

土の圧縮指数に関する一考察

准員 西田義親*

要旨 本文は簡単な仮定から考察を進め、土の圧縮指数を近似的に表す新しい関係式を導いたものである。

即ち土の圧縮指数は間隙比の一次式として示され実験結果ともよく一致し、実用上にも役立つものと思われる。

1. 緒言

基礎の沈下などの計算には、その地盤の土の圧縮指数を知ることが重要であり、一般には採取した土の試料を圧密試験してその結果から、それを求めるのであるが、その圧密試験を行わずに土の他の簡単な性質から、圧縮指数を近似的に推定する方法がある。例えば A.W. Skempton 等は圧縮指数と液性限界との間に簡単な一次関係のあることを述べているが¹⁾、或る種の土についてはその関係が有効でない場合があり²⁾、土によつてはその式の中の係数を一一決定せねばならぬこともある³⁾。K.V. Helanlund は圧縮指数と自然含水量との間に或る指数関係をあたえて居り⁴⁾、P.C. Rutledge は圧縮指数を初期間隙比の或る指数関係で示して居り⁵⁾、R.E. Fadum も同様な関係を示している⁶⁾。L. Bendel は圧縮指数と単純圧縮強度、三軸圧縮強度、円錐貫入試験の結果との間に或る関係があることを示し⁷⁾、L. Marivoet は圧縮指数と貫入試験結果との間に Buisman の式を用いている⁸⁾。いづれにしても上の各関係式は実験結果を単にプロットして求めたもので、理論的な考察を払つていない上に、式に含まれる係数は土の種類によって異なる場合がある。

土を圧縮(圧密)した時、圧力の対数と間隙比をプロットすると、一般には直線関係になり圧縮指数はその土については一定であるとされるが、実際にはこの関係はいくつかカーブして、特に鋭敏な粘土等ではその傾向が大である。従つて間隙比と圧力の対数との関係図より圧縮指数を求めるときは、同じ試料についても、測定する時の圧力の大きさによつて変り、必ずしも一定でない。それ故、圧縮指数は間隙比圧力関係曲線上の或る点における接線により求めらるべきであり、従つてその点の間隙比の函数として表すのが合理的と思われる。そこで筆者は次のような計算を試みたのである。

2. 土の圧縮

土が周囲から圧力をうけて圧縮される場合、その変形は土の粒子自身(及び粒子間にあつて粒子を結合する物質を含む)の弾性的変形と粒子間の間隙の減少との和となるものと考えられる。前者は加えた圧力に比例して変形するが、後者は粒子の移動や間隙水の排水のために若干の時間がかかる。また土が以前に圧力を受けて変形したことがあると間隙が減少しているため、新らしく或る圧力を加えてもこの時の変形は、前の場合の圧力と変形との関係から想像される場合よりいくつか小さいのは当然である。そこで Boltzman にならつてこのように Hooke の法則より予期されるべき変形から外れる量は、その土が以前にうけた変形の大きさとその変形がつづいた時間に比例する⁹⁾ものと仮定する。しかるときは、土が或る時刻 τ から t の間、ヒズミ $\epsilon(\tau)$ をうけたとすると、その後の時刻 t のときのヒズミ $\epsilon(t)$ と圧力 $p(t)$ は次の如くあたえられる。

$$\epsilon(t) = \frac{1}{E} p(t) - B \cdot f(t-\tau) \cdot \epsilon(\tau) \cdot A \tau \quad \dots \dots \dots (1)$$

こゝに E は土の粒子の弾性的変形と間隙の減少との両方とも含めて巨視的に考えた弾性係数であり、 B は土の種類に特有な係数であると仮定する。一方この式から後述のように導いた圧力変形の関係式を用いて、砂を圧縮したときの資料¹⁰⁾を整理計算したところ、 B は砂の種類によりほど一定の値になるようである。(相馬砂で 0.015/sec、久美浦砂で 0.0045/sec。突き固めや加圧速度にあまり関係がないようである)。 $f(t-\tau)$ は以前にうけたヒズミの影響が現在にどれだけのこつているかを示す函数である。もし土が $t=0$ から連続的にヒズミの $\epsilon(\tau)$ をうけてきたとすると、重ね合せの原理を仮定して

$$\epsilon(t) = \frac{1}{E} p(t) - \int_0^t B f(t-\tau) \epsilon(\tau) d\tau \quad \dots \dots \dots (2)$$

となる。そこで今次の如く仮定する。

* 金沢大学工学部土木工学教室

即ち現在の時刻 t のはるか以前に ($t - \tau \rightarrow \infty$)、土が或る変形をうけていても、その影響はあまり残っていないが、現在の時刻 t の瞬時前 ($t = \tau$) にうけた変形は 100% の影響をもつことを意味する。このことは土が変形をうけても圧力をとりのぞいて無限時間経過すれば、その変形は旧に復するという意味であるが、それは実際の土の性質に反する。何故なら土を圧縮したときは圧力を除去しても常に永久ヒズミがのこるからである。しかし土にくりかえし荷重を加えるのではなく、連続的に圧力を増加して変形をあたえて行くときには、式 (3) を仮定することは、計算の一段階として許されると思う。(3) 式を (2) 式に代入して整理すると次のような基本式を導くことができる。

この式の左辺第2項を消すと Maxwell の式になり、右辺の第1項を消すと Voigt の式になる。但し Voigt の式では圧力をかけて或時間経つた終点で弾性係数を定義している。(4) 式には速度の項が入っているので、圧力を加える速度の具合によつては、圧力の小さい時の変形でも圧力の大きい時の変形より大である場合も生じ得るが、これは土の粒子及びこれを結合する物質の弾性変形が相当あるものと考えたためであろうが¹¹⁾、この点については更に詳しく検討したい。

さて土に周囲から或る一定の圧力をあたえると、土は変形を始め、或る時間経つとその変形は速度を次第に減少し、ついに静止して静力学的均衡の状態になる。この時のヒズミを記録して、加えた圧力に対応するものとするのが普通の静力学的圧縮である。従つて今一定の圧力 A_p を土に加えた時のヒズミを $\Delta\epsilon$ とすると、(4) 式に於て $dA_p/dt=0$ として計算し、 $t=0$ のとき $\Delta\epsilon=0$ の条件を用いると次の如くなる。

$$\Delta \epsilon = -\frac{4}{E} \frac{p}{2} \frac{1}{2} (1 - e^{-2Bt}) \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

Δp を加えて或る時間経過すると ($t \rightarrow \infty$), この一定の圧力増加分に対するヒズミは次の如くなる。

$$\Delta\epsilon = \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{E} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

この結果を分りやすく示すと 図-1 のようである。即ち (ρ, ϵ) なる点より 4ρ だけ圧力増加したときの圧縮ヒズミは、 (ρ_1, ϵ_1) と (ρ, ϵ) との 2 点を結んで予想される値の半分になることが分る。従つて逆に又圧縮されている土をその (ρ, ϵ) なる点から 4ρ だけ圧力を減少させるときは、その膨脹しようとする方向は、もし粒子間の反発が十分作用するものと仮定すると、 (ρ_2, ϵ_2) と (ρ, ϵ) との 2 点を結んだ方向になる。このことは、A.W. Skempton が粘土の膨脹度と圧縮度との比は、最大でも 0.5 をこえない¹²⁾ と述べていることの一つの説明になる。

従つて父土を周囲から圧縮して圧力を $\kappa=0$ から連続的に増加してゆくとき、圧力とヒズミとの関係は $\kappa=0$ のとき $\epsilon=0$ として

となる。この式は最上教授が砂の圧縮について粒子の移動を統計的に扱つて得た結果¹³⁾とよくにた型である。

3. 土の圧縮指数

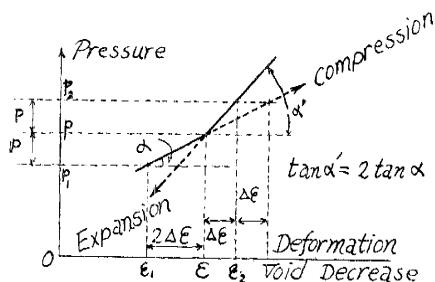
(7) 式から土の応力曲線上の任意の点に於て次の如くなる。

$$\frac{dp}{d\varepsilon} = 2c\varepsilon \quad \therefore \quad \frac{d\varepsilon}{dp} = \frac{1}{2c\varepsilon} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{p} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

土の体積減少は間隙の減少によるものとみなせるから、土を圧縮したときの圧力と間隙比の曲線上の或る一点において、土の間隙比を e とし、圧力の変化を加える前の間隙比を e_1 とすると、(8) 式は

一般に土の圧縮指数は、圧力の常用対数と間隙比をプロットした曲線の傾きから求められるのであるが、今その曲線上の任意の点(圧力 p 、間隙比 e)で測った曲線の傾き、即ち圧縮指数はそれを K_c とすると、

四



$$K_c = \frac{4e}{4\log_{10} p} = 2.3 p \frac{de}{dp} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

(9) 式を (10) に代入して

負号は圧力の増加に対して間隙の減少を意味する。そして、或る圧力変化をあたえたとき、その前後における間隙比の差 ($e_1 - e$) が大きいと K_c が大であるということを意味しているが、同時に K_c は間隙比の一次函数であることを示す。土の粒子は不規則な形をしていて、土の構造や間隙も種々と変化があるわけであるが、今仮に土の粒子が一様な剛体の球であると考えてみる。そしてこの球からなる土が、最初から最も密に詰まっていた時(図-2-a)には $e_1 = 0.35$ で、又この場合は土は圧縮されないから $K_c = 0$ である。この条件より (11) 式は次の如くなる。

又、上によつては一様な剛体の球よりなつていて、その最も詰まつた状態が 図-2-b で示されるような配列になることがある。このときは、 $e_1 = 0.91$ で $K_{c^*} = 0$ として (11) 式は次の如くなる。

$$|K_c| = 1.15(e_1 - 0.91) \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

又土の種類によつては粒子が菱形しやすく、非圧縮性である場合があり、この時は最も密に詰まつた状態は $e_1 = 0$ で、 $K_c = 0$ をあたえ、従つて (11) 式は次の如くなる。(図-2-c)

K_c を求める際、圧力変化の大きさを充分小さくとるなら、 K_c は土を圧縮するときの間隙比と圧力の常用対数との関係曲線上の或る点の接線としてあたえられ、 e_1 はその点の間隙比を表わすことになる。土の種類や構造や粒子の形にはいろいろな変化があるが、上述の基本的な考え方から、今もし、土の圧縮指数 K_c をその求める点の間隙比に対してプロットするなら、(12) 式にそつて分布し、(13) 式と (14) 式の示す線の間に存在するにちがいない。何故なら (13) 式と (14) 式は土が圧縮されない場合の粒子の配列についての限度を考えたからである。勿論 K_c は正徴圧密曲線上で測るべきで、先行圧密荷重の影響の及ばない所でなされねばならない。

4. 土の圧縮指數と初期間隙比及び自然含水量との近似関係式

土を圧縮するときの圧力 σ と間隙比 e の間には一般に次の式のような関係を用いている。

e_0 は初期間隙比で p_0 はこれに相当する圧力である。 K_c は圧力従つて間隙比に無関係な常数として上式が普通に用いられるのであるが、さきにものべたように同じ土の、又同じ試料であつても、 K_c は求める点の間隙比によって異なるてくるのが実際である。そこで K_c と e との間には (12) 式の関係があるから (e_1 を e と記号して)これを (15) 式に代入すると次の如くなる。

$$K_c = \frac{1.15(e_0 - 0.35)}{1 + 1.15 \log p/p_c} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

従つて p/p_0 の値の如何によつて K_C と e_0 との関係は変化するわけであるが、普通の圧密試験における如く $p/p_0 = 10$ とすると、実験結果によく合う。この場合は次のような。

$$K_c = 0.54(e_c - 0.35) \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

勿論この K_c は e_0 に相当する点で測つたのではなく、試料に或る程度の圧力を加え間隙比を小さくした所で測つたものであることに注意を要する。

又、自然の土が水で飽和されており、土の粒子の比重をおおよそ 2.60 と仮定すると、

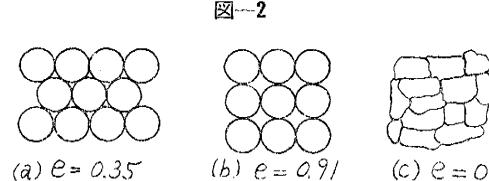
$$K_c = 0.54(2.6 W_0 - 0.35) \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

W_0 は初期含水比又は自然含水比とみなしてよい。何れにしても K_c は e_0 や W_0 の一次式として表わされることがある。

5. 實驗結果

次に示される圧縮指数の実験値は全て普通の一軸的圧密試験結果の圧力と間隙比との曲線について求めたものであり、このようにして求めた圧縮指数を上述の考察に於ける如き三軸的圧縮の場合のそれに等しくおくことは厳密に言えは¹⁴⁾更に検討を要するものといきようが、実験上の結果からは¹⁵⁾一応妥当として用いた。

図-3 は式(12)と実験値との比較を示す。図-4 は式(12)と P.C. Rutledge によって行われた実験値¹⁶⁾との比較を示す。両方の図に於ける破線は(13)式、(14)式を表す。図-5 は(17)式と Rutledge の実験¹⁷⁾及び



— 2 —

Sower の実験¹⁸⁾との比較を示す。図-6 は (18) 式と Rutledge の実験¹⁹⁾及び Hel- enelund の実験²⁰⁾との比較を示す。

6. 結 言

実験上の経験によると、自然の粘土地盤の間隙比や自然含水量はほぼその液性限界に比例する。実験²¹⁾によれば液性限界は塑性指数に比例し、従つてその土の粘土含有量に比例する。圧縮指数も粘土含有量に比例する。勿論これらの一関係は、土の種類や構造や activity 等によつて異なるのは当然であるが、筆者が圧縮指数を間隙比の一次式として表わしたことは、Skempton がそれを液性限界の一次式として表わしたことと基本的には一致することになる。筆者の式は土の種類の如何にかくわらず共通して成立する点に特長がある。実地の計算上から言えば、正常圧縮曲

図-4 (a)

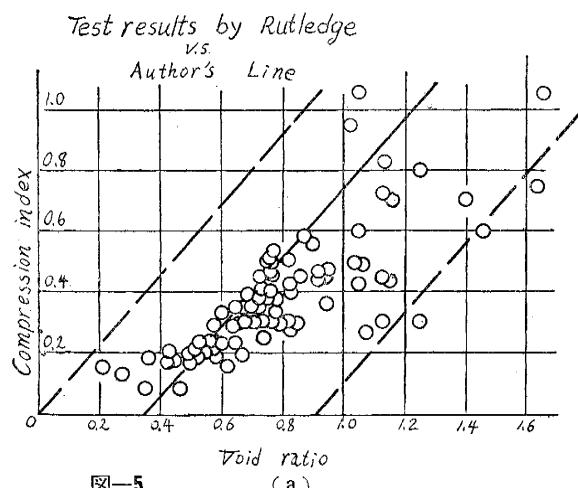


図-5 (a)

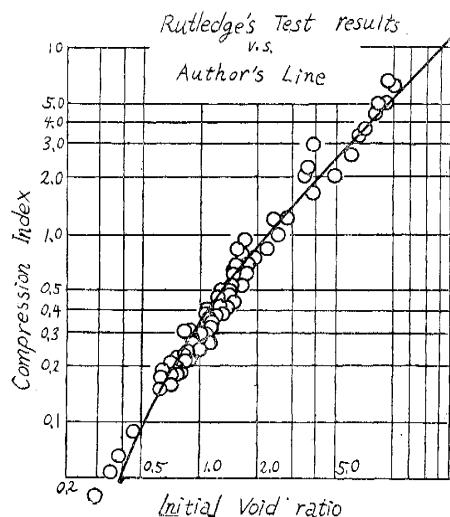
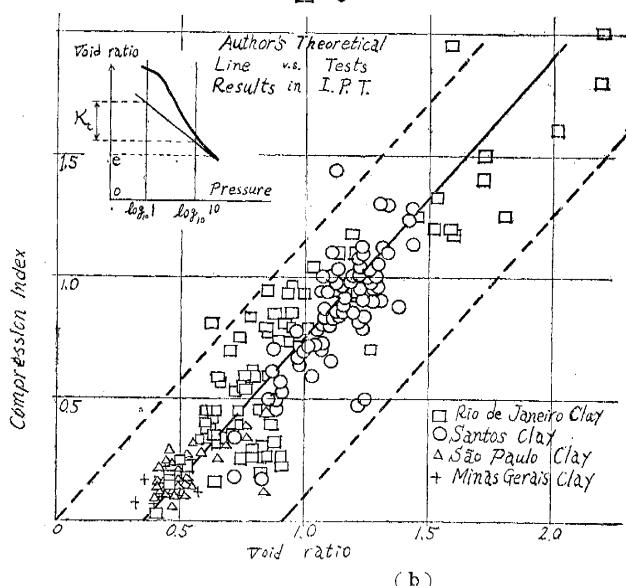


図-3



(b)

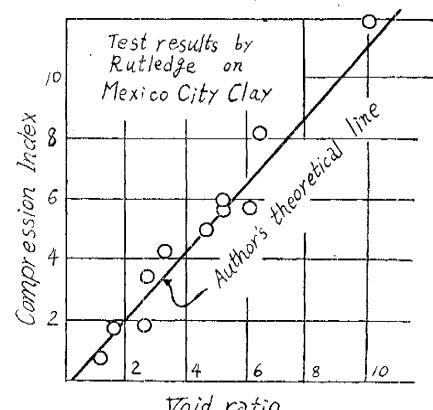


図-5 (b)

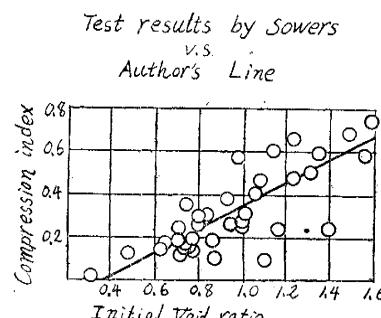
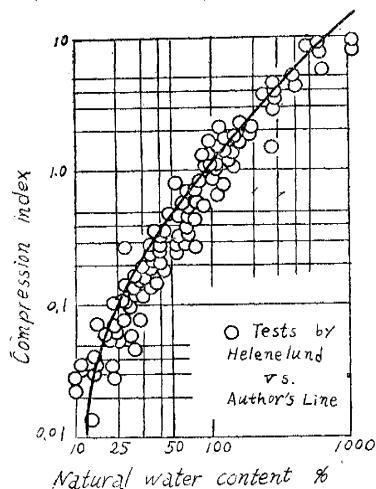
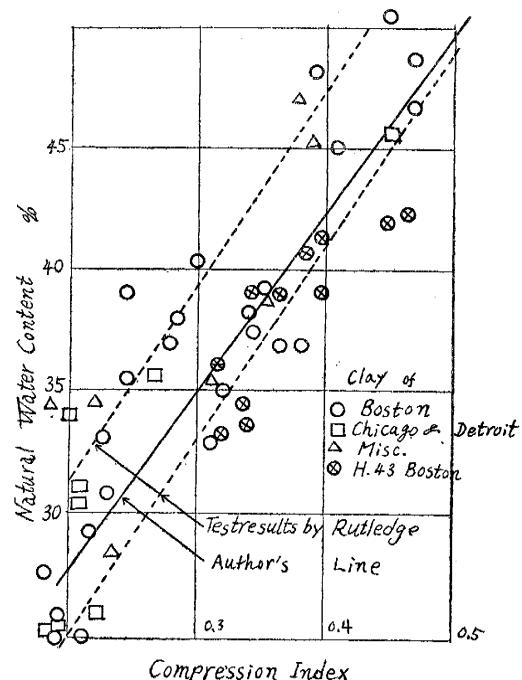


図-6 (a)



(b)



線上の間隙比よりも、先行圧密荷重の影響のある初期間隙比を基にして考察すべきで、この点については更に研究中である。Skempton の式は夫々の係数を土によつて別々に決定しなければならない場合があるが、値の散布の度合よりみて、実用上有利の便があるという意見²²⁾もある。終に種々助言を賜つた San Paulo 大学の Prof. Milton Vargas をはじめ多くの人々、京都大学の村山教授らに謝意を表明する。

参考文献

- (1) K. Terzaghi & R. Peck : Soil Mechanics in Engineering Practice, p.66, New York 1948.
- (2) G.F. Sowers : Proc. A.S.C.E., Vol.80 Sep. No.416, p.416-7, 1954 March.
- (3) E. Pichler : Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Vol.3, p.226, Rotterdam 1948.
- (4) K.V. Hellenelund : On Consolidation and Settlement of Loaded Soil-layers, p.31, Helsingfors 1951.
- (5) P.C. Rutledge : Compression Characteristics of Clays and Application to Settlement Analyses, p.106, Cambridge, Mass. 1939.
- (6) K. Terzaghi & R. Peck : ditto-(1), p.306.
- (7) L. Bendel : Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Vol.3, p.143 & 160, Switzerland 1953.
- (8) L. Marivoet : Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Vol.1, p.419, Switzerland 1953.
- (9) この仮定については San Paulo の Prof. V.F.B. de Mello の討論を得て更に新しく検討中である。
- (10) 掘武男 : 土木学会誌, 28巻6号, p.556, 昭17. 松尾剛及び柳原重正 : 金沢大学工学部紀要, 1巻1号, p.56, 昭27
- (11) 金沢大学小野教授の討論と指導による。
- (12) A.W. Skempton : Proc. Int. 2nd Conf. Soil Mech. Found. Eng., Vol.1, p.195, Rotterdam 1948.
- (13) 最上武雄 : 東大理工研報告, 3巻5・6号, p.170
- (14) 星塁和 : 土木学会論文集, 21号, p.71-80.
- (15) F. Pacheco Silva : Anais da Assoc. Brasileira dos Mecanicados Solos, Vol.1, p.43, San Paulo 1951. p.18~17.
- (16) P.C. Rutledge : ditto-(5), p.71-80.
- (17) P.C. Rutledge : ditto-(5), p.106.
- (18) G.F. Sowers : ditto-(2), p.416-18.
- (19) P.C. Rutledge : ditto-(5), p.143.
- (20) K.V. Hellenelund : ditto-(4), p.30.
- (21) M. Vargas & G. Bernardo : I.P.T. Publ., Sep. No.149, p.218, 1945.
- (22) Prof. V.F.B. de Mello's discussion