

利用者均衡配分による都市高速道路 ランプ勢力圏の推定

佐佐木綱*・飯田恭敬**・楊海***

本論文では、離散・連続的な単一核都市において、利用者均衡を基準とした都市高速道路のランプと経路の選択を考え、ランプ勢力圏の推定を試みた。提案した手法は、都市地域において連続的に発生するトリップから配分交通量までを一つのモデルで説明する同時推定モデルであり、交通混雑と需要変動を考慮し、高速道路ランプの利用交通量とその発生圏域を内生的に決定しているという点で特徴がある。

Keywords: traffic assignment, user-equilibrium, continuum, freeway network, ramp catchment area

1. はじめに

高速道路ランプ勢力圏とは、特定のランプを利用するトリップが分布する地域を意味する。高速道路の計画と評価、特に高速道路の交通需要予測では、ランプ勢力圏は一つの基礎的な概念であり、その合理的設定は重要な研究課題の一つであると思われる。

しかし現在までのところ、都市高速道路ランプ勢力圏に関する理論的、実用的研究はほとんど存在しない。従来の高速道路の交通需要予測においては、現況分析に基づき一律の形状と大きさをもった高速道路ランプ、インターチェンジ勢力圏の設定方法を採用しており、その設定方法は必ずしも妥当なものではなく、検討すべき点は依然として数多いと指摘されている^{1),2)}。

一般に、ランプ勢力圏の構造は、高速道路と交通発生源の存在形態、一般街路の分布、土地利用形態など多重要因の組合せによって左右されており、さまざまな形状を取ると考えられる。したがって単に現況分析によるランプ勢力圏の形状と境界の設定ではその形成メカニズムに対する理論的説明力に欠けているといえるだろう。

高速道路ランプ勢力圏は特定のランプを利用したトリップの分布を空間的にまとめたものであり、その分布形態は個人経路選択行動の集計結果である。したがってランプ勢力圏の設定方法については、高速道路利用者の効用最大化仮説や均衡理論などに基づいて理論的背景を明確にすることも必要である。

そこで本研究では著者らが最近開発した広域高密度都市交通圏を対象とした交通量配分の連続体均衡モデル^{3),4)}と交通量配分のネットワーク均衡モデル^{7),8)}とを統合し、

連続体とみなした都市地域において利用者均衡を基準とした高速道路のランプと経路の選択を考え、ランプ勢力圏の推定を試みる。本研究においては、主として単一核都市における通勤トリップに限ってランプ勢力圏の推定方法を考察するが、本手法をさらに発展させ、実用化をはかることによって、新たな高速道路交通需要予測モデルの提供が期待できると思われる。

したがって、本研究の目的は交通均衡論的手法により、高速道路におけるランプの利用交通量とその発生圏域を推定するモデルを提案することにある。

論文の構成は次のとおりである。まず2. では、研究対象都市を設定する。3. では、問題の基本概念と基本性質を述べた後、主問題・双対問題の2通りの数理最適化問題を導入し、問題の数学的構造を明らかにする。4. では有限要素法を用いて双対問題の離散化問題を導き、その数値解法を提示する。5. では簡単な数値計算例によって本モデルの実際問題への応用を考える。最後に6. では本研究のまとめとする。

2. 研究対象都市

ここでは Fig.1 に示すような二次元空間における単一核都市を考える。この都市においては、通勤者の居住地域は中心業務区域 (CBD) の勤務地を取り囲むように連続的に周辺一帯に分布し、勤務地は都心地に集中している。したがって、朝ラッシュ時間の通勤トリップパターンを取り扱う場合には、すべてのトリップが都市全域において連続的に発生し、都心地に集中するという many-to-one OD pattern と考えられる。そしてこの場合の交通施設は都心地へと連絡する離散的高速道路 (通常のネットワークとして表す) と連続体としてみた密に配置される一般街路である。また高速道路と一般街路は、いくつかのランプによって連結される。通勤トリップはまず一般街路を利用して居住地から高速道路へアクセス

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

*** 学生会員 工修 京都大学大学院 博士課程

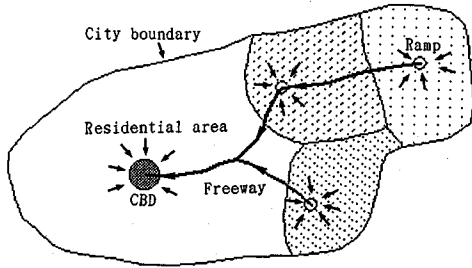


Fig.1 The model city with freeway transportation system.

し、高速道路を通して都心部まで移動するか、あるいは一般街路のみを利用して都心地へ通勤する。

高速道路と一般街路はいずれも flow-dependent の移動時間を要し、各トリップは自分の通勤に要する時間を最小にするように通勤経路を決定する。この場合、どの区域からのトリップがどのランプに流入して都心地へ移動するのかという空間の利用者均衡配分問題が本研究の考究する主題である。

3. モデルの定式化と双対性

本節では先に述べた離散・連続的二次元都市における経路選択問題を一般均衡論的分析に適用する。まずそのための基本概念を定義し、問題の基本性質を述べた後、モデルの定式化とその双対性を与え、提案した問題の解は利用者均衡フローパターンを導くことを明らかにする。

(1) 基本概念の定義

ノード集合 N とリンク集合 A からなる高速道路ネットワークを $G(N, A)$ 、一般街路から構成される連続体を D と表す。また都心地を o 、高速道路と連続体との接点 (ランプ) s の集合を S とする。

交通発生密度関数：連続体 D が二次元 $x=(x_1, x_2)$ 平面に位置するとき、その任意点 x における交通発生密度 (単位時間単位面積当たりの発生交通量) を $q(x)$ とする。 $q(x)$ は D において連続的であり、都市世帯密度等で決まる既知関数であると仮定する。

交通フロー：いま対象とする OD パターンが many-to-one であるため、利用者が合理的経路選択行動に従えば、交通フローは一定方向 (one-way) で D 内の各点を通行することがわかる。ただし、 D 内の交通フローが高速道路ランプと都心地に吸収される $s(s \in S)$ および o という不連続点 (特異点) は例外である。したがっていくつかの特異点を取り除けば、連続体 D における任意点の交通フローはベクトル関数 $v(x)=(v_1, v_2)$ で記述することができる。ここで v_1, v_2 はそれぞれ x_1, x_2 方向における単位幅単位時間内の通過交通量である、また $|v(x)|=(v_1^2+v_2^2)^{1/2}$ をその点での交通フローの強度

とする。

なお高速道路リンク a の単位時間当たりの交通量を V_a 、集合 A 全体については $V=(\dots, V_a, \dots)$ と表す。

走行時間関数：交通混雑を明示的に考えるために、離散体の高速道路と連続体としてみた一般街路のいずれにおいても flow-dependent の走行時間関数を用いることにする。本来なら、高速道路の選択を考える場合には利用通行料金を考慮すべきであるが、時間価値係数を用いて料金を時間に変換することにより定数項として走行時間関数に組み込むことができるため、モデルの基本的構造には影響を与えない。したがって本研究では料金額を明示的に扱っていない。ここでは渋滞のない正常な流れを考えるので、高速道路リンク走行時間はそのリンクの交通量に対して単調増加な関数である次のような BPR 型関数を用いる。

$$t_a(V_a) = t_{a0} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{V_a}{C_a} \right)^\beta \right\} \dots \dots \dots (1)$$

t_{a0} はゼロフロー時のリンク所要時間、 C_a はリンク a の交通容量、 α, β はパラメーターである。なおリンク集合 A 全体の走行時間については、 $t=(\dots, t_a, \dots)$ と表す。

一般街路から構成される連続体 D に対しては、走行時間関数は交通混雑によって、交通強度の非線形関数となるが、本研究では後で述べるモデルの双対性とその数値解法を容易に導くために、その任意点における単位距離の走行時間は方向によらず (等方性連続体)、地点ごとの交通強度の線形スカラー関数であると仮定する。

$$F(|v|, x) = a(x) + b(x)|v(x)| \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $a(x), b(x)$ は連続体 D における各点の物理的特性 (道路密度、交通容量等) に依存するスカラー関数であり、これらは実際の道路網に基づき決定することができる³⁾⁻⁶⁾。

式 (2) で示される走行時間関数は、右辺の第 1 項 $a(x)$ が自由走行時間項に相当し、第 2 項が交通混雑を反映している。これらは地点ごとに定義されているため、連続体としてみた一般街路の走行時間を表現するのにおおむね妥当な仮定だろう。

交通フロー保存条件：交通フローベクトル場 $v(x)$ と交通発生密度 $q(x)$ は連続体 D においてフロー保存条件を満足しなければならない。換言すれば、 D 内の任意の小さいサブエリア R を考えると、 R の境界 ∂R を横切る流出交通量と流入交通量の差が R 内における発生交通量に等しい。つまり、

$$\oint_{\partial R} v \cdot nds = \int_R q dx_1 dx_2 \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 n は境界 ∂R の法線ベクトル、“ \cdot ” はベクトル積を意味するものである。

Green の積分定理により、流体力学でよくみられるような次の交通フローの保存方程式が得られる。

$$\nabla \cdot v = q(x) \dots\dots\dots(4)$$

ここで、

$$\nabla \cdot v = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2}$$

ただし、以上の交通フローの保存方程式は特異点を除いて成立するが、連続体 D におけるいくつかの特異点における交通フローの保存条件は別途検討する必要がある。

いまランプ $s (s \in S)$ を考える。連続体からランプ s に流入する交通量を V_s とする。 s を中に取り囲むような任意の滑らかな微小閉曲線 I_s に対して、

$$\oint_{I_s} v \cdot n ds = -V_s, \quad \forall s \in S \dots\dots\dots(5)$$

が成り立つことがわかる。また都心地 o という特異点についても同様なことがいえる。

(2) 問題の基本性質

ここではモデルの定式化を行うために、まず取り扱う問題の基本性質について述べる。

連続体において発生する交通量がランプから高速道路へ流入し、都心地へ移動する。各ランプの利用交通量が高速道路ネットワーク上の発生交通量となり、それがわかれば、ネットワーク上の交通フローは通常の利用者均衡配分問題として取り扱うことができる。

しかしながら、各ランプの利用交通量は高速道路の走行時間、交通混雑いわゆる高速道路の供給サービス水準に応じて変化する。あるランプから都心地に至るまでの所要時間が小さければ、より広い範囲のトリップがそのランプを利用し、逆に所要時間が大きければ、そのランプを利用するトリップの範囲が小さくなる。

一方、ランプ利用交通量が増大すれば、都心地までの所要時間は次第に増加し、高速道路のサービスレベルは低下する。したがって結局、対象とする問題は、通常需要・パフォーマンス均衡概念と同じように、高速道路ネットワークが供給し得る交通サービス水準とそれに見合う交通需要とが平衡するような、一種の需要変動型交通均衡問題であると考えられる。ただし、この場合のネットワークにおける起終点間の交通需要量(ランプ利用交通量)は高速道路の供給サービス水準の明示的関数として表現できないため、需要関数を交通システム供給サービスレベルの明示的関数と仮定した従来の需要変動型交通均衡モデル^{7),8)}をそのまま応用できないという点に注意すべきである。

ところで、著者らはすでに空間の利用者均衡問題を取り扱う連続体モデルを開発しており^{3),4)}、それを用いてどの地域からのトリップがどのランプに流入するののかというトリップの空間的選択、言い換えれば、各ランプ勢力圏の空間的範囲を決定することができる。したがって、従来から研究されているネットワーク交通均衡モデルと

連続体利用者均衡モデルとを統合して問題の解決が可能となる。

(3) 定式化と双対性

一般街路から構成される連続体と高速道路から構成される離散体における均衡問題の基本性質を上で述べた。ここで連続体における交通フローとネットワーク上の交通フローの独立性およびランプにおける連結性を考えると、研究対象とする離散・連続体における利用者均衡問題は数理最適化問題として以下のように定式化できる。

Primal Problem (PP) :

$$\begin{aligned} \text{Min}_{v, V} \theta(v, V) = & \sum_a \int_0^{V_a} t_a(z) dz \\ & + \iint_D \left\{ \int_0^{|v|} F(z) dz \right\} dx_1 dx_2 \dots\dots (6) \end{aligned}$$

subject to :

$$\sum_k f_k^{s0} = V_s, \quad \forall s \in S \dots\dots\dots(7)$$

$$\sum_s \sum_k \delta_{sk}^a f_k^{s0} = V_a, \quad \forall a \in A \dots\dots\dots(8)$$

$$\nabla \cdot v = q(x), \quad \text{in } D' \dots\dots\dots(9)$$

$$\oint_{I_s} v \cdot n ds = -V_s, \quad \forall s \in S \dots\dots\dots(10)$$

$$v_n = 0, \quad \text{on } \partial D \dots\dots\dots(11)$$

$$f_k^{s0} \geq 0, \quad \forall s \in S, k \in K_{s0} \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 f_k^{s0} : 高速道路ランプ s から、経路 k に沿って都心地 o へ向かう交通量

K_{s0} : ランプ s から都心地 o への有効経路集合

δ_{sk}^a : ランプ s と都心地 o 間の第 k 経路がリンク a を含むとき 1, そうでないとき 0

D' : 連続体 D から有限個の特異点(ランプ)を取り除いた領域

制約条件 (11) は都市境界を横切る交通量がゼロであることを意味するものであるが、都市境界を横切る交通流が存在する場合にも容易に拡張することができる¹¹⁾。

目的関数の第 1 項はよくみられるリンク走行時間関数の積分形であり、第 2 項は連続体をリンクが連続的に分布する一種のネットワークであると考えれば、第 1 項と同様な数学的意味をもつと理解できる。

上述の最適化問題は、式 (1), (2) で示すような交通量に対して単調増加な走行時間関数を用いるとき、目的関数の第 1・第 2 項はそれぞれ変数 V と $v(x)$ の狭義凸関数であり、また制約条件も凸集合を形成しているから、この最適化問題は凸計画問題である。よって解 $(v(x), V)$ は唯一に決まる^{8),11)}。

凸計画問題 PP の双対問題は、連続体において線形な走行時間関数を採用するとき、以下のような費用ポテンシャル関数 $\lambda(x)$ とリンクコスト t に関する最大化問題として表すことができる。

Dual Problem (DP) :

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\lambda, t} \omega(\lambda, t) = & \int_D \int \left\{ \lambda q - \frac{(a - |\nabla \lambda|)^2}{2b} \right\} dx_1 dx_2 \\ & - \sum_a \int_a^{t_a} t_a^{-1}(z) dz \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

subject to :

$$(\nabla \lambda)_n = a(x), \quad \text{on } \partial D \dots \dots \dots (14)$$

$$\lambda(o) = 0, \quad \text{at center } o \dots \dots \dots (15)$$

$$\lambda(s) = p_{s0}, \quad \forall s \in S \dots \dots \dots (16)$$

$$\sum_a t_a \delta_{ak}^0 \geq p_{s0}, \quad \forall k \in K_{s0}, s \in S \dots \dots \dots (17)$$

ここで、 $\nabla \lambda = (\partial \lambda / \partial x_1, \partial \lambda / \partial x_2)$

$t_a^{-1}(z)$: リンク走行時間関数 $t_a(z)$ の逆関数

p_{s0} : 制約条件 (7) に対するラグランジュ乗数

$\lambda(x)$: 交通フローの保存方程式 (9) に対するラグランジュ乗 (関) 数 (費用ポテンシャル関数)

$\lambda(s)$: ランプ $s (s \in S)$ におけるポテンシャル関数の値

$\lambda(o)$: 都心 o におけるポテンシャル関数の値

上記主双対問題 **PP** と **DP** の間には、次のような双対性と相補性の条件が成立する。

主問題 **PP** の最適解 (\bar{v}, \bar{V}) とその双対問題 **DP** の最適解 $(\bar{\lambda}, \bar{f})$ に対して、

$$\text{Min } \theta(\bar{v}, \bar{V}) = \text{Max } \omega(\bar{\lambda}, \bar{f}) \dots \dots \dots (18)$$

が成立する。

なお、連続体の任意点においては

$$\bar{v} // (-\nabla \bar{\lambda}) \dots \dots \dots (19)$$

$$a(x) + b(x) |\bar{v}| = |\nabla \bar{\lambda}| \dots \dots \dots (20)$$

高速道路ネットワークにおいては、

$$\left. \begin{aligned} \sum_a \bar{f}_a \delta_{ak}^0 &= \bar{\lambda}(s) \text{ if } \bar{f}_k^0 > 0 \\ \sum_a \bar{f}_a \delta_{ak}^0 &\geq \bar{\lambda}(s) \text{ if } \bar{f}_k^0 = 0 \end{aligned} \right\} \forall k \in K_{s0}, s \in S \dots \dots (21)$$

という相補条件が成立する。

以上で述べた双対性に関してその証明には冗長な議論が必要であるため、ここでは省略するが、既存の連続体モデルとネットワーク均衡モデルに関する双対性の理論^{9), 10)}から容易に導くことができる。

最適性の条件式 (21) は通常のネットワーク均衡モデルで見慣れた均衡条件式であり、 $\bar{\lambda}(s)$ は高速道路ランプ s から都心 o に至るまでの最短経路時間であることがわかる。また式 (19), (20) は、連続体における交通フローベクトルと費用ポテンシャル関数との関係を表している。つまり、連続体における任意点での交通フローの方向はポテンシャル関数の勾配の逆方向 (式 (19)) に一致し、交通フローの強度はポテンシャル関数 $\lambda(x)$ の勾配 (式 (20)) によって決定される。

(4) 利用者均衡

ここでは提案するモデルが利用者均衡フローパターンを導くことを式 (19)~(21) で示される相補性の条件 (最適性の必要条件でもある) を用いて明らかにする。

【利用者均衡】 : 費用ポテンシャル関数 $\lambda(x_1, x_2)$ は、連続体 D における任意点 (x_1, x_2) から都心地 o に至るまでの走行所要時間である。また D 内の任意点 w に対して wo 間の利用されている経路の走行時間はすべて $\lambda(w)$ に等しく、利用されていない経路の所要時間はその値に等しいかまたは大きい。

証明 : 各ランプから高速道路に流入した交通フローは高速道路ネットワークにおいて利用者均衡条件を満たすことは式 (21) より明らかである。よって、連続体における交通フローの流れが空間的利用者均衡条件を満たすことを示せばよい。

まず連続体における任意点に対して、 $v \neq 0$ ならば、式 (19) と (20) を合わせて次のように書くことができる。

$$(a + b|v|) \frac{v}{|v|} = -\nabla \bar{\lambda}, \quad v \neq 0 \dots \dots \dots (22)$$

いま連続体 D における任意点 w を考える。 w から発生するトリップは一般街路のみを利用して都心地 o へ移動するか、あるいはまず一般街路を利用して高速道路へアクセスし、高速道路を利用して都心地 o へ移動する。また高速道路を利用する場合には、どのランプを利用するかというような経路選択が考えられる。

まず一般街路のみを利用した場合を考えよう。 wo 間の利用されている任意の経路 p に沿って式 (22) が成立する。よって、

$$\int_p (a + b|v|) \frac{v}{|v|} \cdot ds = \int_p -\nabla \bar{\lambda} \cdot ds$$

$v/|v|$ が単位ベクトルであることを考えると

$$\int_p (a + b|v|) \frac{v}{|v|} \cdot ds = \int_p (a + b|v|) ds$$

となる。

式 (2) で示される走行時間関数により、上式の右辺は wo 間の経路 p の走行時間であることがわかる。

一方、 $\nabla \lambda \cdot ds = d\lambda$ であることから、

$$\int_p -\nabla \lambda \cdot ds = -\int_p d\lambda = \lambda(w) - \lambda(o)$$

$\lambda(o) = 0$ により、

$$\lambda(w) = \int_p (a + b|v|) ds$$

が得られる。

したがってポテンシャル $\lambda(w)$ は点 w から経路 p に沿って都心地 o までの走行時間であることがわかる。

一方、連続体の wo 間のうち利用されていない任意の経路 p' については、式 (20) により

$$\int_{p'} (a + b|v|) ds = \int_{p'} |\nabla \lambda| ds$$

$$\geq - \int_{p'} \nabla \lambda \cdot ds = \lambda(w) - \lambda(o) = \lambda(w).$$

次に高速道路を利用した場合を考えよう。点 w から発生したトリップが連続体にあるアクセス経路 z を利用してランプ s より高速道路に流入したとする。このときの総走行時間 T_s は連続体における総走行時間 T_c と高速道路における総走行時間 T_n より構成される。つまり

$$T_s = T_c + T_n$$

T_c は式 (2) で示される単位距離走行時間関数の経路 z に沿う積分で与えられることから、また式 (22) を利用すると、

$$T_c = \int_z (a + b|v|) \frac{v}{|v|} \cdot ds = \int_z - \nabla \lambda \cdot ds = \lambda(w) - \lambda(s).$$

なお高速道路における走行時間は $T_n = \lambda(s)$ であるので、

$$T_s = T_c + T_n = \lambda(w)$$

であることがわかる。

また、点 w で発生したトリップによって利用されていない任意ランプ s' に対しては

$$T_{s'} = T_{c'} + T_{n'} \geq \lambda(w)$$

であることが同様に証明できる。

したがって、定式化されたモデルの解は空間的均衡条件を満足することが証明された。◆

以上の証明過程からわかるように、ポテンシャル関数 $\lambda(x)$ は連続体における任意点から都心地に至るまでの最短経路時間を表している。したがって双対問題によりその費用ポテンシャル関数が求めれば、連続体における均衡交通フローパターンが式 (19), (20) のように計算できる。その結果として特定のランプを利用するトリップを空間的にまとめれば、高速道路各ランプ勢力圏の存在範囲と利用トリップ数が推定されることになる。

4. モデルの数値解法

以上で定式化した主問題 **PP** は、ベクトル関数とリンクフローを変数とするのに対し、双対問題 **DP** は、費用ポテンシャル関数とリンクコストを変数とし、また制約条件が取り扱いやすい形をしていることである。そこで、数値解法を導くために、双対問題の連続体部分に対して離散化を行う。

まず内挿関数の設定が容易であり、かつ複雑な境界形状を表示できるような三角形要素を用いて、対象領域 D を **Fig.2** に示すように分割する。要素の集合を E 、ある特定要素の面積を $De (e \in E)$ 、その3つの節点を i, j, k とする。

ポテンシャル $\lambda(x)$ の近似関数を $\lambda^e(x)$ と表し、各要素内で3つの節点におけるポテンシャル $\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k$ から定まる座標 (x_1, x_2) の一次関数で表されるもの(線

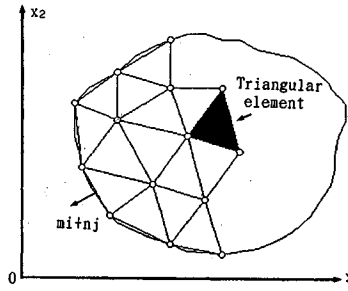


Fig.2 Region divided into triangular elements.

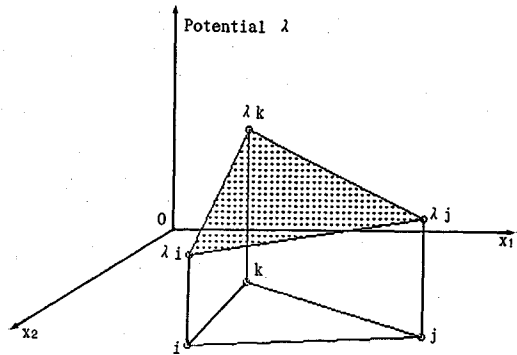


Fig.3 Linear potential function defined on each element.

形要素, **Fig.3** を参照) とすると、要素内のポテンシャルは次のように表すことができる¹²⁾。

$$\lambda^e(x) = [K_i, K_j, K_k] [\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k]^T, \quad \forall e \in E \dots (23)$$

ここで、" T " がベクトル転置を意味するものである。

なお、 K_i, K_j, K_k は次ように表示される。

$$\left. \begin{aligned} K_i &= a_i + b_i x_1 + c_i x_2 \\ K_j &= a_j + b_j x_1 + c_j x_2 \\ K_k &= a_k + b_k x_1 + c_k x_2 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

係数 a_i, b_i, \dots, c_k は三角形要素の3節点の座標から定まる定数である。

さらに、各要素内における交通発生密度と道路密度が一様であると仮定し、

$$q(x) = q_e, \quad a(x) = a_e, \quad b(x) = b_e, \quad \forall e \in E \dots (25)$$

とする。

ここで、 q_e, a_e, b_e は要素ごとの定数である。

これらの仮定に基づいて双対問題連続体部分の離散化形式は以下のように導かれる。

まず式 (23), (24) より、

$$\begin{aligned} \nabla \lambda^e &= \frac{\partial \lambda^e}{\partial x_1} \mathbf{i} + \frac{\partial \lambda^e}{\partial x_2} \mathbf{j} \\ &= (b_i \lambda_i + b_j \lambda_j + b_k \lambda_k) \mathbf{i} + (c_i \lambda_i + c_j \lambda_j + c_k \lambda_k) \mathbf{j} \end{aligned}$$

が得られる。

ここで、 \mathbf{i}, \mathbf{j} は x_1, x_2 方向の単位ベクトルである。

よって、

$$|\nabla \lambda^e| = \left\{ (b_i \lambda_i + b_j \lambda_j + b_k \lambda_k)^2 + (c_i \lambda_i + c_j \lambda_j + c_k \lambda_k)^2 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (26)$$

となる。

$|\nabla \lambda^e|$ が各要素において定数であることを注意すると、目的関数の連続体部分の対象領域にわたる積分は、次のように各要素内の積分の和として表現できる。

$$\begin{aligned} & \int_D \int \left\{ \lambda q - \frac{(a - |\nabla \lambda|)^2}{2b} \right\} dx_1 dx_2 \\ &= \sum_e \int_{D^e} \int \left\{ \lambda^e q_e - \frac{(a_e - |\nabla \lambda^e|)^2}{2b_e} \right\} dx_1 dx_2 \\ &= \sum_e D^e \left\{ q_e \frac{(\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k)}{3} - \frac{a_e^2}{2b_e} + \frac{a_e |\nabla \lambda^e|}{b_e} - \frac{|\nabla \lambda^e|^2}{2b_e} \right\} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

なお連続体境界制約条件 (14) は次のように処理すべし。

いま要素 e の一つの辺 jk が連続体境界の一部になっているとし、 $(mi + nj)$ が辺 jk と直交する外向きの単位ベクトルとすると (Fig.2 を参照)、

$$\begin{aligned} (\nabla \lambda^e)_n &= \nabla \lambda^e \cdot (mi + nj) \\ &= (b_i \lambda_i + b_j \lambda_j + b_k \lambda_k) m + (c_i \lambda_i + c_j \lambda_j + c_k \lambda_k) n \\ &= a_e, \quad \forall e \in \Gamma \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

となる。

ここで、 Γ は境界辺をもつ要素の集合であり、 m と n は境界辺 jk から定まる定数である。

都心 o および高速道路と一般街路との接点 (ランプ) $s (s \in S)$ が三角形要素の節点となるように対象領域の離散化を行えば、双対問題 DP は、有限個の要素節点ポテンシャル $\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k, \dots$ と高速道路リンク走行時間 $t_a (a \in A)$ を変数とする次のような非線形計画問題となる。

$$\begin{aligned} & \text{Max } \omega(\lambda, t) \\ &= \sum_e D^e \left\{ q_e \frac{(\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k)}{3} - \frac{a_e^2}{2b_e} + \frac{a_e |\nabla \lambda^e|}{b_e} - \frac{|\nabla \lambda^e|^2}{2b_e} \right\} \\ & \quad - \sum_a \int_{t_{ao}}^{t_a} t_a^{-1}(z) dz \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

subject to :

$$(b_i \lambda_i + b_j \lambda_j + b_k \lambda_k) m + (c_i \lambda_i + c_j \lambda_j + c_k \lambda_k) n = a_e, \quad \forall e \in \Gamma \dots\dots\dots (30)$$

$$\lambda(o) = 0, \quad \text{at center } o \dots\dots\dots (31)$$

$$\sum_a t_a \delta_{ik}^s \geq \lambda(s), \quad \forall s \in S, k \in k_{s0} \dots\dots\dots (32)$$

以上で示される最大化問題は、その解法として通常の非線形計画問題を解くためのアルゴリズムが適用できるが^{9),13)}、ここでは比較的簡単な場合の計算法を示す。

制約条件 (32) は、均衡が達成される状態においては、利用される経路に対して必ず“=”をとることがわかる^{9),10)}。よって通常の都市高速道路ネットワークはそれほど複雑ではなく、各ランプから都心地への利用経路が

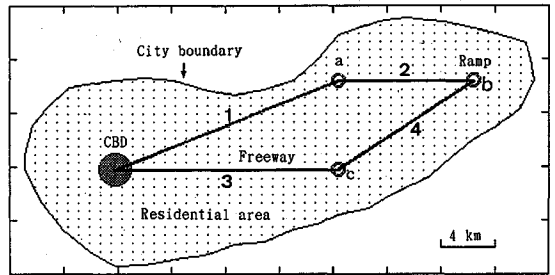


Fig.4 The study city and freeway network.

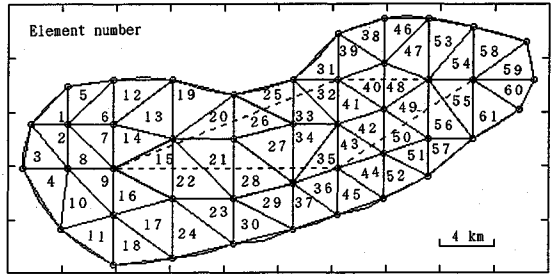


Fig.5 Discrete representation of the continuum.

事前にわかる場合には、利用されない経路を考えずに、利用される経路に対して式 (32) の“ \geq ”を“=”と置き換えても、モデルの最適解は全く変化しないのである。そうした場合の双対問題の制約条件はすべて“=”となり、通常のラグランジュ乗数法を適用できる。したがって結局、その適用結果としての非線形連立方程式を解くことのみで節点ポテンシャルとリンク走行時間が求まる⁴⁾。

5. 数値計算例

いま数値計算例として Fig.4 に示すような仮想的都市を想定しよう。この都市における交通施設としては、同図で示すように密に分布する一般街路と離散的高速道路の2モードがあると考え、一般街路から構成される連続体は三角形要素を用いて Fig.5 で示すように離散化する。各要素内における道路容量と密度に依存するパラメーター a_e, b_e およびトリップ発生密度 q_e はある程度現実都市を反映するように、Table 1 に示すものと仮定する。また高速道路には、3つのランプがあると仮定し、各リンク走行時間関数のパラメーターは Table 2 に示すように設定する。なお本計算例では前述したように、利用通行料金を明示的に考慮しない。以上の前提のもとで、本手法を用いて朝ラッシュ時間における通勤トリップに対して、高速道路ランプ勢力圏の推定を行った。推定結果は次のとおりである。

まず高速道路における各ランプの利用交通量および各道路区間の均衡交通量と均衡走行時間は Table 3 に示さ

Table 1 Input data and numerical results for the continuum.

Ele.				Flow				Ele.				Flow			
e	a _e	b _e	q _e	v _e	e	a _e	b _e	q _e	v _e	e	a _e	b _e	q _e	v _e	
1	3.4	6.0	90	30.3	32	3.0	5.2	100	50.4	33	3.8	5.9	100	258.9	
2	3.2	6.0	90	184.3	33	3.8	5.9	100	258.9	34	3.5	5.8	100	273.3	
3	3.4	5.8	90	150.1	34	3.5	5.8	100	273.3	35	3.1	5.3	100	351.9	
4	3.4	5.8	90	20.1	35	3.1	5.3	100	351.9	36	3.2	5.5	95	99.3	
5	3.6	5.8	95	145.0	36	3.2	5.5	95	99.3	37	3.0	5.3	95	48.2	
6	3.4	5.7	105	301.6	37	3.0	5.3	95	48.2	38	3.3	5.4	90	70.0	
7	3.5	5.5	100	1355.0	38	3.3	5.4	90	70.0	39	3.1	5.5	95	273.6	
8	3.4	5.3	105	1403.7	39	3.1	5.5	95	273.6	40	3.0	5.2	95	334.3	
9	3.0	5.4	100	1872.0	40	3.0	5.2	95	334.3	41	3.2	5.4	95	245.3	
10	3.2	5.4	95	77.5	41	3.2	5.4	95	245.3	42	3.5	5.5	90	212.9	
11	3.4	5.5	90	53.7	42	3.5	5.5	90	212.9	43	3.4	5.4	95	413.7	
12	3.5	5.3	95	259.8	43	3.4	5.4	95	413.7	44	3.4	5.5	90	358.6	
13	3.6	5.8	105	410.3	44	3.4	5.5	90	358.6	45	3.3	5.6	85	233.2	
14	3.4	5.5	110	1428.2	45	3.3	5.6	85	233.2	46	3.5	5.8	95	231.2	
15	3.1	5.2	100	1762.2	46	3.5	5.8	95	231.2	47	3.6	6.0	100	255.5	
16	3.5	5.7	110	1325.0	47	3.6	6.0	100	255.5	48	3.7	5.9	100	272.8	
17	3.5	5.5	110	414.9	48	3.7	5.9	100	272.8	49	3.6	6.0	90	142.9	
18	3.1	5.2	115	497.4	49	3.6	6.0	90	142.9	50	3.6	6.0	90	202.0	
19	3.2	5.5	110	501.7	50	3.6	6.0	90	202.0	51	3.7	6.0	90	379.5	
20	3.4	6.0	110	439.9	51	3.7	6.0	90	379.5	52	3.5	6.0	85	218.9	
21	3.3	5.5	110	499.8	52	3.5	6.0	85	218.9	53	3.5	5.8	95	51.8	
22	3.2	5.5	115	469.9	53	3.5	5.8	95	51.8	54	3.2	5.7	100	340.1	
23	3.3	5.8	115	491.7	54	3.2	5.7	100	340.1	55	3.3	5.9	95	400.3	
24	3.1	5.5	110	380.2	55	3.3	5.9	95	400.3	56	3.2	5.7	90	367.3	
25	3.3	5.8	100	49.2	56	3.2	5.7	90	367.3	57	3.2	5.9	85	75.1	
26	3.2	5.5	110	40.2	57	3.2	5.9	85	75.1	58	3.4	5.9	90	195.5	
27	3.1	5.6	105	88.8	58	3.4	5.9	90	195.5	59	3.3	5.8	95	181.1	
28	3.2	5.5	105	155.2	59	3.3	5.8	95	181.1	60	3.3	5.8	95	20.9	
29	3.4	5.9	100	349.6	60	3.3	5.8	95	20.9	61	3.6	6.0	90	20.8	
30	3.5	5.8	105	231.4	61	3.6	6.0	90	20.8						
31	3.0	5.2	100	202.8											

a_e: 10⁻²(hr/km), b_e: 10⁻⁶(hr²/veh), q_e: (veh/hr/km²), v_e: (veh/hr/km)

Table 2 Input data for the freeway.

Link number a	1	2	3	4
t _{a0} (min)	25	10	20	15
Ca (veh/hr)	8000	2000	8000	3000
Link performance function t _a (V _a)=t _{a0} [1+2.62(V _a /C _a) ⁵]				

Table 3 Numerical results for the freeway.

Link number a	1	2	3	4
Equilibrium link flows	6252	1424	6617	1860
Equilibrium travel times	44.1	14.8	40.3	18.6
On-ramp traffic flows	Ramp a	Ramp b	Ramp c	
	4828	3284	4757	

れている。

Fig.6 は都心に至る所要時間が等しい点の集合、いわゆる等時間線を表している。等時間線が密になっている部分が交通が混雑する領域に相当することは視覚的にわかる。混雑するところは都心と各ランプに近い場所である。

Fig.7 は連続体における交通フローの方向と各ランプ勢力圏の空間的な範囲を表している。交通フローは等時間線に垂直な方向に沿って流動するが、連続体における各点の交通フローの流動方向に基づき各ランプ勢力圏が求められる。

連続体における各要素内の交通強度は **Table 3** に示されている。また **Fig.8** は交通強度の空間的な分布を表している。同図からわかるように一般街路においては都心

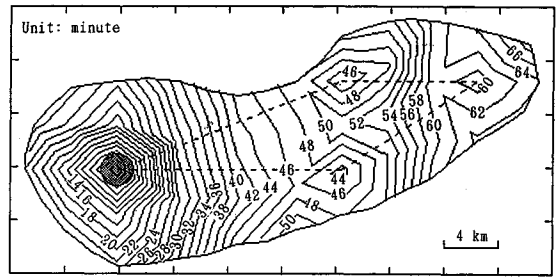


Fig.6 Equi-travel time contours from homes to the CBD.

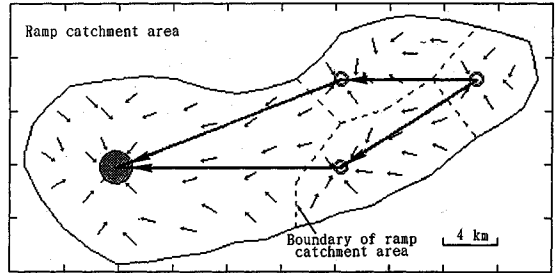


Fig.7 Ramp catchment area and flow directions.

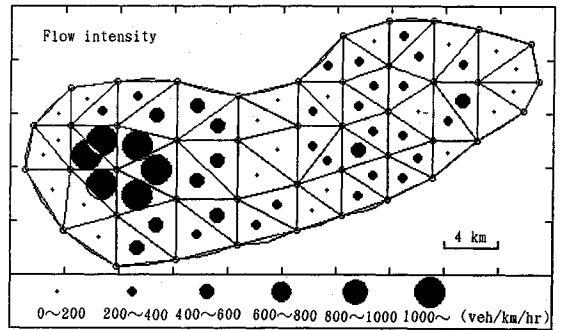


Fig.8 Flow intensity distribution on the continuum.

と高速道路ランプに近い地点の交通強度が大きくなっている。

6. まとめ

本論文では単一核都市における自動車通勤トリップに対する高速道路ランプ勢力圏の推定について利用者均衡的アプローチの適用を試みた。提案した手法は、都市地域において連続的に発生するトリップから配分交通量までを一つのモデルで説明するという同時推定モデルであり、交通混雑と需要変動を考慮し、ランプの勢力圏と利用交通量が利用者均衡条件を満足し、モデルによって内生的に決定されるという点で特徴がある。

提案した手法は、高速道路を通常のネットワークで表現したほかに、密に分布する一般街路について連続体表現を用いた。このような連続体表現手法は、都市地域においては連続的トリップ発生密度をもつと仮定してお

り、対象地域をゾーンに分割し、ゾーン中心にセントロイドを仮定するという従来の分析方法と異なる。

本論文で提案した連続体モデルが特に有効になるのは広域高密度都市圏を取り扱う場合である。なぜなら連続体近似においては、モデルの構築において詳細ネットワーク表示の必要がないことや、モデルの計算においてその計算量が街路網の規模にかかわらず対象領域を分割する要素の数のみに依存すること、などという利点があるからである。特に連続体モデルでは一般街路が密になるとともに推計精度の向上が期待できるし、推計結果の二次元表示により、視覚的検討が容易となる。

本論文で示す例題からもわかるように、提案した手法は、種々の交通プロジェクトの実施によるインパクトを評価することができると考えられる。たとえば高速道路の整備によるランプ勢力圏の変化、通勤時間の短縮効果、便益の帰着等を費用ポテンシャルの変化などで計測できる。なお交通制御、道路通行料金導入等による交通フローパターンの変化、新設道路の交通需要などを推計できると思われる。

本論文で提案する手法は自動車通勤トリップに対する高速道路ランプ勢力圏の推定に適用できるだけでなく、公共交通機関（鉄道・バス）駅勢力圏の推定^{14), 15)}にも同様に適用可能であると考えられる。

本研究では単一核都市における通勤交通を対象として検討を行ったが、一般的な場合（many-to-many OD pattern）にも適用できるようにモデルをさらに発展させる必要がある。また提案されたモデルの適合度についても実際都市を対象として実証的分析を行う必要がある。これについてたとえば、ランプのモデルによる予測交通量と実測交通量を比較することが一つの方法として考えられるが、ランプ勢力圏がどの程度であるかという観測データがないのが実状であり、モデルの妥当性を検証するための方法論の開発も今後の研究課題である。

最後に本研究を進めるうえで、愛媛大学の朝倉康夫助教授、京都大学の秋山孝正講師、川崎雅史助手には有益なご助言をいただいた。ここに感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 森杉寿芳・宮城俊彦・森島 仁：簡便な高速道路需要予測モデルに関する研究，土木計画研究・講演集，No. 11，pp. 463～470，1988.
- 2) 森杉寿芳・森島 仁：インターチェンジの勢力圏に関する研究，土木学会第 44 回年次学術講演会，pp. 136～137，1989.
- 3) Sasaki, T., Iida, Y. and Yang, H.: User Equilibrium Traffic Assignment by Continuum Approximation of Network Flow, Proceedings of the 11th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp. 233～252, 1990.
- 4) 広域高密度交通圏解析を対象とした空間的離散および連続モデルの比較研究，文部省科学研究費研究成果報告書（研究代表者，飯田恭敬），1990.
- 5) 飯田恭敬・朝倉康夫・楊 海・進士 肇：ネットワークの連続体近似による交通量配分，土木計画学研究・講演集，Vol. 12，pp. 543～550，1990.
- 6) 飯田恭敬・朝倉康夫・楊 海：ネットワークの分割と連続体近似による交通量配分，土木学会論文集，第 425 号／IV-14，pp. 165～174，1990.
- 7) 交通ネットワークの分析と計画：最新の理論と応用，土木計画学講習会テキスト，土木学会土木計画学会研究委員会編，1987.
- 8) Sheffi, Y.: Urban Transportation Networks, Prentice-Hall, INC., 1985.
- 9) Fukushima, M.: On the Dual Approach to the Traffic Assignment Problem, Transpn. Res., Vol. 18 B, No. 3, pp. 235～245, 1984.
- 10) Carey, M.: The Dual of the Traffic Assignment Problem with Elastic Demands, Transpn. Res., Vol. 19 B, No. 3, pp. 227～237, 1985.
- 11) Yang, H.: Continuum Modeling of Large-Scale Traffic Assignment, Kyoto Univ., Master's Thesis, 1989.
- 12) 神谷紀生：有限要素法と境界要素法，サイエンス社，1982.
- 13) Held, M., Wolfe, P. and Crowder, H.P.: Validation of Subgradient Optimization, Mathematical Programming 6, pp. 62～88, 1974.
- 14) 角 知憲・村尾光弘・宮木康幸・松本嘉司：実質消費時間を用いる通勤駅勢力圏の推定，土木学会論文集，第 347 号／IV-1，pp. 79～88，1984.
- 15) 渡辺千賀恵：バス運行頻度の影響を考慮したバス停勢力圏の簡便区画法，土木計画学研究・論文集，No. 2，pp. 61～68，1985.

(1990. 5. 21 受付)

ESTIMATING CATCHMENT AREAS OF FREEWAY RAMPS USING USER-EQUILIBRIUM ASSIGNMENT

Tsuna SASAKI, Yasunori IIDA and Hai YANG

Consider a city in which all workplaces are concentrated in a highly compact central business district and the commuters' homes are continuously dispersed throughout the city. The home-based work trips are served by a freeway network system superimposed on a two-dimensional continuum of minor street roads. The freeways can be entered only at certain entrance points (freeway ramps). During the morning peak-hours, commuters travelling to work either use only minor roads direct to the CBD, or first travel along the minor access roads to reach the freeways and then proceed to the CBD. For this transportation system, it will be asked that what range of catchment area is served by each freeway ramp given that each commuter seeks to minimize his individual travel time. This spatial trip assignment problem is fully examined in this paper using user-equilibrium approach.
