

# BIMを用いたステップによる孤立波の碎波を伴う変形とその法則

安田孝志\*・原 正典\*\*・榎原幸雄\*\*\*

本研究では、まず、ここで用いられるBIMの概略について説明すると同時に、その精度について理論的および実験的に検討している。ついで、2次元非回転流体場における基礎式をBIMによって直接解き、その結果を基にステップによる孤立波の反射・透過・碎波特性を明らかにし、反射率だけでなく、ステップによる碎波の有無、碎波点の位置およびそこでの限界波高の定式化を行っている。

**Keywords:** wave breaking, wave deformation, breaking criteria, submerged obstacle, step, BIM

## 1. 緒 言

近年、沿岸海域の保全・利用が積極的に進められるようになり、各種の波浪制御構造物が提案されるようになって来た。中でも、没水型構造物によって入射波を碎波させ、波浪制御を図る工法は、跳水を利用した減勢工に対応するものであり、原理的に優れた手法と考えられる。しかしながら、一定の消波効果を得るには必要天端高および幅が大きくなるという欠点のあることも確かである。この点を解決するために様々な工夫が試みられているが、碎波の活用を本義とする観点からすれば、いかにして実用的な方法で入射波を碎波させるかの検討が必要である。とは言え、水深変化が原因の碎波についてさえ、その発生条件についての解明はほとんど進んでおらず、碎波を波浪制御に積極的に活用して行くには、没水型構造物によって引き起こされる碎波を波と水底との強い相互作用の結果として捉え、碎波限界やそこに至る変形過程を流体力学的にまず解明する必要がある。このことは、また、碎波の有無に大きな影響を受ける海岸構造物の設計外力の推算においても重要である。

ここでは、そのための第一歩として、制御の対象となる暴浪や高波の1波を孤立波として扱う一方、没水型構造物としては最も単純なステップを取り上げ、没水型構造物による高波の碎波を伴う変形を流体力学的に取り扱い、その支配法則の確立を目指す。

緩斜面上を進む海岸波浪がKdV方程式の定常孤立波解で与えられるソリトンの連なりとして表示できることは、すでに明らかにされており<sup>1),2)</sup>、極浅海域での高波の1波を孤立波に置き換えることに問題はない。それだ

けでなく、次のような利点のあることをむしろ強調すべきであろう。ⅰ) 孤立波は定常波として最大の波高および波速を有し、最も危険度の高い波となるため、設計外力の推算が安全側となる。ⅱ) 前後の波の影響や先行波の碎波に伴う戻り流れなどの影響が存在しないため、このときの碎波変形を純粹に水深変化のみによって生じる現象として扱うことができる。

孤立波のステップによる変形については、これまでKdV方程式のオーダーで主として取り扱われてお<sup>り<sup>3),4)</sup>、碎波を伴うような場合は未解明のままとなっている。しかしながら、最近になって漸くCookerら<sup>5)</sup>によって碎波を伴うような大振幅の孤立波と半円柱型潜堤との強い相互作用に対する解明が試みられるようになり、多様な変形が強い相互作用によって生じることが明らかにされた。また、ステップによる孤立波の変形問題は水理実験によっても検討はなされている<sup>6)</sup>が、計算結果の検証が主目的であり、碎波が生じるような場合の変形に対する検討はなされていない。このように、波を孤立波とし、没水型構造物をステップのように単純化した場合であっても、碎波を伴うような強い相互作用による変形や碎波限界の支配法則については何ら定式化もなされていない状況にある。</sup>

そこで、本研究では、上述のような立場から孤立波とステップとの強い相互作用とそれによる碎波の実態を定量的に解明し、その指標を定式化するため、まず、非回転流体場での基礎式がほぼ厳密に解ける境界積分法(BIM)を用い、ステップを通過する孤立波の碎波に至る伝播過程計算を系統的に実施する。ついで、この結果を基にステップによる孤立波の反射、透過および碎波特性を明らかにすると同時に、これらの支配パラメーターを見いだし、これを基にこのときの変形の支配法則、特に碎波指標の定式化を図る。

\* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木学科  
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

\*\* 正会員 工修 出光エンジニアリング株式会社  
\*\*\* 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科

## 2. 計算の方法と精度

### (1) BIM による計算の概略

鉛直 2 次元の非回転流体場での波峯の巻き込みまで含めた碎波形式の計算は Longuet-Higgins と Cokelet<sup>6)</sup> に始まり、これまで数多くの境界積分法による手法が提案されて来たが、底面境界に対して写像を行う計算法については Dold と Peregrine<sup>7)</sup> によってほぼ完成されたと言つてよい。しかしながら、この手法は写像関数の計算が容易な底面形状に実際上の適用が限定されるため、任意の水深変化による碎波変形問題を解くには適していない。そこで、著者らは計算時間の若干の増大は容認する事とし、Dold と Peregrine の手法を基に任意の底面形状の下での碎波変形の数値計算法を開発した<sup>8)</sup>。ここでは、その手法の概略を簡単に示す。

Fig.1 に示すような非圧縮完全流体場での非回転波動を考えているから、2 次元実平面 ( $x, y$ ) 上での波動問題は複素平面 ( $z = x + iy$ ) 上で Laplace 方程式を解く問題に置き換えられる。さらに、Cauchy の積分公式を用いることにより、固定境界条件の下で Laplace 方程式を解く問題は最終的に次式を解く問題に帰着される。

$$\begin{pmatrix} \Phi_v \\ \Phi_\xi \end{pmatrix} = \frac{1}{\pi} \begin{pmatrix} \int_{S_F} \operatorname{Im} \left[ \frac{z_\xi}{z' - z} \right] & \int_{S_B} \operatorname{Re} \left[ \frac{z_\xi}{z' - z} \right] \\ - \int_{S_F} \operatorname{Re} \left[ \frac{z_\xi}{z' - z} \right] & \int_{S_B} \operatorname{Im} \left[ \frac{z_\xi}{z' - z} \right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_v \\ \Phi_\xi \end{pmatrix} + \frac{1}{\pi} \begin{pmatrix} \int_{S_F} \operatorname{Re} \left[ \frac{z_\xi}{z' - z} \right] \Phi_\xi d\xi' \\ \int_{S_F} \operatorname{Im} \left[ \frac{z_\xi}{z' - z} \right] \Phi_\xi d\xi' \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $(\Phi_v, \Phi_\xi)$  は  $(\Phi_x, \Phi_y)$  と次式の関係にある。

$$\Phi_x + i\Phi_y = z_s \frac{d\xi}{ds} (\Phi_\xi + i\Phi_v) \quad (2)$$

ここに、 $\int$  は Cauchy の主値積分、' は  $\xi'$  の関数、 $\Phi$  は速度ポテンシャル、 $s$  は境界に沿った弧長、 $n$  はそれに垂直な座標、 $S_F$  は自由表面境界、 $S_B$  は固定境界、 $\xi$  および  $\nu$  は数値計算に都合の良いように接点間隔を 1 とする座標であり、 $s$  および  $n$  と  $\partial s / \partial \xi = \partial n / \partial \nu$  の関係にある。なお、元の実平面における微小量 ( $dx, dy$ ) と  $(s, n)$  座標における微小量 ( $ds, dn$ ) との間には次式の関係がある。

$$\begin{pmatrix} ds \\ dn \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} dx/ds & dy/ds \\ dx/dn & -dy/dn \end{bmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \quad (3)$$

式 (1) における右辺第 2 項は、 $\Phi_\xi|_{S_F}$  が既知である為、連立方程式の定数項となり、式 (1) は境界上の節点数に等しい次元の連立方程式として解かれることになる。式 (1) を解くに当つて必要な微分は 4 次の補間多項式を用いることによって、また、積分について特異点処理を解析的に行ない、特異点を含まない形にしてから 5

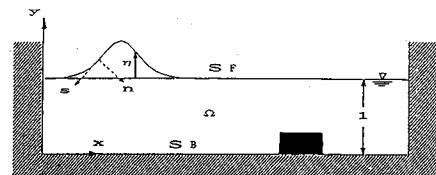


Fig.1 Coordinate and symbols.

次および 6 次の多項式近似によって数値的に計算している。

自由表面  $S_F$  上の節点位置および速度ポテンシャルに対する時間発展の計算は、Dold と Peregrine<sup>7)</sup> の Taylor 展開による手法をそのまま踏襲しており、自由表面での境界条件を満足させて行われる。

なお、数値計算上の特別の工夫としては、エネルギーの保存則に対する誤差が 3 % を超えるような場合に Longuet-Higgins と Cokelet<sup>6)</sup> によって提案された 5 点補間による平滑化を施す一方、計算時間の短縮化および精度の維持のために節点の再分配を行っているだけである。これら以外の処置は一切行うことなく、上述の誤差を 4.5 % 以下に留めた計算がなされており、得られた結果はポテンシャル流体の力学にはば厳密に従っていると判断される。

### (2) 数値解の精度

#### (a) 厳密解との比較

上述の計算法は非回転波動場での基礎方程式を数値的に厳密に解こうとするものであるから、得られた数値解の精度は、まず、厳密解<sup>9)</sup>との比較によって評価されるべきである。水深  $h$  の一定水深場であれば、定常孤立波に対して上述の方法によって伝播計算を行ない、一定時間後の数値解による波形  $\eta(x, t)$  を厳密解によって同じ時間だけ進ませた波形  $\zeta(x - ct)$  と比較すれば、波形だけでなく伝播速度まで含めた数値解の厳密解に対する精度の定量的評価が可能となる。ここで、 $c$  は厳密解の波速であり、この時の数値解の厳密解に対する精度は次式によって評価される。

$$\varepsilon_1(t) = \frac{1}{2h^3} \int_{S_F} [\eta(x, t) - \zeta(x - ct)]^2 dx \quad (4)$$

ところで、ここで計算する碎波変形に対しては厳密解が得られていないため、式 (4) の誤差指標  $\varepsilon_1(t)$  は使えない。そこで、エネルギー保存則に対する誤差

$$\varepsilon_2(t) = [E(t) - E(0)]/E(0) \quad (5)$$

を数値解の精度指標とする。ここで、 $E(t)$  は全エネルギーであり、位置エネルギー  $V(t)$  や運動エネルギー  $T(t)$  の和として次式によって計算される。

**Table 1** Comparisons with the exact Stokes wave.

$t\sqrt{g/h}$	$\varepsilon_1(t)$	$\varepsilon_2(t)$
4	$3.6 \times 10^{-6}$	$7.5 \times 10^{-5}$
6	$8.0 \times 10^{-6}$	$9.2 \times 10^{-5}$
8	$1.4 \times 10^{-5}$	$1.7 \times 10^{-4}$
10	$2.1 \times 10^{-5}$	$1.7 \times 10^{-4}$
12	$2.8 \times 10^{-5}$	$3.1 \times 10^{-4}$

$$\left. \begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} \int_{S_p} t^2(t) dx \\ T(t) &= \frac{1}{2} \int_{S_p} \phi(t) \frac{\partial \phi(t)}{\partial n} ds \end{aligned} \right\} \dots \quad (6)$$

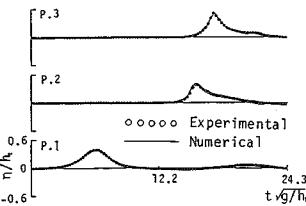
数値解が厳密であれば、波頂から巻き込みジェットが形成されるまで  $E(t)$  が保存されるため、 $\varepsilon_2(t)$  によって数値解の保存則に対する誤差が評価できる。**Table 1** は、無次元波高  $H/h$  が限界に近い 0.68 の定常孤立波について上述の  $\varepsilon_1$  および  $\varepsilon_2$  の時間的変化を示したものである。無次元時刻  $t\sqrt{g/h}=12$  では、このときの波は水深の約 15 倍の距離を進んだことになるが、その時刻においても保存則に対しては勿論、厳密解に対しても数値解は十分な精度を保っており、ここで用いる手法によって得られる数値解は非回転波動場における定常解としてほぼ厳密であることがわかる。

なお、碎波に至る非定常孤立波の場合についても、波峯から巻き込みジェットが形成されるまでは  $\varepsilon_2(t)$  を  $3 \times 10^{-2}$  以下に、また質量の保存則に対する誤差については  $10^{-3}$  以下に留めて計算でき、非回転波動場での保存則に関する限り、数値解は十分な精度を有していると考えてよい。

### (b) 水理実験結果との比較

実流体の碎波に至る変形過程に対しては、水理実験による数値解の精度についての検討が必要となる。ここでは、著者らの検討結果<sup>10)</sup>を含めて碎波限界の判定とそれに対する数値解の精度について述べる。

実流体における巻き込みジェットの形成に至る碎波変形がボテンシャル理論による数値解によって精度良く記述できることは、既に Dommermuth ら<sup>11)</sup>によって、不安定による深海波の碎波について実証されている。これに対し、著者らの結果は、水深の不連続変化（ステップや潜堤による）が原因の孤立波の碎波の場合に対して Dommermuth らの結論を拡張したものと言える。**Fig.2** に上述の著者らの検討結果の例を示す。これは、潜堤の手前 P.1、潜堤上 P.2 および碎波点と判定された白波の発生点 P.3（巻き込みジェットの突っ込み点、すなわち、非回転運動から回転運動への遷移点であり、水と空気の混合過程の開始点とも考えてよい）の各測点において実測時間波形と同一条件下での BIM による数値解



**Fig.2** Comparisons with temporal water surface elevation in a channel having a bed containing a rectangular submerged breakwater at three locations, P.1, P.2 and P.3 (the breaking point) between numerical and experimental results [ $H_1/h_1 = 0.38$ ,  $R/h_1 = 4/7$ ].

から求めた波形とを比較したものである。なお、このときの実験における孤立波の初期波高水深比 ( $H/h$ )<sub>1</sub> は 0.36 であり、潜堤の高さ  $R$  は 8 cm、天端幅  $B$  は 48 cm および一定水深での静水深は 14 cm である。このとき、水理実験では水深急変点において剝離渦の生成が観察されたが、いずれの測点においても数値解による波形は実測波形と一致している。このことは、ここで生じたような底面からの剝離渦は大振幅の水面の変動にはほとんど影響せず、水深の不連続変化が原因の実流体の碎波に対してポテンシャル理論によってそれに至る伝播過程の波形変化がほぼ完全に記述できることを示すものと言える。

ところで、上述のように碎波の開始点、すなわち、碎波点あるいは碎波限界を波峯からの巻き込みジェットが水面に突っ込む瞬間と定義するのが実際の進行波の碎波に対して最も自然と考えられる。したがって、ここまで厳密に計算できれば、非定常波に対しては物理的意味が必ずしも明確ではない  $U_c/c \geq 1$  や  $\partial\eta/\partial x \geq \tan 30.37^\circ$  などの碎波指標に頼ることなく碎波限界を決定できる。しかしながら、BIM をもってしても、非回転波動の仮定の下で計算しているため、巻き込みジェットの発達と共に保存則に対する誤差が増大し、ジェットが水面に到達する前に前述の誤差  $\varepsilon_2$  は 0.2 を越えるようになる。

しかるに、水理実験により得られた碎波限界時のビデオ画像によれば、巻き込みジェットの発生から突っ込みまで瞬時に完了しているため、実際上、碎波限界をジェットの発生点、すなわち、波頂部での波峯前面が鉛直に突っ立つ瞬間 ( $\eta_c$  の傾き角度  $\theta = \tan^{-1} \eta_x$  が  $-90^\circ$  になる瞬間) としてもそれほど厳密性を欠くものではない。このことを明らかにするため、**Fig.3** に、前述の **Fig.2** に示した孤立波について、 $\varepsilon_2$  が 20 % を越えるまでの波頂前面の傾き角  $\theta$  に加えて波頂での水平水粒子速度  $U_c/\sqrt{gh_1}$  および峯高  $\eta_c/h_1$  の時間的変化を示す。図中の 2 点鎖線の矢印は波頂が潜堤端部を通過する時刻を示す。これからわかるように、図中に矢印で P.3 と示す碎波限界時刻（水理実験においてビデオ画像より決定された

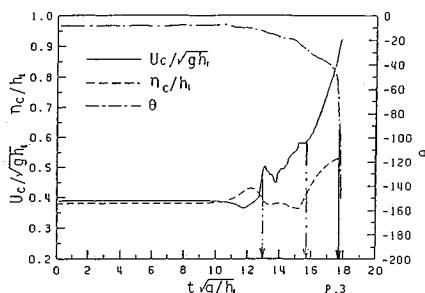


Fig.3 Temporal changes of the kinematics,  $\eta_c/h_1$ ,  $U_c/\sqrt{gh_1}$  and  $\theta$ , at the crest of the solitary wave propagating along the channel.

白波の発生の瞬間)において数値解による  $\theta$  は  $-90^\circ$  にほぼ一致している。したがって、白波の発生時刻の判定に実験上の誤差が介入することやジェットの発生と白波の発生までの時間差などを考慮すれば、 $\theta = -90^\circ$  を数値計算上の碎波指標と扱うことは、十分に妥当と判断される。また、Table 2 は、斜面上の孤立波の碎波限界波高について、この種の実験としては最高の精度を持つと考えられる Papanicolaou と Raichlen (P-R)<sup>[12]</sup> による水理実験の結果と同一条件下での BIM による数値計算の結果とを比較したものである。参考文献 12) の実験においても白波(泡)の発生点を碎波点としており、数値解における碎波点であるジェットの発生点( $\theta$  が  $-90^\circ$  になる瞬間)とは厳密には一致していない。しかし、碎波限界波高  $(H/h)_b$  に関する限り、両者はほとんど一致しており、これからも実流体の碎波限界の評価がポテンシャル理論に基づく数値解によってほぼ完全に行えることがわかる。

以上の結果は、碎波限界を  $(H/h)_b$  のようなマクロな量によって評価するのであれば、巻き込みジェットの突っ込み点に代わってその発生点( $\theta$  が  $-90^\circ$  になる瞬間)を碎波限界として何ら支障のないことを示している。上述したように、巻き込みジェットの発生まではエネルギーの保存則に対する誤差を  $3\%$  以下 ( $\epsilon_2 < 3 \times 10^{-2}$ ) に留めて計算できることから、著者らが開発した BIM を用いることにより、実流体における碎波限界を含めた孤立波の変形過程を正確に記述できることがわかる。

### 3. ステップによる波形変化

#### (1) 支配パラメーター

斜面上を進む周期波の碎波形式が冲波の波形勾配  $H_0/L_0$  と斜面勾配  $\tan \theta$  を組み合わせたパラメーター  $\xi_s = \tan \theta / \sqrt{H_0/L_0}$  によって分類されることは、Galvin による系統的な実験によって明らかにされている<sup>[13]</sup>。これに対し、一定水深場での初期波高水深比を  $H_1/h_1$  としたとき、斜面上の孤立波の碎波については、

Table 2 Comparison with the experimental results by Papanicolaou-Raich.

$H_1/h_1$	$\tan \theta$	$H_b/h_1$	
		Experi. (P-R)	Numeri.
0.2	0.0141	1.222	1.218
0.3	0.0126	1.086	1.077
0.4	0.0126	1.071	1.080

$$\xi_s = \tan \theta / (H_1/h_1)^{2/5} \quad (7)$$

が碎波形式と碎波限界波高  $(H/h)_b$  の支配パラメーターとなることが明らかにされている<sup>[14]</sup>。また、水深が高さ  $R$  のステップによって急減する場合についても、

$$\xi_s^* = (R/h_1) / (H_1/h_1)^{2/5} \quad (8)$$

が同様なパラメーターとなりうることが示されている<sup>[14]</sup>。これらの結果は、水深変化が原因となる定常波の碎波は水深変化の形態(斜面あるいはステップによる変化)や入射波の種類(周期波あるいは孤立波)に関係なく、水深変化量と入射波の非線形指標との比(個別的には、上述の  $\xi_0$ 、 $\xi_s$  あるいは  $\xi_s^*$ )によって統一的に扱えることを示している。以下では、 $\xi_s^*$  をステップによる孤立波の波形変化の支配パラメーターとして考察を行う。

#### (2) 波形の変化

まず、ステップによる波形の変化を代表的な数例について Fig.4 に示す。Run 1 は碎波せずに透過する場合の波形であり、Run 2, 3 および 4 は碎波する場合の波形変化を示す。いずれの場合も水深急変によって反射波が生じているが、その規模は透過成分に比べて無視できる程度に留まっている。また、透過波について見ても、近似のない厳密な計算の下では、波峰自体の分裂や顕著な tail の励起はなく、孤立波がステップによる水深急変の下でも安定な波動モードであることがわかる。ただし、shelf の励起はいずれの場合にも見られ、 $\xi_s^*$  の値が増すに従って shelf の発達が顕著になると同時に波峰前面の急峻化が進み、波形全体としての前傾化がより一層顕著となっている。このように、水底との相互作用の結果として shelf の励起や波峰の前傾が生じ、その傾きは  $\xi_s^*$  に一義的に支配されていることがわかる。また、こうして生じる波形の前傾の程度は碎波形式と密接に関わっており、このことが  $\xi_s^*$  を碎波形式の支配パラメーターにしていると言える<sup>[16]</sup>。また、碎波せずに透過していく Run 1 の場合や碎波するまでステップを比較的長く伝播する Run 3 の場合について見ると、shelf は何時までも主波部分に随伴して行くのではなく、孤立波に転化し、主波から新しい孤立波として分離することがわかる。そして、shelf を孤立波として切り離した主波は、再び定常な孤立波として伝播する。すなわち、孤立波は水底との相互作用によって反射波と同時に shelf を励起し、主波の余剰エネルギーを分散させて安定化を図るが、それ

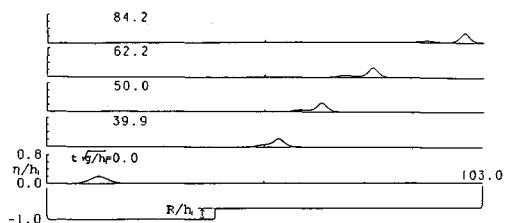
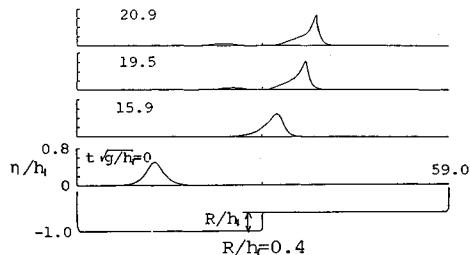
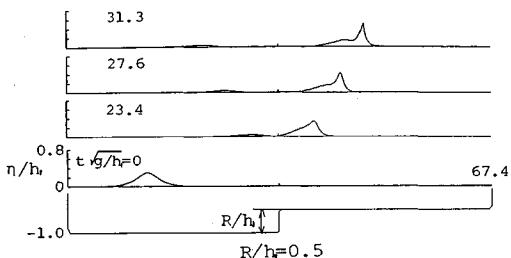
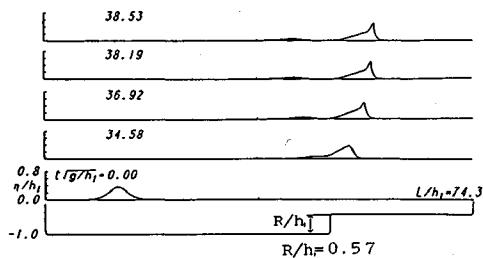
(a) Run 1 [ $H_1/h_1=0.2$ ,  $R/h_1=0.3$ ,  $\xi_s^*=0.571$ ](b) Run 2 [ $H_1/h_1=0.5$ ,  $R/h_1=0.4$ ,  $\xi_s^*=0.528$ ](c) Run 3 [ $H_1/h_1=0.3$ ,  $R/h_1=0.5$ ,  $\xi_s^*=0.809$ ](d) Run 4 [ $H_1/h_1=0.36$ ,  $R/h_1=0.57$ ,  $\xi_s^*=0.858$ ]

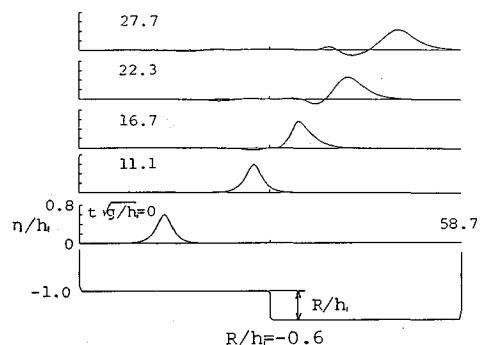
Fig.4 Transformations up to breaking of a solitary wave passing over rectangular up-steps.

が不十分な場合に碎波することになる。

**Fig.5** は水深が急増する逆ステップ（段落ち）を通過する場合の波形変化を示す。この場合は負の反射波が励起される一方、shelf に代わって顕著な tail が主波に随伴し、漸やかな波状変動に遷移していくことがわかる。

### (3) 波峯諸量の変化

このときの波峯部の挙動を明らかにするため、前述の Fig.3 に示した  $\theta$ ,  $U_c/\sqrt{gh_1}$  および  $\eta_c/h_1$  の諸量に着目し、上述の Run 2, 4 および 5 の場合についてこれらの時間的変化を調べる。Fig.6 はその結果であり、図の矢印は孤立波の波頂がステップに到達した時間を示している。波形に関しては顕著な相違のあった Run 2 および 4 についてこれらの諸量の変化を見ると、両者の間にはほとんど相違はない、波形全体の変化に大きな相違はあっても波頂の局所的変化にはほとんど相違は認められない。また、碎波を波峯からの巻き込みジェットの発生に始まる現象と捉えれば、どのような碎波であっても巻き込みジェットの発生点である波頂には碎波形式に依らない共通した挙動（波頂の巻き込み）が見られるはずであり、Fig.6 の結果はこれを裏付けるものと言える。したがって、碎波の有無やその限界の判定には、波頂の傾きに着目するだけで良く、事実、前述したようにここで行っている数値計算では波頂の傾き角度  $\theta$  のみによって碎波限界が決定されており、波峯での白波（泡）の発生を碎波の開始とする水理実験結果との比較によつてもこのことの正しさが実証されている（ただし、碎波形式については、波形全体の変形が問題となるため、その指標も

Fig.5 Transformation of a solitary wave passing over a rectangular down-step.  
[Run 5 ;  $H_1/h_1=0.6$ ,  $R/h_1=-0.6$ ]

波形全体に着目したものとなるのは当然である）。

つぎに、水深急変による波峯部の挙動について見ると、孤立波がステップに到達する前から  $\eta_c$  が増大する一方、 $U_c$  は逆に減少を始めるが、波頂がステップを通過する前に共に極値をとり、 $\eta_c$  は減少、 $U_c$  は増大に転じる。これに対して  $\theta$  の変化は単調であり、波峯の巻き込みが始まるまで一様に増大する。Run 5 の逆ステップの場合にはこれらと逆の変化となっており、水深急増にも拘らず、 $\eta_c$  は一時的に増大している。こうした波峯流速  $U_c$  も含めた変化は、水深急変によって励起される正または負の反射波との衝突によるものであり、衝突が完了して反射波が離れて行くと、入射波は反射波分を差し引いた透過波としてステップ上を進むことになる。すなわち

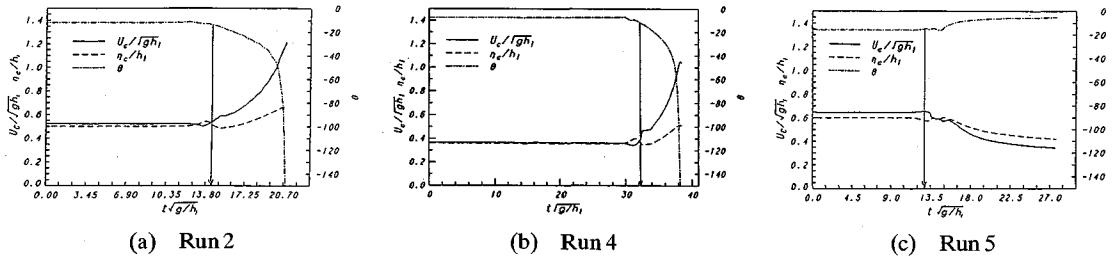


Fig.6 Temporal changes of the kinematics at the crests of the solitary waves passing steps.

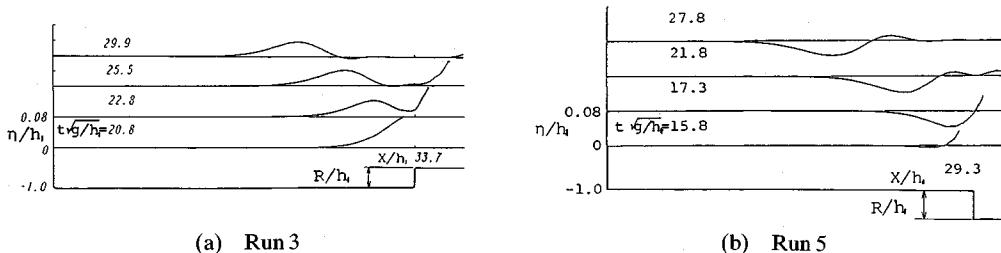
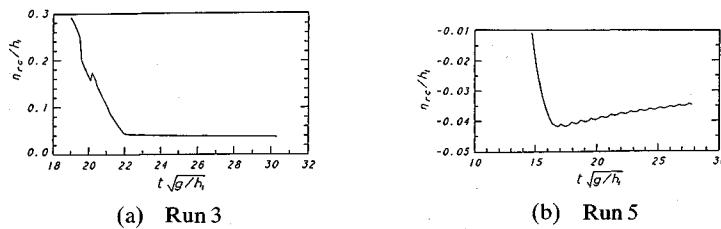


Fig.7 Propagation process of the reflected wave from the step.

Fig.8 Temporal changes of the crest-height  $\eta_{rc}$  of the reflected wave.

ち、水深の急減によって正の反射波が生成された場合にはその分だけ透過波の波高は減少し、逆に水深の急増によって負の反射波が生成された場合には波高が增幅されることになる。そして、一定の時間遅れの後に浅水（深水）効化が顕れ始め、ステップ上の水深に対応した安定な波列に遷移して行くか、あるいはshelfを引きずったまま碎波することになる。

#### (4) 反射波の波形変化

孤立波のステップからの反射については、前述したように KdV クラスの方程式によって<sup>3)</sup>、また実験的<sup>4)</sup>にも検討されているが、ここでは、上述の数値計算結果を基に検討する。

**Fig.7**は、透過波が碎波するまでに比較的長時間伝播する Run 3 および逆ステップの Run 5 について反射波の波形の時間的变化を示したものである。また、**Fig.8**は、これらの反射波の峯高  $\eta_{rc}$  の時間的变化を示す。これから、水深がステップによって急減する場合の反射波は、1 個の正の孤立波からなっており、透過波との相互干渉の完了後 ( $t\sqrt{g/h_1} > 22$ ) は峯高  $\eta_{rc}$  もほとんど変化

せず、ほぼ定常孤立波となっていることがわかる。この結果は、孤立波の反射問題に対しては孤立波を波動モデルとしたアプローチが実際に可能となることを示すものとして興味深い。これに対し、逆ステップによる反射波は、tail を伴った孤立波からなるが、峯の高さ  $\eta_{rc}$  の変化からもわかるように伝播の過程で偏平化が進み、負の波状変動になる。これは、Hammack と Segur<sup>15)</sup>の負の局所ポテンシャルの時間発展に関する実験結果に対応するものであり、孤立波の逆ステップによる反射波は負の波状変動になることを示している。

以上よりわかるように、ステップからの反射波は孤立波として扱えるため、反射率  $K_r$  を反射波の波峰  $\eta_{rc}$  の入射波高  $H_1$  に対する比  $\eta_{rc}/H_1$  として定義できる。

**Fig.9**は、このようにして求めた図中の丸印で示す反射率を Seabra-Santos らの ×印で示す実験結果<sup>4)</sup>と比較したものである。なお、図中の実線は Lamb より最初に求められた線形波の反射率

$$K_r = (1 - \sqrt{1 - R/h_1}) / (1 + \sqrt{1 - R/h_1}) \dots\dots\dots (9)$$

を示し、破線は矢嶋によって求められた KdV ソリトン

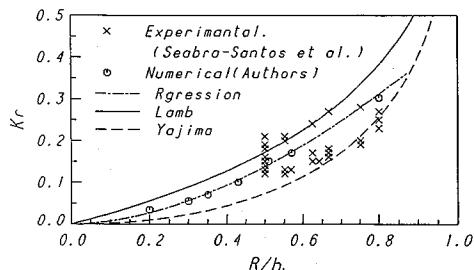


Fig.9 Comparisons with the coefficient of the reflection of the solitary waves from the up-step among the theoretical results (—, the Lamb theory; - - -, the Yajima theory), the numerical results (○; - - - - , the regression curve based on these) and the experimental results by Seabra-Santos *et al.*<sup>6)</sup>

の反射率<sup>3)</sup>

$$K_r = [\sqrt{1+8(\sqrt{h_1/d}-1)/(\sqrt{h_1/d}+1)} - 1]^2/4, \quad d=h_1-R \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

をそれぞれ示す。著者らの数値解による結果は Seabra-Santos らの実験結果とよく対応しており、これからも著者らの数値解の制度が良好なことがわかる。また、これから、線形理論は反射率を過大に評価する一方、KdV 方程式のオーダーでの扱いは逆に反射率を過小に評価することになり、 $R/h_1 \leq 0.8$  の範囲では、真の反射率はこれら両者の間に位置し、回帰式

$$K_r = 0.460(R/h_1)^{1.745}, \quad R/h_1 \leq 0.8 \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

によって与えられる図中的一点鎖線にほぼ沿ったものになると推察される。

#### 4. 水深の瞬間的急減による波形変化

水深を瞬間に  $\Delta h$ だけ一律に減少させ、定常周期波を強制的に碎波させる計算は New ら<sup>16)</sup>によって行われている。ここでは、定常孤立波を初期波とした場合について同様な計算を行い、ステップによる場合との比較を行う。

Fig.10 は、前述の Fig.4 に示した Run 3 と同じ  $\xi_3$  の値 0.91 ( $\Delta h$  を  $R$  に置き換えて計算している) を持つ  $H_1/h_1=0.3$  および  $\Delta h/h_1=0.5$  の場合の波形変化を示す。Run 3 のステップによる波形変化を示す Fig.4(c) と比べると明らかなように、水深変化の仕方は全く異なるが、両者の波形は良く似ており、水深変化の影響は変化量  $\Delta h (=R)$  そのものの大きさに依っており、水深の変化が空間的あるいは時間的には無関係である。この点を明確にするため、Fig.11 に両者の波頂での諸量  $U_c/\sqrt{gh_1}$ ,  $\eta_c/h_1$  および  $\theta$  の時間的变化を示す。これらについても両者は良く似ており、特に碎波点近くではほとんど一致するようになる。さらに、Fig.12(a) はこのときの碎波限界点での波形を示したものであり、両者は

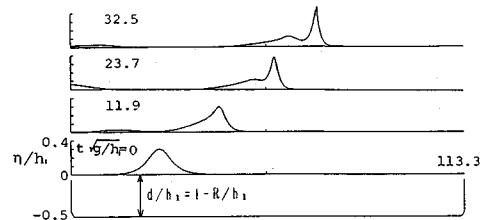


Fig.10 Transformation up to breaking initiated by an instantaneous change in depth, such that a solitary wave of initial height  $H_1$ , which is steady on an initial depth  $h_1$ , is instead computed on a depth  $d=h_1-\Delta h$

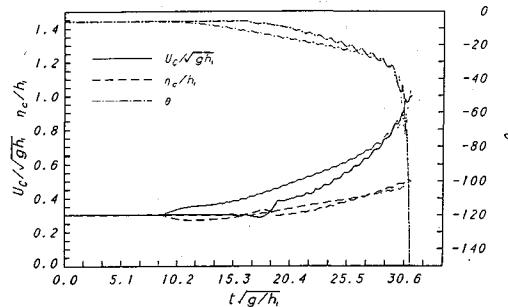


Fig.11 Comparison with the temporal change of the crest kinematics between the solitary wave that perturbed by a step (thick line) and perturbed by an instantaneous depth change (thin line).

ほぼ一致している。また、Fig.12(b) は、 $\xi_3$  の値が共に 0.65 となる  $H_1/h_1=0.6$  の定常孤立波のステップ ( $R/h_1=0.5$ ) および水深の瞬間的急減 ( $\Delta h/h_1=0.5$ ) による碎波限界波形を比較したものであり、この場合も両者はほとんど一致している。

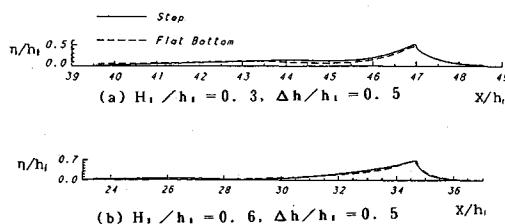
以上の結果は、水深の変化が時間的なものであっても、変化量を  $\xi_3$  によって評価できれば、ステップによる変形と全く同様に取り扱うことができるこことを示している。

#### 5. ステップによる碎波

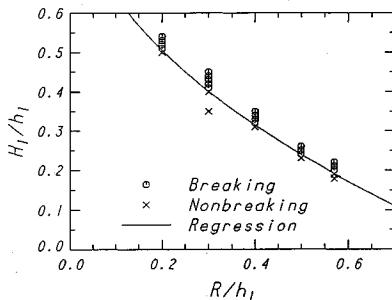
##### (1) 碎波限界

ここでは、前述したように、波頂の傾きが鉛直となる瞬間を碎波限界と定義し、これを超える波を碎波、超えずにそのまま透過する波を非碎波と定め、高さ  $R/h_1$  のステップに入射してくる初期振幅  $H_1/h_1$  の孤立波について碎波の有無を調べる。Fig.13 は、その結果を示したものであり、図中の○印は碎波する波、×印は碎波せずにそのまま透過する波を示す。また、図中の実線は、入射波高  $H_1/h_1$  の孤立波が高さ  $R/h_1$  のステップによつて碎波するか否かの境界を示す回帰曲線であり、次式で与えられる。

$$(H/h)_c = 1.012 - 1.063(R/h_1)^{0.460},$$



**Fig.12** Comparisons with the wave profile at the onset of the breaking between the solitary wave perturbed by a step and that by an instantaneous depth change.



**Fig.13** Relation of the presence of breaking caused by a step to the wave-height of an incident solitary wave  $H_1/h_1$  and the relative step-height  $R/h_1$ .

$$0.2 \leq R/h_1 \leq 0.6 \dots \dots \dots (12)$$

この式を用いれば、高さ  $R/h_1$  のステップに対して入射する孤立波が碎波するための最小の波高、すなわち、臨界入射波高  $(H/h)_c$  を知ることができ、波高  $H_1/h_1$  の孤立波が碎波するか否かの判断が容易に行えることになる。すなわち、 $H_1/h_1$  が上式で与えられる臨界波高  $(H/h)_c$  よりも大きければ碎波、逆に小さければ碎波せずにそのまま透過することになる。

## (2) 碎波点の位置および碎波限界波高

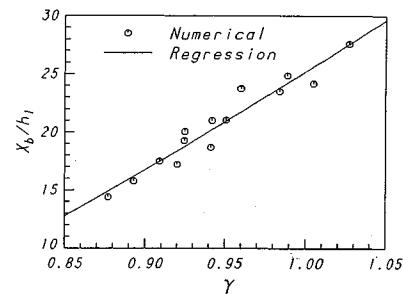
碎波の有無の判定は式 (12) によって行えることがわかったので、ここでは、碎波点の位置（碎波限界への到達点）およびそこでの限界波高を明らかにしたい。

まず、碎波限界に到達する位置をステップからの距離  $X_b/h_1$  で表わし、これと入射波高  $H_1/h_1$  およびステップの相対高さ  $R/h_1$  との関係について検討する。**Fig.14** は、このときの数値解より得られる  $X_b/h_1$  と  $H_1/h_1$  および  $R/h_1$  の関係に対して回帰分析を行い、その結果に基づいて  $H_1/h_1$  および  $R/h_1$  を組み合わせたパラメーターとして

$$\gamma = (0.78 - H_1/h_1) (R/h_1)^{-0.83} \dots \dots \dots (13)$$

を定義し、数値計算結果を基にこれと  $X_b/h_1$  との関係を示したものである。また、図中の実線は回帰式

$$X_b/h_1 = 52.495 \gamma^{1.664} - 27.292, \quad 0.87 \leq \gamma \leq 1.03 \dots \dots \dots (14)$$



**Fig.14** Location of the onset of breaking of a solitary wave caused by a step.

によっている。これから、初期波の波高  $H_1/h_1$  が 0.78 に近づき、かつ潜堤の高さ  $R/h_1$  が高くなるに従って、碎波点はステップによる水深急変点に近づく傾向にあるが、それでも、ここに示した条件の下では  $X_b/h_1$  は 10 を超え、水深急変によって直ちに碎波する訳ではないことがわかる。このことは、ステップによって強制的に碎波させる場合に碎波点の位置に注意が必要となることを示している。また、計算結果は回帰曲線にはほぼ一致しており、回帰式 (14) によってステップによる孤立波の碎波位置をほぼ正確に予測できることがわかる。

ついで、碎波点での波高、すなわち、碎波限界波高  $H_b$  と入射波高  $H_1/h_1$  およびステップの相対高さ  $R/h_1$  の関係について検討する。**Fig.15** は数値計算結果を基に式 (8) に示したパラメーター  $\xi_s^*$  と  $H_b/h_1$  の関係を示し、図中の実線は

$$H_b/h_1 = 0.816 - 0.385 \xi_s^*, \quad 0.2 \leq \xi_s^* \leq 1.1 \dots \dots \dots (15)$$

によって与えられる回帰曲線である。計算結果は回帰曲線にはば一致しており、斜面上の孤立波の碎波波高  $(H/h)_b$  が  $\xi_s^*$  によって一義的に定まった<sup>14)</sup>と同様、ステップによる孤立波の碎波波高  $H_b/h_1$  も  $\xi_s^*$  によって一義的に定まることがわかる。しかも、ステップによる孤立波の碎波形式が  $\xi_s^*$  によって分類できる<sup>14)</sup>ことを考えれば、 $\xi_s^*$  をステップによって碎波する孤立波の支配パラメーターとして扱えることがわかる。

なお、式 (15) は碎波限界波高  $H_b$  の初期水深  $h_1$  に対する比を与えるが、碎波水深  $h_b$  (ステップ上の水深  $d = h_1 - R$  に等しい) に対する比が必要であれば、式 (15) に  $h_1/d$  を掛け、

$$(H/h)_b = (h_1/d) (0.816 - 0.385 \xi_s^*) \dots \dots \dots (16)$$

によって計算すればよい。

**Fig.16** は、さらにパラメーター  $\xi_s^*$  と碎波限界波高  $H_b$  の初期波高  $H_1$  に対する比  $H_b/H_1$  との関係を示したものであり、図中の実線は回帰式

$$H_b/H_1 = 1.200 + 0.715 \xi_s^*, \quad 0.2 \leq \xi_s^* \leq 1.1 \dots \dots \dots (17)$$

によって与えられる。この場合も、計算結果はほぼ回帰曲線に一致しており、ステップによる浅水効果（振幅の

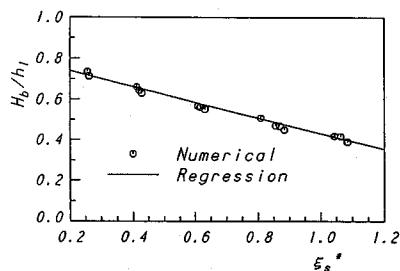


Fig.15 Relation of the breaker height  $H_b$  at the breaking point ( $x=X_b$ ) divided by the unperturbed water depth  $h_1$  to the governing parameter  $\xi_s^*$ .

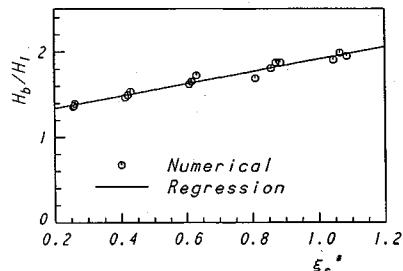


Fig.16 Relation of the breaker height  $H_b$  divided by the initial wave-height  $H_1$  to the governing parameter  $\xi_s^*$ .

増幅効果) も  $\xi_s^*$  によって一義的に定まっていることがわかる。そして、 $\xi_s^*$  の値が増すに従って、すなわち、入射波に対する水深変化の影響が増大するに従って、碎波限界に達するまでの浅水効果も大きくなることがわかる。

## 5. 結 語

以上、本研究では BIM による数値計算結果を基にステップによる孤立波の碎波とそこに至る過程での変形特性について検討を行い、これらの支配法則の解明と定式化を試みた。その結果を要約すれば、以下の通りである。

I) ここで得られた数値解は、碎波点の位置およびそこでの波高まで含めて水理実験結果とほとんど一致しており、これによって任意の水深変化の下で碎波に至る孤立波の厳密な変形計算が可能となることがわかった。

II) ステップによる水深急減の下で孤立波はエネルギーの一部を反射波や shelf として放し出し、ステップ上の水深に対して安定な定常孤立波に移行すると同時に、shelf 自体も孤立波に転化し、安定な孤立波列として透過していく。そして、パラメーター  $\xi_s^*$  の値が増大するに従って shelf の発達も顕著になるが、shelf へのエネルギーの放出が不十分な場合には透過波は安定な定常孤立波に移行できず、碎波することになる。こうしたステップによる反射波や shelf の生成は、孤立波とステップとの相互作用によるが、より本質的には透過波の安定化に関わる現象として捉えることができる。そして、碎波も相互作用の結果であるが、透過波の安定化が不十分な場合に生じる現象として理解できる。

III) 水深の急増を伴う逆ステップの場合、反射波は負の波を先行させる波列となる一方、透過波も tail を引きずったより平坦な孤立波として安定化する。

IV) 孤立波のステップからの反射波は孤立波とみなすことができ、その波高  $\eta_{rc}$  と入射波高  $H_1$  の比  $K_r = \eta_{rc}/H_1$  は、Seabra-Santos らの実験結果と対応し、線形理論による結果と KdV 方程式のオーダーでの取り扱いのはば中間的な値となる。

V) 水深を全体にステップの高さと同じだけ瞬間に浅くした場合、このときの碎波に至る孤立波の変形はステップによる孤立波の変形とはほぼ一致し、入射波に対する水深変化の総量が同じであれば、すなわち、パラメーター  $\xi_s^*$  の値が同じであれば、碎波に至る変形過程は水深変化の仕方（時間的あるいは空間的）に依らない。

VI) 数値計算結果を基に、所定のステップに入射する孤立波が碎波するか否かの境界を与える臨界入射波高  $H_c/h_1$  をステップ高  $R/h_1$  の関数として定式化した。ついで、この臨界入射波高を上回る波高  $H_1/h_1$  の孤立波に対してその碎波点の位置（水深急減点からの水平距離  $X_b/h_1$ ）を  $H_1/h_1$  および  $R/h_1$  の関数として定式化した。さらに、そこでの碎波限界波高  $H_b/h_1$  および  $H_b/H_1$  がパラメーター  $\xi_s^*$  のみによって一義的に定まり、これの1次関数として定式化できることを示した。これによつて、ステップによる孤立波の碎波に関して、碎波の有無、碎波点の位置およびそこでの限界波高の決定が回帰式を用いて精度よく行えることが明らかとなった。

最後に、本研究の実施に当つて種々の御教示・御協力を頂いた本学工学部の田中光宏博士に深謝の意を表します。

また、本研究は（財）鹿島学術振興財団研究助成金による成果であることを付記し、感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 土屋義人・安田孝志・山下隆男・武山保徳：海岸波浪のソリトンスペクトル表示、第29回海講論文集、pp. 41~45, 1982.
- 2) Yasuda, T., Shinoda, S. and Dalrymple, R.A. : Soliton mode representation for kinematics of shallow water swell, in Coastal Hydrodynamics (Ed. R.A. Dalrymple, ASCE), pp. 751~764, 1987.
- 3) 矢嶋信男：深さの変わらる水路でのソリトンの伝播、九大応力研究所報、Vol. 60, pp. 277~291, 1984.
- 4) Seabra-Santos, F.J., Renouard, D.P. and Temperville, A.M. : Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle, J. Fluid Mech., Vol. 176, pp. 117~134, 1987.

- 5) Cooker, M.J., Peregrine, D.H., Vidal, C. and Dold, J.W. : The interaction between a solitary wave and a submerged semicircular cylinder, *J. Fluid Mech.*, Vol.215, pp.1~22, 1990.
- 6) Louguet-Higgins, M.S. and Cokelet, E.D. : The deformation of steep surface waves on water, I.A numerical method of computation, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, Vol.350, pp.1~26, 1976.
- 7) Dold, J.W. and Peregrine, D.H. : Steep unsteady water waves : An efficient computational scheme, *Proc. 19th Conf. on Coastal Eng.*, pp.955~967, 1984.
- 8) Yasuda, T., Hara, M. and Tanaka, M. : A computational method of the deformation including overturning of a solitary wave over a submerged obstacle, in *Numerical Methods in Fluid Dynamics II* (Eds. M. Yasuhara, H. Daiguji & K. Oshima, JSCE), pp.919~924, 1990.
- 9) Tanaka, M. : The stability of solitary waves, *Phys. Fluids*, Vol.29, pp.650~655, 1986.
- 10) 安田孝志・原正典・田中光宏：ステップおよび潜堤を通過する孤立の変形と碎波指標, 海岸工学論文集, 第36巻, pp.51~55, 1989.
- 11) Dommermuth, D.G., Yue, D.K.P., Lin, W.M., Rapp, R.J., Chan, E.S. and Melville, W.K. : Deep-water plunging breakers : a comparison between potential theory and experiments, *J. Fluid Mech.*, Vol.189, pp.423~442, 1988.
- 12) Papanicolaou, P. and Raichlen, F. : Wave and bubble characteristics in the surf zone, in *Sea Surface Sound* (Ed. B. Kerman, Kluwer Academic Pub.), pp.97~109, 1988.
- 13) Galvin, C.J. : Breaker type classification on three laboratory beaches, *J. Geophys. Res.* Vol.73, pp.3651~3659, 1958.
- 14) 安田孝志・原正典・榎原幸雄：水深変化による碎波の支配パラメーターと碎波形式について, 海岸工学論文集, 第37巻, pp.61~65, 1990.
- 15) Hammack, J.L. and Segur, H. : The Korteweg-de Vries equation and water waves. Part2. Comparison with experiments, *J. Fluid Mech.*, Vol.65, pp.289~314, 1974.
- 16) New, A.L., McIver, P. and Peregrine, D.H. : Computations of overturning waves, *J. Fluid Mech.*, Vol.150, pp.233~251, 1985.

(1990.8.30受付)

## DEFORMATION UP TO BREAKING OF A SOLITARY WAVE CAUSED BY A STEP AND ITS RULE

Takashi YASUDA, Masanori HARA and Yukio SAKAKIBARA

This study is based on the numerical solutions derived with BIM for fully nonlinear two-dimensional irrotational free-surface flows. The solutions compares extremely well with the exact solution of the steady solitary wave on a uniform bottom and the experimental measurements of a solitary wave up to breaking over a bed containing a submerged obstacle and a sloping bottom.

The interaction between a solitary wave and a rectangular step takes a variety of forms, depending on the single parameter  $\xi^*$  which means the rate of the depth change due to the step to the wave-height of the incident solitary wave. The parameter uniquely governs i) the critical incident wave-height which determines the presence of the breaking caused by the step, that is, whether or not an incident wave breaks, ii) the location of the onset of the breaking and iii) the wave-height at the location. These breaking criteria are expressed in regression equations dependent on the parameter.