

# 粒体層の圧縮に関する一考察

正員 谷本喜一\*

## 1. 緒言

粉粒体の圧縮充てん機構の解明は土質工学のみならず他の工学分野においても重要な意義を有するものであるが、完全な解明はまだ与えられていないようである。土の締固めに関してはすでに最上氏、渡辺氏、久野氏らのすぐれた研究が発表されている。著者もかねてより別の立場から砂質土の振動締固め機構を研究し、2,3 の実験結果についてはすでに発表しておいたが<sup>1)</sup>、現象を一層明確にするためにはさらに若干の基礎的研究が必要であることを認めざるを得なくなつた。それらの中の1つは静的繰返し圧縮現象の究明である。今回乾燥砂を用いた静的繰返し試験を実施し、その結果について一考察を加え圧縮機構について2,3 の点を明らかにした。

## 2. 実験概要および結果

側方拘束状態で試料を圧縮する場合には、試料と容器内壁との間に作用する摩擦力の影響があるから、これができるだけ小さくするために容器内壁を滑らかにし、かつ次に述べるように試料深さを断面寸法に比して小さくした。

試料としては乾燥状態の相馬標準砂および豊浦標準砂を用い、容器（内径8cm、外径10cm、内面深さ5cm、底厚1cm）中にゆる詰にして初期深さを3cmとした。これにアムスラー型載荷装置を使って徐々に増荷ならびに減荷を行つて繰返し特性をしらべた。

乾燥砂ではクリープ現象はほとんどなく、一定荷重を急速に載荷したのち、ヒズミ変化を観察すると数秒間でヒズミ速度は零になると考えて差支えなさそうである。しかし多少なりともクリープがあることは載荷後粒子応力が粒子から粒子へと伝達されて粒子が安定するための時間的遅れがあるものと推察される。この現象を考慮すると圧縮機構は時間をパラメータとして含むことになつてかなり複雑になるので、今回は問題を簡単化するためできるだけ時間の影響が無視できるよう極めて徐々に荷重を変化させた。その結果得られた測定値は無限時間後を考えた究極値とみなしてよいと考える。

図-1,2 は一例として相馬標準砂を用いた場合の結果であつて、荷重を0から40kg/cm<sup>2</sup>まで15回繰返して作用させたものである。図-1 の実線は増荷曲線を示し、点線は減荷曲線の一部である。すべての減荷曲線を図-1 に記入すると見にくないので、これらを図-2 に示した。図-1,2 に示す曲線および他の同種の実験結果を比較総合してみると土の締固め機構の解明に有用な2,3 の特性が見出される。

## 3. 考察

図-1,2 において注目すべき点はつぎの諸点である。

- i) ヒステリシス・ループを描くこと。
- ii) 一定荷重を繰返し作用しただけで永久ヒズミは次第に促進されること。
- iii) 減荷の際の復元量は各回ともほとんど同一であること。
- iv) 増荷曲線は荷重がある値以上になればほぼ直線であること。
- v) 減荷曲線は荷重をある値まで下げなければヒズミはほとんど復元しないこと。

これらは実験範囲内で言えることで、一般的性質を表わしていないかも知れない。しかし実験荷重は40kg/cm<sup>2</sup>と言う土質工学ではかなり大きい値までの結果である。従つてふつうの圧縮現象では以上の性質があると考えてよいのではないか。また図-1,2 を求めた実験では粒子が破碎とまではいかないが若干摩耗が起つていたのではないかと思われるるので、本実験範囲以上の荷重を作成させた場合は粒子の破碎について考慮しなければならないであろう。

上記の特性のうち ii) および iii) についてもう少し考えてみよう。ii) は一定荷重でも繰返し作用させれば次第に締ることを意味している。粘性物質に繰返し荷重を作成させた場合、一見これに類似した結果が得られるが、それは粘性による遅延時間を十分に与えないことに起因するもので永久ヒズミは現われないものである。本実験に用いた乾燥砂は粘性はほとんどなく、かつ荷重変化速度が極めて小さくほとんど時間的な究極値を表わすものと思われるにかかわらず永久ヒズミが次第に増加することは、粘性以外のある性質を考えなければ説明が不

\* 神戸大学講師、工学部土木工学教室

図-1 繰返し載荷における荷重・変形量曲線

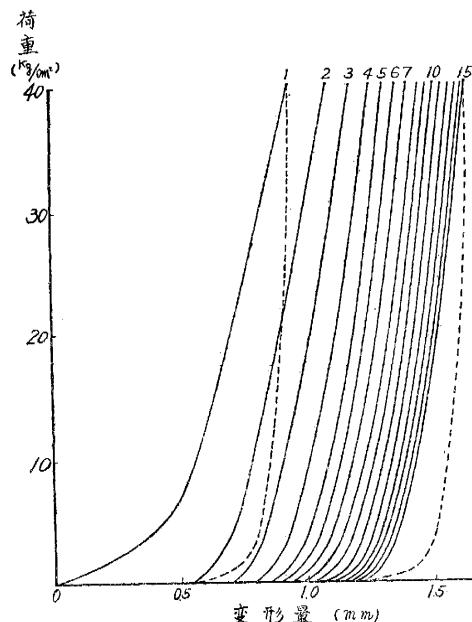
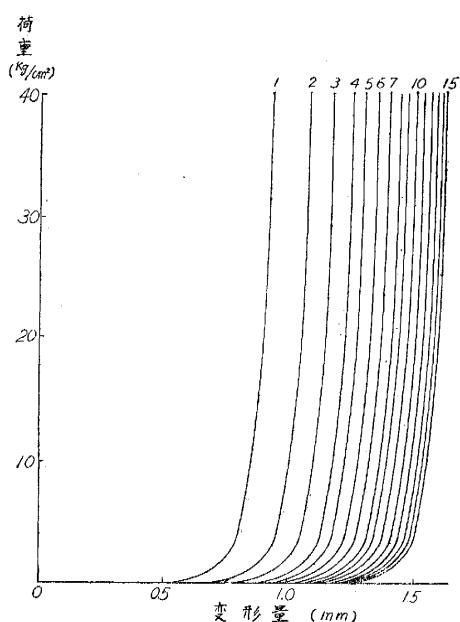
(実線: 増加曲線)  
(破線: 減荷曲線)

図-2 繰返し載荷における荷重・変形量曲線

(減荷曲線)



可能である。そこで次のような仮定のもとに考察を行つた。最初ゆる詰状態の粒子はごく僅かの応力により周囲の粒子群からの摩擦抵抗にうち勝つて移動を起すが、粒子構造が密になるにつれて状態変化のエネルギーは大きくなる。従つて状態の移行確率は粒子構造が不安定であるほど、あるいは平均間隙比が大きいほど大きいものと思われる。簡単のため同一の土については移行確率は一応その平均間隙比によつて支配されるものと考える。載荷によつてある程度安定化された粒子構造は減荷の際にふたたび不安定状態へ戻ることは考えられないから（弾性変形の復元により若干の構造のゆるみが起るであろうが、この点を除く限り）、全荷重をとり除いた際そのまま永久ヒズミが現われる。

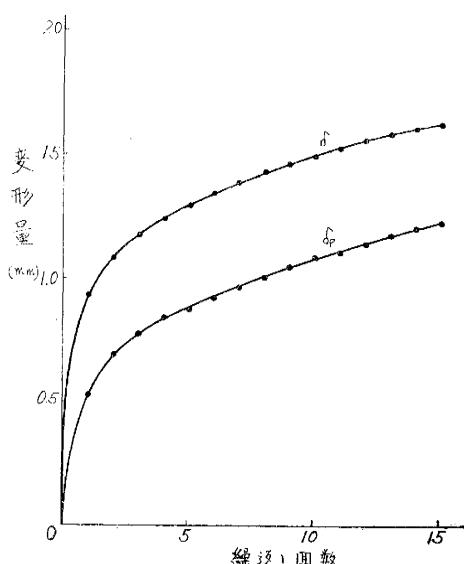
荷重が再び加えられる場合には、そのときの状態に応じた移行確率をもつて上記のような変化をなし、荷重繰返しに応じた状態変化を続けるであろう。この取扱いについては次節に述べる。

つぎに iii) については 図-1, 2 から繰返し回数に対する全ヒズミ  $\delta$ （最大荷重時のヒズミ）と永久ヒズミ  $\delta_p$ （無荷重時のヒズミ）とを描けばその性質は明白になる。かくして得た結果は 図-3 である。図-3 によれば復元量は回数に対してほぼ一定であると言えよう。この復元性は粒子の弾性に起因するものと思われるが、弾性は回数あるいは永久ヒズミにかかわらないことがわかる。しかし減荷曲線の彎曲性からみて、単一の線型バネと考えることはできない。減荷曲線の彎曲性を説明するためには非線型バネあるいは線型バネと非弾性要素（たとえば摩擦）との複合模型などを仮定する必要があろう。

#### 4. 簡単な理論的試み

前節の考え方たに従つて簡単な理論を組立ててみよう。粒体層に載荷すると前節に述べた粒体構造変化と粒子の弾性変形が起るものと思われる。粒子の表面摩耗あるいはさらに進

図-3 繰返し回数と全ヒズミ及び永久ヒズミとの関係



んだ破碎については考えない。すなわちその段階に至らぬ荷重範囲について取扱つてゆく。

そこで以上の如き考察により粒体層の力学的性質を図-4のようなモデルで表現し得るものと仮定した。ここで  $G$  は粒体構造変化を起す部分を表わし以後簡単のためガタと称することにする。 $E$  は粒子の弾性を示すもので、 $F$  は弾性変形を妨げる他の粒子群による摩擦を表わす。ここで 3 要素についてつぎのような仮定を置く。

要素 E 弾性要素は厳密にいえば線型ではないが、その非線型度はあまり大きくないと思われる。また取扱いの点からも非線型では不便である。ゆえにここでは応力、ヒズミにかかわらず一定バネで表わされるものと仮定し、そのバネ常数を  $E$  とする。

要素 F これは粒子間摩擦であるから当然接触圧力に関係するであろう。その函数関係としては粒子間接触圧が加圧応力に比例するものと考えるのが最も簡単でありまたあまり非常識でもなさそうであるから、摩擦力  $F$  も加圧応力に比例するものと仮定する。従つて加圧応力を  $\sigma$  とすると  $F = \mu\sigma$  である。ただし  $\mu$  は粒度、粒形、粒子表面粗度などによつて定まる係数である。

要素 G これはすでに述べたように構造の疎密あるいは間隙比に関連するものである。従つて外力による構造変化あるいはガタの減少は間隙比の函数である。しかし間隙比の函数とすると計算が多少不便であるからここではつぎのように考え方<sup>2)</sup>。いま定まつた試料をその最大間隙状態  $\epsilon_{max}$  から圧縮して最小間隙状態  $\epsilon_{min}$  に達するまでに  $\epsilon_{max}$  (以下  $\epsilon_m$  とかく) だけ変位したものとする。試料は一般に両極端状態はとらないから、任意の状態を最大間隙状態からの変位  $\epsilon$  で表わすと、 $0 < \epsilon < \epsilon_m$  である。

さて要素  $G$  の変形に対する抵抗  $G_1$  が変形量  $\epsilon$  の函数であるとする。初期状態を  $\epsilon_0$  とすると  $G_1(\epsilon)$  はつぎの条件を満足するものでなければならない。

$$\left. \begin{array}{l} G_1(\epsilon_0) = 0 \\ G_1(\epsilon_m) = \infty \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここで第1式は初期状態において変形抵抗が小さいことを意味するもので、各繰返し荷重の初期状態(荷重零)においては同様に考える。それは弾性復元により構造はある程度ゆるめられると考えられるからである。しかも  $\epsilon$  ( $\epsilon_0 \leq \epsilon < \epsilon_m$ ) が小さい間は  $G_1(\epsilon)$  はあまり大きくないが、 $\epsilon$  の増大とともに  $G_1(\epsilon)$  は急速に増大するであろう。そこで  $G_1(\epsilon)$  としてつぎの式を仮定する。

$$G_1(\epsilon) = A \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_m - \epsilon} \quad (\epsilon_0 \leq \epsilon < \epsilon_m) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここで  $A$  は  $\epsilon = 1/2(\epsilon_m + \epsilon_0)$  における抵抗力を表わす。応力が 0 から次第に増大するとき、常に抵抗  $G_1(\epsilon)$  と釣合いかながらガタ変形が起るとすると、ガタの減少は上式から容易に計算できる。このようにして  $\epsilon = \epsilon_1$  なる状態まで変形したとし、そこから応力を減少せしめればガタの変化はなく  $\epsilon_1 - \epsilon$  なる永久変形があるものと考える。

第2回目の載荷においては  $\epsilon = \epsilon_1$  なる初期状態から上記と同様の取扱いが成立するものとする。すなわちこの場合の抵抗  $G_2(\epsilon)$  を

$$G_2(\epsilon) = A \frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon_m - \epsilon} \quad (\epsilon_1 \leq \epsilon < \epsilon_m) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

と仮定するのである。ここで  $G_2(\epsilon_1) = 0$  を満足し、この式は第1回目の式の導入条件から考へて多少疑問があるようであるが、第1回の弾性復元により状態はある程度復旧するから、この式の成立はかなり合理的であると思う。

3要素の性質についての仮定は以上のようにあるが、さらにもう1つの仮定をおく。それは応力-変形量(あるいはヒズミ)特性を求めるに当り弾性  $E$  とガタ  $G$  との変形は独立に起り、粒体層の全変形はそれらの和で表わされるものとするのである。それゆえガタ変形の計算においては弾性変形は考慮しないわけである。

さて以上の仮定から繰返し載荷における応力変形量特性はつぎのようになる。

#### A) 第1回目の加圧

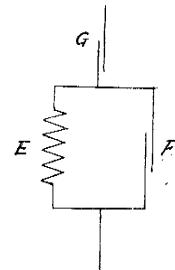
第1回目の載荷過程において要素  $G$  の初期状態を  $\epsilon_0$  とし、応力が  $\sigma$  になつたときの変形量(もちろん最大間隙状態から)を  $\epsilon$  とし、弾性変形量を  $\epsilon'$  とすると

$$\sigma = E \epsilon' + F = E \epsilon' + \mu \sigma \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

および

$$\sigma = G_1(\epsilon) = A \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_m - \epsilon} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

図-4 粒体層の力学モデル



が成立する。従つて全変形量  $\delta_1$  は

$$\delta_1 := \frac{1-\mu}{E} \sigma + \frac{\sigma \varepsilon_m + A \varepsilon_0}{\sigma + A} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

となる。応力を  $\sigma$  まで上げるとその際の全変形量は

$$\hat{\delta}_1 = \frac{1-\mu}{E} \tilde{\sigma} + \frac{\bar{\sigma} \varepsilon_m - A \varepsilon_0}{\tilde{\sigma} + A} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

となる。

この状態から荷重を下げるとき減荷過程では次式が得られる。

$$\varepsilon = \frac{\bar{\sigma} \varepsilon_m - A \varepsilon_0}{\bar{\sigma} + A} \quad (0 \leq \sigma \leq \bar{\sigma}) \quad (9)$$

すなわち弾性変形の復元は摩擦  $F$  によって妨げられ、応力が  $(1-\mu)\bar{\sigma}/(1+\mu)$  まで減少しても復元は起らない。またガタ変形は全く復元しない。永久変形  $\delta_p$  は

である。以上を図示すると 図-5 が得られる。

### B) 第2回目の加圧

応力をふたたび増大せしめると上記と同様にして

$$\varepsilon' = \frac{1-\mu}{\mu} \sigma \quad (0 \leq \sigma \leq \bar{\sigma}) \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

および

$$\varepsilon = \frac{\sigma \varepsilon_m + A \varepsilon_1}{\sigma + A} \quad (0 \leq \sigma \leq \bar{\sigma}) \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

を得る。また減荷過程では

$$\epsilon' = \begin{cases} \frac{1-\mu}{E} \bar{\sigma} & \left( \frac{1-\mu}{1+\mu} \bar{\sigma} \leq \sigma \leq \bar{\sigma} \right) \\ \frac{1+\mu}{E} \sigma & \left( 0 \leq \sigma \leq \frac{1-\mu}{1+\mu} \bar{\sigma} \right) \end{cases} \dots \quad (13)$$

および

$$\varepsilon = \frac{\bar{\sigma} \varepsilon_m^{-1} \cdot A \cdot \varepsilon_1}{\bar{\sigma} + A} \quad (0 \leq \varepsilon \leq \bar{\sigma}) \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

を得る。この結果は第1回目の式で  $\epsilon_0$  を  $\epsilon_1$  とおけば得られる。

第3回目以下も同様にして計算することができる。このようにして求めた結果は、3.に述べた5つの性質を少くとも定性的に説明することが可能である。また振動締固めにおける重要な性質も次節に述べる如く説明することができる。

以上のように木節の極めて簡単な理論でも、粒体層の圧縮現象をかなりうまく説明することができる。しかしもちろん本理論は完全なものではない。粒体層の本質は本節のモデルのような簡単なもので表現することは不可能で、さらに複雑なものを必要とするであろう。

## 5. 振動締固めへの応用

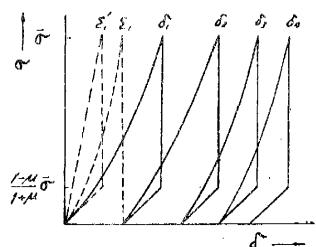
振動締固め効果は種々の因子によつて影響されるが、それらの因子の中の1つは

$$\alpha = (\text{振動機重量}) / (\text{振動力})$$

である。すなわち  $\alpha$  が 1 より大なるか小なるかによって締固め性状は相当異なることがわかつている<sup>3)</sup>。詳細は省略するが若干の説明をしよう。

$\alpha < 1$  なるときは振動機が跳躍するので、その締固めはランマーのそれに類似し、事実ランマーの突き固め性状と共通の性質をもつてることが見出された。すなわちこの場合には衝撃エネルギーが重要な意味をもつようである。一方  $\alpha > 1$  の場合には振動機は試料から離れず、振動による試料内部性状の変化により締固め効果を促進させるもので、その際振動加速度が重要な意味をもつようである。従つてこの場合の締固め効果は外的条件とし

図-5 計算による応力と変形量との関係



てつぎの2つの特性に支配されるであろう。その第1は振動荷重すなわち繰返し載荷により永久ヒズミを促進することであり、第2は振動加速度を大きくすることにより土の内部摩擦を減少させ<sup>4)</sup>、静的繰返し載荷の場合以上の効果を期待することである。ゆえに第2の効果が十分發揮される場合、振動締固めは有効であると言える。

$\alpha < 1$  の場合には上に述べたように、振動加速度よりもむしろ衝撃エネルギーにより影響されるところが大である。従つてその跳躍高が大きくなるような振動数を選ぶことが重要な鍵となるがこれらについては本文では省略する。

さて前節の理論によつてランマーあるいは振動 ( $a < 1$ ) による締固めを取扱うことにする。振動締固めにおいては通常振動力が一定でも、衝撃エネルギーは回数とともに変化するが、締固め飽和に近づけば毎回の衝撃エネルギーもまたほぼ一定となる。ここではランマーのように最初から毎回一定の衝撃エネルギーが作用するものとして計算しよう。

さて衝撃エネルギー  $W$  が損失なくモデルの変形仕事に費されるものとすれば、第1回目には

が成立する。ここで左辺第1項はガタの変形仕事であり、第2項は弾性変形仕事である。また  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon'_1$  はそれぞれの最大変形量を示すもので両者の間には次式の関係がある。

$$G_1(\varepsilon_1) = \frac{E}{1-\mu} \varepsilon_1' \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

従つて左辺は  $\epsilon_1$  のみの函数として表わすことができる。復元過程については計算の必要がないから省略する。かくて第2回以後のエネルギーの釣合の式を求めることができる。一般に第  $i$  回目のガタの変形仕事を  $W_p^i$ 、弾性変形仕事を  $W_e^i$  とすると

が成立し、 $W_{p^1} > W_{p^2} > \dots > W_{p^i} > \dots$  および  $W_{e^1} < W_{e^2} < \dots < W_{e^i} < \dots$  なる関係が証明できる。すなわち繰返し回数とともに、ガタの変形仕事は次第に小さくなり、弾性変形仕事は大きくなる。前者が小さくなることは永久変形があまり促進されないことである。従つて縮囲め度が飽和することは結局ガタ変形が非常に小さくなつて無視されることを意味する。ふつう飽和すると言うのは変化率が非常に小さくなつてある特定値(もちろん個人差が入るが)以下になることであると考える。いま  $n$  回目にその条件が満足されるものとすると

となる。ここで  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_n - \varepsilon_{n-1} = \alpha$  で  $\alpha$  は飽和限界における特定値である。(18) を書きなおすと

$$\epsilon_n = \epsilon_m - \sqrt{\frac{1-\mu}{2E}} \cdot \frac{a}{\sqrt{W}} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

となる。間隙比  $e$  を用いてさらにかきなおして次式を得る。

$$e = e_{\min} + \frac{C}{\sqrt{W}} \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

ただし  $C = \sqrt{\frac{1-\mu}{2E}} Ba$  で  $B$  は構造常数であるから、 $C$  は常数とみなしてよい。式(20)によれば  $e - e_{\min}$  と  $W$  とは直線関係にあり、 $W$  を横軸とするときその勾配は  $-1/2$  である。

$e$  と  $W$  との関係について実験例を 図-6 の  $e_{\min}=0$  なる線で示す。これは大阪府庭塙から得た砂について含水比約 10 %で振動締固め ( $\alpha<1$ ) ならびにランマー締固めを行つたものである。この場合には完全乾燥状態と異なり、含水の影響が現われるであろうが、一応上記の計算値を検討してみよう。 $e_{\min}$  は一般に不明であるので  $e_{\min}=0.30$  および  $e_{\min}=0.50$  と仮定して図中に示すと何れも直線関係は満足されている。 $e_{\min}=0.50$  とした場合には勾配がほぼ  $-1/2$  になるが、衝撃エネルギーの大きいランマーの場合の実験値が直線関係から離れてくるようである。しかしその絶対値は僅かであり、またランマーによる締固めにおいては粒子の破碎、摩耗などが起るであろうから、 $e_{\min}=0.50$  の方が  $e_{\min}=0.30$  よりも正しいのではないだろうか。なお Tschebotarioff によれば well graded sand においては  $e_{\min}$  は 0.57 ぐらいであるとしており<sup>15)</sup>、上記のことがらを裏書きしている。

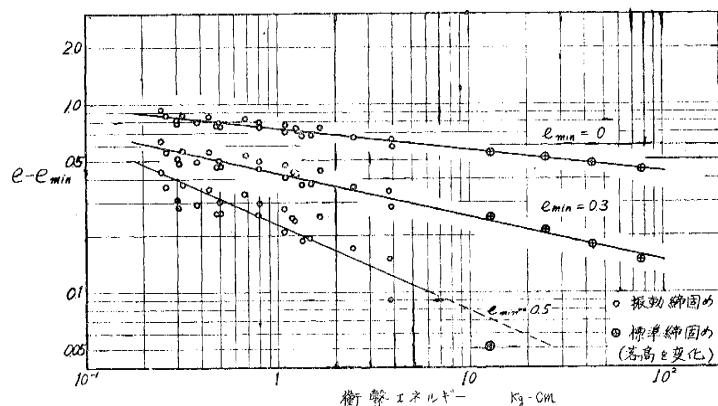
6. 結論

粒体層の静的繰返し圧縮特性を説明するために、簡単なモデルを想定したが少なくとも定性的には満足すべき結果が得られた。さらにこのモデルは振動締固めの特性の説明にも応用され得ることを認めた。

しかし厳密に言えばまだ不十分な点があるので今後の研究にまちたいと思う。

本研究実施に当つて御指導を戴いた京都大学教授村山朔郎博士に深謝の意を表わすとともに、実験に協力された京都大学大学院学生大字照一君に感謝する。

図-6 間隙比と衝撃エネルギーとの関係および  $e_{min}=0.3, 0.5$  とした場合の修正



#### 参考文献\*

- 1) 村山朔郎, 谷本喜一他: 東条川アースダムにおける輻圧試験, 土と基礎 Vol.3, No.10, p.22 (1955)
  - 2) 村山朔郎, 谷本喜一他: 表面振動による砂質土の締固めについて, 土木学会誌 40-11, p.598 (昭 30)
  - 3) 谷本喜一: 粒体層の圧縮に関する一考察, 第7回日本工学会大会土木部会において講演 (昭 31, 5)
  - 4) 村山朔郎, 谷本喜一他: 土の振動締固めについて, 第3回日本道路会議において講演 (昭 30), 第3回道路会議論文集, p.553 (昭 31)
  - 5) 村山朔郎, 谷本喜一: 軟弱な支持層を有する粒層の振動体性状について, 土木学会誌 41-3, p.85 (昭 31)
  - 6) 村山朔郎, 谷本喜一他: 側方拘束土の振動締固めに関する実験的研究, 土木学会論文集 43号, p.59 (昭 32)
  - 7) G.P. Tschebotarioff : Soil Mechanics, Foundation, and Earth Structures, 1st Ed., p.67 (1952)
- (昭.31.6.25)

#### 正誤表

(論文集第39号登載)

丹羽 新: 壁体自身の振動による裏込土圧の実測

頁	行	誤	正
60	図-3	横軸の目盛 1.0, 2.0 の文字	0.1, 0.2 とする
卷末の 英文要旨	16	oscillating soil · measur-ing	oscillating soil pressure measur-ing

市原松平: 地表面載荷重によつて岸壁に作用する横方向増加土圧合力について

頁	行	誤	正
52	下より 1	同じ回転角度をそえる	同じ回転角度を与える