

剛体基礎で支持される道路橋橋脚の 地下逸散減衰

若原敏裕*・川島一彦**

地下逸散減衰は、構造物の減衰特性に大きく影響することが知られている。本研究は、剛体基礎で支持される道路橋橋脚の地下逸散減衰について解析的な検討を行ったものである。弾性波動論による剛体基礎・地盤系の複素剛性を考慮した道路橋橋脚モデルに対して複素応答解析を行い、その固有振動特性について考察した。また、橋脚・基礎系の地下逸散減衰による等価モード減衰について考察し、実務的な耐震設計で用いられる地下逸散減衰の簡便な推定式を提案した。

Keywords : radiational damping, modal damping ratio, rigid foundation, bridge pier

1. ま え が き

橋梁の減衰特性は、地震時の最大応答値に大きく影響を及ぼすものであり、その評価は、橋梁の耐震設計において重要である。

一般に、橋梁の振動に減衰を生じさせる要因には、構造部材自身の内部粘性減衰、支承部や接合部の摩擦減衰、あるいは、基礎から周辺地盤への地下逸散減衰等がある。

これらのうち、地下逸散減衰は、橋梁に限らず構造物の減衰特性に大きく影響することが知られており、特に橋脚高さ 25 m 程度以下の一般的な橋梁の場合には、地下逸散減衰が支配的であるとされている¹⁾。

しかし、地下逸散減衰は、構造条件や基礎形式あるいは周辺の地盤条件等により大きく影響されるため、一般性のある定量的評価方法はまだ確立されていない。また、そのため、耐震設計における明確な取扱いもなされていないのが現状である。

既往の研究においては、地下逸散減衰は、基礎・地盤系の複素剛性と基礎部の質量から、基礎部分に与えられる等価減衰定数として評価されてきた。

直接基礎に対しては、弾性地盤上の基礎の振動問題として Lysmer ら²⁾、Luco ら³⁾、Veletsos ら⁴⁾の一連の代表的な研究が挙げられ、Richart ら⁵⁾により、基礎の上下、水平、回転およびねじり振動に対する等価減衰定数が与えられている。また、ケーソン基礎に対しては、田治見⁶⁾、土岐⁷⁾、Novak⁸⁾ および Kausel ら⁹⁾の研究成果が挙げられる。

橋梁の動的解析の中で最も一般的な手法に応答スペクトル法が挙げられる。応答スペクトル法において用いられる減衰定数は、固有振動モードごとに与えられるもの

であり、橋梁の下部構造や基礎等のような構造単位別に与えられるものではない。したがって、橋梁の各構造単位別に与えられる減衰定数から、橋梁の固有振動モードに対応する等価なモード減衰定数を算定する必要がある。

この種の研究は、厳密には、非比例型減衰系による複素固有値問題として取り扱われ、Foss¹⁰⁾等により古くから論じられている。しかし、取扱いの複雑さのため、一般の耐震設計で用いられることはきわめてまれである。

耐震設計において望まれる減衰定数の評価は、橋脚や基礎あるいは周辺の地盤条件が確定されると、構造系の基本固有周期に対する等価モード減衰定数が、一義的かつ定量的に評価されることである。

Jennings ら¹¹⁾や Veletsos ら¹²⁾は、直接基礎を有する建築物に対して、基礎質量が無視できるという仮定のもとに、等価モード減衰定数を建築物の内部粘性減衰と基礎の地下逸散減衰の線形和として解析的に求めている。また、その結果は、建築物に対する暫定耐震基準 ATC-3¹³⁾にまとめられている。

しかし、橋梁基礎の場合、基礎質量が無視できる場合は少なく、Jennings ら¹¹⁾や Veletsos ら¹²⁾が用いた仮定をそのまま適用することはできない。

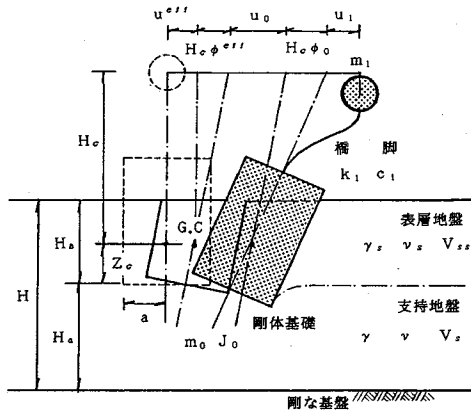
これらの観点から、本研究では、剛体基礎で支持される橋脚の地下逸散減衰による等価モード減衰を、固有周期に関する無次元パラメータの関数として評価し、実務的な耐震設計で用いられる地下逸散減衰の簡便な推定式として提案することにした。

地下逸散減衰の評価には、基礎・地盤系の複素剛性を考慮した橋脚・基礎系の 3 自由度の解析モデルを用い、地下逸散減衰による等価モード減衰を、基礎部分の入力地震動に対する橋脚天端の周波数伝達関数から、等価な 1 質点系の減衰定数として推定した。

なお、本研究では、地下逸散減衰を評価するため、基

* 正会員 工修 清水建設(株)技術研究所環境技術研究部
(〒135 江東区越中島 3-4-17)

** 正会員 工博 建設省土木研究所地震防災部耐震研究室室長



図一 橋脚・基礎系の解析モデル

礎・地盤系の複素剛性を求める必要がある。基礎・地盤系の複素剛性に関しては、現在では、弾性波動論をはじめ有限要素法や境界要素法など¹⁴⁾を用い、かなり厳密な評価が可能であるが、これらの精緻な解析法は、数多くのパラメータスタディーを必要とする本研究のような場合に適当であるとは言い難い。

ここでは、原田ら¹⁵⁾が提案する近似的な弾性波動モデルによる基礎・地盤系の複素剛性を採用することにする。原田らによる複素剛性は、既往の有限要素法や弾性波動論から求めた解とも比較されており、また、振動実験結果もうまく説明できることが確かめられている¹⁵⁾。

2. 地下逸散減衰の解析理論

(1) 橋脚・基礎系の解析モデル

道路橋の橋脚・基礎系の地下逸散減衰を算定するため、図一に示すように、橋脚は水平1自由度、基礎は水平・回転の2自由度を有する合計3自由度の解析モデルを考えることにした。

橋脚は、橋桁重量 W_u と橋脚重量 W_p から成る等価質量 m_1 の1質点の集中質量系にモデル化し、橋脚天端位置に設けるものとした。

また、橋脚のばね係数 k_1 および減衰係数 c_1 は、基礎が完全に固定されている橋脚の基本固有周期 T_1 と内部粘性減衰定数 h_1 から、次式によって求めることにした。

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= (W_u + W_p) / 3 / g \quad (g = 9.8 \text{ m/s}^2) \\ k_1 &= m_1 (2\pi / T_1)^2 \\ c_1 &= 2h_1 \sqrt{m_1 k_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

基礎は、質量 m_0 および慣性モーメント J_0 の質点にモデル化し、基礎・地盤系の動的ばね係数および動的減衰係数は、原田らによる近似的な三次元弾性波動モデルから求められる値を用いることにした¹⁵⁾。

基礎を水平・回転の2自由度にモデル化したため、入

力地震動として有効地震動を考える必要がある。有効地震動の概念は、自然地盤の地震動の大きさが基礎周囲および底面の各点で異なるため、この効果を基礎のある1点での入力地震動として評価するために導入されたものである。

基礎の有効地震動は基礎の寸法効果や地盤剛性あるいは自然地盤の地震応答の波長の関数として表され、物理的には単位振幅の自然地盤応答に対する無質量の基礎の地震応答値として求められる¹⁶⁾。

図一に示す橋脚・基礎系のように、たとえば、有効地震動の作用位置として基礎重心点を考えた場合、その振動方程式は、基礎に対する橋脚天端の相対変位 u_1 、基礎の水平変位 u_0 および基礎の回転変位 ϕ_0 とすると、有効地震動の水平成分 u^{eff} および回転成分 ϕ^{eff} に対して、

$$\begin{aligned} [M_i] \{ \ddot{u}_i \} + [C_i] \{ \dot{u}_i \} + [K_i] \{ u_i \} \\ = - [M_i] \{ (I_x) \ddot{u}^{eff} + (I_r) \ddot{\phi}^{eff} \} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

と表すことができる。ここに、

$$\{ u_i \} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_0 \\ \phi_0 \end{Bmatrix}, \quad (I_x) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (I_r) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

である。また、式(2)における $[M_i]$ 、 $[C_i]$ および $[K_i]$ は、橋脚・基礎系の質量マトリックス、減衰マトリックスおよび剛性マトリックスであり、

$$\left. \begin{aligned} [M_i] &= \begin{bmatrix} m_1 & m_1 & m_1 H_c \\ m_1 & m_1 + m_0 & m_1 H_c \\ m_1 H_c & m_1 H_c & m_1 H_c^2 + J_0 \end{bmatrix} \\ [C_i] &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & C^{xx}(\omega) & C^{xr}(\omega) \\ 0 & C^{rx}(\omega) & C^{rr}(\omega) \end{bmatrix} \\ [K_i] &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & K^{xx}(\omega) & K^{xr}(\omega) \\ 0 & K^{rx}(\omega) & K^{rr}(\omega) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

と表される。式(4)中の動的ばね係数および動的減衰係数は、

<動的ばね係数>

$$\left. \begin{aligned} K^{xx}(\omega) &= Ga \left[c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta s_{u1} \right] \\ K^{xr}(\omega) &= K^{rx}(\omega) = -Ga^2 \left[\frac{Z_c}{a} c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(\frac{Z_c}{a} - \frac{\delta}{2} \right) s_{u1} \right] \\ K^{rr}(\omega) &= Ga^3 \left[c_{r1} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta s_{r1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{G_s}{G} \delta \left[\frac{\delta^2}{3} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 - \delta \frac{Z_c}{a} \right] s_{u1} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

<動的減衰係数>

$$\left. \begin{aligned}
 C^{xx}(\omega) &= \frac{Ga}{\omega} \left[c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta s_{u2} \right] \\
 C^{xr}(\omega) &= C^{rx}(\omega) = \frac{-Ga^2}{\omega} \left[\frac{Z_c}{a} c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta \cdot \left(\frac{Z_c}{a} - \frac{\delta}{2} \right) s_{u2} \right] \\
 C^{rr}(\omega) &= \frac{Ga^3}{\omega} \left[c_{r2} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta s_{r2} + \frac{G_s}{G} \delta \left\{ \frac{\delta^2}{3} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 - \delta \frac{Z_c}{a} \right\} s_{u2} \right]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

と表される^{8),15)}。ここで、 $\delta = H_b/a$ であり、 H_b は基礎の埋設深さ、 a は基礎半径、 Z_c は基礎底面から有効地震動の作用位置までの距離、さらに、 H_c は基礎の有効地震動が作用する位置から橋脚天端までの距離である。また、 G_s, G は、表層地盤と支持地盤のせん断弾性係数であり、

$$G_s = \frac{\gamma_s}{g} V_{ss}^2, \quad G = \frac{\gamma}{g} V_s^2 \dots\dots\dots (7)$$

である。上式の V_{ss}, V_s および γ_s, γ は、表層地盤および支持地盤のせん断波速度と単位体積重量を表す。式(5)、(6)における s_{jk}, c_{jk} ($j=u, r, k=1, 2$) は、基礎側面および基礎底面の無次元複素ばね係数であり、

<基礎側面の地盤>

$$s_{jk} = s_{jk}(a/H_b, \nu_s, \omega/\omega_g, D_s) \dots\dots\dots (8)$$

<基礎底面の地盤>

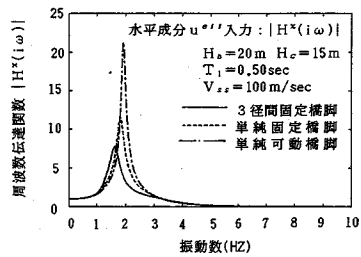
$$c_{jk} = c_{jk}(a/H_a, \nu, \omega a/V_s) \dots\dots\dots (9)$$

と表される¹⁵⁾。ここに、 ν_s, ν は、表層地盤および支持地盤のポアソン比であり、 D_s は表層地盤の減衰定数である。また、 H_a は基礎底面から剛な地盤までの深さであり、 ω は加振円振動数、 ω_g は地盤の固有円振動数を表す。なお、 s_{jk}, c_{jk} ($j=u, r, k=1, 2$) の詳細は、参考文献15) に譲るものとする。

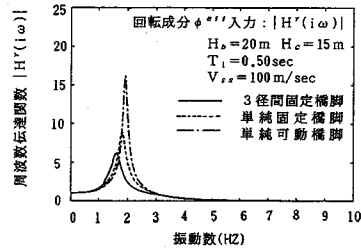
本研究では、式(2)を解くにあたって、橋脚・基礎系の減衰特性に及ぼす地下逸散減衰だけの影響を検討することが目的であるため、ここでは、橋脚の内部粘性減衰定数 h_1 は0であると仮定した。

式(2)に対して周波数変換を行い、上述の条件のもとに、基礎の有効地震動に対する橋脚・基礎系の地震応答の周波数伝達関数を求め、その応答特性から、地下逸散減衰による構造系の等価モード減衰定数を求めることができる。

通常、耐震設計で行われる動的解析では、地表面で地震動を入力する場合が多い。ここでも、入力位置として地表と同一レベルを考え、基礎の有効地震動および基礎・地盤系の複素剛性も、地表面レベルにおいて求められるものを用いる。ただし、この場合、式(4)の質量マトリックス $[M_i]$ に対して、基礎重心から有効地震



(a) 水平成分 u^{eff} 入力: $|H^x(i\omega)|$



(b) 回転成分 ϕ^{eff} 入力: $|H^r(i\omega)|$

図-2 $|H^x(i\omega)|$ と $|H^r(i\omega)|$ の振動数特性の比較

動の作用レベル(地表と同一レベル)までの距離を考慮する必要がある。

基礎の有効地震動の特徴の一つに、一般に入力地震動として用いられる自然地震表面の地震応答と比較して、回転動の入力成分が存在することがある。

その影響について検討するため、有効地震動の水平成分 u^{eff} および回転成分 ϕ^{eff} に対して、それぞれ独立な周波数伝達関数を考えることにした。いま、有効地震動の水平成分 u^{eff} だけが作用した場合の橋脚天端の周波数伝達関数を $H^x(i\omega)$ 、また、回転成分 ϕ^{eff} だけが作用した場合の周波数伝達関数を $H^r(i\omega)$ と表し、両者の応答特性の違いについて検討すると、図-2に示すような結果となる。

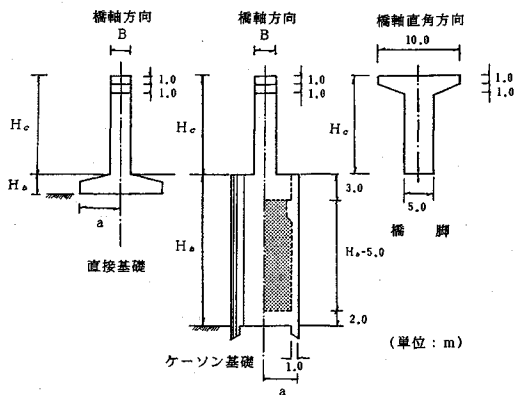
図-2は、せん断波速度 $V_{ss}=100$ m/s の地盤条件のもとに、半径 $a=5$ m、 $H=20$ m の基礎上に、 $T_1=0.5$ s、 $H_c=15$ m の3径間連続桁橋の固定支承を有する橋脚 ($W_u=900$ tf)、単純桁橋の固定支承を有する橋脚 ($W_u=300$ tf) および可動支承を有する橋脚 ($W_u=0$ tf) を考えた場合の $|H^x(i\omega)|$ および $|H^r(i\omega)|$ を表したものである。両者を比較すれば、いずれの解析条件の場合もほぼ同様な振動数特性を示し、回転成分入力による $|H^r(i\omega)|$ の最大値に比べ、水平成分入力による $|H^x(i\omega)|$ の最大値の方が大きいことがわかる。

両者から推定される等価モード減衰を、明確に分けて取り扱うことも可能であるが、高さ25m程度までの一般的な道路橋橋脚を対象とした場合、有効地震動の回転成分によって励起される橋脚・基礎系の地震応答は少ないと考えられ、水平成分入力に対する周波数伝達関数を

表一 橋脚の解析定数

橋脚種別	3径間固定橋脚			単純固定橋脚			単純可動橋脚		
	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0
橋脚高さ H_c (m)	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0
橋軸方向橋脚幅 B (m)	2.2	2.6	3.0	1.8	2.0	2.2	1.6	1.7	1.8
橋桁重量 W_u (tf)	900.0	900.0	900.0	300.0	300.0	300.0	0.0	0.0	0.0
橋脚重量 W_p (tf)	316.3	536.3	806.3	258.8	412.5	591.3	230.0	350.7	483.8
曲げ剛性 EI (tf・m ²)	11.5×10 ⁶	19.0×10 ⁶	29.3×10 ⁶	6.3×10 ⁶	8.7×10 ⁶	11.5×10 ⁶	4.4×10 ⁶	5.3×10 ⁶	6.3×10 ⁶
固有周期 T_1 (s)	0.34	0.50	0.65	0.28	0.47	0.67	0.15	0.31	0.50

(* 1tf=9.8kN)



図一 解析に用いた橋脚と基礎の諸元

対象とするだけでよいと考えられる。

さらに、有効地震動の水平成分が回転成分に対して卓越することを考慮すれば、構造系の地下逸散減衰の評価には、 $|H^x(i\omega)|$ を考えることが重要とされる。また、このようにすることによって、 $|H^x(i\omega)|$ の方が $|H^r(i\omega)|$ と比較して最大値が大きいため、減衰定数を小さく求めることとなり、耐震設計上、安全側の検討結果を与えることとなる。

したがって、次節以降の検討において、構造系の地下逸散減衰の評価には、 $|H^x(i\omega)|$ を用いることにする。

(2) 橋脚・基礎系の解析条件

対象としたのは、一般的な道路橋の橋軸方向の振動である。基礎としては剛体基礎を考え、埋設深さがごく浅い場合は直接基礎とし、ある程度埋設深さが深い場合はケーソン基礎とした。

解析ケースは、表層地盤のせん断波速度 V_{ss} に関して 4 種類、基礎半径 a について 3 種類、基礎の埋設深さ H_b に関して 5 種類、橋脚の種類および高さに関して 9 種類の合計 $4 \times 3 \times 5 \times 9 = 540$ ケースである。その詳細は以下のとおりである。

a) 地盤の条件

地盤は、図一に示したように、基礎が底着する支持地盤と基礎側面が接する表層地盤からなるものとし、解析上の剛基盤は、基礎の等価半径に対して十分深い位置、すなわち、 $H_b = 10a$ を満足する位置に設定した。

表層地盤は沖積の粘性土層あるいは砂礫層を仮定し、せん断波速度 $V_{ss} = 50 \text{ m/s}$, 100 m/s , 150 m/s および 200 m/s の 4 種類とした。また、支持地盤は洪積の砂礫層もしくは土丹層を仮定し、せん断波速度 $V_s = 500 \text{ m/s}$ を考えた。

さらに、表層地盤の単位体積重量は、 $\gamma_s = 1.5 \text{ tf/m}^2$ (14.7 kN/m^2)、ポアソン比 $\nu = 0.45$ とし、支持地盤では単位体積重量 $\gamma = 1.8 \text{ tf/m}^2$ (17.6 kN/m^2)、ポアソン比 $\nu = 0.3$ を用いている。

b) 基礎の条件

基礎形式としては、直接基礎とケーソン基礎とし、いずれも半径 $a = 4 \text{ m}$, 5 m および 6 m の円筒剛体にモデル化する。ただし、図一に示すように、直接基礎は中実断面であり、ケーソン基礎は中詰砂で充填された中空断面とした。基礎底面は支持地盤に接しており、基礎の埋設深さ H_b は、直接基礎に対して 5 m 、ケーソン基礎に対して 10 m , 20 m , 30 m および 40 m とした。ケーソン基礎躯体の単位体積重量は 2.5 tf/m^3 (24.5 kN/m^3)、また、ケーソン基礎中詰砂の単位体積重量は 1.5 tf/m^3 (14.7 kN/m^3) である。

c) 橋脚の条件

橋脚は、支間長 30 m 、幅員 10 m 、単位長さ当たりの橋桁重量 10 tf/m (98 kN/m) の鋼製橋桁を支持するものとし、3径間連続桁橋の固定支承を有する橋脚(以後、3径間固定橋脚と称する)、単純桁橋の固定支承を有する橋脚(以後、単純固定橋脚と称する)、および、単純桁橋の可動支承を有する橋脚(以後、単純可動橋脚と称する)を考えた。橋脚の高さは、 10 m , 15 m および 20 m の 3 種類とした。これらの橋脚に対して、基礎固定時の固有周期 T_1 は、次式により求めた¹⁷⁾。

$$T_1 = 2.01 \sqrt{\delta_p} \dots \dots \dots (10)$$

ここに、

$$\delta_p = \frac{W_u H_c^3}{3EI} + \frac{0.8 W_p H_c^3}{8EI} \dots \dots \dots (11)$$

である。 W_u は橋桁重量、 W_p は地表面より上側の橋脚重量、 H_c は地表面から橋脚天端までの高さを表す。また、 EI は橋脚の橋軸方向の曲げ剛性である。橋脚は RC 構造とし、単位体積重量 2.5 tf/m^3 (24.5 kN/m^3)、ヤング

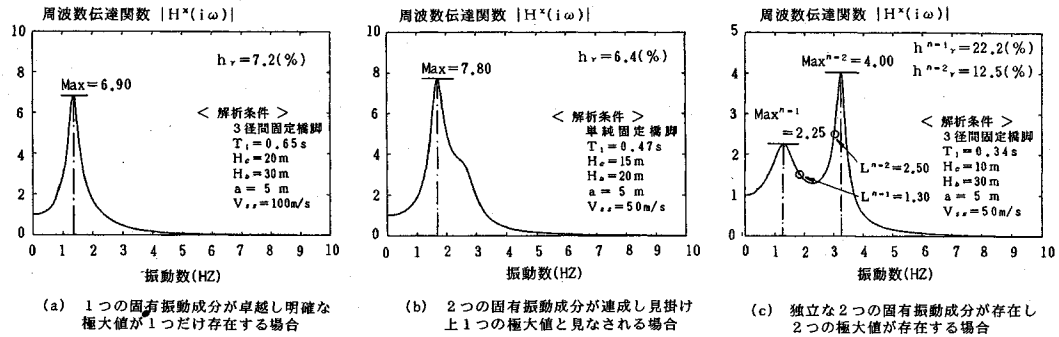


図-4 地下逸散減衰定数 h_r^* の算定法

率 $E=2.60 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ ($2.55 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$) を考えた。

橋脚の諸元および基礎固定時の固有周期 T_1 をまとめると表-1 のように表される。

(3) 地下逸散減衰定数 h_r の評価

図-4 (a)~(c) は、橋脚天端の周波数伝達関数の絶対値 $|H^*(i\omega)|$ の代表的な例である。本研究では基礎固定時の橋脚の減衰定数 h_1 を 0 としているにもかかわらず、 $|H^*(i\omega)|$ は、いずれも有限な値にとどまっている。これは、基礎を通して上部工の振動エネルギーが逸散していることに起因するもので、図-4 の極大値から逆に 1 質点系と等価な減衰定数を推定し、この等価減衰定数を地下逸散減衰を考慮した橋脚の減衰定数として評価できる。なお、これ以降、この減衰定数のことを地下逸散減衰定数 h_r と称することにする。

橋脚・基礎系の周波数伝達関数 $H^*(i\omega)$ が対象とした振動数領域において、ただ一つの固有振動成分が卓越する場合を考えると、 $H^*(i\omega)$ を近似的に 1 質点系の周波数伝達関数とみなすことができる。この場合には、地下逸散減衰定数 h_r を次式で求めることができる。

$$h_r = \frac{1}{2|H^*(i\omega)|_{\max}} \dots \dots \dots (12)$$

たとえば、図-4 (a) に示される周波数伝達関数の絶対値 $|H^*(i\omega)|$ を例にとって考えることにする。図-4 (a) の結果より $|H^*(i\omega)|_{\max} = 6.90$ が求められ、式 (12) の関係から、この構造系の地下逸散減衰定数 $h_r = 7.2\%$ を求めることができる。

しかし、本研究で採用した解析モデルは、3 自由度の振動モデルであり、解析条件によっては周波数伝達関数 $H^*(i\omega)$ に 2 つ以上の極大値、すなわち、一般には橋脚の水平振動が卓越する固有振動成分と基礎のロッキング振動が卓越する固有振動成分の存在が予想される。このことから、すべての解析ケースについて振動数範囲 0~10 Hz における $|H^*(i\omega)|$ の卓越振動成分に関して検討を行い、以下に示すような分類を行った。

- i) 1 つの固有振動成分が卓越し、明確な極大値が 1 つだけ存在する場合

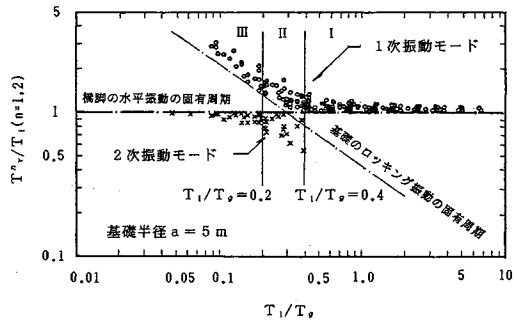


図-5 T_1/T_0 と $T_1^n/T_1(n=1, 2)$ の関係

- ii) 2 つの固有振動成分が連成し、見掛け上 1 つの極大値とみなせる場合
- iii) 独立した 2 つの固有振動成分が卓越し、2 つの極大値が存在する場合

ただし、ii) と iii) の区別について、図-4 (c) に示すように、2 つの極大値 $|H^*(i\omega)|^{n=1}$ と $|H^*(i\omega)|^{n=2}$ との間にある変曲点 $L^{n=1}$ と $L^{n=2}$ が、それぞれ、

$$L^n \leq |H^*(i\omega)|_{\max}^n / \sqrt{2} \quad (n=1, 2) \dots \dots \dots (13)$$

の関係を満足した場合は iii) の独立した 2 つ以上の固有振動成分が卓越する場合とし、それ以外を i) あるいは ii) の場合と考えた。

地下逸散減衰定数 h_r は、i) の場合には、卓越する固有振動成分が 1 つしか存在していないため、式 (12) で求めることができる。

ii) および iii) の場合、厳密にはモード間の連成を考慮し、多自由度系のモード減衰定数として評価するため、式 (12) に各次の刺激関数を乗じなければならない。しかし、ii) の場合には、独立した 2 つの極大値として取り扱うことが困難なため、式 (12) を $|H^*(i\omega)|$ の最大値に対して適用し、2 つの固有振動成分に対する減衰定数を 1 質点系の等価減衰定数で代表させることにした。

また、iii) の場合には、図-6 (b) に示すモード形からもわかるように、1 次は基礎のロッキング振動、2

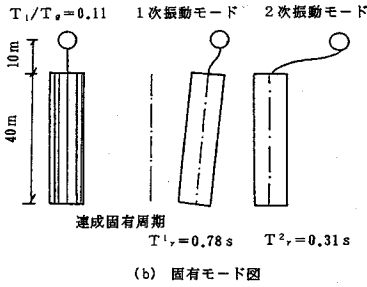
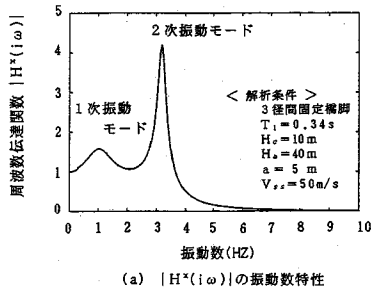


図-6 $T_1/T_0 \leq 0.2$ の場合の $|H^*(i\omega)|$ と卓越振動成分における固有モード図

次は橋脚の水平振動といった形で明確にモード形を分類でき、両者の連成効果の影響は少ない。したがって、独立する2つの極大値に対して式(12)の関係を適用し、それぞれの極大値に相当する固有振動成分に対して2つの地下逸散減衰定数 h_1^2 および h_2^2 を求めることにした。

このようにして、図-4(a)~(c)の結果からもわかるように、i)の場合には $h_1 = 7.2\%$ 、ii)の場合には $h_1 = 6.4\%$ 、また、iii)の場合には $h_1^2 = 22.2\%$ および $h_2^2 = 12.5\%$ が求められる。

3. 解析結果とその考察

(1) 橋脚・基礎系の固有振動特性

橋脚・基礎系の固有振動特性について検討するため、式(2)の減衰項を無視し、加振円振動数 $\omega=0$ の状態における静的な剛性マトリックスを用いた非減衰自由振動の振動方程式に対する固有値解析を行った。式(2)の減衰項を考慮し、 $[K]$ 、 $[C]$ に振動数依存性を加味すれば、橋脚・基礎系の固有周期は、上記の方法による固有周期と比較して若干長めの値をとる。しかし、通常の耐震設計では、これらの影響まで考慮して固有周期を求めることはまれであり、ここでは、静的な剛性マトリックスを用いた非減衰自由振動の固有周期を検討の対象とした。

図-5は、基礎半径 $a=5$ mの橋脚・基礎系の固有値解析結果を表しており、固有周期 $T_1^p(n=1, 2)$ が0.1秒以上となる場合について示したものである。図の縦軸は、橋脚・基礎系の固有周期 $T_1^p(n=1, 2)$ と基礎固定

表-2 橋脚・基礎系の固有振動特性の分類

分類	T_1/T_0 の範囲	橋脚・基礎系の固有振動特性
I	$T_1/T_0 > 0.4$	1次振動モードが橋脚の水平振動モードに対応し、2次振動に対応する振動モードは存在しない。
II	$0.2 < T_1/T_0 \leq 0.4$	1次振動モードと2次振動モードが近接し、両者の振動が互いに連成する。
III	$T_1/T_0 \leq 0.2$	1次振動モードは基礎のロッキング振動モードに対応し、2次振動モードは橋脚の水平振動モードに対応する。

時の橋脚の固有周期 T_1 の比であり、図の横軸は、基礎固定時の橋脚の固有周期 T_1 と地盤の卓越周期 $T_0 (= 4H_0/V_{ss})$ の比を表している。

図-5より、1次および2次の振動モードに対する $T_1^p/T_1 (n=1, 2)$ の値は、ほぼ双曲線状にプロットされる。基礎固定時の固有周期 T_1 に対して地盤の卓越周期 T_0 が長くなると、橋脚・基礎系の固有周期 $T_1^p(n=1, 2)$ は長くなり、 $T_1/T_0 = 0.3$ を境に、1次固有周期の場合は、橋脚の水平振動が卓越するモードから基礎のロッキング振動が卓越するモードに移行し、2次固有周期の場合は、基礎のロッキング振動が卓越するモードから橋脚の水平振動が卓越するモードに移行する。このような特徴は、いずれの基礎半径の場合にも同様である。

いま、これらの傾向を T_1/T_0 の値によって3つのグループ(図中I~III)に分類し、各グループの固有振動特性をまとめると、表-2のように表せる。

図-4(a)~(c)の周波数伝達関数 $H^*(i\omega)$ は、 $T_1/T_0 = 0.54, 0.30, 0.14$ の場合に相当し、それぞれ表-2のI~IIIの場合に対応している。

図-6は、参考のために、IIIの $T_1/T_0 \leq 0.2$ の場合に対する $|H^*(i\omega)|$ とその2つの固有振動成分に対するモードの代表例を表したものであり、その解析条件は、表層地盤のせん断速度 $V_{ss} = 50$ m/s、基礎半径 $a = 5$ m、埋設深さ $H_0 = 40$ mであり、地盤の卓越周期 $T_0 = 3.20$ s、基礎固定時の橋脚の固有周期 $T_1 = 0.34$ sの3径間連続固定橋脚である。

(2) 地下逸散減衰の定性的特性

橋脚・基礎系の固有周期と地下逸散減衰の定性的な関係を求めるため、橋脚・基礎系の固有周期 $T_1^p(n=1, 2)$ と地盤の卓越周期 T_0 の比 T_1^p/T_0 、および、橋脚・基礎系の固有周期 $T_1^p(n=1, 2)$ と基礎固定時の橋脚の固有周期 T_1 との比 T_1^p/T_1 の2つのパラメータを選定した。なお、2つのパラメータと地下逸散減衰定数 h_1^2 の関係は、 T_1/T_0 の値に応じて、前節で示したI)~III)の3つの固有周期範囲ごとに分けて示した。

a) h_1^2 と T_1^p/T_0 の関係

図-7は、 h_1^2 と $T_1^p/T_0 (n=1, 2)$ の関係を表したものである。1次振動モードに対する地下逸散減衰定数 h_1^2

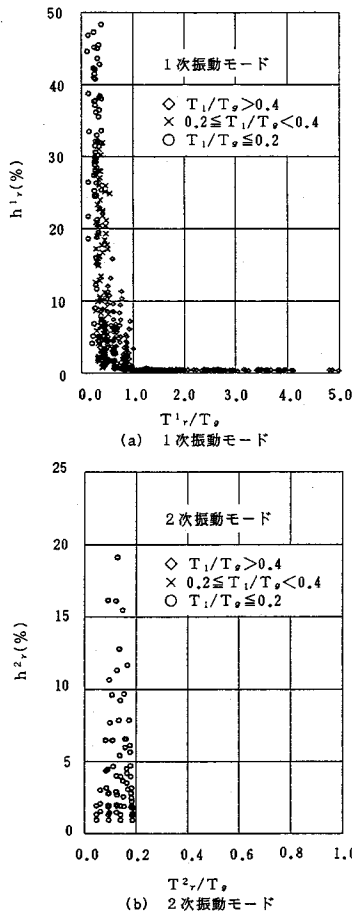


図-7 地下逸散減衰定数 h_r^n ($n=1, 2$) と無次元周期パラメーター T_r^n/T_0 の関係

は、 T_r^n/T_0 が増加すると著しく減少する傾向にあり、 $T_r^n/T_0 > 1$ では、ほとんど 0% となる。また、2次振動モードに対する地下逸散減衰定数 h_r^2 は、 T_r^2/T_0 との間に明確な相関がみられない。

図-7 (a) の結果からわかるように、 $T_r^n/T_0 \geq 1$ の領域では、橋脚・基礎系の応答に対して波動逸散による減衰効果が期待できないことがわかる。

この理由として、 $T_r^n/T_0 \geq 1$ の領域では、地盤の内部粘性減衰を無視すれば、橋脚・基礎系の固有振動と周辺地盤の振動は同位相であり⁷⁾、両者の間に相対的な振動は生じない。したがって、橋脚内部の振動エネルギーは、逸散波動として周辺地盤に伝わらず、橋脚内部の構造減衰で消費されることになる。

b) h_r^n と T_r^n/T_1 の関係

図-8 は、地下逸散減衰定数 h_r^n と T_r^n/T_1 の関係を表したものである。図-8 (a) より、橋脚・基礎系の 1次振動モードに対する地下逸散減衰定数 h_r^1 は、 T_r^n/T_1 が増加すると、 $T_r^n/T_1 = 1$ 、 $h_r^1 = 0$ を起点にほぼ線形に増

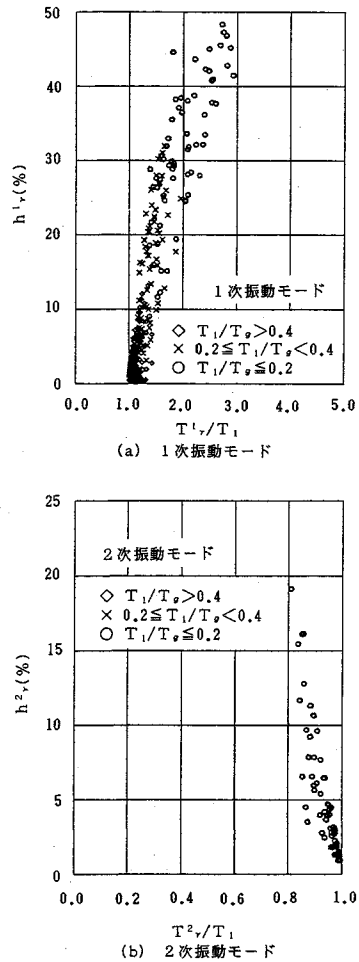


図-8 地下逸散減衰定数 h_r^n ($n=1, 2$) と無次元周期パラメーター T_r^n/T_1 の関係

加する。また、図-8 (b) の関係から、2次振動モードに対する地下逸散減衰定数 h_r^2 は、 T_r^2/T_1 が減少すると、 $T_r^2/T_1 = 1$ 、 $h_r^2 = 0$ を起点にほぼ線形に増加することがわかる。

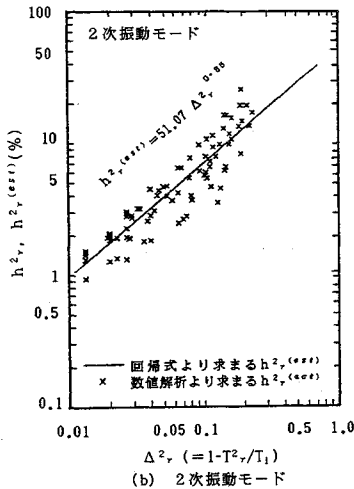
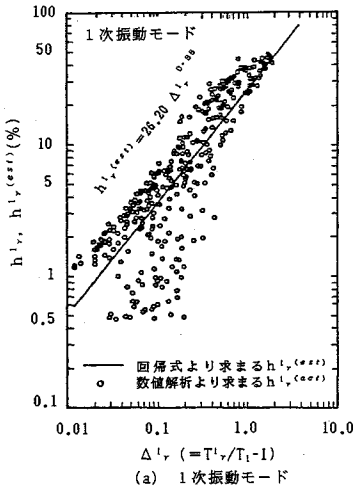
図-5 を参考にすれば、1次振動モードの場合、 T_r^n/T_1 が増加すれば、橋脚・基礎系の振動モードは橋脚の水平振動モードから基礎のロッキング振動モードに移行する。また、2次振動モードの場合は、1次振動モードとは反対に、 T_r^n/T_1 が減少すれば、橋脚の水平振動モードから基礎のロッキング振動モードに移行することがいえる。

図-5 および図-8 の関係を考慮すれば、橋脚・基礎系の振動モードは、 T_r^n/T_1 の変化に伴い、橋脚の水平振動モードから基礎のロッキング振動モードに移行し、その結果、橋脚・基礎系の地下逸散減衰定数 h_r^n ($n=1, 2$) は増加することがわかる。

これは、橋脚から基礎を通して周辺地盤に逸散する振

表—3 回帰分析結果

モード次数 n	回帰係数 c_n	回帰係数 e_n	相関係数 γ_n	最大値 $h_n^{n,(max)}$	標準偏差 σ_n
1次モード	0.26	0.86	0.837	0.500	5.208
2次モード	0.51	0.86	0.929	0.250	2.955



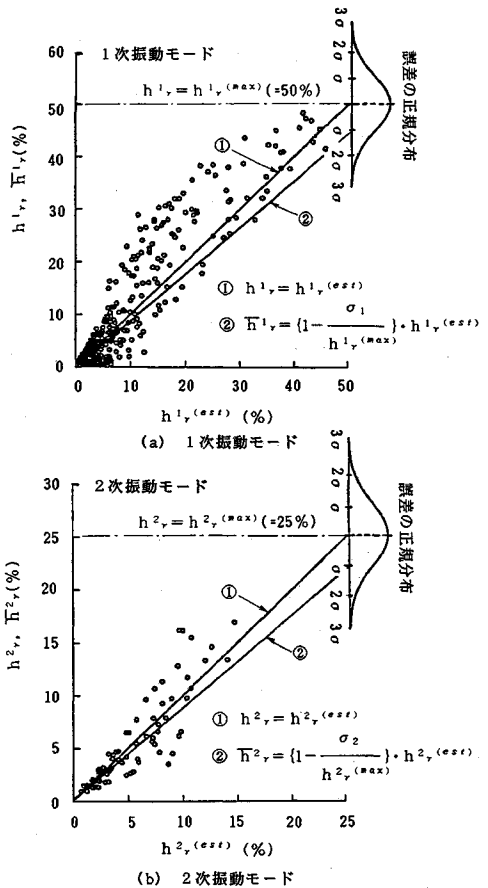
図—9 h_n^2 と Δ_n^2 の関係およびその回帰式

動エネルギーが、基礎と周辺地盤の間の相対的な振動、厳密には、両者の間の相対速度に比例するためであり、橋脚・基礎系の固有振動を考えた場合、橋脚の水平振動が卓越する状態より基礎のロッキング振動が卓越する状態の方が、周辺地盤と基礎の相対速度は大きくなる。そして、周辺地盤へ逸散する振動エネルギーは増加し、橋脚・基礎系の等価モード減衰として評価した地下逸散減衰定数 h_n^2 も大きくなる。

4. 地下逸散減衰定数 h_n^2 の算定式

(1) 地下逸散減衰定数 h_n^2 の回帰分析

地下逸散減衰定数 h_n^2 ($n=1, 2$) の回帰分析を行う場合



図—10 h_n^2 と $h_n^{2(esti)}$ ($n=1, 2$) の関係と地下逸散減衰定数 \bar{h}_n^2 の算定式

の条件として、実用性を考慮し、できるだけ簡便な形の回帰式を考えることにする。

また、ここでは、橋脚・基礎系の $|H^2(i\omega)|$ より求めた地下逸散減衰定数を h_n^2 と区別するため、回帰式で推定される地下逸散減衰定数を $h_n^{2(esti)}$ と表す。

まず、地下逸散減衰に対する説明変数としては、橋脚や基礎および基礎周辺の地盤条件等を包括的に表現し、地下逸散減衰定数 h_n^2 と最も関係の深い橋脚・基礎系の固有周期 T_n^* を基本とし、3. の結果から、基礎固定時の橋脚の固有周期に対する橋脚・基礎系の固有周期の比 T_n^*/T_1 を考えることにした。

説明変数として選択した T_n^*/T_1 と h_n^2 の関係は、図—8 に示すように $T_n^*/T_1=1$ を境に変化する。したがって、この関係を考慮し、以下に示す回帰式を考える。

$$h_n^{2(esti)} = c_n \cdot \Delta_n^{2est} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$\Delta_n^2 = \begin{cases} T_n^*/T_1 - 1 & (0.0 < \Delta_n^2 < 2.0) \\ 1 - T_n^*/T_1 & (0.0 < \Delta_n^2 < 0.2) \end{cases} \dots\dots\dots (15)$$

いま、上式について両辺の対数を取り1次および2次の振動モードについて回帰係数 c_n, e_n を求めることにする。ただし、3.の結果から、地下逸散減衰の効果が期待できない $T_1^n/T_0 \geq 1$ の範囲にある解析結果は除くことにする。

回帰分析の結果から求められる回帰係数および相関係数は、表-3のようにまとめることができる。また、図-9は、式(15)で表されるパラメーター Δ_1^n と地下逸散減衰定数 h_1^n の関係を表したものであり、図中の実線が、回帰式で求められる地下逸散減衰定数 $h_1^n^{(est)}$ とパラメーター Δ_1^n の関係を表したものである。

(2) 耐震設計用の簡易算定式の提案

図-10は、地下逸散減衰定数 h_1^n と式(14)から求められる回帰推定値 $h_1^n^{(est)}$ の関係を表したものである。

図-10より、 h_1^n は、 $h_1^n = h_1^n^{(est)}$ の線に対してばらつきをもつことがわかる。

このことを考慮し、ここでは、原点を通り、直線 $h_1^n = h_1^n^{(est)}$ の最大値 $h_1^n^{(max)}$ で、標準偏差 σ_n だけ安全側、すなわち、小さめにシフトした直線を満足する算定式を提案する。したがって、次式で示される関係を満足する地下逸散減衰定数 \bar{h}_1^n を考えることにした。

$$\bar{h}_1^n = \left\{ 1 - \frac{\sigma_n}{h_1^n^{(max)}} \right\} \cdot h_1^n^{(est)} \quad (n=1, 2) \dots\dots\dots(16)$$

表-3から、誤差の標準偏差として $\sigma_1=5.208, \sigma_2=2.955$ および最大値 $h_1^{(max)}=0.50, h_2^{(max)}=0.25$ を式(16)に代入すると、地下逸散減衰定数の簡易算定式は、次式のように求めることができる。

< 1次振動モード >

$$\bar{h}_1^1 = 0.23(T_1^1/T_1 - 1)^{0.86} \quad (1.0 < T_1^1/T_1 < 3.0, T_1^1 < T_0) \dots\dots\dots(17)$$

< 2次振動モード >

$$\bar{h}_1^2 = 0.45(1 - T_2^2/T_1)^{0.86} \quad (0.8 < T_2^2/T_1 < 1.0, T_2^2 < T_0) \dots\dots\dots(18)$$

5. あとがき

剛体基礎で支持された道路橋橋脚の地下逸散減衰に関して解析的な検討を行い、橋脚・基礎系の連成固有周期 T_1^n/T_0 ($n=1, 2$) および波動の地下逸散に伴う橋脚・基礎系の等価モード減衰定数 h_1^n ($n=1, 2$) に対する考察を行った。本研究により得られた結論として、以下に示すことが挙げられる。

(1) 橋脚・基礎系の固有振動特性は、基礎固定時の橋脚の固有周期と地盤の卓越周期の比 T_1/T_0 の値により変化する。 T_1 に対して T_0 が長くなると、橋脚・基礎系の固有周期 T_1^1, T_2^2 はともに長くなる。1次固有周期 T_1^1 は橋脚の水平振動が卓越するモードから基礎はロッキング振動が卓越するモードに移行し、2次固有周期

T_2^2 は基礎のロッキング振動が卓越するモードから橋脚の水平振動が卓越するモードに移行する。

(2) 橋脚・基礎系の地下逸散減衰定数 h_1^n ($n=1, 2$) は、基礎のロッキング振動の影響が大きい場合ほど大きい。したがって、上記(1)より、1次固有周期の場合は、 T_1 に対して T_1^1 が長くなるほど h_1^1 は増加し、2次固有周期の場合はそれとは逆に、 T_1 に対して T_2^2 が短くなるほど h_1^2 が増加する。

(3) 橋脚・基礎系の固有周期 T_1^n ($n=1, 2$) が地盤の卓越周期 T_0 より長い場合は、波動の地下逸散による減衰効果が期待できず、橋脚・基礎系の地下逸散減衰定数は h_1^n ($n=1, 2$) $\approx 0\%$ となる。

(4) 地下逸散減衰定数 h_1^n ($n=1, 2$) を橋脚・基礎系の基本周期 T_1^n ($n=1, 2$) と基礎固定時の橋脚の固有周期 T_1 の比 T_1^n/T_1 を変数とする関数として評価し、地下逸散減衰定数の簡易算定式として、式(17)および式(18)を提案した。

本研究は、第1著者が建設省土木研究所に部外研究員として在籍した期間(昭和63年4月1日~昭和63年9月30日)に第2著者の指導の下に行った研究成果をとりまとめたものである。

最後に、本研究をまとめるうえで、宮崎大学 原田隆典助教授から、貴重なご意見を賜った。記して深謝の意を表す次第である。

参考文献

- 1) 栗林栄一・岩崎敏男：橋梁の耐震設計に関する研究(Ⅲ)一橋梁の振動減衰に関する実測結果一、土木研究所報告、第139号、1970。
- 2) Lysmer, J. and Richart, F.E. : Dynamic Response of Footing to Vertical Loading, Proc. ASCE, Vol.92, SM1, pp.65~91, 1966.
- 3) Luco, J.E. and Westmann, R. A. : Dynamic Response of Circular Footings, Proc. ASCE, Vol.97, EM 5, pp.1381~1395, 1971.
- 4) Veletsos, A.S. and Wei, Y.T. : Lateral and Rocking Vibration of Footing, Proc. ASCE, Vol.97, SM 9, pp.1227~1249, 1971.
- 5) Richart, F.E., Hall, Jr. J.R. and Woods, R. D. : Vibration of Soil Foundation, Prentice-Hall Inc., 1970.
- 6) 田治見宏：深い基礎を有する構造物の地震応答について、日本地震工学シンポジウム(1966)講演集, pp.255~260, 1966.
- 7) 土岐憲三：橋梁基礎の地震応答解析と耐震設計、京都大学防災研究所年報, Vol.21 A, pp.1~24, 1978.
- 8) Beredugo, Y.O. and Novak, M. : Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footing, Canadian Geotechnical Jour., Vol.9, pp.477~497, 1972.
- 9) Kausel, E., Whitman, R.V., Elsasbee, F. and Morray, J.P. : Dynamic Analysis of Embedded Structures, Proc. of the 4th SMIRT, K2/6, 1977.
- 10) Foss, K.A. : Co-Ordinates which Uncouple the Equations

- of Damping Linear Dynamic System, Journal of Applied Mechanics, pp.361~364, 1958.
- 11) Jennings, P.C. and Bielak, J. : Dynamics of building interaction, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.63, No.1, pp.9~48, 1973.
 - 12) Veletsos, A.S. and Meek, J.W. : Dynamic Behavior of Building Foundation Systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.3, pp.121~138, 1974.
 - 13) Applied Technology Council : Tentative provisions for the development of seismic regulation for buildings, National Bureau of Standards Special Publication, 510, 1978.
 - 14) Takemiya, H. and Wang, C.Y. : A modified indirect boundary element method to compute the impedance functions for rigid foundation, Proc. of the 9th World Conference of Earthquake Engineering, Tokyo/Kyoto, 1988.
 - 15) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄・廣瀬利光：地中円筒剛体基礎の動的ばね係数と減衰係数，土木学会論文報告集，No. 339, pp. 79~88, 1985.
 - 16) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄：有効地震動の計算式とその実測例による検討，土木学会論文報告集，No. 362/I-4, pp. 435~440, 1985.
 - 17) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，V耐震設計編，1980.
- (1990.3.7 受付)

RADIATIONAL DAMPING OF ROAD BRIDGE PIERS SUPPORTED BY RIGID FOUNDATION

Toshihiro WAKAHARA and Kazuhiko KAWASHIMA

Effect of energy dissipation from foundation to soils on modal damping ratio of bridge piers supported by rigid foundation was presented. An analytical model for the soil-foundation system based on an elastic wave propagation theory was used to consider the energy dissipated by radiating wave. A modal damping ratio equivalent to that caused by radiational damping was evaluated from steady-state response curve excited by harmonic motion. Numerical analyses were made for 540 cases of road bridge pier foundation. From statistical analysis on these results, the effect of radiational damping on the modal damping ratio was clarified. Simplified and practical formulae of the equivalent modal damping ratio in terms of natural period of the pier and rigid foundation systems were proposed.