緩やかに減少する傾向にある。

以上のことを総合して考察すると、次のように推察できる。すなわち、放流密度フルード数の大きい流れは運動量流束が卓越しているので密度噴流の形態をとる。初期段階では表層厚を増大させるが、流下に伴う運動量の急激な減少、そしてその結果生じる連行の通減により、流れは成層密度流に移行する。一方、河口流出流のような $F_{d0} = 1.0$ 前後の流れは放流口付近で一時的に加速された後に、減速する。そのとき、 F_d 数は単調に増大するために連行が活発になり、流れは体積を増す。その結果、 F_d 数が減少し始め、噴流水深は最終的な厚さに漸近する。

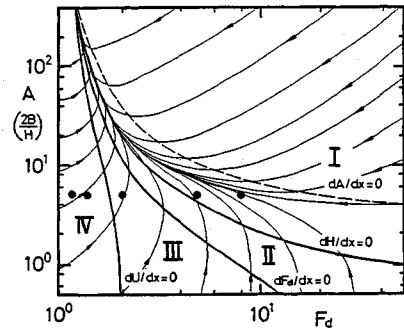


Fig.14 Theoretical classification of flow regimes as a function of A and F_d from Murota *et al.* (1986).

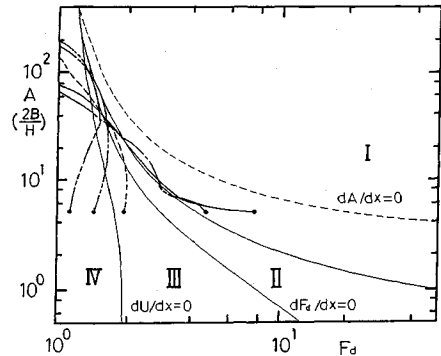


Fig.15 Calculated flow development of buoyant surface jet for different F_{d0} .

Murota *et al.*¹¹⁾は放流水束の分布形を矩形と仮定した積分モデルを展開して、流れの形状比 $A (=2B/H)$ と F_d との関係から表層放流密度流の流動を次のように区分した。

- 流動Ⅰ： $dH/dx > 0, dU/dx < 0, dF_d/dx < 0$
- 流動Ⅱ： $dH/dx < 0, dU/dx < 0, dF_d/dx < 0$
- 流動Ⅲ： $dH/dx < 0, dU/dx < 0, dF_d/dx > 0$
- 流動Ⅳ： $dH/dx < 0, dU/dx > 0, dF_d/dx > 0$

流動Ⅰは密度流的に射流の流れであり、噴流的挙動を示す。すなわち、表層厚は他の流動形態とは異なり流下とともに増大する傾向にある。流動Ⅱも射流ではあるが、その表層厚および流速は流下とともに減少する。これに対して、流動Ⅲと流動Ⅳは密度流的に常流の流れであり、特に流動Ⅳは流下とともに流速が加速される特性を有している。

Fig.14 および Fig.15 はおのおの Murota *et al.*¹¹⁾の積分モデルによる理論結果と今回の数値実験結果であり、比較のために両者を対比させて示している。Fig.14 の理論に基づく流動形態の分類に従えば、数値実験の放流口の形状比 $A (=2B_0/H_0)$ が5であるから、 $F_{d0} = 0.80$ および 1.00 の流動は流動Ⅳに属することになる。その流動特性は流速の一時加速および F_d の増大をみせた後に、流速が通減する流動Ⅲと他の物理量も減少する流動

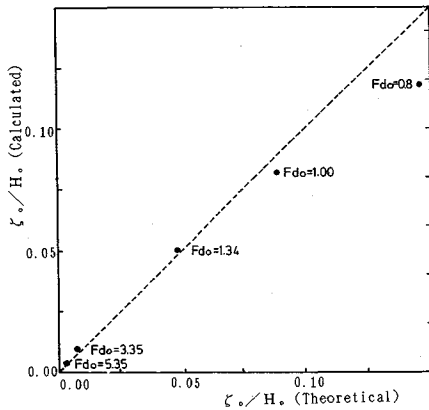


Fig.16 Comparison of calculated water surface elevation at the inlet with theoretical one.

IIを順に経て、一定の噴流水深に漸近する。また、 $Fd_0 = 5.35$ および 3.35 の流動は流動 I に属し、最初は噴流水深を増大させるが、やがては一定の噴流水深となる成層密度流的な挙動に移り変わる。積分モデルは矩形の断面形状を仮定し、水平方向拡がりを均質噴流の拡がり率と浮力効果により生じる拡がり率の増分の代数的な和によって評価している。それにもかかわらず、その予測は今回の計算結果とおおよそ $Fd = 1.7$ に至るまで非常に良く合致している。 $Fd = 1.7$ の位置は Fig.13 に示されているようにおおよそ $x/L_s = 6$ の位置であり、いわゆる乱流コア領域に相当する。このことは、 $x/L_s < 6$ の範囲では流れの流動が積分モデルによっても評価され得ることを示唆している。

しかしながら、浮力流束の影響が運動量流束より卓越し始める領域になると、流れの相似性はもはや成り立たなくなり、積分モデルでは plume-like の流動を予測することはできなくなる。 $x/L_s > 6$ の領域における積分モデルの予測と数値実験結果との不一致はこの原因によるものと考えられる。

b) 水面上昇量

密度差に起因する水面上昇量、そしてその結果生じる水面勾配が表層放流密度流の拡がり過程に重要な影響を及ぼすことがわかった。そこで、数値実験で得られた放流口での水面上昇量と静水圧的なバランスから計算される水面上昇量との比較を示したのが Fig.16 である。今回の計算値は Fd_0 数が 1.0 以上の場合に理論値と比較的良く一致している。なお、 Fd_0 数の小さい場合には計算値の方が理論値より少し小さくなる。

6. 結 語

三次元表層密度噴流に関する数値モデルの開発にあたり、経験的な判断に委ねられていた成層効果の定量的な評価を行い、渦動粘性係数と渦拡散係数に最適な成層関

数を確定した。数値計算結果と既往の水理実験結果との比較より、提案モデルが表層密度噴流および表層ブルームの拡がり特性を十分な精度で予測できることが確認された。また、三次元表層密度噴流の挙動に及ぼす放流条件の影響について検討を行った。本研究で得られた主要な結論は以下のとおりである。

(1) 成層化関数が三次元表層密度噴流の挙動に及ぼす影響は密度偏差の逓減において最も敏感であり、乱流 Schmidt 数の正確な評価が非常に重要である。なお、成層化関数として $\varepsilon_z/\varepsilon_{zN}$ に対しては Webb¹⁶⁾ の提案式が、乱流 Schmidt 数に対しては Munk and Anderson¹⁵⁾ の提案式が最も適していることがわかった。

(2) 大きい Fd_0 数の放流水束は運動量流束が卓越しているため、密度噴流の形態をとり、初期段階では表層厚を増大させる。しかし、流下に伴う運動量の急激な拡散、そして、その結果生じる連行の逓減により流れは成層密度流に移行する。

(3) $Fd_0 = 1.0$ 前後の小さな密度フルード数の放流水束では、その流速は放流口付近で一時加速された後に減速する。そのとき、密度フルード数は単調に増大するために連行が活発となり、流れは体積を増す。その結果、密度フルード数が減少し始め、噴流水深は最終的な厚さ $H_{0.5}/L_s = 0.1 \sim 0.2$ に漸近する。

(4) $x/L_s < 6$ の範囲では表層密度噴流の体積、浮力流束および運動量流束の保存性と分布形の相似性が保たれ、これをもとに展開する積分モデルで流動の定性的な傾向が予測できる。しかし、浮力の影響が相対的に強くなり、流れがブルーム的な流動となる場合、積分モデルはその妥当性を失う。

(5) 放流口形状比の影響は $x/L_s = 6$ までの領域に現れる。すなわち、放流水束の形状比は、 $x/L_s = 6$ の位置で放流口形状比の大きさに関係せず、同値となる。言い換えると、放流口の形状は乱流コア領域で流れの展開に影響を及ぼすが、ブルーム的な流れ領域ではほとんど影響しない。

(6) 噴流型の流れにおいては本数値モデルによって予測される放流口における水面上昇量が静水圧のバランスから計算される理論値と厳密に一致する。しかし、 Fd_0 数の小さい流れでは両者の差異は大きくなる。

参 考 文 献

- 1) Dunn, W.E., Policastro, A.J. and Paddock, R.A. : Surface Thermal Plumes : Evaluation of Mathematical Models for the Near and Completed Field, Part 1 and 2, Argonne National Lab., ANL/WR-75-3, 1975.
- 2) 室田 明・中辻啓二・柴垣雄一 : 積分モデルによる三次元表層密度噴流の解析, 土木学会論文集, 第 351 号/II-2, pp. 117~125, 1984.
- 3) Waldrop, W.R. and Farmer, R.C. : Three-Dimensional

- Computation of Buoyant Plumes, *J. Geophys. Res.*, Vol.79, No.9, pp.1269~1276, 1974.
- 4) Paul, J.F. and Lick, W.J. : A Numerical Model for a Three-Dimensional, Variable Density Jet, Report FTAS/TR 73-92, School of Engineering, Case Western Reserve University, 1974.
 - 5) 岩佐義朗・井上和也・劉 樹坤・阿部 徹 : 琵琶湖湖流の三次元的な解析, 京都大学防災研究所年報, 第 26 号, B-2, pp. 531~542, 1983.
 - 6) 和田 明・片野尚明・荒木 洋 : 3次元数値モデルによる排水ブルームの挙動解析, 電力中央研究所研究報告 3708031, 1983.
 - 7) Nakatsuji, K., Huh, J.Y. and Kurita, K. : Three-Dimensional Computation of River Plume, Proc. 22 nd Congress of IAHR, Vol.B, pp.167~172, 1987.
 - 8) Wiuff, R. : Experiments on Surface Buoyant Jet, *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol.104, No.HY 5, pp.667~679, 1978.
 - 9) Murota, A., Muraoka, K. and Nakatsuji, K. : Initial Entrainment and Lateral Spread of Three-Dimensional Buoyant Surface Jet, *J. Hydroscience and Hydr. Eng.*, Vol.1, No.2, pp.33~51, 1983.
 - 10) Chu, V.H. and Jirka, G.H. : Surface Buoyant Jets and Plumes, *Encyclopedia of Fluid Mech.*, Vol.6, pp.1053~1084, 1986.
 - 11) Murota, A., Nakatsuji, K. and Shibagaki, Y. : Near Field Behavior of Three-Dimensional Buoyant Surface Discharges, *J. Hydroscience and Hydr. Eng.*, Vol.2, No.2, pp.35~44, 1984.
 - 12) 室田 明・中辻啓二 : 二次元表層密度噴流の数値解析, 第 30 回水理講演会論文集, pp. 715~720, 1986.
 - 13) Spalding, D.B. : A Novel Finite Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivations, *Intl. J. Numer. Methods in Eng.*, Vol.4, pp.551~559, 1972.
 - 14) Rossby, C.G. and Montgomery, R.B. : The Layer of Frictional Influence in Wind and Ocean Currents, *Pap. Phys. Oceanogr. Meteorol.*, Vol.3, No.3, pp.1~101, 1935.
 - 15) Munk, W.H. and Anderson, E.R. : Notes on a Theory of the Thermocline, *J. Marine Res.*, Vol.7, pp.276~295, 1948.
 - 16) Webb, E.K. : Profile Relationships : the Log-Linear Range and Extension to Strong Stability, *Quart. J.R. Met. Soc.*, Vol.96, pp.67~90, 1970.
 - 17) 植田洋匡・水本茂記・小森 悟・小川 靖・奥田典夫 : 大気下層における乱流輸送過程に及ぼす浮力効果, 国立公害研究所研究報告, 第 17 号 (R-17-80), pp. 123~143, 1980.
 - 18) Kondo, J., Kanechika, O. and Yasuda, N. : Heat and Momentum Transfers under Strong Stability in the Atmospheric Surface Layer, *J. Atmos. Sci.*, Vol.35, pp.1012~1021, 1978.
 - 19) Reichardt, V.H. : *Gesetzmaessigkeiten der freien Turbulenz*, VDI-Forschungsheft, 414 pp., 1942.
 - 20) Baddour, E.R. and Chu, V.H. : Turbulent Entrainment in Gravity-Stratified Flows, Tech. Rept. No.78-2, Fluid Mech. Labo., Dept. of Civil Eng. and Applied Mech., McGill University, 1978.
 - 21) 吉田静男・柏村正和・西田修三 : 河口二層流の流速構造と界面現象, 第 25 回水理講演会論文集, pp. 321~326, 1981.

(1990. 8. 22 受付)

NUMERICAL EXPERIMENTS OF THREE-DIMENSIONAL BUOYANT SURFACE DISCHARGES

Keiji NAKATSUJI, Jae-Yeong HUH and Akira MUROTA

Buoyant surface discharges into stagnant waters are characterized by the three-dimensional structure, which is for the most part controlled by horizontal pressure gradients and stratification effects resulting from the density difference between discharged and receiving waters as well as momentum fluxes. A three-dimensional, primitive numerical model with a free surface water is developed. Turbulent shear stresses and turbulent buoyant fluxes are expressed in terms of the eddy viscosities and diffusivities, in which the stratification effects are taken into account with empirical formulae through a comparison of numerical results with published experimental data. And then, the three-dimensional spreading characteristics are examined for various hydraulic conditions.