

箱桁橋の立体制的応力解析

正員 小 西 一 郎*
正員 小 松 定 夫**

1. 緒 言

著者は合成箱桁橋の応力解析と設計計算法¹⁾について発表し、幅員が支間長に比して小さい場合には全橋断面が変形しないものとして曲げネジリ理論を用いることが妥当であると主張した。そしてその場合の合理的な設計法に関する提案を行なつた。実在橋梁の実測結果²⁾においても西条大橋程度の規模を有する合成箱桁橋については、この仮定が適切であることが裏付けられている。

しかし支間長に比して幅員が大きくなるに従つて、断面形状不変の仮定がどの範囲まで有用であるかを一考せねばならない。もし幅員が次第に大きくなれば、床構造の変形が著しくなることが予想せられるので、これが床構造の荷重分配作用にどの程度影響するかを明白にする必要がある。

一般に幅員が大きい道路橋には床板を支持するために縦横に床組が設けられるから、床構造によつて2つの箱桁が連結せられた箱桁橋について述べる。

本理論の特長を端的にいえば、床板の連続性と横桁の剛性とによって一体化せられた実状をくずさないようにし、完全な箱桁橋全体に対して曲げネジリ理論的な解を与えたことである。この考え方で進めば、全橋横断面内の応力分布の連続性が確認せられる。この点が従来の格子構造論的解法と相異なる。

任意の偏心荷重状態においては、2つの箱桁が相対的独立変位を起さない全橋断面一体としての鉛直及び回転変位を行い、更に箱桁の捩り剛性が大きいので、2箱桁がそれぞれ、局部的に捩れる。このため橋断面形状の変化を併発して平衡状態に落着くものと考えられる。

そこで解析の簡易化を計つて、偏心荷重状態を橋軸に沿う横方向に対称な荷重と逆対称荷重とに分離して取扱う。このためには局部ネジリ中心は任意に選べるのでなく、ある条件を満足するように規定されねばならない。

主桁を結合する横桁の端部は常に主桁のウェブ側面に垂直で、この取付部には箱桁内部に横断面方向に強固な隔壁が設けられている。主桁の断面形は保持されていて、主桁と横桁とは剛結されていると考えてよい。以下特に説明のない記号は文献(1)を参照されたい。

2. 応力及び弾性方程式

図-1に示すように、捩り荷重 M_t を受ける場合について考える。鉛直方向の合力が作用せぬから、全橋断面はネジリ中心 S のまわりに回転変位 θ だけねじれ、鉛直変位はない。そして各箱桁は独立に ψ だけねじれる。この局部捩りの中心がどこにあるかについては後述する。形状、荷重の対称性によつて明らかなように、局部ネジリ中心 T, T' は図-1の橋軸 γ に関し左右対称の位置にある。応力及び変位についても対称性があるので、左半分の断面について応力と変位の関係を考察する。

今スパン方向に座標 x をとり、断面内薄板の肉厚中心線に沿う曲線座標 s をとる。断面の反り w とすると、断面内 s 座標軸上任意点のセン断応力 τ_{sx} は、

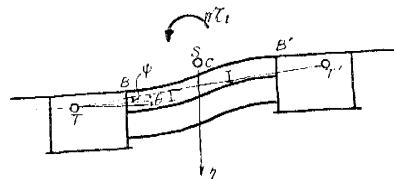
$$\tau_{sx} = G \left[\frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial (r_s \theta - r_t \psi)}{\partial x} \right]$$

こゝに θ は反時針方向を正、 ψ は時針方向を正とする。

r_s, r_t はそれぞれネジリ中心 S 及び局部ネジリ中心 T より座標要素 ds の切線にいたる距離である。もし ds の進行方向が S を中心として θ の正方向に一致すれば $r_s > 0$ とする。一方 ds の進行方向が T を中心として ψ の正方向に一致すれば $r_t < 0$ とする。

上式の両辺をある点 s_0 より s まで座標 s にそろて積分し、 $\tau_{sx}l = q_{sx}$ としてセン断流を表せば、

図-1 トルク荷重による変形
Fig.1 Distortion of Torque Loading



* 工学博士、京大教授、工学部土木教室

** 大阪市大講師、理工学部

ψ_m : 第m番目横桁取付点における ψ の値

H_m : 一端Cがヒンジの場合のタワミ角式荷重項

更に横桁中点Cにおけるセン断力 V_{cm} とすれば、点Bに関する力のモーメントのツリアイより

$$V_{cm} = \frac{2\bar{m}_m}{d} - \frac{24E_s I_f \zeta_t}{d^3} \psi_m \quad \dots \dots \dots (16)$$

こゝに $\bar{m}_m = H_m - m_m$ m_m : BC間の外力が点Bに関して持つモーメント。

従つて横桁の任意断面における断面力は M_{Bm} と V_{cm} より容易に計算される。

4. 基礎微分方程式の誘導

図-3 に示すように座標 x と $x+dx$ の2つの横断面で切取られる微小要素について振り中心軸 S-S まわりのネジリのツリアイを考えれば、次式が成立する。

$$dT + M_t dx = 0 \quad \dots \dots \dots (a)$$

この T は $T = T_s + T_w$ $\dots \dots \dots (b)$

である。式(a)及び(b)に弾性方程式(5)及び(11)を代入し、次のようなネジリに関する基礎微分方程式をうる。

$$K \frac{d^2\theta}{dx^2} - E_s C_w \frac{d^4\theta}{dx^4} - K \frac{d^2\psi}{dx^2} + E_s \bar{C}_w \frac{d^4\psi}{dx^4} + M_t = 0 \quad \dots \dots \dots (17)$$

第2の微分方程式をうるために、図-3の微小要素を、橋軸を通る鉛直面で左右2つに切断し、その左半分の要素について、図-4のように鉛直方向の力のツリアイとz軸まわりのモーメントの釣合より、 $x=\xi_m$ を横桁取付位置とし

$$\frac{d^2M_z}{dx^2} = -p - \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm} \cdot U_i(x - \xi_m) \quad \dots \dots \dots (c)$$

こゝに M_z は2次垂直応力 σ_w によるz軸まわりの曲げモーメントで、その大きさは次式で与えられる。

$$M_z = \int_{Fl} \sigma_w y dF$$

こゝに \int_{Fl} は左半分断面について積分することを示す。

上式に式(9)を代入して $\int_{Fl} \frac{W_s t}{n} y ds = r$ $\dots \dots \dots (18)$

とおき、また条件式

$$\int_{Fl} \frac{U_s t}{n} y ds = 0 \quad \dots \dots \dots (19)$$

を設定すれば、 $M_z = E_s r \frac{d^2\theta}{dx^2}$

となる。条件式(19)は後述するように局部ネジリ中心の位置を選定すべき基礎式となる。式(c)と上式とより M_z を消去すれば、

$$E_s r \frac{d^4\theta}{dx^4} = -p - \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm} \cdot U_i(x - \xi_m) \quad \dots \dots \dots (20)$$

こゝに p : 横桁の本数

容易にわかるように条件式(19)を導入すれば、微分方程式(20)は形式的に ψ を含まないので、不静定量 V_{cm}

図-2 横桁の変形

Fig. 2 Deformation of Floor Beam

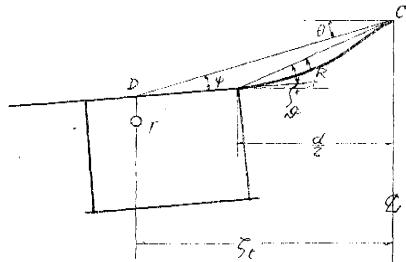


図-3 微小要素のネジリのツリアイ
Fig. 3 Equilibrium of Torsion about the Element

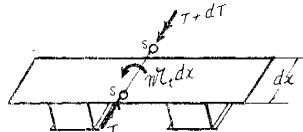
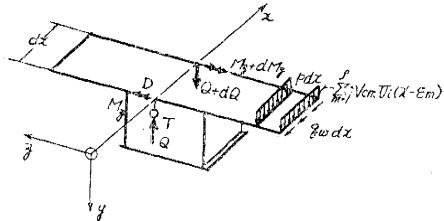


図-4 左微小要素の曲げツリアイ
Fig. 4 Equilibrium of Bending about the Left Element



及び外力 ϕ の関数として θ の解が直ちに得られる。特に縦桁によつて分配された荷重に対しては、方程式(17)及び(20)の中の外力 M_t, ϕ は各横桁への集中荷重として取扱えばよい。

5. ネジリ中心の位置

図-5 に示すように全橋合成断面の重心 G_V を通り、鉛直下方へ η 座標、水平方向へ ζ 座標をとる。ネジリ中心 S の (η_s, ζ_s) 座標を (η_s, ζ_s) 、局部ネジリ中心 T については (η_t, ζ_t) とする。次に S を原点とする (η, ζ) に平行な座標を (y_s, z_s) 、また T を原点するものを (y_t, z_t) とする。

対称荷重の微分方程式とネジリトルクの微分方程式とが独立であるためには、 σ_w による η 軸、 ζ 軸まわりの曲げモーメントが発生してはならない。従つて

$$\int_F \sigma_w \eta \, dF = 0, \quad \int_F \sigma_w \zeta \, dF = 0$$

上記2式に式(9)を代入し、次の4つの条件式をうる。

$$\int_F \frac{W_{st}}{n} \eta \, ds = 0, \quad \int_F \frac{W_{st}}{n} \zeta \, ds = 0 \quad \dots \dots \dots \dots (21)$$

$$\int_F \frac{U_{st}}{n} \eta \, ds = 0, \quad \int_F \frac{U_{st}}{n} \zeta \, ds = 0 \quad \dots \dots \dots \dots (22)$$

一方反り関数について座標変換を行えば

$$W_s = V_s - \eta_s \zeta + \zeta_s (\eta - \eta_c) \quad \dots \dots \dots \dots (23)$$

$$\text{こゝに } V_s = - \int_0^s r_g \, ds + \int_0^s \frac{\tilde{q} n_g}{t} \, ds \quad \dots \dots \dots \dots (24)$$

r_g : 重心 G_V より薄板中心線の切線にいたる距離

η_c : 薄板中心点 C の η 座標

式(23)を条件式(21)₂に代入して、 η_s の値を定めるべき次の式をうる。

$$\eta_s = v_\eta / I_\eta \quad \dots \dots \dots \dots (25)$$

$$\text{こゝに } v_\eta = \int_F \frac{V_s \zeta}{n} \, t \, ds, \quad I_\eta = \int_F \frac{\zeta^2 t}{n} \, ds \quad \dots \dots \dots \dots (26)$$

条件式(21)₁は V_s の逆対称性によつて、 $\zeta_s = 0$ とすれば満足されることが知れる。これはネジリ中心 S が η 軸上にあることを示す。従つて式(23)は簡単化して

$$W_s = V_s - \eta_s \zeta \quad \dots \dots \dots \dots (23')$$

次に第2種反り関数 U_s についても同じような座標変換を実行して、

$$U_s = V_s + \zeta_t (\eta - \eta_c) - \eta_t \zeta \quad \dots \dots \dots \dots (27)$$

そして U_s が η 軸に関して逆対称性を持つことは容易に証明できる。従つて条件式(22)₁については自然に満足せられる。次に条件式(22)₂については変形して

$$\int_{F_I} \frac{U_{st}}{n} \zeta \, ds = 0$$

で、この式に式(27)を代入すれば、 η_t と ζ_t との関係式をうる。 $\eta - \eta_c = y$ を用いて、

$$I_\eta \eta_t + 2 \zeta_t I_{y \zeta} = v_\eta \quad \dots \dots \dots \dots (28)$$

$$\text{こゝに, } I_{y \zeta} = \int_{F_I} \frac{y \zeta}{n} t \, ds \quad \dots \dots \dots \dots (29)$$

更に4で設けた条件式(19)について考察する。これに式(27)を代入して、整理すれば、

$$I_y \zeta \eta_t - I_z \zeta_t = v_z \quad \dots \dots \dots \dots (30)$$

$$\text{こゝに } \int_{F_I} \frac{V_s t}{n} y \, ds = v_z \quad \dots \dots \dots \dots (31)$$

となる。関係式(28),(30)を η_t, ζ_t について解けば、局部ネジリ中心 T の位置が決定する。その値は

$$\eta_t = \frac{2 I_{y \zeta} v_z - I_z v_\eta}{2 I_{y \zeta}^2 - I_\eta I_z}, \quad \zeta_t = \frac{I_\eta v_z - I_{y \zeta} v_\eta}{2 I_{y \zeta}^2 - I_\eta I_z} \quad \dots \dots \dots \dots (32)$$

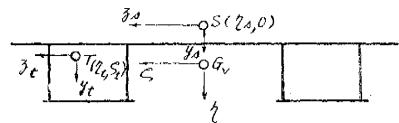
式(32)に含まれる諸量は橋桁断面に特有の常数であつて、定義式を代数式に化して、容易に図表計算できる。

6. 境界条件を満足する解

単純箱桁橋における支点の境界条件は周知のように、

図-5 ネジリ中心と座標系

Fig. 5 Torsional Centers and Coordinate Systems



(a) 端部断面がネジリを生じないことより

(b) 端部断面任意点において $\sigma_w = 0$ なることより

先ず境界条件 (33), (34) に適する微分方程式 (20) の解 θ は、

$$\theta = \theta_o + \theta_p \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

と考える。こゝに θ_0 は方程式

$$E_s \tau \frac{d^4 \theta_0}{dx^4} = - \sum_{m=1}^p V_{cm} U_i(x - \xi_m) \quad \dots \dots \dots \quad (20)_a$$

の解であり、 θ_k は

$$E_s \approx \frac{d^4 \theta_p}{dx^4} - p \quad \dots \dots \dots \quad (20)_b$$

の解である。

θ_0 は荷重状態に応じて、剛性 $(-E_s r)$ をもつ単純バリのタワミとして与えられる。方程式 (20)_a を θ_0 について解けば、

$$\theta = \theta_p + \frac{1}{6 E_0 T} \sum_{m=1}^p V_{cm} \left\{ (l - \xi_m) \left[-\frac{x}{l} (2l - \xi_m) \xi_m + \frac{x^2}{l} \right] - (x - \xi_m)^3 \cdot U(x - \xi_m) \right\} \quad \dots (36)$$

解式 (36) を第 1 の微分方程式 (17) に代入し、整理すれば

$$E_s \bar{C}_w \frac{d^4 \psi}{dx^4} - K \frac{d^2 \psi}{dx^2} + K \frac{d^2 \theta_p}{dx^2} + \frac{C_w}{r} p + \mathfrak{M}_t + \frac{K}{E_s r} \sum_{m=1}^p V_{cm} \left[(l - \xi_m) \frac{x}{l} - (x - \xi_m) \cdot U(x - \xi_m) \right] \\ + \frac{C_w}{r} \sum_{m=1}^p V_{cm} \cdot U_i(x - \xi_m) = 0 \quad \dots \quad (17')$$

微分方程式 (17)' についても解 ψ を $\psi = \psi_0 + \psi_1$ と考え,

$$E_s \bar{C}_w \frac{d^4 \psi_p}{dx^4} - K \frac{d^2 \psi_p}{dx^3} + K \frac{d^2 \theta_p}{dx^2} + \frac{C_w}{r} p + \mathfrak{M}_t = 0 \quad \dots \dots \dots (17)_a'$$

に対する解 ψ_0 とし、

$$E_s \bar{C}_w \frac{d^4 \psi_0}{dx^4} - K \frac{d^2 \psi_0}{dx^2} + \frac{K}{E_s} \sum_{m=1}^p V_{cm} \left[(l - \xi_m) \frac{x}{l} - (x - \xi_m) \cdot U(x - \xi_m) \right] \\ + \frac{C_w}{l} \sum_{m=1}^p V_{cm} \cdot U_i(x - \xi_m) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (17)_b'$$

に対する解 ψ_p とする。 ψ_p は θ_p と同じく荷重 p , M_t より直接求められる。これについては次項で述べる。そこで ψ_p は既知と考えて解 ψ をうる。

$$\psi = \psi_p + \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm} \left\{ \frac{\bar{C}_w - C_w}{\alpha \tau K} \left[- \frac{\sinh \alpha (l - \xi_m)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha x + \frac{l - \xi_m}{l} \alpha x + \{ \sinh \alpha (x - \xi_m) - \alpha (x - \xi_m) \right. \right. \\ \left. \left. + U(x - \xi_m) \right] + \frac{1}{6 E_s r} \left[- \frac{x}{l} (l - \xi_m) (2l - \xi_m) \xi_m + \frac{l - \xi_m}{l} x^3 - (x - \xi_m)^3 \cdot U(x - \xi_m) \right] \right\} \dots \dots \dots (37)$$

$$\text{Case } d = \sqrt{K/E_s \bar{C}_w} \quad \dots \dots \dots \quad (38)$$

解(36), (37)に含まれる V_{cm} は不静定量であつて、 ρ 個の横柵取付位置における変位の適合条件より決定されねばならない。すなわち点 $x = \xi_r$ において $\psi = \psi_r$, $\psi_p = \psi_{pr}$ となることより式(37)において $x = \xi_r$ とおけば

$$\psi_r = \psi_{pr} + \sum_{m=1}^p \lambda_{mr} V_{cm} \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

二八

$$\lambda_{mr} = \frac{\bar{C}_w - C_w}{\alpha r K} \left\{ -\frac{\sinh \alpha (l - \xi_m)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha \xi_r + \frac{l - \xi_m}{l} \alpha \xi_r + [\sinh \alpha (\xi_r - \xi_m) - \alpha (\xi_r - \xi_m)] \cdot U(\xi_r - \xi_m) \right\} \\ + \frac{1}{6 E_r r} \left[-\frac{\xi_r}{l} (l - \xi_m) (2l - \xi_m) \xi_m + \frac{l - \xi_m}{l} \xi_r^2 - (\xi_r - \xi_m)^3 \cdot U(\xi_r - \xi_m) \right] \quad \dots \dots \dots (40)$$

そして $U(\xi_r - \xi_m) = 0$ $\begin{cases} 0 \leq \xi_r \leq \xi_m \\ \xi_m < \xi_r \leq l \end{cases}$ とする。 (41)

他方式 (16) を式 (39) に用いれば、 V_{cr} に関する ρ 元連立方程式をうる。

二七

$$C_{mr} = \frac{24 E_s I_f \zeta_t \lambda_{mr}}{d^3 + 24 E_s I_f \zeta_t \lambda_{rr}}, \quad V_{cr}^{(0)} = \frac{2 \bar{m}_r d^2 - 24 E_s I_f \zeta_t \psi_{pr}}{d^3 + 24 E_s I_f \zeta_t \lambda_{rr}}. \quad (43)$$

かつ Σ' は $m-r$ の項を除いて、 m につき総和することを意味する。式 (d) より直ちにわかるように C_{mr} は方程式の対角線に関して対称の値を持つ。方程式 (42) の根 V_{cr} が求まれば、再び解式 (36), (37) にもどつてネジり角 θ, ψ が確定する。この θ, ψ の導関数を用いて容易に主桁の応力 σ_w, q, q_w を計算できる。

1. 代表的荷重状態に対する荷重項と γ

- (a) 集中荷重 集中荷重 P が 第 m 番目横幅位置に作用する場合には、もし P が図-1 における BB' 間に作用すれば式(16)中の \bar{m}_m は、

$$\bar{m}_m = -\frac{P(d-2e)^2(d+e)}{2d^2} \quad \dots \quad (44)$$

また P が BB' 間になければ $\bar{m}_m = 0$ である。

θ_p は周知のように求まり、これを微分方程式 (17)_{a'} に用い、

$$\frac{C_w}{r} p + \mathfrak{M}_t = \left(\frac{C_w}{r} + 2e \right) P \star U_i(x - c)$$

なることに留意すれば、解 γ は

$$\begin{aligned} \psi_p = & \frac{P(\bar{C}_w - C_w - 2er)}{\alpha r K} \left\{ \frac{\sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha x + \frac{l-c}{l} \alpha x \right. \\ & + [\sinh \alpha(x-c) - \alpha(x-c)] \cdot U(x-c) \Big\} + \frac{P}{6E_s r} \left[-\frac{x}{l}(l-c)(2l-c) \right. \\ & \left. + \frac{l-c}{l}x^3 - (x-c)^3 \right] \cdot U(x-c) \quad \dots \quad (45) \end{aligned}$$

従つて ψ_{pr} は式 (45) において $x = \epsilon_r$ とおけばよい。

なお P が直接主桁に作用すれば、 C の任意な値に対し式(45)の解がそのまま利用できる。また P が縦筋により分配される荷重の場合には横筋取付位置の断面に加わる集中荷重に分解して考えれば、それらの個々の外力について解式(45)が利用できる。

(b) 等分布荷重

図-1 の如く、スパン方向に等分布荷重 q が ζ 軸より偏心距離 e で作用すれば、直接主桁に作用する場合には

$$\bar{m}_m = 0, \quad \frac{C_w}{r} p + \mathfrak{M}_t = q \left(\frac{C_w}{r} + 2e \right)$$

となり、解 ψ は

$$\psi_p := \frac{q(\bar{C}_w - C_w - 2e\tau)}{\alpha^2 r K} \left\{ \frac{\sinh \alpha x}{\sinh \alpha l} (1 - \cosh \alpha l) + \cosh \alpha x - 1 \right. \\ \left. - \frac{\alpha^2 x^2}{2} + \frac{\alpha^3 l}{2} x \right\} + \frac{qI}{12E_s r} \left(-\frac{l^2}{2} + x^2 - \frac{x^3}{2l} \right) \quad \dots \quad (46)$$

勿論 $\psi_{pr} = [\psi_p]_{x=z_r}$ としてえられる。

次に間接荷重の場合には、B B'間に作用すれば、横幅間隔を ξ とすると、1つの横行へは $q\xi$ が加わる。従つて

$$\bar{m}_m = -\frac{q \xi (d+2e)^2 (d+e)}{2d^2} \quad \dots \dots \dots \quad (47)$$

また $B B'$ 間に荷重が存在しなければ、 $\bar{m}_m = 0$ である。いずれにしても間接荷重を横桁に集中する荷重に分解すれば、(a) 項の解 (45) が利用できる。

8. 数 值 計 算 例

大阪市七木局において計画中の辰巳橋の第1次設計試験について本理論を適用してみる。本橋は鋼道路橋設計示方書第3次草案に従つて設計されたものである。

図 6 集中荷重

Fig. 6 Concentrated Loading

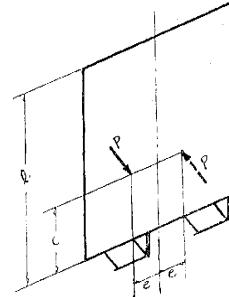
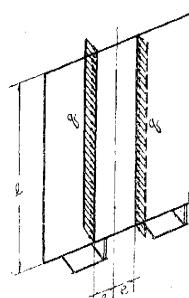


図-1 等分布荷重

Fig. 7 Uniformly Distributed Loading



主桁スパン 36 m、幅員 2.5+14+2.5 m の合成 2 箱桁橋である。横桁は 6 m 間隔で 5 本設けられ、その断面 2 次モーメント I_f は $1.2057 \times 10^6 \text{ cm}^4$ である。床板コンクリートのヤング率 E_c は $3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ と仮定している。

予備計算としてネシリ中心 S 及び T の位置を決める。それに必要な諸常数の値は図表計算で 表-1 のようにえられた。公式 (25), (32) を用いて η_s , η_t , ζ_t を計算すれば、

$$\eta_s = -58.136 \text{ cm}$$

$$\eta_t = -24.096 \text{ cm}, \quad \zeta_t = 546.946 \text{ cm} \quad \text{である。}$$

よつて断面内隅角点における反り関数 W_s , U_s の値は 図-8, 図-9 のようにえられる。この値を基にして定義式より微分方程式 (17), (20)

の諸係数 K , C_w , \bar{C}_w , r の値を求めると、

$$K = 3.25894 \times 10^{13} \text{ (内閣断面)}$$

$$\text{面部 } 0.05905 \times 10^{13} \text{ cm}^2$$

$$\text{kgcm}^2$$

$$C_w = 1.41102 \times 10^{13} \text{ cm}^6$$

$$\bar{C}_w = 2.71933 \times 10^{11} \text{ cm}^6$$

$$r = -1.26444 \times 10^{10} \text{ cm}^5$$

で、 C_{iw} の値が King County 橋に比し、相当大きい。

集中荷重 $P = 1 \text{ ton}$ が $x = l/2$ の主桁軸線上 $e = 5.35 \text{ m}$

に作用する場合には、 V_{cm} に関する連立方程式は $V_{c1} = V_{c3}, V_{c2} = V_{c4}$ であることに着目すれば、式 (42) より

$$1.29010 V_{c1} + 1.34613 V_{c2} \\ + 0.727807 V_{c3} = -$$

$$0.469007$$

$$0.780255 V_{c1} + 1.58913 V_{c2} \\ + 0.780255 V_{c3} = -$$

$$0.481033$$

$$0.721348 V_{c1} + 1.33616 V_{c2} \\ + V_{c3} = -$$

$$0.484780$$

これを解いて

$V_{c1} = -0.0739709 \text{ t}, V_{c2} = -0.158618 \text{ t}, V_{c3} = -0.219482 \text{ t}$ である。負号は上方へ向つて作用することを示す。よつて横桁端モーメント M_{Bm} については、

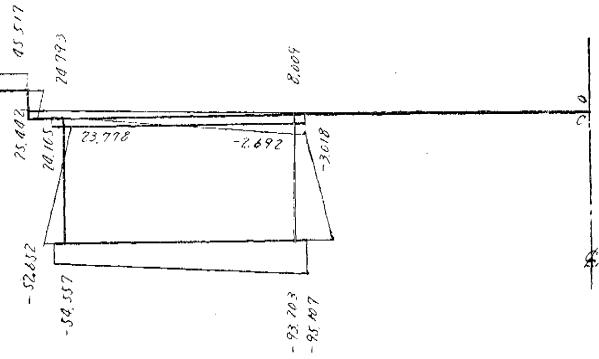
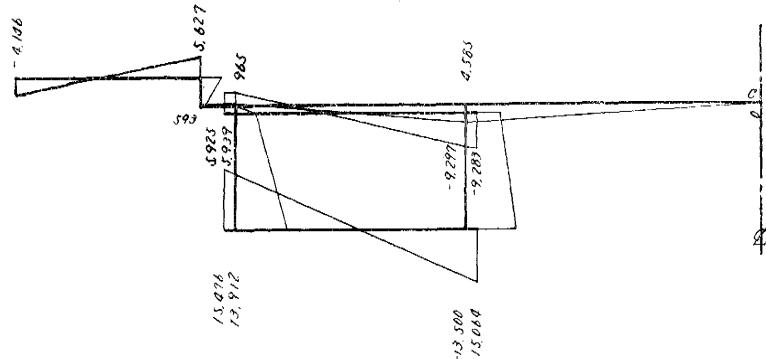
$$M_{B1} = -\frac{d}{2} V_{c1} = -\frac{740}{2} \times (-0.0739709) = 27.3692 \text{ tcm}$$

同じように、 $M_{B2} = 58.6886 \text{ tcm}, M_{B3} = 81.2083 \text{ tcm}$

等分布荷重 $qL = 1 \text{ ton}$ の場合についても計算できた。その結果中央断面下部カバープレート中点における垂直応力 σ を本理論の σ_w と床板の有効幅を考慮した対称曲げの応力 σ_b の和として表-2 のようにえられた。これは偏心距離に種々な数値を与えた場合の σ の変化を示している。論文集第 25 号の解析法及び慣用計算法による結果も併記しておいた。本橋の例では 図-10 に示すように σ の影響線は論文集第 25 号によるものとほとんど差がない。次に $P = 1 \text{ ton}$ が主桁軸線上 $x = l/2$ に作用した場合の中央断面内 σ の分布状態を 図-11 に示す。図中鎖線は慣用計算法による値を示している。理論解によれば、下部カバープレート中点と端部とにおける σ 値の間に約 1 割の差異が認められる。

表-1

I_y	2.68167×10^8
I_z	2.83116×10^7
I_{yz}	8.34489×10^7
v_y	$-1.559025 \times 10^{-11}$
v_z	-1.74957×10^{-10}

図-8 反り関数 W_s Fig. 8 Warping Function W_s 図-9 第2種反り関数 U_s Fig. 9 Warping Function of the Second Kind U_s 

8. 略算法

実際設計においては、図-12に示すような曲げ剛性 $E_s I$ 、ねじり剛性 $K_t = K/2$ を有する2本の箱桁を、曲げ剛性 $E_s I_f$ を持ち箱桁の幅を考慮して両端に $I_f = \infty$ なる部分を持つた σ 本の横桁で連結した力学的等価構造物を想定する。

図-13のように橋軸で切断した左半分について、曲げのツリアイを考え、左主桁のタワミ y についての微分方程式をうる。

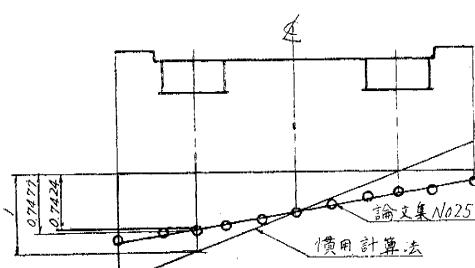
$$E I \frac{d^4 y}{dx^4} = p(x) + \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm}$$

$$\cdot U_i(x - \xi_m) \dots \dots \dots (48)$$

こゝに I : 床板の有効幅を考慮した箱桁の断面2次モーメント。次に左主桁のねじり角 ϑ についてはねじりのツリアイ条件より2次的ねじり・モーメントを省略して

図-10 下部カバープレート中点における垂直応力 σ に関する反力影響線

Fig. 10 Reaction Influence Lines for σ at Middle point of Lower Cover
(a) 集中荷重
Concentrated Load



(b) 等分布荷重
Uniformly Distributed Load

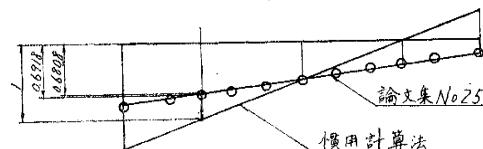


表-2 a 集中荷重 $P=1\text{ton}$ による下部カバープレート中点の垂直応力 $\sigma \text{ kg/cm}^2$

偏心距離 $e \text{ cm}$	0	185	370	535	700	950
荷重位置	横 桁 スパン 中点	横 桁 スパン 1/4点	左 箱 桁 右 ウエブ 上	左 箱 桁 軸 上	左 箱 桁 左 ウエブ 上	突出端

() 内の数値は慣用法による $e=535$ の場合の σ 値 5.5092 で除した比を示す。

表-2 b 等分布荷重 $q=1\text{ton}$ による下部カバープレート中点の垂直応力 $\sigma \text{ kg/cm}^2$

偏心距離 $e \text{ cm}$	0	185	370	535	700	950
荷重位置	横 桁 スパン 中点	横 桁 スパン 1/4点	主 箱 桁 右 ウエブ 上	左 箱 桁 軸 上	左 箱 桁 左 ウエブ 上	突出端

図-11 箱桁中央断面の垂直応力 kg/cm^2

Fig. 11 Stress Distribution in the Middle Cross-section of a Box Girder

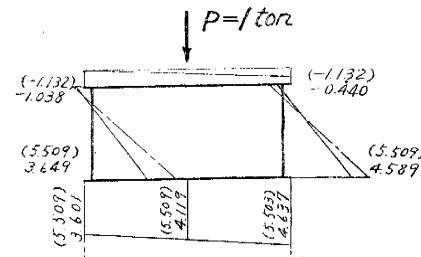


図-12 構造力学的等価構造物

Fig. 12 Statically Equivalent Structure

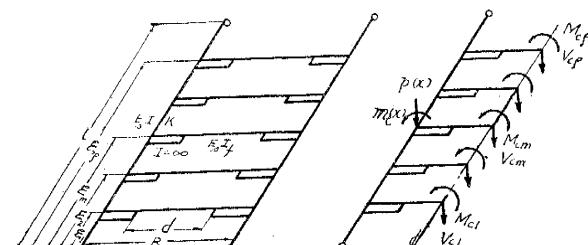


図-13 荷重と断面力

Fig. 13 Loads and Bending Moments, Shear Forces

$$K \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + m_t(x) + \sum_{m=1}^{\rho} (M_{cm} - \frac{B}{2} V_{cm}) \cdot U_i(x - \xi_m) = 0 \dots \dots \dots (49)$$

ここで m_t : 主桁軸線に関するネジリ荷重強度

M_{cm} : 第 m 横桁中点における曲げモーメント

逆対称荷重が作用する場合には方程式(49)において $M_{cm}=0$, 従つてこの時の解 y 及び ϑ は

$$y = y_p + \frac{l^3}{6EI} \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm} \left\{ \frac{l-\xi_m}{l} \left[\frac{x}{l} - \frac{2l-\xi_m}{l} \frac{\xi_m}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right] + \frac{(x-\xi_m)^3}{l^3} \cdot U(x-\xi_m) \right\} \quad \dots \dots \dots (50)$$

$$\vartheta = \vartheta_p + \frac{Bl}{2K_1} \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm} \left[-\frac{l-\xi_m}{l} \frac{x}{l} + \frac{x-\xi_m}{l} \cdot U(x-\xi_m) \right] \quad \dots \dots \dots (51)$$

ここで y_p : 単純桁のタワミ

ϑ_p : 単純桁に $m_t(x)$ が作用した場合のネジリ角

そこで $x=\xi_r$ における変位の適合条件によつて、次のような V_{cr} に関する ρ 元連立1次方程式をうる。

$$V_{cr}(1+4\alpha A_{rr}+\beta B_{rr}) + \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm}(4\alpha A_{mr}+\beta B_{mr}) = \frac{12E_s I_f}{d^3} (B\vartheta_{pr}-2y_{pr}) + \frac{2\bar{m}_r}{d} \quad \dots \dots \dots (52)$$

ここで $\vartheta_{pr} = [\vartheta_p]_{x=\xi_r}$, $y_{pr} = [y_p]_{x=\xi_r}$ また $r \leq m$ に対して $B_{mr} = \frac{l-\xi_m}{l} \frac{\xi_r}{l} (=B_{rm})$

$$A_{mr} = B_{mr} \left(\frac{2l-\xi_m}{l} \frac{\xi_m}{l} - \frac{\xi_r^2}{l^2} \right) (=A_{rm}), \quad \text{そして} \quad \alpha = I_f l^3 / I d^3, \quad \beta = 6 E_s I_f B^2 l / K_1 d^3$$

今特に代表的荷重状態に対して右辺の荷重項を求める。

(a) 集中荷重 $P=1$ が主桁軸上 $x=l/2$ に作用する場合

$$V_{cr}(1+4\alpha A_{rr}+\beta B_{rr}) + \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm}(4\alpha A_{mr}+\beta B_{mr}) = -\alpha C_r \quad \dots \dots \dots (52)_a$$

ここで $C_r = \frac{\xi_r}{2l} \left(3 - \frac{4\xi_r^2}{l^2} \right)$

(b) 等分布荷重 $ql=1$ が主桁軸線上に作用する場合

$$V_{cr}(1+4\alpha A_{rr}+\beta B_{rr}) + \sum_{m=1}^{\rho} V_{cm}(4\alpha A_{mr}+\beta B_{mr}) = -\alpha D_r \quad \dots \dots \dots (52)_b$$

ここで $D_r = \frac{\xi_r}{l} \left(1 - \frac{\xi_r}{l} \right) \left(1 + \frac{\xi_r}{l} - \frac{\xi_r^2}{l^2} \right)$

任意の荷重状態に対し右辺の荷重項のみを異にして同形の方程式がえられる。

次に荷重分配率 μ としては主桁中央断面で生じる曲げモーメントに対し考慮する。思うに $\rho \geq 2$ の場合には死活荷重を合わせて中央断面で最大曲げモーメントを生じるので、この断面について μ を求めておくことは最も有意義である。よつて上記(a), (b) の荷重状態に対し μ を与える式は次のようである。

$\rho = \text{奇数の場合}$

$$\begin{aligned} \mu &= 1 + \frac{1}{2} V_c, \frac{\rho+1}{2} + 2 \sum_{m=1}^{\frac{\rho-1}{2}} V_{cm} \xi_m / l && (\text{集中荷重}) \\ &= 1 + V_c, \frac{\rho+1}{2} + 4 \sum_{m=1}^{\frac{\rho-1}{2}} V_{cm} \xi_m / l && (\text{等分布荷重}) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (53)$$

$\rho = \text{偶数の場合}$

$$\begin{aligned} \mu &= 1 + 2 \sum_{m=1}^{\frac{\rho}{2}} V_{cm} \xi_m / l && (\text{集中荷重}) \\ &= 1 + 4 \sum_{m=1}^{\frac{\rho}{2}} V_{cm} \xi_m / l && (\text{等分布荷重}) \end{aligned}$$

他の任意の荷重状態に対しても同じように μ の公式がえられる。辰巳橋の例について偏心荷重が作用した場合に對し μ を計算してみた。本橋に對しては $\alpha=6.4919$ $\beta=9.4829$ で、これを用いて方程式(52)より V_{cm} を求め、更に定義式(53)に代入して μ を求めた。その値は表-2 の下欄に記載しておいた。理論解より求めた σ 値に關する荷重分配率()内の値と比較して近似が良好なることを認めた。

そこで μ 値を α, β の関数として、 $\rho=2 \sim 6$ の各々に對し計算すれば 図-14 がえられる。

設計に際して断面決定のための第1次計算を行う場合に反力影響線としては左右主桁軸線下で $\mu \sim (1-\mu)$ の縦距をもつ直線を描けばよい。これを用いて決定された断面を有する主桁について、任意断面における最大曲げモーメントを求める2次計算に移ればよい。すなわち改めて α, β を用いて V_{cm} を求め、これを次式に代入する。

ここに M_p : 単純パリの曲げモーメント

また図-14より一般に次の事が知れた。(1) 荷重状態、横桁数にかゝわらず α の増加につれて μ は小さくなり、 β の増加と共に μ は大きくなる。よつて箱桁のねじり剛性が荷重分配作用に重要な効果を与えることを認める。(2) 等分布荷重に対する分配率は集中荷重のそれより良好である。(3) 奇数本の横桁を使用した方が偶数本の場合より分配作用に対し有効である。

8. 結 言

(1) 床板が主桁断面の一部として協力作用する形式の箱桁橋の3次元的応力解析を行つた。

(2) 偏心載荷において同一箱桁断面における応力分布状態を知り、下部カバープレート中点と同端部の垂直応力のネジリによる差異を明確にした。

(3) 力学的等価構造物を想定し、実用設計上有用な略算法を提案し、その近似度を明らかにした。

(4) 新手方書の活荷重に対して

設計する場合には、本文で例示したように、集中荷重 $P=1\text{ ton}$ とスパン方向等分布線荷重 $q_1=1\text{ ton}$ あるいはスパン方向部分等分布線荷重などについて、必要な主桁断面に対する μ を求め、 $\mu \sim (1-\mu)$ の横断面内影響線を利用すればよい。

(5) ネジリ剛性が大きい箱桁橋の荷重分配作用は優秀であることを定量的に知りきた。

以上論文集第25号の成果と総合して箱桁橋の特性を十分考慮に入れた立体的取扱いにより、工学的理論解を求め、その応力分布状態を知りえた。また実用計算上有用な略算法を提案し、設計の簡易化に必要な資料をえることができた。

参 考 文 献

- ### (1) 合成箱桁橋の応力解析と設計計算法

小西一郎，小松定夫，大橋昭光

土壤学会論文集第 25 号 1955 3 月

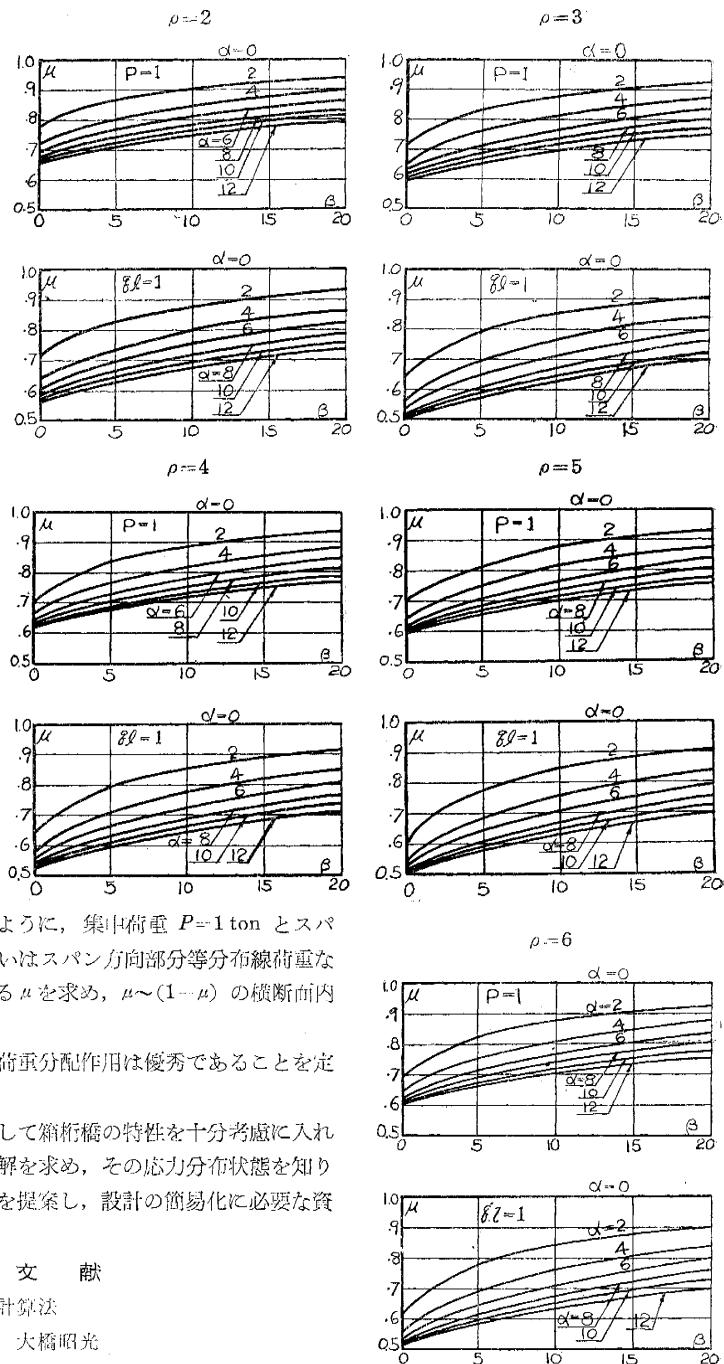
- ## (2) 西条大橋の応力。タワミ。振動測定結果について

小西一郎、山田進一、木橋昭光

土壤學會誌第 41 卷, 第 3 号 1956 3 月 pp. 112~117

図-14 植物分類

Fig. 14 Distribution Rate of Load



(图31-5-24)