

# 複数リンクからなる系統信号システムの 待ち行列と衝撃波の動的解析

久井 守\*・田村洋一\*\*

本研究は、待ち行列の存在を考慮した系統制御最適化を最終目標として、任意のリンク数からなる系統信号系を対象とし、非飽和および過飽和の双方について、待ち行列の伸縮現象と衝撃波伝播の動的解析を行ったものである。波動理論で衝撃波伝播モデル式を解析的に求め、それによって衝撃波が次々とリンクを伝播していく状況を画面表示しかつリンクごとに総旅行時間および流入交通量を計算するプログラムを開発した。

**Keywords :** shock wave, queue dynamics, coordinated signals

## 1. 序 論

交通需要が交差点の交通容量を上回る過飽和リンクを含む重交通時の系統信号制御においては、交差点における待ち行列の存在とその動的な変化を考慮して最適制御の検討を行うことが必要になる。しかし、世界的に広く使用されている TRANSYT などの系統制御設計ツールでは、待ち行列の存在が考慮されていない。このため、これらのツールは容量以下の系統信号系に限って使用できるものであり、基本的には重交通時の信号制御に適用することはできない。したがって、重交通時の交通制御の最適化に使用し得る新たな系統制御設計ツールの開発が必要となるが、そのためには、待ち行列と衝撃波の動的な変化を表現する操作性の高い交通流モデルの構築が必要となる。

このようなモデルの一つに、単一リンクを対象として Michalopoulos らが提案し、池之上が過飽和複数リンクへの展開を試みた一連の波動モデル<sup>(1)~(4)</sup>がある。これらのモデルは、いずれも信号制御の最適化に有用な情報を与えるものであるが、その一方で次のような問題を残している。すなわち、Michalopoulos らのモデルは<sup>(3)</sup>、単一リンクに対して構築されたものであるため、これをそのまま複数リンクの信号制御へ応用することには問題がある。また、池之上のモデルは<sup>(4)</sup>、複数リンク系での信号制御を考慮しているが、過飽和路線のみを取り扱ったものであり、非飽和路線に対してはそのまま適用することができない。

本研究は、以上のような問題を解決するために、系統信号系での交通流の挙動を体系的に表現するモデルの開発を行い、これにより複数リンクからなる系統信号系で

生ずる待ち行列と各種衝撃波の動的解析を行うことを目的とするものである。具体的には、Michalopoulos や池之上らの波動モデルを踏まえて、それらの改良と体系化を行い、任意のリンク数からなる系統信号系の波動構造(待ち行列および衝撃波の時間的・空間的变化)に関し過飽和路線、非飽和路線の双方についてモデル化を行った。そして、これを用いて、交差点における待ち行列の変化、および停止波・発進波などの衝撃波が単一リンクを越えて伝播していく現象を、リンクごとに順次計算しグラフィック表示するコンピュータプログラムを開発した。これにより系統信号系の波動構造を時間-距離図上に表現するとともに、信号制御パラメーター最適化の評価指標となるリンクごとの総旅行時間(あるいは総遅れ)と交差点ごとの主道路・交差道路からの流入交通量を求めることが可能になった。

なお過飽和路線について基礎的な検討はすでに行っているが<sup>(5),(6)</sup>、本研究はそれをさらに体系化し、非飽和路線にも適用できるように発展させたものである。

## 2. 対象路線とモデル構築上の仮定

本章では、対象路線、モデル構築上の仮定および計算条件として与える変数等について説明する。

### (1) 対象路線

対象路線は、主道路1方向  $N$  リンクの系統制御路線であり、図-1に示すように最下流リンクを第1リンクとし順次リンク番号をつける。また、対象路線の交通状態により次の2通りの場合を扱う。

非飽和路線：第1リンクより第  $N$  リンクまですべてのリンクが非飽和状態にある路線

過飽和路線：第1リンクより第  $N$  リンクまですべてのリンクが過飽和状態にある路線

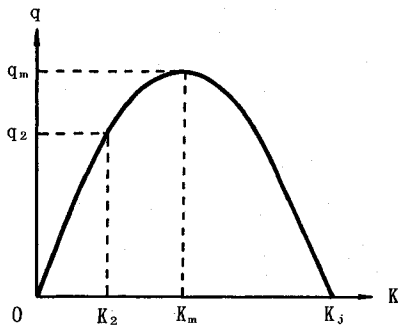
ただしいずれの場合も、第1リンク流出部は非飽和で先詰りがなく流出は自由とし、第  $N$  リンクの隣接上流

\* 正会員 工博 山口大学助教授 知能情報システム工学科  
(〒755 宇部市常盤台 2557 番地)

\*\* 正会員 工博 山口大学助教授 社会建設工学科



図一 対象路線



図二 交通量-密度曲線

リンクは過飽和で主道路流入は飽和交通流率とする。したがって、主道路の流入交通量は最上流交差点の青時間によって与えられることとなる。また非飽和リンクと過飽和リンクが混在するような路線は対象としない。

(2) モデル構築上の仮定

① 交通流のモデル化にあたっては、交通流を圧縮性流体とみなして、速度-密度間に線形関係 (Greenshields の式) を仮定する。したがって交通量-密度曲線は図二に示す放物線となるが、これは Michalopoulos や池之上らと共通する仮定である。

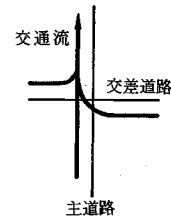
② 交差点における交通流は図三に示すように、主道路上流からの流入と交差道路からの右左折による流入を考慮する。

③ 主道路交通は直進率を 100% とし、右左折による交差道路への流出は考慮しない。

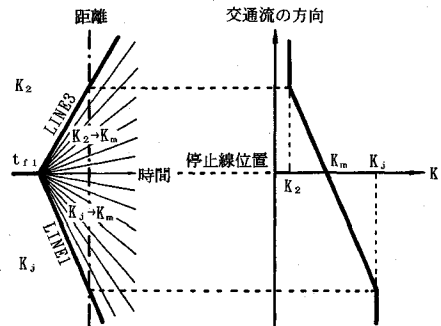
④ 交差道路からの流入は、モデルの簡単化のため、密度  $K_2 (> 0)$  の一様流とし、各交差点共通と仮定する。

(3) 青開始時の主道路交通密度

青時間中に主道路方向上流リンクから流入する交通流について、Michalopoulos や池之上らは、密度  $K_1$  の一様流 ( $K_1 > K_2$ )、という仮定を設けている。しかし、複数リンク間の交通流を扱う場合、上流リンクの密度が何



図三 リンク上流交差点の流入交通流



図四 青信号開始時刻における停止線前後の主道路交通密度

であっても、青時間中に下流リンクに流入する密度はつねに  $K_1$  であるから、この仮定の下では、交差点位置で密度が不連続となり主道路交通の直進率が 100% であるという本研究の仮定に矛盾する。この問題を解決するために本研究では、密度  $K_1$  の一様流の仮定を除き、青開始時刻  $t_{r1}$  で停止線下流に  $K_2 \rightarrow K_m$  という密度の過渡領域が存在するという新たな仮定を導入した。このようにすると、青時間中の密度は、図四に示すように、交差点の上流から下流にかけて、ジャム密度  $K_j$  から  $K_2$  に連続的に変化することになる。なお図中の放射線は等密度線 (特性直線) を表す。

(4) 計算条件の設定

計算条件として本研究のモデルおよび計算プログラムに組み込まれている変数は以下のとおりである。すなわち、①対象路線のリンク数  $N$ 、各リンクのリンク長などの道路条件、②臨界密度  $K_m$  (台/m) または飽和交通流率  $q_m$  (台/秒)、ジャム密度  $K_j$  (台/m)、自由速度  $u_f$  (m/秒)、交差道路からの流入密度  $K_2$  (台/m) または流入交通流率  $q_2$  (台/秒) などの交通条件、③系統周期  $C$  (秒)、各信号の青時間、各リンクの相対オフセットなどの制御パラメーターであり、これらはすべて任意に設定することができる。したがって、さまざまな道路、交通条件下において、制御パラメーターが波動構造に及ぼす影響などを検討することが可能である。なお、臨界密度 (または飽和交通流率)、ジャム密度および自由速度は各リンク共通である。

表一 衝撃波および特性直線の一般式

| 名称     | 一般式   |
|--------|---|
| QBW2   | $x = x_0 - \frac{u_f K_2 (t - t_0)}{K_1}$ (1)   |
| QBW3   | $x = z_1 (t - t_{r1})^{1/2} - u_f (t - t_{r1}) + D_1$ (2)   |
|        | $z_1 = [u_f + \frac{x_0 - D_1}{t_0 - t_{r1}}] (t_0 - t_{r1})^{1/2}$ (3)   |
| QDW2   | $x = z_2 (t - t_{r2})^{1/2} + h(K_2)(t - t_{r2}) + D_2$ (4)   |
|        | $z_2 = -[h(K_2) - \frac{x_0 - D_2}{t_0 - t_{r2}}] (t_0 - t_{r2})^{1/2}$ (5)   |
| QDW3   | $x = z_3 (t - t_{r1})^{1/2} (t - t_{r2})^{1/2} + \frac{D_2(t - t_{r1})}{t_{r2} - t_{r1}} + \frac{D_1(t - t_{r2})}{t_{r1} - t_{r2}}$ (6)                   |
|        | $z_3 = \frac{x_0 - \frac{D_2(t_0 - t_{r1})}{t_{r2} - t_{r1}} - \frac{D_1(t_0 - t_{r2})}{t_{r1} - t_{r2}}}{(t_0 - t_{r1})^{1/2} (t_0 - t_{r2})^{1/2}}$ (7) |
|        | $t_0 = t_{r1}, x_0 = D_1$ , または $t_0 = t_{r2}, x_0 = D_2$ の場合   |
|        | $x = \frac{D_2(t - t_{r1})}{t_{r2} - t_{r1}} + \frac{D_1(t - t_{r2})}{t_{r1} - t_{r2}}$ (8)   |
|        | $t_{r1} = t_{r2}$ の場合   |
|        | $x = z_4 (t - t_{r2}) + \frac{1}{2} (D_2 + D_1)$ (9)  |
|        | $z_4 = [x_0 - \frac{1}{2} (D_2 + D_1)] / (t_0 - t_{r2})$ (10)   |
| WAVE20 | $x = z_5 (t - t_{r2})^{1/2} - u_f (t - t_{r2}) + D_2$ (11)  |
|        | $z_5 = [u_f + \frac{x_0 - D_2}{t_0 - t_{r2}}] (t_0 - t_{r2})^{1/2}$ (12)  |
| WAVE40 | QDW3 と同じ  |
| WAVE60 | $x = z_6 (t - t_{r1})^{1/2} + h(K_2)(t - t_{r1}) + D_1$ (13)  |
|        | $z_6 = -[h(K_2) - \frac{x_0 - D_1}{t_0 - t_{r1}}] (t_0 - t_{r1})^{1/2}$ (14)  |
| WAVE70 | QDW3 と同じ  |
| LINE1  | $x = x_0 - u_f (t - t_0)$ (15)  |
| LINE3  | $x = x_0 + h(K_2)(t - t_0)$ (16)  |

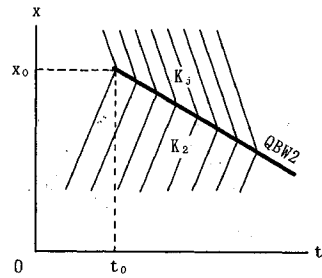


図-5 QBW 2 (下流が  $K_1$  領域, 上流が  $K_2$  領域)<sup>3)</sup>

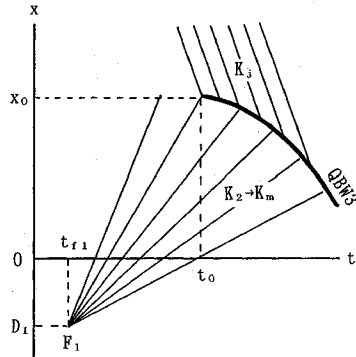


図-6 QBW 3 (下流が  $K_1$  領域, 上流が  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域)

3. 複数リンク間を伝播する衝撃波と衝撃波行列

本章では、信号交差点における待ち行列や衝撃波の動的变化を解析的に求めた一連の先行研究を参考にしている。特に Michalopoulos らが単一リンクについて解析的に求めた衝撃波の伝播軌跡の式と衝撃波同士が交差して新たに発生する衝撃波を行列形式で体系的に整理する方法論<sup>3)</sup>、および池之上が示した複数リンク間での衝撃波の解析方法<sup>4)</sup>を重要な参考として、これらの先行研究をさらに一般化した衝撃波の式を求めている。したがって、ここでは衝撃波の一般式と衝撃波行列のほか、本研究と先行研究の共通点、相違点等についても簡単に要約する。

(1) 衝撃波の一般式

本研究では、まず複数リンク系統信号系で発生する待ち行列、衝撃波および特性直線(等密度線または攪乱波)の伝播軌跡に関する一般式を求めた。それらを整理して示したのが表一である。この表では、成長過程にある待ち行列(の衝撃波)を QBW (Queue Building Wave の略)、解消過程にある待ち行列(の衝撃波)を QDW (Queue Dissipation Wave の略)、衝撃波を WAVE、特性直線を LINE の記号で表し、それぞれの末尾に番号を付け、その内容を区別している。

また、これらの式を時間-距離図として示したのが図-5~図-14 である。これらの式および図の中で  $(t_0, x_0)$  は衝撃波の原点、 $(t_{r1}, D_1)$  および  $(t_{r2}, D_2)$  は、それぞれ青開始時刻  $F_1$  および  $F_2$  の座標である。 $h(K)$  は特性直線の勾配(密度  $K$  における微小な攪乱波の伝播速度)であり、Greenshields の式を仮定した場合、 $h(K) = u_f(1 - 2K/K_f)$  である。

(2) 衝撃波の一般式の誘導

衝撃波の伝播軌跡の式の誘導法は、Michalopoulos らにより具体的に示されているが、QDW 2 を例としてこれを示せば以下のとおりである。まず衝撃波の伝播速度は次式で与えられる。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{u_f}{K_f} (K_f - K_d - K_u) \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $K_d$ : 衝撃波下流の密度 (台/ｍ)

$K_u$ : 衝撃波上流の密度 (台/ｍ)

このとき図-7 に示すように点  $X$  の上流側の密度  $K_u$  は  $K_2$  に等しく一定である。一方、下流側の密度  $K_d$  は次のようにして求めることができる。すなわち、特性直線  $F_2X$  上の密度を  $K_d$  とすると、その勾配は  $h(K_d)$  であるから、特性直線  $F_2X$  の式は

$$x = h(K_d)(t - t_{r2}) + D_2 \dots\dots\dots (18)$$

すなわち

$$x = u_f(1 - \frac{2K_d}{K_f})(t - t_{r2}) + D_2 \dots\dots\dots (19)$$

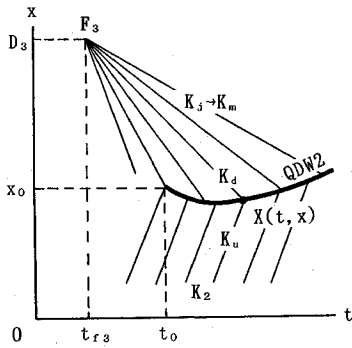


図-7 QDW 2 (下流が  $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域, 上流が  $K_2$  領域)

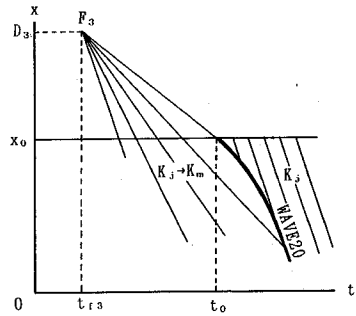


図-9 WAVE 20 (下流が  $K_j$  領域, 上流が  $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域)

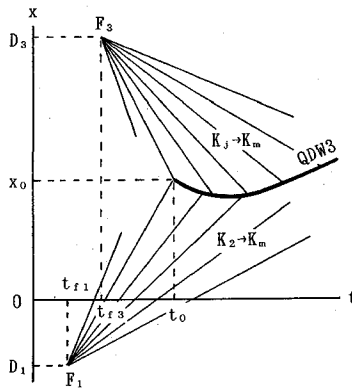


図-8 QDW 3 (下流が  $K_j \rightarrow K_m$ , 上流が  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域)

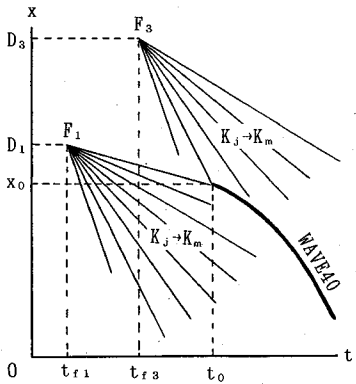


図-10 WAVE 40 (上下流とも  $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域)

となる。これを  $K_d$  について解くと

$$K_d = \frac{K_j}{2} \frac{K_j(x - D_3)}{2u_j(t - t_{r3})} \dots (20)$$

となる。これと  $K_u = K_2$  を式 (17) に代入して整理すると次のようになる。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x - D_3}{2(t - t_{r3})} + \frac{1}{2}h(K_2) \dots (21)$$

この同時形微分方程式を

$$w = (x - D_3)/(t - t_{r3}) \dots (22)$$

とおいて解けば式 (4) が得られる。これ以外の衝撃波もすべて同様の方法で求めることができる。

(3) 衝撃波および特性直線の説明

各衝撃波および特性直線の内容、および本研究の提案式と先行研究の式との関係を以下に説明する。

① QBW 2 (図-5) は、 $K_j$  領域と  $K_2$  領域との間の衝撃波であり、成長過程にある待ち行列の最後尾の軌跡を表し、式 (1) で与えられる。この衝撃波は  $D_1$  および  $D_3$  に関係しないので、式 (1) は Michalopoulos らの式と同等である。

② QBW 3 (図-6) は、 $K_j$  領域と  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域との間の衝撃波であり、成長過程にある待ち行列の最後尾の軌跡を表し、式 (2) および式 (3) で与えられ

る。Michalopoulos らが求めた QBW 3 に関する式は、式 (2) および式 (3) で  $D_1 = 0$  とおいた特別の場合である。

③ QDW 2 (図-7) は、 $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域と  $K_2$  領域との間の衝撃波であり、解消過程にある待ち行列の最後尾の軌跡を表し、式 (4) および式 (5) で与えられる。Michalopoulos らによる QDW 2 の式は、式 (4) および式 (5) で  $D_3 = d$  とおいた特別の場合である。ここに  $d$  はリンク長 (m) である。

④ QDW 3 (図-8) は、 $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域と  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域間での衝撃波であり、解消過程にある待ち行列の最後尾の軌跡を表し、式 (6) ~ (10) で与えられる。Michalopoulos らの QDW 3 の式は、式 (6) および式 (7) で  $D_1 = 0$ 、 $D_3 = d$  とおいた特別の場合である。

⑤ WAVE 20 (図-9) は、いわゆる停止波であり、 $K_j$  領域と  $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域との間に生じる衝撃波であり、式 (11) および式 (12) で与えられる。これらの式は池之上が導いたのと同じ式であり、また Michalopoulos らによる WAVE 2 に関する式は、これらにおいて  $D_3 = d$ 、 $x_0 = d$  とおいた特別の場合である。

⑥ WAVE 40 (図-10) は、 $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域と  $K_j \rightarrow K_m$  の過渡領域との間に生じる衝撃波であり、

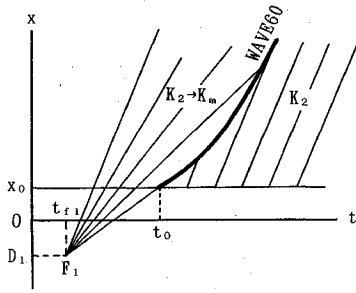


図-11 WAVE 60(下流が  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域, 上流が  $K_2$  領域)

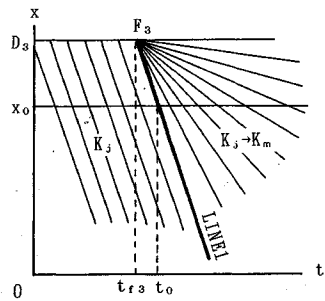


図-13 LINE 1 (下流信号の青開始時刻で発生する発達波)

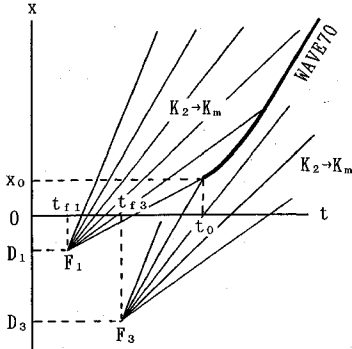


図-12 WAVE 70 (上下流とも  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域)

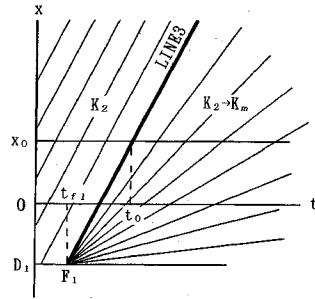


図-14 LINE 3 (上流信号の青開始時刻で発生する特性直線)

QDW 3 と同一の式になるが、これは池之上が提案した WAVE 10 と同一のものである。

⑦ WAVE 60 (図-11) は、 $K_2$  領域と  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域との間に生じる衝撃波であり、式 (13) および式 (14) で与えられる。Michalopoulos らによる WAVE 6 の式は、式 (13) および式 (14) で  $D_1 = 0$  とおいた特別の場合である。

⑧ WAVE 70 (図-12) は、 $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域と  $K_2 \rightarrow K_m$  の過渡領域との間に生じる衝撃波であり、QDW 3 に対する式と同一になる。Michalopoulos らによる WAVE 7 の式は、式 (6) および式 (7) において  $D_1 = 0$ 、 $D_3 = 0$  および  $t_{f3} = t_{f1} + C$  とおいた特別の場合である。

⑨ LINE 1 (図-13) は、いわゆる発達波であり、 $q-K$  曲線の  $K_j$  における接線 (特性直線) として式 (15) で与えられる。これは、Michalopoulos らが求めた LINE 1 の式で原点を  $(t_{f3}, d)$  から  $(t_0, x_0)$  へ一般化したものである。

⑩ LINE 3 (図-14) は、 $q-K$  曲線の  $K_2$  における接線 (特性直線) であり、式 (16) で与えられる。これは、上述の式 (15) と同様に Michalopoulos らによる LINE 3 の式で原点を  $(t_{f1}, 0)$  から  $(t_0, x_0)$  へ一般化したものである。

#### (4) 衝撃波および特性直線の分類

以上に示した 10 種類の衝撃波および特性直線はその内容に応じて次のように分類することができる。

- A. 成長過程の待ち行列 (QBW 2, QBW 3)
- B. 解消過程の待ち行列 (QDW 2, QDW 3)
- C. 上流方向への衝撃波 (WAVE 20, WAVE 40)
- D. 下流方向への衝撃波 (WAVE 60, WAVE 70)
- E. 特性直線 (LINE 1, LINE 3)

C グループの衝撃波は過飽和路線のみに現れ、D グループの衝撃波は非飽和路線のみに現れる。

さらに上述の 8 種類の衝撃波を上流側および下流側の密度領域によって分類すると、次の a~d の 4 つのグループに整理できる。

- a. 上流下流とも密度一定領域 (QBW 2)
- b. 下流が一定領域で上流が過渡領域 (QBW 3, WAVE 20)
- c. 下流が過渡領域で上流が一定領域 (QDW 2, WAVE 60)
- d. 上流下流とも過渡領域 (QDW 3, WAVE 40, WAVE 70)

ここで、表-1 に示す各式を上記の分類に従って比較すれば、a~d の各グループに属する衝撃波は同じ形の式になっていることがわかる。たとえば、b グループの QBW 3 と WAVE 20、c グループの QDW 2 と WAVE 60 はそれぞれ同じ形であり、d グループのものはすべて同一の式である。

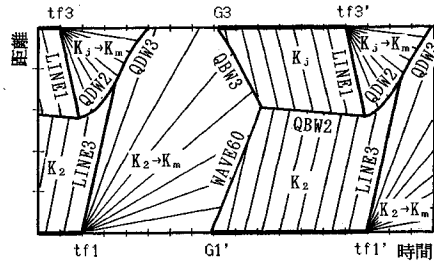


図-15 非飽和リンクの波動構造例

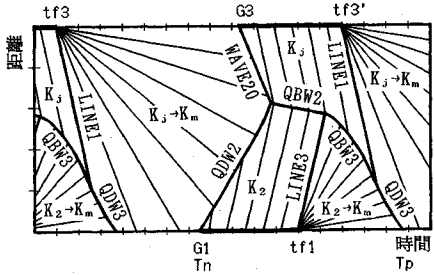


図-16 過飽和リンクの波動構造例

表-2 衝撃波行列

|        | LINE1  | WAVE20 | LINE3  | WAVE40 | WAVE60 | WAVE70 | QBW2 | QBW3 | QDW2 | QDW3 |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|------|------|
| LINE1  | WAVE40 | -      | -      | -      | -      | -      | QDW2 | QDW3 | -    | -    |
| WAVE20 | WAVE40 | -      | -      | WAVE20 | -      | -      | -    | -    | QBW2 | QBW3 |
| LINE3  | -      | -      | -      | -      | WAVE70 | -      | QBW3 | -    | QDW3 | -    |
| WAVE40 | -      | WAVE20 | -      | WAVE40 | -      | -      | -    | -    | QDW2 | QDW3 |
| WAVE60 | -      | -      | WAVE70 | -      | -      | WAVE60 | -    | QBW2 | -    | QDW2 |
| WAVE70 | -      | -      | -      | -      | WAVE60 | WAVE70 | -    | QBW3 | -    | QDW3 |
| QBW2   | QDW2   | -      | QBW3   | -      | -      | -      | -    | -    | -    | -    |
| QBW3   | QDW3   | -      | -      | QBW2   | QBW3   | -      | -    | -    | -    | -    |
| QDW2   | -      | QBW2   | QDW3   | QDW2   | -      | -      | -    | -    | -    | -    |
| QDW3   | -      | QBW3   | -      | QDW3   | QDW2   | QDW3   | -    | -    | -    | -    |

WAVE 40 および WAVE 70 同士が交差して生じる WAVE 70 は本研究で新たに提案するものである。

(6) 波動構造図の説明

① 本研究で定式化したモデルによって、まず過飽和および非過飽和それぞれの単一リンクについて求めた波動構造の計算例を図-15 および図-16 に示す。図の縦軸は距離  $x$  (m) を表し、上向きが交通流の進行方向である。横軸は時間  $t$  (秒) である。横軸の太線は赤信号時間を示す。座標原点は下流信号の青開始時刻とする。相対オフセットは青開始時刻の時間差とする。また、各図における座標に関する記号の内容は 4. に詳述するとおりである。

② 本研究の計算条件は次のように設定している。すなわち自由速度は  $u_f = 12.5$  m/秒、ジャム密度は  $K_j = 0.16$  台/m とする。上流交差点からの流入交通流率  $q_1$  は、待ち行列が存在する時間には飽和交通流率  $q_m$  に等しく、 $q_1 = q_m = 0.5$  台/秒とする。交差道路からの右左折流入交通流率  $q_2$  は過飽和路線については  $q_2 = 0.08$  台/秒、非飽和路線については  $q_2 = 0.04$  台/秒としており、これらの諸数値は、比較のため、池之上の用いたものと同一としている。なお、Michalopoulos らは上流信号からの流入交通流率を  $q_1$  ( $q_2 < q_1 \leq q_m$ ) としてモデルの定式化を行っているが、本研究で待ち行列が存在する場合  $q_1 = q_m$  としたのは、2. (3) で述べたように交差点位置で主道路の交通密度が不連続となるのを避けるためである。

③ 図中、太い実線は衝撃波または特性直線を表す。これを境界とする各領域は、各種の密度領域を表し、各領域内の細い実線はその密度における特性直線を示す。

非混雑領域は上流信号から発生し、これは交通密度  $K_2$  の一定領域と密度が  $K_2 \rightarrow K_m$  に変化する過渡領域の 2 つの領域のみからなる。これらの領域の境界線は LINE 3 および WAVE 60 である。

混雑領域は下流方向から発生し、この領域は交通密度  $K_j$  (ジャム密度) の一定領域と密度が  $K_j \rightarrow K_m$  に変化する過渡領域の 2 つの領域のみからなる。これらの領域の境界線は LINE 1 および WAVE 20 である。

(5) 衝撃波行列

本研究の目的は、図-15 および図-16 のような波動構造図を時間-距離図上に描くことである。

時間  $t$  の経過とともに衝撃波および特性直線の座標  $x$  を表-1 の式によって計算し、時間-距離図上にプロットする。このとき、衝撃波と衝撃波、または衝撃波と特性直線が時間-距離図上で交差すると、元の衝撃波が消滅し、新たに別の衝撃波が発生する。こうして新たに発生する衝撃波の種類は、それが発生した地点の上流および下流の密度領域の組合せによって、上に分類した 8 種類の衝撃波のうちいずれかとなる。このことに着目して、Michalopoulos らは新たに発生する衝撃波を、交差前の衝撃波および特性直線の組合せの関係で行列の形式でまとめている。これは衝撃波と特性直線のすべての組合せを考えることによって作成することができる。

表-2 は、このようにして求めた複数リンクに対する衝撃波行列を、Michalopoulos らの表示法に従って整理したものである。行および列は交差する前の衝撃波または特性直線であり、行列の要素は新たに発生する衝撃波を示している。行列は当然のことながら対称行列になっている。なお、この行列の中で、LINE 1 と WAVE 20 が交差して発生する WAVE 40 は池之上・田島<sup>2)</sup> が示したものであり、また WAVE 40 と QDW 2 が交差して発生する QDW 2 は池之上<sup>4)</sup> が示したものである。これに対して WAVE 20 と WAVE 40 が交差して生じる WAVE 20、WAVE 40 と QDW 3 が交差して生じる QDW 3、WAVE 60 と WAVE 70 が交差して生じる WAVE 60、WAVE 40 同士が交差して生じる

非混雑領域と混雑領域との間の太い実線は、待ち行列の最後尾の軌跡を表す衝撃波である。非飽和リンクの場合、待ち行列は下流信号の赤開始時に発生し、次の青時間中に解消する。過飽和リンクでは、上流信号の赤開始時に先詰まりが解消し、次の青時間中に再び先詰まりが始まる。

#### 4. 非飽和路線の波動構造図

##### (1) 波動構造の計算と描画

以上のようにして求めた各衝撃波の式に基づいて、リンクごとに波動構造図を時間-距離図上に描く。

まず非飽和路線について考える。本研究で開発した計算プログラムにおいては、図-15に示すような波動構造図を、下流信号青開始10秒前から、1周期に50秒の余裕を含んだ時間範囲について画面表示するようにしている。まず波動構造図の時間-距離座標軸を画面上に描く。次に、与えられた信号制御パラメーターの条件から赤時間を太線で表示し、時間目盛(10秒目盛)および距離目盛(50m目盛)を入れ、下流信号の青開始時刻  $t_{f3}$ 、 $t_{f3}'$  および青終了時刻  $G_3$  を記入する。上流信号についても、青開始時刻  $t_{f1}$ 、 $t_{f1}'$  および青終了時刻  $G_1$  を記入する。なお、これらの諸記号は比較検討を容易にするため池之上<sup>4)</sup>に準じている。

非飽和路線の場合は、最上流の第  $N$  リンクから下流に向かって計算する。第  $N$  リンクの場合、上流交差点から発生する衝撃波は LINE 3 および WAVE 60 のみである。一方、下流交差点から発生する衝撃波は LINE 1、および QBW 2 または QBW 3 である。それが QBW 2 または QBW 3 のいずれであるかを知れば、QDW および QBW を順次描くことができる。その結果として、待ち行列が解消する時刻  $T_q$  が求められる。

第  $(N-1)$  リンクより下流のリンクの場合、上流交差点から発生する可能性のある衝撃波は、LINE 3、WAVE 60 および WAVE 70 である。これらの衝撃波がリンク上流交差点で発生する時刻は、隣接上流リンクの波動構造を求めるときに求めた下流交差点への到達時刻として与えられる。衝撃波の座標は、青終了時刻の直前に下流交差点に到達する LINE 3 または WAVE 60 が上流交差点を発進する時刻から、1周期分についてだけ計算しプロットする。1周期を越える部分については、波動構造は信号周期を周期とする周期関数であるから平行移動してプロットさせている。

衝撃波の計算時間間隔  $\Delta t$  は 0.1 秒とし、また、指定したサンプリング時間(本研究の解析では 1 秒)ごとに、リンクの存在台数および上流交差点からリンクへの流入交通量を計算し、波動構造図を描画した後に総旅行時間、および主道路・交差道路からリンクへの流入率を求める。

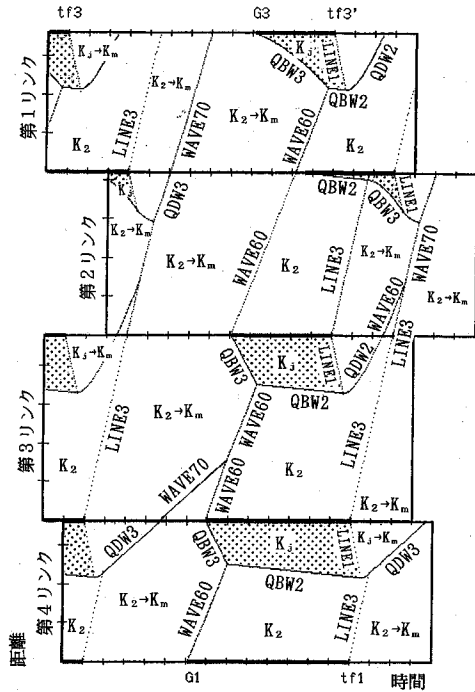


図-17 非飽和路線の波動伝播図

##### (2) 隣接下流リンクに伝播する衝撃波の種類決定

本研究では、複数リンクの波動構造を、リンクごとに順次描いていくという方法を採用しているため、リンク間にまたがって伝播する衝撃波の取扱いが問題となる。これについては、一つのリンクを計算するとき、青時間中に下流交差点に到達する衝撃波あるいは特性直線があれば、そのつどその衝撃波あるいは特性直線の種類と到達時刻を記憶しておき、それを次のリンクの条件として与えるという方法により解決している。ただし、赤時間中に到達する場合は、その衝撃波あるいは特性直線は消滅し下流には伝播しないので記憶しない。

青開始時刻あるいは青終了時刻では、新しい衝撃波または特性直線が発生する。したがって、青開始時刻から下流リンクに向かって LINE 3 を発生させる。青終了時刻では、その直前に WAVE 60 が到達していない限り、WAVE 60 を新しく発生させる。

青時間中に下流交差点に到達し、隣接下流リンクに伝播したときに、その名称が変わる衝撃波として

QDW 2 → WAVE 60 (c グループの衝撃波)

QDW 3 → WAVE 70 (d グループの衝撃波)

の 2 つがある。これらはそれぞれ同じグループに属する衝撃波で、いずれも停止線上で連続である。

##### (3) 非飽和路線の衝撃波の描画例

本研究で開発した BASIC プログラムにより画面上に描画した各リンクの波動構造をプリンター出力し、つな

ぎ合わせたものを図—17に示す。ただし、図中の衝撃波の名称、密度およびジャム密度領域を示す影は後に書き加えたものである。

### 5. 過飽和路線の波動構造図

#### (1) 波動構造の計算と描画

次に過飽和路線の波動構造図を描く。非飽和の場合と同じく図—16に示すように時間-距離座標軸を画面に描く。次に与えられた信号制御パラメーターの条件から赤時間を太線で表示し、時間目盛および距離目盛を入れ、下流信号の青開始時刻  $t_{f3}$ ,  $t_{f3}'$  および青終了時刻  $G_3$  を記入する。上流信号についても、青開始時刻  $t_{f1}$ ,  $t_{f1}'$  および青終了時刻  $G_1$  を記入する。

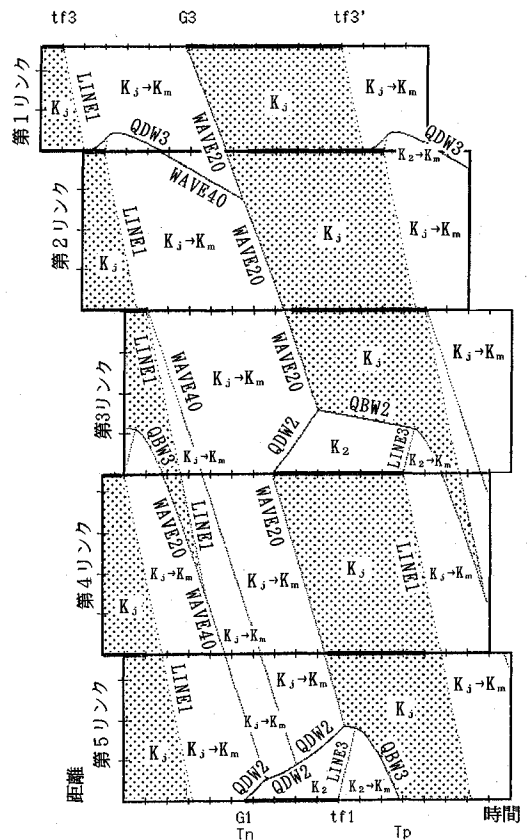
過飽和路線の場合には、非飽和路線とは逆に、最下流の第1リンクから上流に向かって計算を行う。第1リンクの場合、下流交差点から発生する衝撃波はLINE 1およびWAVE 20のみである。一方、上流交差点から発生する特性直線はLINE 3であるが、このほかに先詰まりが解消する時刻  $T_n$  を求めることが必要である。この  $T_n$  は赤開始時刻以降の赤時間中にある。なぜなら青時間中は上流リンクからの交通需要は飽和交通流率に等しいからである。この  $T_n$  については、池之上<sup>4)</sup>と同様にして、LINE 1の上流交差点到着時刻  $T_s$  が青時間中の場合は、赤開始時刻からの流入交通量と流出交通量の累積値が等しくなる時刻として求める。一方、 $T_s$  が赤時間中の場合は、その時刻からの流入交通量と流出交通量の累積値が等しくなる時刻として求める。こうして  $T_n$  が求められると、QDW および QBW を順次描くことができ、その結果として、先詰まり開始時刻  $T_p$  が求められる。

第2リンクより上流のリンクの場合、下流交差点から発生する可能性のある衝撃波は、LINE 1, WAVE 20 および WAVE 40 である。これらの衝撃波がリンク下流交差点で発生する時刻は、隣接下流リンクの波動構造を求めるときに求めた上流交差点への到達時刻として与えられる。

各リンクでは、 $t_{f3}$  より1周期分についてだけ衝撃波を求める。また、非飽和の場合と同様にして総旅行時間および上流交差点からリンクへの流入交通量を計算し、波動構造図の描画後に総旅行時間、および主道路・交差点道路からリンクへの流入率を求める。

#### (2) 隣接上流リンクに伝播する衝撃波の種類決定

リンク間にまたがって伝播する衝撃波については、一つのリンクについて計算を実行する際に、青時間中に上流交差点に到達する衝撃波あるいは特性直線があれば、そのつどその衝撃波あるいは特性直線の種類と到達時刻を記憶しておき、それを次のリンクの計算における初期条件として与える。ただし、赤時間中に到達する場合は、



図—18 過飽和路線の波動伝播図

その衝撃波あるいは特性直線は消滅し上流には伝播しないので記憶しない。

青開始時刻あるいは青終了時刻では、新しく衝撃波または特性直線が発生する。たとえば、青開始時刻から上流リンクに向かって発生する衝撃波は、その時刻に先詰まりがなければLINE 1である。先詰まりがあり、かつそれがジャム密度である場合は衝撃波は発生させず、ジャム密度でない場合はLINE 1およびWAVE 40を同時に発生させる。青終了時刻では、その直前にWAVE 20が到達していない限り、WAVE 20を新しく発生させる。

青時間中に上流交差点に到達し、隣接上流リンクに伝播したときに、その名称が変わる衝撃波として

QBW 3→WAVE 20 (b グループの衝撃波)

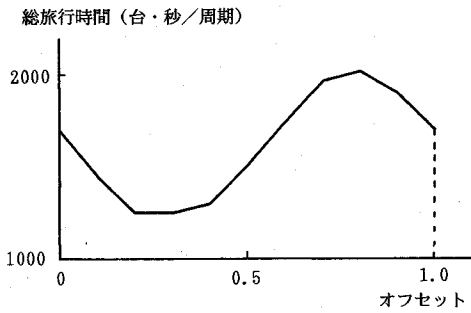
QDW 3→WAVE 40 (d グループの衝撃波)

の2つがある。これらはそれぞれ同じグループに属する衝撃波で、いずれも停止線上で連続である。

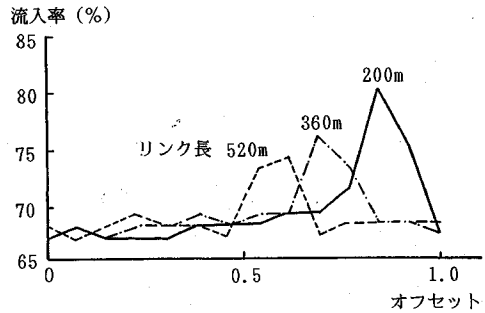
#### (3) 過飽和路線の衝撃波の描画例

図—17と同様にして作成した過飽和路線の波動構造図を図—18に示す。





図一十九 非飽和路線最上流リンクの総旅行時間とオフセットとの関係



図一二十 過飽和路線第1リンク上流交差点の主道路流入率

## 6. 解析結果

### (1) 複数リンク間の波動構造

図一七の非飽和路線の波動伝播図の例から、上流リンクの影響が下流リンクに伝わる様子や、衝撃波同士の交差によって新しく発生する衝撃波の例をみることができる。たとえば、第2リンクで WAVE 60 と LINE 3 が交差して新たに WAVE 70 が発生し、また第3リンクでは WAVE 70 と WAVE 60 が交差して新たに WAVE 60 が生じることがわかる。さらに第2リンクにあるように通常青終了時刻で WAVE 60 が発生するのに対して、第1リンクのように青終了時刻の直前に WAVE 60 が到達する場合は、それがそのまま下流に伝播する場合もある。青開始時刻では、 $K_2$  が 0 でない限り、つねに LINE 3 が発生する。その他、第3リンクから第2リンクにかけて QDW 2 が WAVE 60 となり、第4リンクから第3リンクにかけて QDW 3 が WAVE 70 になる例をみることできる。

一方、図一八の過飽和路線の波動伝播図の例から次のようなことがわかる。たとえば、第2リンクで WAVE 40 が WAVE 20 と交差して新たに WAVE 20 が生じ、また第4リンクでは WAVE 20 と LINE 1 が交差して新たに WAVE 40 が生じることがわかる。また第1リンクの停止波 WAVE 20 が青時間中に上流交差点に到達し、このため第2リンクの停止波が赤開始時刻からではなく、青時間中に発生することがわかる。さらに、通常青開始時刻に発進波 LINE 1 が発生するが、第5リンクにみられるように青開始時刻からではなく、青時間中に発生する場合や第3リンクにみられるように青開始時刻で LINE 1 と WAVE 40 が同時に発生する場合があることなどが示されている。これら以外に、第1リンクから第2リンクにかけて QDW 3 が WAVE 40 となり、第3リンクから第4リンクにかけて QDW 3 が WAVE 20 になる例もみることができ。

### (2) 総旅行時間とオフセットの関係

非飽和路線の場合、信号制御最適化の重要な評価指標

として総旅行時間が挙げられる。本研究で開発したプログラムは、波動構造のグラフィック表示を行うと同時に、池之上<sup>4)</sup>と同じく、制御パラメーターを評価するのに必要な総旅行時間および主道路・交差道路からの流入交通量をリンクごとに求めることができる。

そこで、今回開発したプログラムを応用して、リンク長 450 m の非飽和リンクを対象とし、系統周期 130 秒、上流信号の青時間 39 秒、下流信号の青時間 78 秒という計算条件で総旅行時間とオフセットの関係を求めたところ、図一十九に示す結果を得た。図より、総旅行時間を最小にする相対オフセットが存在することがわかる。

### (3) 上流交差点からの流入率とオフセットの関係

過飽和路線については、信号制御の重要な評価指標として、主道路・交差道路からの流入率があげられる。そこで、一例として、過飽和単一リンクの路線を対象とし、リンク長を 200 m, 360 m, 520 m の 3 通りの場合に対し、系統周期 130 秒、上流信号の青時間 75 秒、下流信号の青時間 60 秒という計算条件で、上流交差点から流入する主道路の流入率とオフセットの関係を求めた。その結果を図一二十に示す。ここに主道路の流入率とは、主道路の流入需要量に対する実際の流入交通量の割合である。図より、リンク長に応じて流入率を最大にするオフセットが変化することがわかる。

## 7. 結 語

本研究では、複数リンクにおける非飽和交通流および過飽和交通流の波動構造を表現する一般的なモデルを解析的に求めそれらを類型化した。またこれらモデルに基づいて複数リンクを伝播する波動構造を計算し、かつリンクごとの総旅行時間および流入率を計算するプログラムを開発した。このプログラムを用いれば、複数リンクからなる非飽和路線および過飽和路線のそれぞれについて波動構造を解析し、その結果をグラフィック表示することができ、これによって波動が次々とリンクを伝播していく状況を、視覚的に追跡することが可能になった。

また非飽和路線における総旅行時間とオフセットの関

係を分析した結果、総旅行時間を最小化するオフセットが存在することが明らかとなり、一方、過飽和路線における解析の結果、流入率とオフセットの間には密接な関係があることが明らかになった。これらのことから本研究で開発したプログラムを利用すれば総旅行時間を最小にするオフセットや、主道路・交差道路の各流入率を最適化するオフセットの検討も可能であることが確認された。

以上のように本研究では、非飽和および過飽和の両方の場合について、複数リンクからなる路線における波動構造が分析できるプログラムを開発したが、次の3点については今後の課題としてさらに研究を進める必要がある。すなわち、①非飽和リンクと過飽和リンクが混在するような系統化路線を扱えるようにする。②交差道路からの流入交通量が交差点ごとに異なる場合を扱えるようにし、さらに流入交通量が0でも扱えるようにする。③右左折によって交差道路に流出する交通を扱えるようにする。

今後は、これらの課題を解決したうえで、本研究で開発したプログラムをサブプログラムとして、オフセットなどの信号制御パラメータ最適化プログラムの開発を

行い、さらに汎用性のある系統式信号制御設計ツールの開発を目指したいと考えている。

#### 参考文献

- 1) Gregory Stephanopoulos, Michalopoulos, P.G. and George Stephanopoulos: Modelling and Analysis of Traffic Queue Dynamics at Signalized Intersections, Trans. Res. A, Vol. 13, No. 5, pp. 295~307, 1979.
- 2) 池之上慶一郎・田島伸裕: 過飽和状態の信号待行列のダイナミクスについて, 科学警察研究所報告交通編, Vol. 23, No. 1, pp. 20~26, 1982.
- 3) Michalopoulos, P.G., Gregory Stephanopoulos and Pisharody, V.B.: Modeling of Traffic Flow at Signalized Links, Trans. Sci., Vol. 14, No. 1, pp. 9~41, 1980.
- 4) 池之上慶一郎: 系統信号系における過飽和交通流の波動理論による研究, 科学警察研究所報告交通編, Vol. 24, No. 1, pp. 12~22, 1983.
- 5) 久井 守・蔵重良和: 過飽和信号系における波動伝播構造のグラフィック解析, 土木学会第 45 回年次学術講演概要集, pp. 534~535, 1990.
- 6) 久井 守・蔵重良和・梶谷直毅: 過飽和信号系における波動伝播現象のグラフィック解析, 山口大学工学部研究報告, Vol. 41, No. 1, pp. 59~68, 1990.

(1990. 11. 19 受付)

## DYNAMIC ANALYSIS OF SHOCK WAVE PROPAGATION FROM LINK TO LINK IN COORDINATED SIGNAL SYSTEMS

Mamoru HISAI and Youichi TAMURA

In this paper, general expressions are derived for describing queue dynamics at signalized intersections and shock wave propagation from link to link in coordinated signal systems based upon Michalopoulos *et al.* and Ikenoue. A BASIC program is developed to analyze queue dynamics and shock wave propagation in coordinated signal systems made up of the given number of links under arbitrary road, traffic and signal conditions. This program can be used on a personal computer and it is possible to draw the time-space diagram of shock waves in each of the links on the computer display in turn. In addition, the total travel time in each link and inflow traffic from main and cross road, which will be able to use as a criterion for optimization of signal control parameters, are easily calculated.