

ハンチを有する壁下端固定 PC タンクの 断面力簡易計算法

吉岡民夫*・久松光世**・出光 隆***

わが国で古くから多用されてきた、側壁と底版を固定構造とするプレストレストコンクリート (PC) タンクの側壁下端部にハンチを設けた場合に、この部分で生ずる剛性増大の影響およびハンチ部での鉛直方向 PC 鋼材と断面図心に生ずる偏心に起因する鉛直方向曲げモーメントの算定法に関する理論解を示し、さらには、等厚円筒シェル理論で求められた結果を補正してこれらを評価する方法と係数を提案する。

Keywords : prestressed concrete, cylindrical tank, fixed wall foot, haunch

1. はじめに

1958年にわが国最初の本格的なプレストレストコンクリート (以下 PC) タンクが採用されて以来¹⁾、水道用配水池を中心とし、数多くの地上式円筒形 PC タンクが建設されてきた^{2),3)}。今日では、石油タンクや液化ガスタンクへとその適用が拡張されつつあり^{4),5)}、PC タンクは今や日常生活や産業活動にとって不可欠のものとなっている。

円筒形 PC タンクの構造上の特徴の一つは、側壁と底版の結合方法にあり、一般には、フリー、ヒンジおよび固定構造が用いられ²⁾、なかにはこれらを組み合わせたものもみられる^{6),7)}。これらの結合方法は一長一短で、シェル応力の特性を阻害しないという意味ではフリー構造が最も適しているといえるが、一方、液密性や耐震性となると、固定構造が最良と考えられる。

わが国では側壁と底版を固定とする構造が古くから多用されてきた。このことはわが国の PC タンクの特徴の一つで、他の国々では、最近では固定構造に言及する論文がみられるものの^{6),8)}、円周方向プレストレス導入時にすでに固定構造とする例は少ない。

固定構造では、円周方向プレストレス力によって側壁下端部付近に外側引張の大きな鉛直方向曲げモーメントが生ずるので、これに対処するために側壁下端部内側にハンチを設け、この部分で側壁の図心に配置した鉛直方向 PC 鋼材を外側に偏心させるのが一般的である⁹⁾。ところで、PC 鋼材と断面図心に偏心が生じてても、円筒形タンクの場合側壁が円周方向に連続しているために自由な変形が拘束され、偏心に起因するモーメントがプレ

ストレスに偏心量を乗じて求める偏心モーメントとは異なることがわかっている。また、ハンチを設けることにより側壁下端部の曲げ剛性が増加し、鉛直方向曲げモーメントに大きな影響を与えることが知られている³⁾。

これらの問題は有限要素法 (FEM) や弾性床上的の変断面はり問題でモデル化する方法^{12),13)}で容易に解決することができるが、PC タンクの分野では古くから等厚直立円筒シェル理論で断面力を求める方法が定着しており、計算のための図表やプログラムが整備されている。わが国の PC タンクの設計基準である「水道用 PC タンク標準仕様書」(日本水道協会、昭和 55 年、以下「標準仕様書」)にも、等厚として求められた側壁下端鉛直方向曲げモーメントに簡単な係数を乗じて補正する方法が示されている。

本研究は、PC タンクの側壁下端部にハンチを設けた場合に、この部分で生ずる曲げ剛性増大の影響およびハンチ部での PC 鋼材と断面図心に生ずる偏心に起因する鉛直方向曲げモーメント算定法に関する理論解を示し、さらには、等厚円筒シェル理論で求められた結果を補正してこれらを評価する方法と係数を提案するものである。

2. 設計の現状と問題点

Fig.1 (a) に示す例で、等厚円筒シェル (同図 (b)) の理論解とハンチを考慮した軸対称シェル (同図 (c)) の FEM 解の比較を **Fig.2** に示す。FEM 解ではハンチ部での軸線の折れ曲がりおよび剛性変化を考慮し、また鉛直方向プレストレス力による鉛直方向曲げモーメント (**Fig.2 (c)**) の算定では、要素剛性マトリックスの対角要素以外を 0 としポアソン比の影響により生ずる曲げモーメントは除いた。この問題については後で詳述する。なお、**Fig.2 (c)** の偏心モーメントとは、静定系としたときの曲げモーメント、すなわち鉛直方向プレ

* 正会員 オリエンタル建設 (株) 技術部
(〒102 千代田区五番町五番地)

** 正会員 オリエンタル建設 (株) 技術研究所

*** 正会員 九州工業大学助教授 工学部設計生産工学科

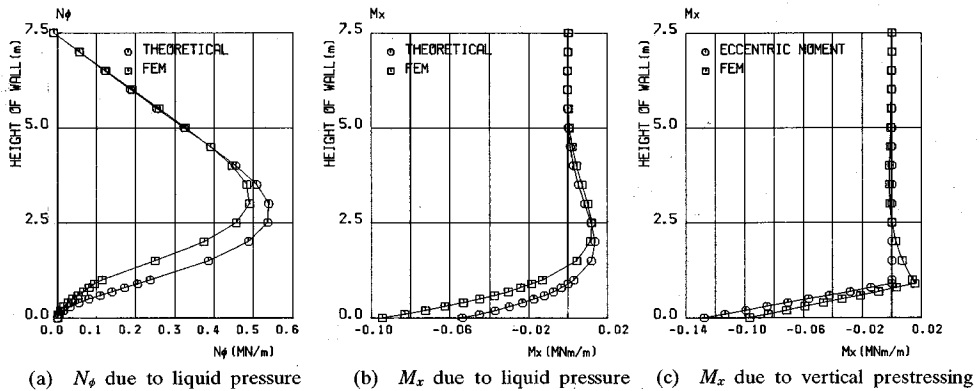


Fig.2 Comparison of forces between different structure models.

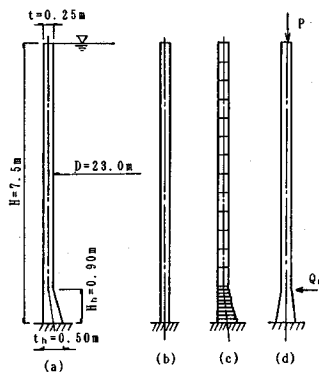


Fig.1 Structure model.

ス力に偏心量を乗じたものである。

Fig.2 (a) の円周方向軸力に関しては、最大点で約 10 % の差があるが、等厚円筒シェル理論解は設計上安全側の結果を示している。一方、Fig.2 (b) に示す等厚円筒シェル理論解による液圧載荷時の壁下端鉛直方向曲げモーメントは FEM 解のわずか 57 % で、ハンチによる剛性増加の影響が大きいことがわかる。また、同図 (c) の鉛直方向プレストレス力の場合、静定系偏心モーメントは FEM 解の 132 % に達しており、静定系偏心モーメントではハンチ部の偏心に起因するモーメントを評価できないことがわかる。また同図 (c) では静定系として求めた偏心モーメントがハンチ部では FEM 解析の結果と定性的にはおおむねよい近似を示しているが、ハンチ上部の符号反対の曲げモーメントを表現できていない。なお、円周方向軸力は安全側の結果を示すので、本文では言及しない。

「標準仕様書」では等厚として求めた鉛直方向曲げモーメントを以下のごとく補正する方法を提案している。

- a) 載荷重による側壁下端鉛直方向曲げモーメントの補正

Table 1 Modified vertical moments at base in accordance with JWVA*1 Code.

	Water pressure	Vertical prestressing
(1) Theoretical solution of cylindrical shell with uniform thickness	0.0538	0.1276*2
(2) Modified moments at base in accordance with JWVA Code	0.1004	0.1224
(3) FEM	0.0944	0.0966
(4) (2)/(3)	1.06	1.27

*1 Japan Water Works Association
*2 Statically determinate eccentric moment

$$M_{oh} = \alpha_0 \frac{t_h}{t} M_{oc} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 M_{oh} : 補正された壁下端鉛直方向曲げモーメント

α_0 : 壁厚増加区間 (ハンチ) の長さによって変化する係数

t_h : 下端の壁厚

t : 壁厚

M_{oc} : 壁厚一定としたときの壁下端鉛直方向曲げモーメント

- b) 鉛直方向プレストレス力による壁下端鉛直方向曲げモーメントの補正

$$M_e = \alpha_1 P e \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 M_e : 側壁の曲率半径の変化などによって生ずる壁下端鉛直方向曲げモーメント

α_1 : 補正係数

P : 鉛直方向プレストレス力

e : 側壁軸線の曲率半径の変化量 (壁下端的偏心量)

この補正方法によりこの例の壁下端鉛直方向モーメントを補正すると Table 1 のごとくである。

上記の方法では以下のごとき問題点が指摘できる。

- ① 式 (1) 中の係数 α_0 の値はこの例ではおおむねよい近似を与えているが、パラメーターがハンチ高および半径のみであり、やや簡単としすぎたきらいがある。また、この種の係数は無次元化されているほうが好まし

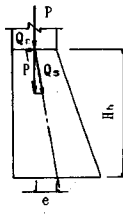


Fig.3 Equivalent load due to vertical prestressing.

い。

② 「壁厚増加区間の長さが長くなって勾配が緩やかになると、 α_1 の値が小さくなるのがほかの計算結果からも確認されている」と、ハンチ部でのモーメント発生メカニズムをプレストレス力 (P) に偏心量 (e) を乗じて求める方法に注意喚起しているにもかかわらず、式 (2) は Pe に依存している。

③ この例では式 (2) 中の係数 α_1 を用いて補正を行っても FEM 解の 127% に達しており、ハンチ部に生ずる偏心に起因するモーメントの評価が過大である。ただし、この例では FEM 解でポアソン比の影響を除外しているため、この問題に関しては後述する。なお、標準仕様書には α_1 の例が示されているだけで、明確な係数が与えられていない。

④ 壁下端鉛直方向曲げモーメントの補正方法のみが示されており、下端以外の補正方法が定かではない。

3. 構造および荷重のモデル化

Fig.1 (a) に示すようにハンチ部で断面図心に変化する構造を等価な剛性を有する同図 (d) のごときモデルに置換することはよく行われることである。よってここでは片側にハンチを有する構造を、図心線が鉛直の等厚円筒シェルおよび直線的に断面が変化する円筒シェルの複合構造としてモデル化する。

鉛直方向 PC 鋼材を図心に配置すると、前述のごとくハンチ部で PC 鋼材と断面図心に偏心が生ずることとなるが、同図 (d) のモデルでは鉛直方向プレストレス力として鉛直方向力を載荷してもこの影響を評価することはできない。そこで以下のごとく等価荷重を定める。

Fig.3 に示すように、鉛直方向プレストレス力がハンチ上端に作用すると、 P は式 (3) に示すごとく軸方向分力 Q_v および水平分力 Q_h に分解することができる。

$$Q_v = P \sqrt{1 + (e/H_h)^2} \dots\dots\dots (3-a)$$

$$Q_h = \frac{e}{H_h} P \dots\dots\dots (3-b)$$

ここに、 H_h : ハンチ高

e : ハンチ下端での偏心量

軸線に沿った力 Q_v が軸力、水平分力 Q_h が曲げモー

メントに寄与するので、ハンチ部に生ずる曲げモーメントは Q_h をハンチ上端に載荷して求める。すなわち、鉛直方向プレストレス力による断面力は、Fig.1 (d) に示すように、鉛直方向力 P および水平分力 Q_h を載荷したときの合成として得られる。

4. 解析方法

(1) 等厚直立円筒シェル

等厚直立円筒シェルの理論解は多くの文献に示されているが¹⁰⁾、概して壁全体に載荷された場合の解が多い。本文では 3. で示したように鉛直方向プレストレス力を等価な水平方向集中荷重に置換する方法を用いることもあって、ここでは任意の軸対称荷重が作用する場合の解を示す。

等厚直立円筒シェルの変形および断面力は、次式を解くことにより得られる。

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = \frac{g(x)}{D} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 y : 壁の半径方向変位 (= $f(x)$)

x : 壁上端からの距離

β : タンク定数 = $\sqrt{k/4D}$

k : ばね定数 = Et/R^2

D : 曲げ剛性 = $Et^3/(12(1-\nu^2))$

E, ν : おのおのヤング係数およびポアソン比

R, t : おのおのタンク半径および壁厚

$g(x)$: 荷重関数

式 (4) の解は次式で得られる。

$$f = Kf_0 + G \dots\dots\dots (5)$$

ここに、

$$f = \{f(x), f'(x), f''(x), f'''(x)\}^T$$

$$f_0 = \{f(0), f'(0), f''(0), f'''(0)\}^T$$

$$K = \begin{bmatrix} m_4 & 0.5(m_2 + m_3)/\beta \\ \beta(-m_2 + m_3) & m_4 \\ -2\beta^2 m_1 & \beta(-m_2 + m_3) \\ -2\beta^3(m_2 + m_3) & -2\beta^2 m_1 \\ 0.5m_1/\beta^2 & 0.25(m_2 - m_3)/\beta^3 \\ 0.5(m_2 + m_3)/\beta & 0.5m_1/\beta^2 \\ m_4 & 0.5(m_2 + m_3)/\beta \\ \beta(-m_2 + m_3) & m_4 \end{bmatrix}$$

$$m_1 = \sin \beta x \sinh \beta x, \quad m_2 = \sin \beta x \cosh \beta x$$

$$m_3 = \cos \beta x \sinh \beta x, \quad m_4 = \cos \beta x \cosh \beta x$$

$$G = \{G(x), G'(x), G''(x), G'''(x)\}^T$$

式 (5) の f_0 は上下端の境界条件で定まる。この解析はラプラス変換を用いたので、 f_0 の 4 つの未知数のうち 2 つは既知であり、未知数は 2 つとなる。Table 2 に未知数および境界条件を示す。未知数 x, y は次式を解くことにより得られる。

Table 2 Boundary conditions of wall cap and base.

Cap	Base	Cap				Base			
		f(0)	f'(0)	f''(0)	f'''(0)	f(H)	f'(H)	f''(H)	f'''(H)
Free	Free	x	y	0	0			0	0
Free	Hinge	x	y	0	0	0	0	0	
Free	Fix	x	y	0	0	0	0	0	
Hinge	Free	0	x	0	y			0	0
Hinge	Hinge	0	x	0	y	0	0	0	
Hinge	Fix	0	x	0	y	0	0	0	
Fix	Free	0	0	x	y			0	0
Fix	Hinge	0	0	x	y	0	0	0	
Fix	Fix	0	0	x	y	0	0	0	

H = Wall height

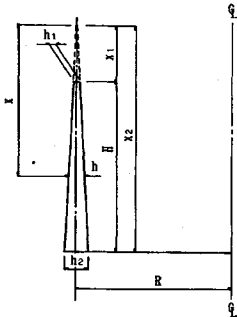


Fig.4 Cylindrical shell with non-uniform wall thickness.

Table 3 i and j for Eq.(6).

	free	hinge	fix
cap	j1=1, j2=2	j1=2, j2=4	j1=3, j2=4
base	i1=3, i2=4	i1=1, i2=3	i1=1, i2=2

Table 4 Load functions.

	0 ≤ x ≤ a1	a1 < x ≤ a2	a2 < x ≤ H
Concentrated load	0	$\frac{W}{D} \frac{1}{4\beta^2} (m_2 - m_3)$	ditto(left)
Gas pressure	0	$\frac{w_1}{D} \frac{1}{4\beta^2} (1 - m_1)$	$\frac{w_1}{D} \frac{1}{4\beta^2} (-m_4 + m_2)$
Liquid pressure	0	$\frac{w_2}{D} \frac{1}{a_2 - a_1} \left\{ \frac{x - a_1}{4\beta^2} - \frac{1}{8\beta^2} (m_2 + m_3) \right\}$	$\frac{w_2}{D} \frac{1}{a_2 - a_1} \left\{ \frac{a_2 - x}{4\beta^2} - \frac{1}{8\beta^2} (m_2 + m_3) - m_2 - m_3 \right\} - \frac{w_2}{D} \frac{1}{4\beta^2} (1 - m_2)$
Concentrated moment	0	$\frac{M}{D} \frac{1}{2\beta^2} m_1$	ditto(left)

Where $m_1 = \sin\beta(x-a_1)\sinh\beta(x-a_1)$
 $m_2 = \sin\beta(x-a_1)\cosh\beta(x-a_1)$ $m_3 = \sin\beta(x-a_2)\cosh\beta(x-a_2)$
 $m_4 = \cos\beta(x-a_1)\sinh\beta(x-a_1)$ $m_5 = \cos\beta(x-a_2)\sinh\beta(x-a_2)$
 $m_6 = \cos\beta(x-a_1)\cosh\beta(x-a_1)$ $m_7 = \cos\beta(x-a_2)\cosh\beta(x-a_2)$
W, w, v, w, M = Intensity of concentrated load, gas pressure, liquid pressure and concentrated moment respectively
a1 = Distance from wall cap to where concentrated load(moment) is applied or to where gas or liquid pressure starts.
a2 = Distance from wall cap to where gas or liquid pressure ends.

$$\begin{bmatrix} K(i_1, j_1) & K(i_1, j_2) \\ K(i_2, j_1) & K(i_2, j_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G(i_1) \\ -G(i_2) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

ここに i, j = Table 3

荷重関数 G(x) を Table 4 に示す。1~3 次導関数は G(x) を逐次微分することにより得られる。

(2) 断面が直線的に変化する直立円筒シェル

力の釣合いおよび応力と変位の関係は等厚の場合と同じであるから、剛性が変化することに注意して式(4)の代わりに次式が得られる (Fig.4 参照)⁽¹⁾。

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + K(1 - \nu^2) \frac{y}{R^2} = g(x) \dots\dots\dots (7)$$

ここに、D = 曲げ剛性

$$= \frac{E}{12(1 - \nu^2)} \left(x \frac{h_1}{x_1} \right)^3$$

K = 軸剛性

$$= \frac{E}{1 - \nu^2} \left(x \frac{h_1}{x_1} \right)$$

式(7)の一般解は次式で得られる。

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}} (C_1 \text{ber}'z + C_2 \text{bei}'z + C_3 \text{ker}'z + C_4 \text{kei}'z) + G(x) \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $z = \sqrt{\frac{8xx_1}{Rh_1}} \sqrt{3(1 - \nu^2)}$

ber, bei, ker, kei : おのおのケルビン関数積分定数 C₁ ~ C₄ は次式を解くことにより得られる。

$$KC = G \dots\dots\dots (9)$$

ここに、K : 係数マトリックス

- k(1,1) = ber'z₂
- k(1,2) = bei'z₂
- k(1,3) = ker'z₂
- k(1,4) = kei'z₂
- k(2,1) = 2ber'z₂ + z₂bei'z₂
- k(2,2) = 2bei'z₂ - z₂ber'z₂
- k(2,3) = 2ker'z₂ + z₂kei'z₂
- k(2,4) = 2kei'z₂ - z₂ker'z₂
- k(3,1) = -z₁²bei'z₁ + 4z₁ber'z₁ + 8ber'z₁
- k(3,2) = z₁²ber'z₁ - 4z₁bei'z₁ + 8bei'z₁
- k(3,3) = -z₁²kei'z₁ + 4z₁ker'z₁ + 8ker'z₁
- k(3,4) = z₁²ker'z₁ - 4z₁kei'z₁ + 8kei'z₁
- k(4,1) = -z₁ber'z₁ + 2bei'z₁
- k(4,2) = -z₁bei'z₁ - 2ber'z₁
- k(4,3) = -z₁ker'z₁ + 2kei'z₁
- k(4,4) = -z₁kei'z₁ - 2ker'z₁

z₁, z₂ : おのおの x が x₁ および x₂ のときの z

$$C = (C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4)^T$$

G : 荷重関数で Table 5 のとおり

(3) 複合モデル

複合モデルの解は、等厚部と不等厚部 (ハンチ部) の境界で変形の連続性を満足させることにより得られる。

$$\delta_{uL} + \delta_{uM1} M_x + \delta_{uH1} H_x = \delta_{iL} + \delta_{iM1} M_x + \delta_{iH1} H_x$$

$$\theta_{uL} + \theta_{uM1} M_x + \theta_{uH1} H_x = -(\theta_{iL} + \theta_{iM1} M_x + \theta_{iH1} H_x)$$

$$\dots\dots\dots (10)$$

Table 5 Load functions for cylindrical shell with non-uniform wall thickness.

	Liquid pressure	Gas pressure	M_0 and Q_0
$Q(x)$	$-a_1\sqrt{x_2}(1-\frac{x_1}{x_2})$	$-a_2\sqrt{x_2}\frac{1}{x_2}$	0
$Q'(x)$	$2a_1\sqrt{x_2}\frac{x_1}{x_2}$	$-2a_2\sqrt{x_2}\frac{1}{x_2}$	0
$Q''(x)$	$8a_1\frac{x_1}{\sqrt{x_1}}$	$-8a_2\frac{1}{\sqrt{x_1}}$	$\frac{4x_1^3}{K_1\sqrt{x_1}}M_0$
$Q'''(x)$	0	0	$\frac{4Kx_1^2\sqrt{3(1-\nu^2)}}{Eh_1^2\sqrt{x_1}}Q_0$

Where

$$a_1 = \frac{rR^2x_1}{Eh_1}$$

$$a_2 = \frac{qR^2x_1}{Eh_1}$$

$$K_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1-\nu^2)}$$

r = Unit weight of liquid

q = Gas pressure

M_0, Q_0 = Moment and horizontal load at wall cap respectively

ここに、 δ, θ : おのおの等厚部下端フリー、不等厚部下端固定、上端フリーのときの境界点での半径方向変位および回転角

M_x, H_x : 境界点における不静定力 (Fig.5 参照)

m, l : おのおの等厚部下端および不等厚部上端

M_1, H_1 : おのおの単位モーメントおよび水平力

L : 載荷重

(4) 補正式の提案

Fig.2 (b) の例では、 $t_h/t=2.0$ で、ハンチを考慮した FEM 解析の結果は等厚としたときのモーメントの 1.75 倍であった。これは「標準仕様書」の提案式 (1) で $\alpha_0=0.875$ に相当する。よって t_h/t をパラメーターとし、係数 α_0 で補正する式 (1) は、補正方法として合理的と考えられる。

3. では鉛直方向プレストレス力によるハンチ部での偏心に起因するモーメントを求めるための等価水平力 Q_r を示した。この Q_r をハンチを無視した等厚モデル (Fig.1 (b)) およびハンチを考慮した複合モデル (Fig.1 (d)) に載荷したときの鉛直方向モーメントを Fig.6 に示す。同図のハンチ考慮の結果は Fig.2 (c) の FEM 解の結果とよく一致している。

Fig.6 より、両者間のハンチ部での剛性増加の影響は液圧載荷の場合と同様であると考えられるので (Fig.2 (b) 参照)、補正は載荷重の場合と同様にすべきと考えられる。そこで、鉛直方向プレストレス力による壁下端鉛直方向曲げモーメントの補正は次式によるものとする。

$$M_e = \alpha_1 \frac{t_h}{t} M_{0e} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 M_{0e} : 等厚円筒シェルに水平力 Q_r を載荷したときの壁下端鉛直方向曲げモーメント

(5) ポアソン比の影響

ここでいう「ポアソン比の影響」とは、ある方向に力が作用したときにポアソン比によってその直交方向にひ

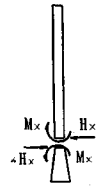


Fig.5 Redundant forces at boundary.

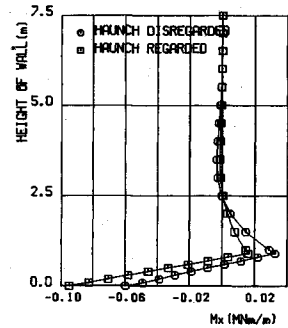


Fig.6 Vertical moment due to vertical prestressing.

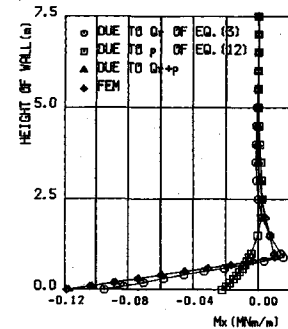


Fig.7 Effect of Poisson's ratio.

Table 6 Comparison of bending moments at base.

	(1) composite model	(2) FEM	(3) modified moment in accordance with JWA Code
Q_r	0.0949	0.0966	0.1224 (1.29)*
p	0.0223	0.0223	-
Σ	0.1172	0.1188	0.1224 (1.04)*

* (3)/(1)

ずみもしくは応力が生ずることを意味する。

ポアソン比の影響を考慮すると、PC 鋼材と断面図心が一致している場合でも、鉛直方向プレストレス力 P によって、PC 鋼材と断面図心との偏心に起因するモーメントと同符号の設計上好ましい鉛直方向曲げモーメントが、壁下端付近に生ずることとなる。 P が壁全高にわたって等しいとすると、その等価荷重はガス圧 p として次式で得られる。

$$p = \frac{\nu P}{R} \dots\dots\dots (12)$$

3. で述べたように、鉛直方向プレストレス力によるモーメントは、式 (3-b) および式 (12) の荷重を載荷したときに得られる。

Fig.7 に複合モデル (Fig.1 (d)) での上記各荷重によるモーメント、その合成およびポアソン比の影響を考慮した FEM 解析 (軸対称シェル) の結果を示す。同図より、ポアソン比の影響で壁下端付近に、好ましい鉛直方向曲げモーメントが生じていることがわかる。また、

Table 7 Volume, wall thickness, height of haunch and wall thickness at base employed.

V (m ³)	ΔV	t (m)	H _h (t _h -t)	t _h t
500- 900	100	0.25	3.0	1.50
1,000- 2,800	200	0.25	3.85	1.75
3,000- 4,500	500	0.25	3.65	2.00
5,000- 9,000	1,000	0.25	4.0	
10,000-35,000	5,000	0.25 & 0.30		

Where ΔV = Interval of volume

Table 8 Loads employed.

Load	Height of loading x H
1	1.0, 0.95, 0.90, 0.75, 0.60, 0.50, 1/3
2	1.0, 0.95, 0.90, 0.75, 0.60, 0.50, 0.40, 1/3
3	1.0
4	1.0

Where load 1 : liquid pressure
 2 : gas pressure
 3 : vertical prestressing
 4 : circumferential prestressing

上記の方法で求めた結果が FEM 解析の結果とよく一致していることがわかる。

Table 6 に壁下端での鉛直方向曲げモーメントの比較を示した。ここで FEM 解の Q_r の欄は要素剛性マトリックスの対角要素以外を 0 としポアソン比の影響を除去したものである (2. 参照)。 p の欄は軸線を鉛直としハンチ部の剛性増加のみを考慮したモデル (**Fig.1** (d) に相当) に、ポアソン比を考慮しプレストレス力を鉛直に作用させた場合の鉛直方向曲げモーメントである。

同表より、複合モデルと FEM 解はよく一致しており、鉛直方向プレストレス力による鉛直方向曲げモーメントをハンチ部での偏心とポアソン比の影響に分けて取り扱うことができることを示している。

同表の標準仕様書による補正とは式 (2) により補正された鉛直方向曲げモーメントで、ポアソン比の影響を考慮したときに FEM 解などにおおむね一致することがわかる。本文では上述したように必要あらば別途考慮できることから、式 (2) の α_1 を定めるにあたって、ポアソン比の影響は考慮しないこととした。

5. 解析結果と考察

(1) 解析の対象

本文ではハンチを有する側壁を対象としているので、 α_0 および α_1 を求めるにあたって、ハンチの大きさをハンチとして妥当と考えられる以下のごとき範囲に限定した。

$$3(t_h - t) \leq H_h \leq 4(t_h - t)$$

$$1.5t \leq t_h \leq 2.0t$$

計算は **Table 7** に示す容量、壁厚、ハンチ高および下端壁厚について、さらに以下に示す制限の範囲で H/R (H : 壁高) を変化させ、1 荷重につき 1596 ケース行った。

$$\text{壁高制限 } 0.35 \leq H/R \leq 2.0 \text{ かつ } 4.0 \leq H \leq 25 \text{ (m)}$$

採用した荷重および載荷高を **Table 8** に示す。なお、**Table 8** の円周方向プレストレス力とは水圧相当分に 1.02 MN/m² 相当の余裕圧縮応力度を含めた台形荷重である。以上の組合せを合計すると 27 132 ケースとなる。

材料特性は以下のとおり。

$$E = 3.316 \times 10^4 \text{ MN/m}^2$$

$$\nu = 0.1667$$

(2) 解析結果

解析の目的は、等厚および複合モデルの理論解より、式 (1) および (11) の α_0 および α_1 を決定することである。まず最初に考慮すべきパラメーターはハンチ幅およびハンチ高と考えられるので、 t_h を **Table 7** に示す 3 つの t_h/t (1.5, 1.75 および 2.0) で無次元化して分類し、ハンチ高を βH_h で無次元化し、各 t_h/t に対し、横軸に βH_h 、縦軸に計算の結果得られた α_0 もしくは α_1 をとってグラフ化したものの一部を **Fig.8** に示す。同図は、**Table 8** に示す 4 種類の荷重に対する代表的な結果を示しており、また同じ荷重状態で t_h/t を変化させた場合、同じ t_h/t で載荷高を変化させた場合の比較を示している。

グラフのプロット点のマークの相違は、壁高を βH で無次元化し、各グラフ左上に示した分類に対応したものである。また同一モデル (H/R = 一定) での **Table 7** に示す 4 つのハンチ高に対する結果が直線で結ばれている。

Fig.8 より以下のことが観察される。

- ① $\beta H_h - \alpha_0$ の関係はおおむねある 1 点を通る 2 次放物線で近似できると観察される。
- ② たとえば (d) より同じ荷重状態でも βH が大きいほど α_0 は大きく、またグラフ左上に示す範囲内での曲線の交錯はみられない。
- ③ (a) ~ (c) を比較すると、同じ荷重状態であっても、 t_h/t が大きいほど βH の影響が大きい。
- ④ (a) および (d) を比較すると、 t_h/t が一定であっても、載荷高が小さいほど βH の影響が大きい。
- ⑤ (a) および (e) もしくは (d) および (f) を比較すると、ガス圧に比べて液圧では βH の影響が大きい。
- ⑥ (g) より、鉛直方向プレストレス力ではほとんど βH の影響がみられない。

以上の観察より、以下のことが考察される。

- ① βH をパラメーターとすべきである。
- ② 上記①~②は、 βH をパラメーターとして $\beta H_h - \alpha_0$ の関係のある一点を通る 2 次放物線で回帰できる可能性を示している。そこで次式で $\beta H_h - \alpha_0$ (or α_1) の関係を仮定する。

$$\alpha_0 \text{ (or } \alpha_1) = a_1 + a_2 \beta H_h + a_3 (\beta H_h)^2 \dots \dots \dots (13)$$

ところで、 $\beta H_h = 0$ はハンチがないことを意味するの

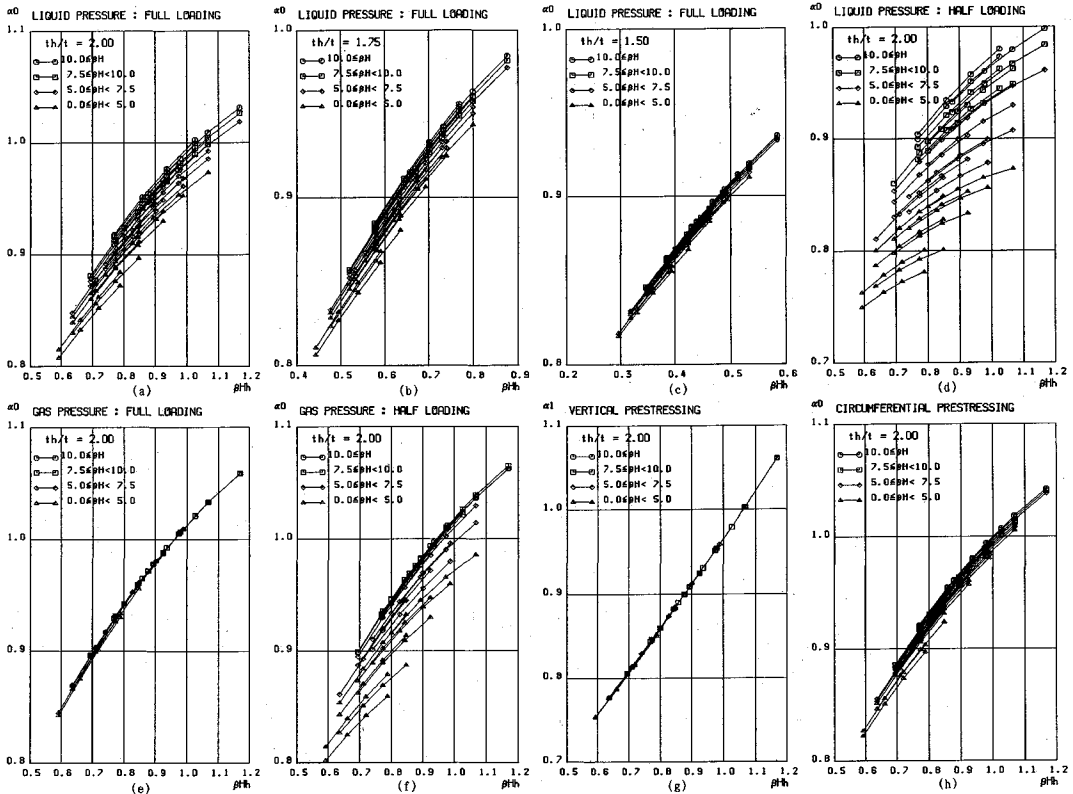


Fig.8 Relationship between βH_h and α_0 (α_1).

で、式 (1) および (11) より、 $\beta H_h=0$ で $\alpha_1=t/t_h$ でなくてはならない。よって式 (13) は

$$\alpha_0(\text{or } \alpha_1) = t/t_h + a_2\beta H_h + a_3(\beta H_h)^2 \dots \dots \dots (14)$$

となり、 $t_h/t=$ 一定であればすべての放物線が1点を通ることとなる。

③ 荷重の種類および載荷高に関しては明確な相関関係が得られないので、これらをパラメーターとすべきである。

④ 鉛直方向プレストレス力の場合に βH の影響が認められないのは、ハンチ高が変化すると載荷位置も同時に変化し、関連するパラメーターが1つ少なくなる結果と考えられ、式 (11) で載荷重と区別して α_1 を設けたことは妥当と考えられる。

以上の考察より、与えられた4点の $\beta H_h - \alpha_0$ (or α_1) の関係を用い、式 (14) に適合するように、最小二乗法を用いて a_2 を求め、それを用いてさらに a_3 を求めた。そのうち a_2 のみを Fig.9 に βH をパラメーターとして示した。同図より a_2 は、 βH に依存した相関関係は僅少であり、おおむね一定の値を示しているものと考えられるので、簡略化のために a_2 は得られた結果の平均値として求めた。次に $a_1 (=t/t_h)$ および a_2 を固定したうえで、さらに a_3 を回帰分析した。その結果を Fig.9 に

同様に βH をパラメーターとして示す。

同図よりどの場合にも一様な相関関係を示したので、次式を用いて a_3 の回帰を行った。

$$a_3 = b_1 + \frac{b_2}{\beta H} + \frac{b_3}{(\beta H)^2} \dots \dots \dots (15)$$

その結果得られた係数 $b_1 \sim b_3$ を用いて、Fig.9 に回帰曲線を併記した。同図よりこの曲線は a_3 を良好に回帰していることがわかる。Table 9 に各荷重の全載荷の場合の係数を、Fig.10 に液圧およびガス圧の載荷高が変化する場合の係数を載荷高比 (H_i/H , H_i : 載荷高) をパラメーターとしたグラフで示す。同図中マークがついているところは計算を行った点で、それらの間はラグランジュの補間公式により計算した。同図よりどの係数も滑らかな曲線で近似することができ、何らかの規則に支配されていると考えられる。式 (1), (11), (14) および (15) を整理すると、これらの係数を支配する級数が次式で想定できる。

$$\alpha_0(\text{or } \alpha_1) = a_1 + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^i a_{ij} \frac{1}{(\beta H)^{j-1}} (\beta H_h)^{i-1} \dots \dots \dots (16)$$

上記の解析は、 i の上限 n を3とし、 $i=2$ のときに本来 $(a_{21} + a_{22}/\beta H) \beta H_h$ となるところを、 $a_{22}=0$ としたことになる。上述したようにわずかに βH に依存した相関

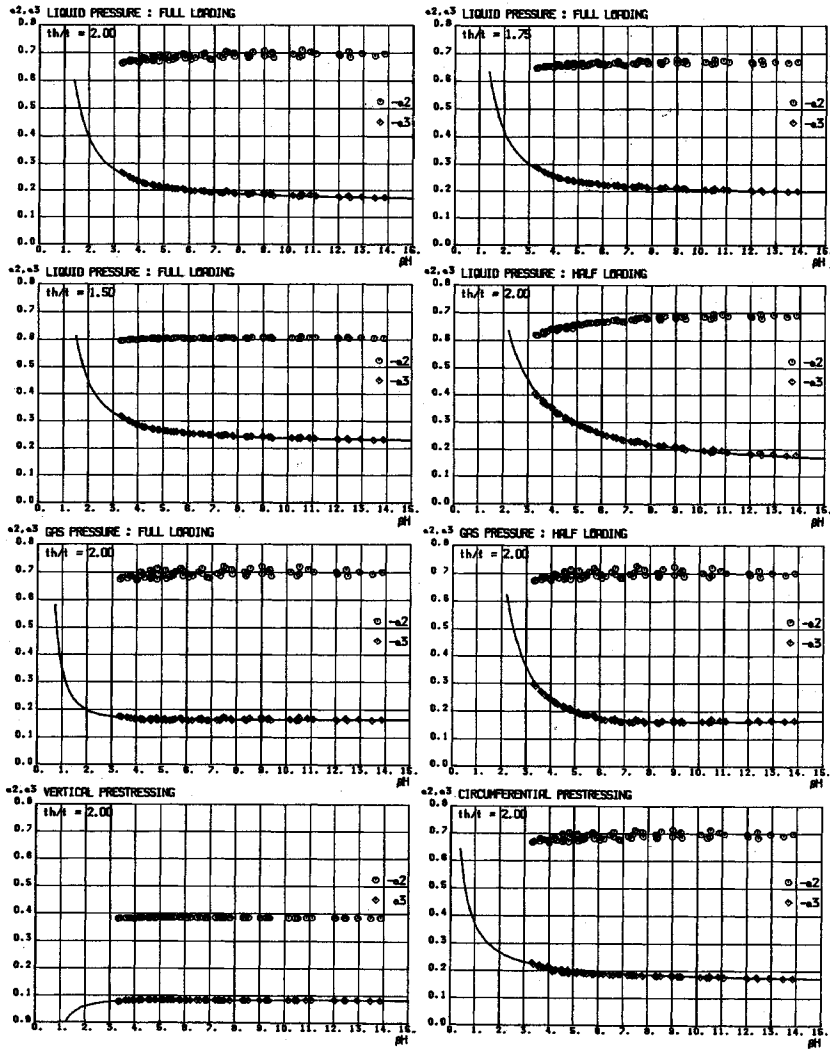


Fig.9 a_2 and a_3 .

Table 9 Coefficients a_1, a_2, b_1, b_2 and b_3 .

load	t_h/t	a_1	a_2	a_3		
				b_1	b_2	b_3
liquid pressure	2.00	0.5	0.6768	-0.1600	-0.1245	-0.6883
	1.75	0.5714	0.9586	-0.1879	-0.1000	-0.7302
	1.50	0.6667	0.6021	-0.2241	-0.04830	-0.8007
gas pressure	2.00	0.5	0.6832	-0.1670	0.06217	-0.2459
	1.75	0.5714	0.6623	-0.1930	0.08124	-0.3101
	1.50	0.6667	0.6040	-0.2278	0.1138	-0.4227
vertical prestressing	2.00	0.5	0.3828	0.08072	0.04716	-0.1709
	1.75	0.5714	0.3930	0.03082	0.04721	-0.1738
	1.50	0.6667	0.3740	-0.02569	0.06022	-0.2217
circumferential prestressing	2.00	0.5	0.6787	-0.1560	-0.2256	0.01278
	1.75	0.5714	0.6597	-0.1638	-0.1933	-0.06763
	1.50	0.6667	0.6027	-0.2200	-0.1343	-0.1996

Table 10 Errors.

	H_1/H	$E_{max}(\%)$	$E_{mean}(\%)$	σ
liquid pressure	1.0	1.55	-0.024	0.221
	0.5	1.70	-0.013	0.273
	0.3333	3.84	0.044	0.545
gas pressure	1.0	1.61	-0.028	0.244
	0.5	1.69	-0.027	0.274
V.prestressing	-	0.142	-0.0053	0.0390
C.prestressing	1.0	1.31	0.055	0.319

Where E_{max} : Max. error
 E_{mean} : mean error
 σ : standard deviation
 V.prestressing : vertical prestressing
 C.prestressing : circumferential prestressing

関係がみられたが、それが $a_{22}/\beta H$ の項にかかわるものと考えられる。よって、より精度の高い近似は式 (16) の i の上限をあげるにより得られると考えられる。

Table 10 に、補正係数 α_0 (or α_1) の最大誤差、平均誤差および標準偏差の一部を、これらが常に最大である

$t_h/t=2$ の場合について示す。同表より液圧 1/3 載荷時の誤差が最大であるが、実際の PC タンクの設計ではこのような荷重状態は希少で、ほとんどの場合が全載荷であることから、誤差はせいぜい 2%、標準偏差 0.3 程度であって、設計実務上十分な精度と考えられる。

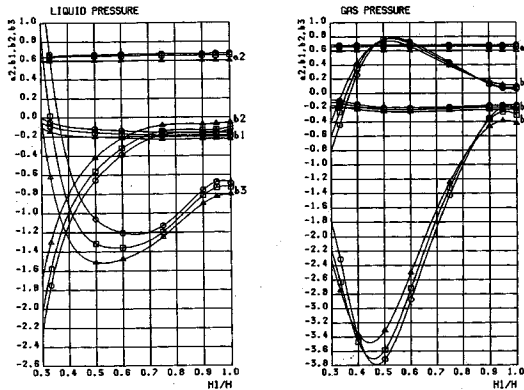


Fig. 10 a₂, b₁, b₂ and b₃.

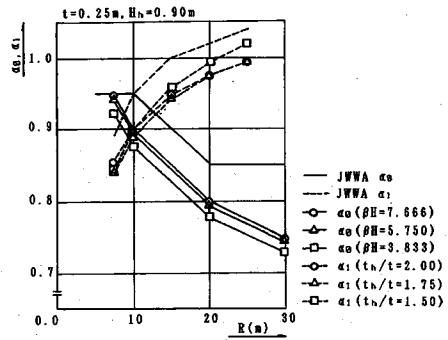


Fig. 11 Comparison of α_0 and α_1 between JWWA Code and our proposal.

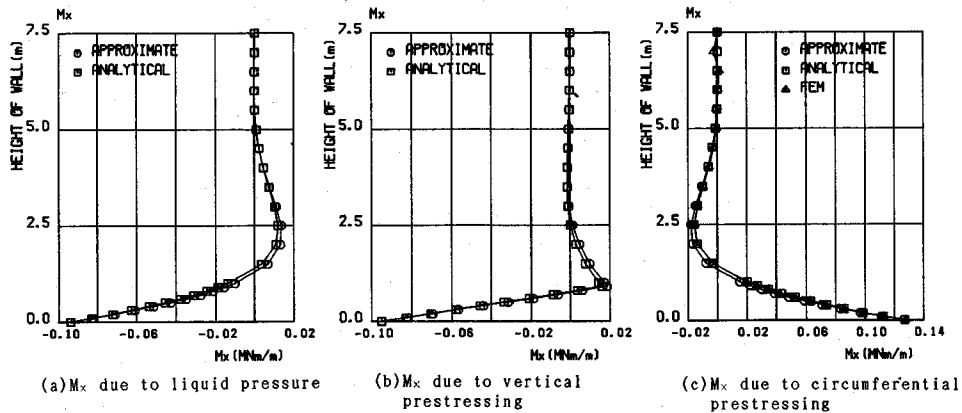


Fig. 12 Comparison of moments between approximate and analytical results.

(3) 標準仕様書との比較

Fig. 11 に標準仕様書と本文の提案式の結果の比較を示す。同図よりパラメーター βH や t_h/t の影響は R の影響に比べると小さく、両者とも定性的には一致しているが、標準仕様書は全般に係数が大きめで、特に半径 10 m 以下および 20 m 以上で α_0 を一定としたことは簡単にすぎたと考えられる。

(4) 壁下端以外のモーメント

式 (1), (11) および (14) より

$$M_{oh} \text{ (or } M_e) = M_0 + \{a_2 \beta H_h + a_3 (\beta H_h)^2\} \frac{t_h}{t} M_{oc} \text{ (or } M_{oe}) \dots \dots \dots (17)$$

式 (17) の右辺は、第 1 項が等厚のモーメント、第 2 項がハンチによる剛性増加の影響と考えられ、この問題を線形に合成できる可能性を示している。Fig. 2 (b) および Fig. 6 よりわかるように、ハンチを考慮した場合としない場合のモーメントの差は、壁の上部になるほど減少する。壁下端で式 (17) 第 2 項となり、壁の剛性に応じて上に行くほど減少するモーメントは、壁下端ヒンジとしたときに壁下端に式 (17) 第 2 項に相当するモー

ントを載荷したときに生ずると予想される。Fig. 12 に上記の補正法により近似した結果と 4. で示した複合モデル (Fig. 1 (d)) での解析解の結果の比較を示す。同図よりかなり良い近似が得られていることがわかる。同図 (c) の円周方向プレストレス力とは 5. (1) で示した台形荷重であるが、同図には実際に設計した 17 段のテンドンのテンドン 1 本ごとを集中荷重として解析した FEM 解も示した。ハンチの影響は荷重の種類や載荷位置にも関係するので、円周方向プレストレス力を集中荷重と考えればこれを本文で提案する方法で補正することは困難である。しかし Fig. 12 より円周方向プレストレス力を台形荷重で近似しても設計計算上十分な精度の結果が得られると考えられる。

6. 結 論

本研究で得られた結論は以下のとおりである。

- (1) 片側にハンチを有する壁下端固定 PC タンクを、ハンチ部で生ずる軸線の折れ曲がりを見殺し、軸線が鉛直の等厚円筒シェルおよびハンチの剛性と等価となるような直線的に断面が変化する円筒シェルの複合構造

としてモデル化し、理論解を求めて数値解析したところ、FEM 解析の結果とよく一致し、この方法の有用性が立証された。

(2) (1)の方法では鉛直方向プレストレス力による、ハンチ部で生ずる鉛直方向 PC 鋼材と断面図心との偏心に起因する鉛直方向曲げモーメントを、鉛直方向力を載荷することでは得られないので、これを (1) のモデルで解析するための等価荷重を提案し、数値解析したところ、FEM 解析の結果とよく一致し、その有用性が認められた。

(3) 鉛直方向プレストレス力によっては、(2) の鉛直方向曲げモーメントに加えて、ポアソン比の影響によって壁下端部付近に鉛直方向曲げモーメントが生ずるが、これを求めるための等価荷重を定めることにより、(2) の鉛直方向曲げモーメントと明確に分離できることが明らかとなった。

(4) PC タンクの設計で従来から慣用されている等厚直立円筒シェルの理論解を簡単な係数を用いて補正して、ハンチによる剛性増加の影響を評価する方法を示した。その結果、ごく簡単な計算を行うだけで、実際の PC タンクの設計で必要と考えられる計算では、2% 以下の誤差で鉛直方向曲げモーメントを近似できることを示した。

本研究が今後の PC タンクの設計の改善と合理化に役立てば幸いである。

参 考 文 献

- 1) 井深 功・渡辺和夫：わが国最初のプレストレスコンクリート水槽工事，土木学会誌，44-9，pp.15～20，

1959年9月。

- 2) 鈴木素彦・吉岡民夫：上水用 PC タンクの現状と問題点，プレストレスコンクリート，Vol. 20, No. 5, pp. 5～13, 1978年10月。
- 3) 池田尚治：PC 円形建造物の現況，最近のプレストレスコンクリート建造物と30年の歩み，プレストレスコンクリート技術協会，pp. 31～40, 1986年6月。
- 4) 縫島健一ほか：わが国初的大型 PC 低温タンク，セメントコンクリート，No. 423, pp. 12～21, 1982年5月。
- 5) Freas, G. C. *et al.* : Precast prestressed underground fuel storage tanks in Adack, Alaska, PCI Journal, pp.52～63, July-August, 1985.
- 6) Close, S, R. *et al.* : Tendon prestressed concrete tanks, Concrete International, pp.24～29, Feb. 1988.
- 7) 大城 武ほか：フリーヒンジ支持構造 PC 貯水槽の試験測定及び解析，昭和57年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集，土木学会西部支部，pp. 518～519, 1983年。
- 8) Brondum-Nielsen, T. : Prestressed tanks, ACI Journal, pp.500～509, July-August, 1985.
- 9) 鈴木素彦・吉岡民夫：PC タンクの現場応力測定，第18回研究発表会講演概要，プレストレスコンクリート技術協会，pp. 23～24, 1978年。
- 10) チモシェンコほか：板とシェルの理論（下），ブレイン図書，pp. 439～503, 1973年。
- 11) Markus, G. : Theorie und Berechnung rotationssymmetrischer Bauwerke, Werner-Verlag, pp.363～374.
- 12) Bercea, G. *et al.* : Berechnung rotationssymmetrischer Konstruktionen unter rotationssymmetrischer Belastung, STRASSE BRUECKE TUNNEL, pp.290～298, 11/1974.
- 13) Priestley, M. J. N. : Analysis and Design of Circular Prestressed Concrete Storage Tanks, PCI JOURNAL, pp.64～85, July-August, 1985.

(1990. 8. 21 受付)

STRESS EVALUATION OF PRESTRESSED CYLINDRICAL TANKS WITH HAUNCH LOCATED AT THE FIXED WALL FOOT

Tamio YOSHIOKA, Mitsuyo HISAMATSU and Takashi IDEMITSU

Most of all prestressed concrete cylindrical tank walls are rigidly fixed to the concrete bases in Japan partly because of earthquake resistance. To avoid stress concentration due to bending moment at wall foot, a haunch is normally provided on the inner wall surface. It produces favorable eccentricity between vertical tendons arranged concentrically in the wall and the centroid of the concrete section within the haunch. However consequent increase of bending rigidity causes greater bending moment than that without the haunch due to imposed loads. This paper presents a method to evaluate forces of cylindrical wall with haunch theoretically and proposes coefficients for numerical approximation. This proposal makes it possible to use conventional tables or computer programs available for analysis of cylindrical tanks with uniform wall thickness to analyze tank wall with haunch approximately.