

# 直線砂床河川の安定横断河床形状

泉 典洋\*・池田駿介\*\*

直線砂床河川では浮遊砂と掃流砂の横断方向輸送の釣り合いにより河道が維持されている。本論文では厳密にこの現象を定式化し、安定形状、水深および河幅を求めた。その結果、その形状は流量、粒径、勾配の関数として表わされることが判明した。特に水深は勾配の約-0.8乗に比例することを明らかにし、又、従来予測されていなかった河幅についても理論式を提案し、これらは測定値を適切に説明するものであった。

**Keywords :** sand-silt rivers, singular perturbation, stable channel cross-section, lateral bedload, suspended sediment

## 1. 序論

移動床を有する自然河川では、流路内の流れと河床を構成する土砂とが相互に影響を及ぼし合いながらその断面形状を決定している。すなわち、河道内の流れによってその境界条件としての河床形状が変化し、さらにそれによって河道内の流れが規定される。安定な自己形成河道の形状がどの様になるかという問題は、これまでにも多く行われてきたが<sup>1), 2)</sup>、この問題は自然河川にとってだけではなく、人が河川に施した工事に対してどの様な応答があるかという見地からも重要な問題である。

この問題の中でも、掃流砂のみでなく浮遊砂によって形成される自己形成河道の問題は特に複雑である。掃流砂のみが重要となる礫床河川では、側岸において土砂が動いていれば、それらは重力の結果によって河道中央方向に移動し、側岸は継続的に浸食されることになる。このとき河道は安定とはなり得ない。すなわち礫床河川の安定河道では側岸部の砂礫は静的安定状態になければならない。このことにより礫床河川の安定河道の問題は著しく単純化される。これに対し浮遊砂が存在する砂床河川では、側岸に掃流砂が存在し側岸が浸食を受けたとしても、それを補うように横断方向の浮遊砂輸送が存在し、河道は安定的に維持されることになる。すなわち砂床河川では、側岸部においても活発な土砂の輸送、巻き上げ、堆積が起こり得る<sup>3)</sup>。

Parker<sup>4)</sup>は、この現象の定式化に初めて成功した。Parkerの理論によれば、砂床河川の側岸においては、流水による抗力と重力によって生じる河道中央方向への掃流砂と、底面せん断応力の差による浮遊砂の濃度差によって生じる河岸向きの浮遊砂フラックスが釣り合って

安定河床形状が維持される。また、河床からの浮遊砂の巻き上げ量については横断方向に拡散がない場合の巻き上げ量を用い、堆積量については水深方向に積分した濃度に関係づけ、それらの差が浮遊砂フラックスの横断方向の変化量に等しいという関係を用いている。この現象を支配する方程式は非線形常微分方程式となるが、特異摂動法を用いてこの方程式を解き安定形状を求め、相対水深が河床勾配の-1/2乗に比例することを明らかにした。Parkerの理論では、横断方向への浮遊砂フラックスは水深方向に積分した濃度の横断勾配にのみ比例しており、横断方向に濃度が一様な場合でも水深さえ変化すれば浮遊砂フラックスが生じることになってしまい、定式化が不完全であることは否めない。さらに彼は、理論によって予測された水深と実河川の観測データとの比較を行っているが、それらの適合性は良いものとは言えない。

これに対し、Andrews<sup>5)</sup>は、同一河川、同一地点の河床形状の経時的な変化を観測した結果、砂床河川の側岸維持機構は、定性的には前述の Parker の理論によって説明できるとして Parker の理論を支持している。

長谷川ら<sup>6)</sup>はシルト混じり細砂を用いた移動床実験を行い、側岸部の浸食過程、および浸食量の詳細な検討を行っている。さらに彼らは、前述の Parker の理論で落ちていた項を指摘するとともに、横断方向への浮遊砂の拡散が生じている状態での河床付近の浮遊砂濃度を測定し、それが純粹に平衡な状態すなわち横断方向の拡散がない状態の浮遊砂濃度と大差ないことを見いだし、河床付近の浮遊砂濃度を摩擦速度と沈降速度の比  $u_*/v_s$  の関数として解析を行い、実験室規模の水路では河道中央方向の浮遊砂フラックスが生じて浮遊形式の側岸の浸食が生じる場合があり、Parker の理論が成立しない場合がある可能性を示した。

本研究では、定性的には Parker の理論を支持するも

\* 学生会員 工修 Minnesota 大学 St. Anthony Falls 水理研究所博士課程 (Minneapolis, MN, U.S.A.)

\*\* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

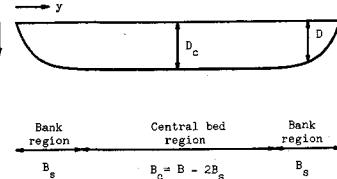


Fig.1 Definition diagram.

の、砂床河川の安定形状を支配する方程式を正しく定式化し、その解を特異摂動法により得るとともに、砂堆床に対する抵抗則を用いて安定川幅についても解を求め、得られた理論値と多くの野外観測データおよび実験データとの比較を行う。

## 2. 定式化

砂床河川の横断河床形状として Fig.1 を考える。水路の幅を  $B$ 、縦断河床勾配を  $S$ 、河道中央部の水深を  $D_c$ 、河床材料の粒径を  $d$  とする。河岸より中央方向に  $y$  軸をとり、水面から鉛直下方に  $z$  軸をとる。河道は水深がほぼ一様な中央部と、水深が変化する側岸部とに分けられる。礫床河川の場合、土砂の移動の有無によって平坦な中央部と側岸部を厳密に区別することができたが<sup>27)</sup>、砂床河川の場合、側岸部と中央部とを分ける明確な基準はない。ここでは Parker になら  $D(y)=0.99D_c$  となる位置を中央部と側岸部の境界と定義する。ここに、 $D$  は局所水深を表わす。すなわち側岸部片岸の幅を  $B_s$  とすると

$$D(B_s) = 0.99D_c \quad (1)$$

となる。ここでは  $B_s/B \ll 1$  となるような河川を考える。

横断および鉛直方向の浮遊砂拡散係数は断面内でそれぞれ一定と仮定し、河道中央の値で代表させることにする。

$$\varepsilon_y = 0.20u_{*c}D_c, \quad \varepsilon = 0.10u_{*c}D_c \quad (2a, b)$$

ここに、 $\varepsilon_y$  は横断方向の浮遊砂拡散係数、 $\varepsilon$  は鉛直方向の浮遊砂拡散係数、 $u_{*c}$  は河道中央部における後述の全底面せん断応力に対応する底面摩擦速度である。以降、添え字  $c$  は河道中央部での値とする。Fischer<sup>7)</sup> は式 (2a) の比例定数について数多くの実験と野外実測の結果を整理しているが、それによると比例定数は 0.08 から 1.0 程度までの広範囲な値となる。ここではこれらの中間的な値として 0.2 を採用した。また、平坦床では式 (2b) の比例定数は 0.077 となるが<sup>8)</sup>、後述のように本研究では河床波(砂堆)が発生している場合を考えており、河床波が存在する場合には大規模渦の発生により鉛直方向の運動量および物質拡散能が増大することが知られている<sup>9)</sup>。したがって、ここでは平坦床の場合の 30 % 増

を採用した。

### (1) 底面せん断応力

河道内の運動量のつりあい式を水深方向に積分すると次の関係式が得られる。

$$\rho g DS + \int_0^D \frac{\partial}{\partial y} (-\rho u' v') dz - \frac{\tau_0}{\cos \theta} = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力加速度、 $S$  は流下方向の河床勾配、 $u'$ 、 $v'$  はそれぞれ流下方向、横断方向流速の変動成分、 $\tau_0$  は全底面せん断応力、 $\theta$  は河床の横断方向傾斜角である。ここでは横断方向の水深が緩やかに変化する河道を考える。このとき  $\theta$  は小さく、 $\cos \theta \approx 1$  の関係がある。また第 2 項目は乱流による運動量の輸送を表わしているが、この項を無視し、第一近似として次の関係式が得られる。

$$\tau_0 = \rho g DS \quad (4)$$

ここでは上式の関係を用いる。

### (2) 土砂輸送の釣合式

水深が一様な中央部では横断方向の浮遊砂フラックスは生じない。それに対し側岸部では、水深(底面せん断応力)の違いによって横断方向に濃度勾配が生じ、乱流拡散により横断方向への輸送が生まれる。さらに定常状態ではそのフラックスの横断方向変化量が、河床からの砂の巻き上げ量  $\mathcal{E}$  と堆積量  $\mathcal{D}$  の差に等しくなる(Fig.2 参照)。式で表わすと次のようになる。

$$-dF_L/dy = \mathcal{E} - \mathcal{D} \quad (5)$$

ここに、 $F_L$  は水深方向に積分した横断方向の浮遊砂フラックスである。

また同時に、側岸部底面では横断方向の勾配が存在するため掃流砂は重力の効果によって河道中央方向に輸送されることになる。河床形状が安定となるためには、中央方向への掃流砂量と河岸方向への浮遊砂フラックスが釣り合わなければならぬ。すなわち次式が成立する必要がある。

$$F_L + q_{BL} = 0 \quad (6)$$

ここに、 $q_{BL}$  は横断方向の掃流砂量である。

### (3) 横断方向浮遊砂フラックス

横断方向の浮遊砂フラックス  $F_y$  は次式で表される。

$$F_y = -\varepsilon_y \partial c / \partial y \quad (7)$$

ここに、 $c$  は河道内各点での時間平均浮遊砂濃度である。

全浮遊砂フラックス  $F_L$  は水深方向に積分することにより次のように表わされる。

$$F_L = -\varepsilon_y \int_0^D \partial c / \partial y dz$$

$$= -\varepsilon_y \frac{dc}{dy} + \varepsilon_y c|_{z=D} \frac{dD}{dy} \quad (8)$$

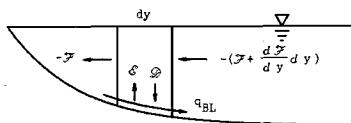


Fig.2 Lateral sediment transport in straight sand-silt rivers.

ここに、 $\zeta$  は水深方向に積分した浮遊砂濃度であり次のように表わされる。

$$\zeta = \int_0^D c dz \quad (9)$$

後述の式 (20) のように、 $c|_{z=D}$  は  $\zeta$  と簡単な関係を持つ。同式を用いて式 (8) を書き直すと次のような式が得られる。

$$F_L = -\epsilon_y \frac{d\zeta}{dy} + \epsilon_y \frac{v_s}{\epsilon} \zeta \frac{dD}{dy} \quad (10)$$

序論で述べたように Parker の理論では式 (10) 中の右辺第 2 項が欠落している。

#### (4) 巻き上げ量と堆積量

河床上での浮遊砂の巻き上げは、河床近傍での乱れの作用や組織的な上昇流で生じることが知られている<sup>9)</sup>。したがって、浮遊砂の巻き上げ量は横断方向の浮遊砂の拡散の影響をほとんど受けないと考えてよい。したがって、この量については、横断方向に拡散がないとしたときの巻き上げ量を用いることとする。

横断方向に拡散がない場合、鉛直方向の浮遊砂フラックスは次のような平衡状態にある。

$$v_s c - \epsilon \partial c / \partial z = 0 \quad (11)$$

ここに、 $v_s$  は浮遊砂の沈降速度である。式 (11) を解く際基準となる位置の濃度を与える必要があるが、ここで仮定しているように鉛直方向に拡散係数を一定値とする場合には式 (11) の解は指數分布となり基準面としては  $z=D$  (河床上) が用いられる。したがって基準面での巻き上げ量は次のように表わされる。

$$\mathcal{E} = \epsilon [\partial c / \partial z]|_{z=D} = v_s E \quad (12)$$

ここに、 $E$  は無次元巻き上げ量である。

堆積量は次のように表わされる。

$$\mathcal{D} = v_s c|_{z=D} \quad (13)$$

横断方向に拡散がない場合、基準面でも巻き上げ量と堆積量はつり合っており次の関係が成り立っている。

$$v_s c|_{z=D} = \epsilon [\partial c / \partial z]|_{z=D}, \quad \mathcal{D} = \mathcal{E} \quad (14)$$

すなわち次式が成り立つ。

$$E = c|_{z=D} \quad (15)$$

ここでは Ikeda *et al.*<sup>8)</sup> と同様に  $(u_{*G}/v_s)^2$  に比例させた次式を用いることにする。

$$c|_{z=D} = 0.0025 \left( \frac{u_{*G}}{v_s} \right)^2 = E \quad (16)$$

ここに、 $u_{*G}$  は摩擦抵抗による局所摩擦速度であり、これに対応して比例定数は河床が平坦な場合の実験値に適合するよう 0.0025 を選んでいる。砂床河川でよくみられる砂堆床では、全底面せん断応力は摩擦抵抗による分と形状抵抗による分に分けることができる。上式では浮遊砂の巻き上げは摩擦抵抗による底面せん断応力によって生じるものとしている。

式 (12), (16) を用いて、巻き上げ量は次のように表わされる。

$$\mathcal{E} = 0.0025 \left( \frac{u_{*G}}{v_s} \right)^2 v_s \quad (17)$$

堆積量  $\mathcal{D}$  は、横断方向に拡散がない場合、式 (13), (16) の関係を用いて  $u_{*G}/v_s$  に関係づけて表わすことができる。ところが横断方向に拡散が生じている場合、堆積量はこのような流れの状態量ではなく、浮遊砂濃度の状態量で表わすことが必要となる。横断方向の拡散が生じている場合にも分布形状は指數分布でよく表現できることが観測されている<sup>8)</sup>。したがって濃度分布は次式で表わされる。

$$c = c|_{z=D} \exp \left[ -\frac{v_s}{\epsilon} (D-z) \right] \quad (18)$$

さらにこれを水深方向に積分すると次のようにになる。

$$\zeta = \frac{\epsilon}{v_s} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{v_s D}{\epsilon} \right) \right] c|_{z=D} \quad (19)$$

一般に  $v_s D / \epsilon$  は 1 よりも十分大きいので式 (19) 中の指數項は無視でき、式 (13) は近似的に次のように表わされる<sup>10)</sup>。

$$\mathcal{D} = v_s c|_{z=D} \approx \frac{v_s^2}{\epsilon} \zeta \quad (20)$$

#### (5) 横断方向掃流砂量

流下方向の掃流砂量式としては、Einstein の掃流砂公式とも良好に一致する Meyer-Peter · Muller 公式<sup>11)</sup>を用いる。

$$\frac{q_B}{\sqrt{R_s g d^3}} = 8(\tau_{*G} - \tau_{*cr})^{1.5} \quad (21)$$

ここに、 $q_B$  は流下方向の掃流砂量、 $R_s = \rho_s / \rho - 1$ 、 $\rho_s$  は砂粒子の密度、 $\tau_{*G}$  は摩擦抵抗に対応する Shields せん断応力、 $\tau_{*cr}$  は限界 Shields せん断応力 ( $= 0.047$ ) である。上式では掃流砂は摩擦抵抗による底面せん断応力によって生じると考えている。

横断方向の流砂量式は吉川ら<sup>12)</sup>によって導かれ、

Parker<sup>13)</sup> がより明快な形式で表現した式で、直線河道の場合に当たる次式を用いる。

$$\frac{q_{BL}}{q_B} = \frac{1+\alpha\mu}{f_*\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*cr}}{\tau_{*G}} \frac{dD}{dy}} \quad (22)$$

ここに、 $q_{BL}$  は横断方向流砂量、 $\alpha$  は揚力係数と抗力係数の比、 $\mu$  は動摩擦係数、 $f_*$  は補正係数である。

Johannesson・Parker<sup>14)</sup> は、吉川ら<sup>12)</sup> が用いた、 $\alpha=0.85$ 、 $\mu=0.43$  を採用し、その場合の $f_*$  については Zimmermann・Kennedy<sup>15)</sup> のデータを用いて 1.19 と決定した。これらの値を用い、式(21)を式(22)に代入すると次の式が得られる。

$$q_{BL}=21.3(\tau_{*cr}-\tau_{*cr})^{1.5} \sqrt{\frac{\tau_{*cr}}{\tau_{*G}}} \times \frac{dD}{dy} \sqrt{R_s g d^3} \quad (23)$$

#### (6) 砂堆による影響

前述したように、砂堆床では全 Shields せん断応力  $\tau_*[\tau_0/(\rho R_s g d)]$  は摩擦抵抗による分と形状抵抗による分に分割することができる。全 Shields せん断応力  $\tau_*$  と摩擦抵抗に対応する Shields せん断応力  $\tau_{*cr}$  との関係については、砂堆床における Engelund・Hansen<sup>16)</sup> の式

$$\tau_{*G}-\tau_{*cr}=0.4\tau_*^2 \quad (24)$$

を用いる。さらに浮遊砂が活発に生じている状態では、 $\tau_{*G} \gg \tau_{*cr}$  であることから、横断方向掃流砂量式(23)を次のように近似した。

$$q_{BL}=1.85\tau_*^2 \frac{dD}{dy} \sqrt{R_s g d^3} \quad (25)$$

同様にして式(24)において、 $\tau_{*cr}$  を無視し、河床での浮遊砂の巻き上げ量も全 Shields せん断応力  $\tau_*$  で表わせば、式(17)は次のように近似できる。

$$\mathcal{E}=0.001\tau_*^2 v_{s*}^{-2} v_s \quad (26)$$

ここに、 $v_{s*}$  は無次元沈降速度で  $v_s/\sqrt{R_s g d}$  である。 $v_{s*}$  は  $d$  の関数として Rubey<sup>17)</sup> の式より求められる。

### 3. 解法

支配方程式(5)、(6)を無次元化するにあたって次のような代表値を導入する。

$$\bar{F}_L=\epsilon_y \zeta B^{-1} \quad (27)$$

$$\bar{q}_{BL}=1.85\tau_*^2 D_c B^{-1} \sqrt{R_s g d^3} \quad (28)$$

また  $s=D/D_c$ 、 $\eta=y/B$ 、 $Z=\zeta/\zeta_c$  とすると、式(5)に式(10)、(20)、(26)を、式(6)に式(10)、(25)を代入した後に、式(27)、(28)で表される代表値を用いて無次元化すれば、支配方程式は次のように表現できる。

$$\frac{\gamma}{3} \frac{d^2 s^3}{d\eta^2} = \lambda Z - s^2 \quad (29)$$

$$\frac{dZ}{d\eta} - K_1 Z \frac{ds}{d\eta} = K_2 s^2 \frac{ds}{d\eta} \quad (30)$$

ここに、 $\gamma$ 、 $\lambda$ 、 $K_1$ 、 $K_2$  はそれぞれ次の様になる。

$$\gamma=\frac{\bar{q}_{BL}}{B \mathcal{E}_c}, \quad \lambda=\frac{D_c}{\mathcal{E}_c}=1 \quad (31, 32)$$

$$K_1=\frac{v_s}{\epsilon} D_c, \quad K_2=\frac{\bar{q}_{BL}}{F_L} \quad (33, 34)$$

次に境界条件について考える。水深は水際で 0、中央で  $D_c$  であることから次のようになる。

$$s(0)=0, \quad s(1/2)=1 \quad (35, 36)$$

積分浮遊砂濃度  $\zeta$  は中央で  $\zeta_c$  となる。

$$Z(1/2)=1 \quad (37)$$

水際では掃流砂量および浮遊砂フラックスは 0 であることからそれぞれ次のようになる。

$$[ds^3/d\eta]|_{\eta=0}=0 \quad (38)$$

$$[dZ/d\eta - K_1 Z ds/d\eta]|_{\eta=0}=0 \quad (39)$$

上の 2 式は一方が成立と自動的に他方が成立。したがって両方を用いる必要はなく、ここでは式(38)のみを用いる。河道中央での水深は一定となるから

$$[ds^3/d\eta]|_{\eta=1/2}=0 \quad (40)$$

となる。これらを用いて式(29)、(30)を解く。

式(30)の両辺を  $ds/d\eta$  で割ると次の式が得られる。

$$dZ/ds - K_1 Z = K_2 s^2 \quad (41)$$

この一般解は

$$Z=C_0 \exp(K_1 s) - \frac{K_2}{K_1} \left( s^2 + \frac{2}{K_1} s + \frac{2}{K_1^2} \right) \quad (42)$$

となる。ここに、 $C_0$  は積分定数である。境界条件、式(36)、(37)を用いると次のようになる。

$$C_0 = \left[ 1 + \frac{K_2}{K_1} \left( 1 + \frac{2}{K_1} + \frac{2}{K_1^2} \right) \right] \exp(-K_1) \quad (43)$$

次に得られた式(42)を式(29)に代入すれば  $s$  の  $\eta$  に関する微分方程式を得ることができる。式(29)中の  $\gamma$  の値を式(26)、(28)、(31)より求めると次のようになる。

$$\gamma=1850 v_{s*} R_c^{-1} \left( \frac{D_c}{B} \right)^2 \quad (44)$$

ここに、 $R_c$  は中央部での相対水深で  $D_c/d$  である。砂床河川の相対水深は、後述のデータからもわかるように、

通常 1000 をこえることが知られている。 $D_c/B$  の値も一般に 0.1 以下であり、さらに  $v_{s*}$  の値は後で用いられる  $d=0.2 \text{ mm}$  のとき 0.43 である。したがって、 $\gamma$  の値は非常に小さくなるので  $\gamma$  に関する微分方程式を用いて解析を進める。このとき式(29)は、最高次の微分項の係数が微小となり、 $\gamma$  に関する最も低次の解は、 $Z=s^2$  となる。これは河道中央部で成り立つ解であり、特異擾動問題でいう外部解となっている。したがって内部領域では、各項のオーダーが等しくなるように新たな内部変数

$$r=\eta/\gamma^{1/2} \dots \dots \dots (45)$$

を導入する<sup>18)</sup>。このとき式(29)は次のようにになる。

$$\frac{1}{3} \frac{d^2 s^3}{dr^2} = Z - s^2 \dots \dots \dots (46)$$

これが内部領域で成り立つ方程式である。

式(42)を式(46)に代入して積分を行うと次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \left( \frac{ds^3}{dr} \right)^2 &= C_0 \frac{3}{K_1} \left( s^2 - \frac{2s}{K_1} + \frac{2}{K_1^2} \right) \times \exp(K_1 s) \\ &\quad - \frac{3}{5} \left( \frac{K_2}{K_1} + 1 \right) s^5 - \frac{3K_2}{2K_1^2} s^4 - \frac{2K_2}{K_1^3} s^3 + C_1 \end{aligned} \dots \dots \dots (47)$$

ここに、 $C_1$  は積分定数である。境界条件、式(38)、(40)は新しい変数を用いて次のように書き直される。

$$[ds^3/dr]|_{r=0}=0, [ds^3/dr]|_{r=\infty}=0 \dots \dots \dots (48, 49)$$

式(47)、(48)から  $C_1$  が決定され、さらに式(49)を用いれば  $K_1, K_2$  に関する次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} C_0 \frac{3}{K_1} \left[ \left( 1 - \frac{2}{K_1} + \frac{2}{K_1^2} \right) \exp(K_1) - \frac{2}{K_1^2} \right] \\ - \frac{3K_2}{5K_1} - \frac{3K_2}{2K_1^2} - \frac{2K_2}{K_1^3} - \frac{3}{5} = 0 \dots \dots \dots (50) \end{aligned}$$

境界条件、式(35)を用いて式(47)を積分すると  $s$  と  $r$  について次のような関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_0^s 3s^2 \left\{ 6C_0 \left[ \frac{3}{K_1} \left( s^2 - \frac{2s}{K_1} + \frac{2}{K_1^2} \right) \exp(K_1 s) - \frac{6}{K_1^3} \right] \right. \\ \left. - \frac{18}{5} \left( \frac{K_2}{K_1} + 1 \right) s^5 - \frac{9K_2}{K_1^2} s^4 - \frac{12K_2}{K_1^3} s^3 \right\}^{-1/2} ds = r \end{aligned} \dots \dots \dots (51)$$

式(51)は側岸部の無次元形状  $s$  が  $K_1$  や  $K_2$  をパラメータとして  $r$  の関数として定められることを示している。Fig.4 に示す範囲で、 $K_1, K_2$  の値を変化させて計算したところ、ごくわずかな変化がみられたが、その違いは図では見分けられない程度であった。Fig.3 に代表例として  $S=1/2000$ ,  $d=0.2 \text{ mm}$  (後に Fig.4 に示すように  $K_1, K_2$  は  $S$  および  $d$  の関数であり、このと

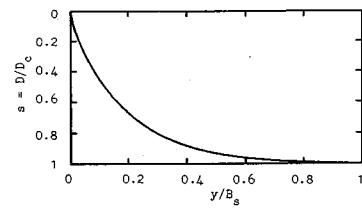


Fig.3 Dimensionless bank profile for  $S=0.0005$  and  $d=0.2 \text{ mm}$  (in which  $K_1=2.26, K_2=0.17$ ).

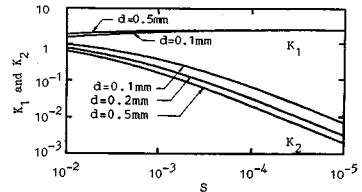


Fig.4  $K_1$  and  $K_2$  versus  $S$ , parameterized by  $d$ .

き  $K_1=2.26, K_2=0.17$  の時の無次元形状を示した。

#### 4. 安定水深

式(33)に式(2b)を代入すれば  $K_1$  は次式で表わされる。

$$K_1 = 12.8v_{s*}R_c^{-1/2}S^{-1/2} \dots \dots \dots (52)$$

ここに、 $v_{s*}$  は式(4)を用いた。 $K_2$  は式(27), (28)を式(34)に代入して次式で表わされる。

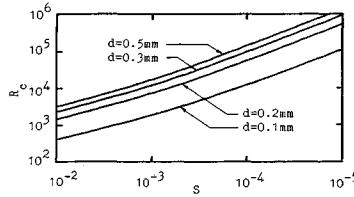
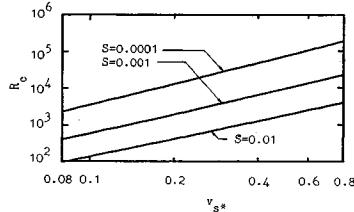
$$K_2 = 1.53 \times 10^5 v_{s*}^3 R_c^{-2} S^{-1} \dots \dots \dots (53)$$

ここに、 $\epsilon_\nu$  は式(2a),  $\tau_{*c}$  は式(4)を用いた。また  $\zeta_c$  は、河道中央で式(14)が成立することから式(17), (20)を用いて求めた。式(52), (53)より次式が成り立つ。

$$K_2/K_1^4 = 5.70 v_{s*}^{-1} S \dots \dots \dots (54)$$

式(43), (50), (54)を連立させて解けば  $K_1, K_2$  の値が  $v_{s*}$  ( $d$  の関数) および  $S$  の関数として求められ、さらに  $R_c$  の値が式(52)または式(53)から求められる。

Fig.4 に  $d$  をパラメーターとして  $S$  による  $K_1, K_2$  の変化を示した。また Fig.5 に  $d$  をパラメーターとして  $S$  による  $R_c$  の変化を示した。式(30)において  $K_1, K_2$  を含む項はいずれも側岸の維持を受け持つ項である。Parker は  $K_1$  を含む項を落としているが、本理論においてそれは、式(43), (50)で  $K_1 \rightarrow 0$ としたことに対応している。そのため  $S^{-0.5}$  に比例する結果が得られているが、後述の様に本理論の方が実測値をよく説明できる。Fig.6 に  $S$  をパラメーターとして  $v_{s*}$  による  $R_c$  の変化を示した。

Fig.5  $R_c (=D_c/d)$  versus  $S$ , parameterized by  $d$ .Fig.6  $R_c (=D_c/d)$  versus  $v_{s*} (=v_s / \sqrt{R_s g d})$ , parameterized by  $S$ .

## 5. 安定川幅

安定流路幅を求めるには、流路全体の運動量の釣り合を表わす次式を用いる。

$$\rho C_f U^2 P = \rho g A S \quad (55)$$

ここに、 $C_f$  は全抵抗係数、 $U$  は断面平均流速、 $P$  は潤辺長、 $A$  は断面積である。

礫床河川では、抵抗は礫の粒径に支配されているが、砂床河川では、河床は砂漣や砂堆で覆われている場合が多い。このような河床波が形成されると、前述のように摩擦抵抗の他に流れが剥離することによって形状抵抗が生じ、それによって抵抗係数が顕著に増大する。つまり、砂床河川の抵抗は主に砂の粒径ではなく河床波の形状により支配される。本論文では河床が砂堆で覆われていると仮定して  $C_f$  を見積る。

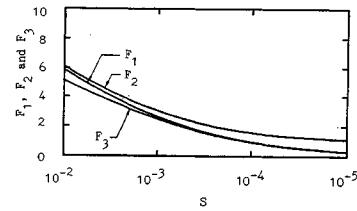
砂堆の形状と抵抗との関係を論じた研究は数多くみられるが、ここでは Yalin<sup>19)</sup> が急拡損失の考え方から砂堆の形状に関連づけて求めた全抵抗係数  $C_f$  を用いる。

$$C_f = \frac{1}{2} k_L \theta^2 + (1 - \theta \cot \phi_r) C_{fG} \quad (56)$$

ここに、 $k_L = L_d/D_c$ 、 $L_d$  は砂堆の波長、 $\theta$  は砂堆の波形勾配、 $\phi_r$  は水中安息角であり、ここでは  $\phi_r = 40^\circ$  を用いる。右辺第1項は形状抵抗、第2項は摩擦抵抗を表す。また  $C_{fG}$  は砂堆のない場合の摩擦抵抗係数であり、Yalin<sup>19)</sup> は次の抵抗則を用いている。

$$C_{fG} = 0.16 / [\ln(11 D_c / d)]^2 \quad (57)$$

砂堆の形状を水理量で予測する研究も数多く行われて いる。砂堆の波長については、Yalin<sup>20)</sup> が実験結果を整

Fig.7  $F_1$ ,  $F_2$  and  $F_3$  versus  $S$  for  $d=0.2$  mm.

理することによって  $L_d \approx 5 D_c$  という結果を得ている。したがって  $k_L$  について次式が得られる。

$$k_L = 5 \quad (58)$$

波形勾配については、幅広い実験資料をもとにして、Yalin-Karahan<sup>21)</sup> によって導かれた次の実験式を用いる。

$$\theta = 0.00507 (\xi - 1) \exp\left(\frac{12.84 - \xi}{11.84}\right) \quad (59)$$

但し、上式は  $100 \leq D_c/d \leq 1.04 \times 10^5$  の範囲で成り立つ。ここに、 $\xi = \tau_* / \tau_{*cr}$  である。

Fig.3 で示した断面形状から、断面の特性を表す諸量  $B_s$ ,  $P$ ,  $A$  は次のように表わすことができる。

$$B_s = F_1 D_c \quad (60)$$

$$P = \left(1 + 2F_2 \frac{D_c}{B_c}\right) B_c \quad (61)$$

$$A = \left(1 + 2F_3 \frac{D_c}{B_c}\right) D_c B_c \quad (62)$$

ここに、 $B_c = B - 2B_s$  である。 $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  は  $K_1$ ,  $K_2$  の値が与えられれば式 (43), (44), (45), (51) または (47) を用いて数値積分によって得られるが、これらの値は  $v_{s*}$  (あるいは  $d$ ) および  $S$  の関数となる。Fig.7 に  $d = 0.2$  mm ( $v_{s*} = 0.43$ ) の場合について  $S$  による  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  の変化を示した。

自然河川では  $D_c/B_c \ll 1$  である。したがって、式 (61), (62) を式 (55) に代入し  $D_c/B_c$  を微小項として展開した後、 $D_c/B_c$  について 1 次のオーダーまでとると次式が得られる。

$$U = \sqrt{g D_c S / C_f} \left[ 1 + (F_3 - F_2) \frac{D_c}{B_c} \right] \quad (63)$$

全流量を  $Q$  とすると流れの連続式から次の関係式が得られる。

$$Q = U A$$

$$= \sqrt{g D_c S / C_f} \left[ 1 + (3F_3 - F_2) \frac{D_c}{B_c} \right] D_c B_c \quad (64)$$

式 (64) から  $B_c$  を求め、両側岸部幅、 $2B_s$  を加えれば全川幅が次のように求められる。

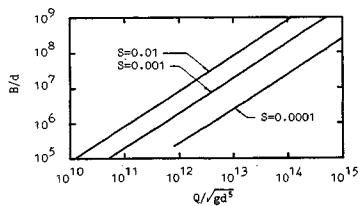


Fig.8  $B/d$  versus  $Q/\sqrt{gd^5}$ , parameterized by  $S$ , in which  $d$  is taken to be 0.2 mm.

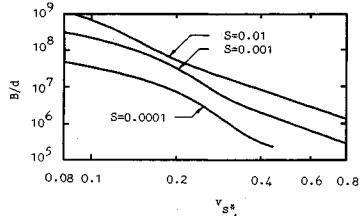


Fig.9  $B/d$  versus  $v_{s*}$  parameterized by  $S$ , in which  $Q/\sqrt{gd^5}$  is taken to be  $1.0 \times 10^{12}$ .

$$B = B_c + 2B_s$$

$$= \frac{Q}{\sqrt{gD_c^3 S} / C_f} + (2F_1 + F_2 - 3F_3) D_c \quad \dots \dots \dots (65)$$

式(65)の両辺を  $d$  で除すと、 $B/d$  は  $Q/\sqrt{gd^5}$  および  $D_c/d$ ,  $S$ ,  $C_f$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  の関数となるが、 $Q/\sqrt{gd^5}$  以外は  $d$  および  $S$  の関数である。したがって、 $S$  をパラメーターとし、 $d$  については後述のように実河川でよくみられる値、0.2 mm (このとき  $v_{s*}=0.43$ ) を用いて  $B/d$  と  $Q/\sqrt{gd^5}$  の関数を示したのが Fig.8 である。Fig.9 に  $v_{s*}$  による  $B/d$  の変化を示した。このとき、代表的な流量として、Table 1 に示す値から  $Q/\sqrt{gd^5}=1.0 \times 10^{12}$  を用いている。ここでは理論上  $D_c/B_c \ll 1$  と仮定しているので、Fig.8, 9 ではこの仮定が成り立つ範囲として  $D_c/B_c \leq 0.5$  となる部分のみを実線で示してある。

## 6. 理論値と野外実測値および実験値との比較

砂床河川の横断形状の野外観測値については、Kellerhals *et al.*<sup>22)</sup>, Chitale<sup>23)</sup>, Simons・Albertson<sup>24)</sup>, Colby・Hembree<sup>25)</sup>, 山本<sup>26)</sup>などが報告している。そのデータの中から浮遊砂が活発に輸送される条件として粒径 1 mm 以下のものを選んだ。これらの条件を満足したデータは付録に Table 1 として掲載した。 $d$  についてはそれぞれのデータで代表粒径の選び方が異なっているので文献に記載された粒径をそのまま用いた。すなわち、Kellerhals *et al.* および Chitale のデータでは全体の中央粒径, Colby・Hembree のデータでは中央部の 15 % 粒径, 山本のデータでは全体の 60 % 粒径である。

Table 1 Summary of field data.

(a) Kellerhals, Neill & Bray					
Sequence number	Q, in $\text{m}^3/\text{s}$	S $\times 10^3$	D <sub>c</sub> in m	B in m	d in mm
17	not measured	0.09	5.34	not measured	0.23
25	not measured	0.11	2.44	not measured	0.35
28	not measured	0.11	2.16	not measured	0.22
29	not measured	0.50	2.08	not measured	0.49
30	not measured	0.50	1.80	not measured	0.37
54	not measured	0.50	1.76	not measured	0.40
60	not measured	0.13	2.73	not measured	0.11
118	not measured	0.461	0.50	not measured	0.21

(b) Chitale					
Sequence number	Q, in $\text{m}^3/\text{s}$	S	D <sub>c</sub> in m	B in m	d in mm
1	2100	0.328	6.4	205	0.15
2	1980	0.31	4.0	366	0.32
3	7080	0.10	4.9	983	0.18
4	6600	0.11	7.3	344	0.19
5	2830	0.182	3.4	1120	0.17
7	21200	0.47	11.9	605	0.25
8	52300	0.16	5.2	4020	0.43
11	1360	0.342	5.4	178	0.15
12	not measured	0.50	3.6	1180	0.24
15	4400	1.01	3.8	570	0.32
17	30500	0.159	11.0	975	0.18
18	1700	0.058	5.9	818	0.18
21	480	0.085	4.6	152	0.67
22	850	0.572	3.0	152	0.96
23	1400	0.19	4.6	213	0.10
24	400	0.78	0.89	287	0.11
25	4200	0.512	2.6	1020	0.34
27	1270	1.25	2.6	320	0.30
31	14000	0.52	2.7	4480	0.63
33	142	0.24	2.7	55	0.50
34	42559	0.0473	20.0	1382	0.50
35	42559	0.0815	16.8	2145	0.30
37	13400	0.115	4.1	1768	0.30
40	7100	0.40	1.1	6126	0.56
41	24800	0.252	1.5	9449	0.30

(c) Simons & Albertson					
Sequence number	Q, in $\text{m}^3/\text{s}$	S $\times 10^3$	D <sub>c</sub> in m	B in m	d in mm
8	5.42	0.29	0.80	16.2	0.098
9	4.54	0.19	0.89	13.4	0.098
10	4.82	0.237	0.89	12.5	0.143
11	5.62	0.268	0.86	14.0	0.166
22	6.44	0.218	1.02	13.0	0.177
23	10.31	0.388	0.90	21.1	0.271
24	5.12	0.216	1.12	9.0	0.067

(d) Colby & Hembree					
River	Section	Q, in $\text{m}^3/\text{s}$	S $\times 10^3$	D <sub>c</sub> in m	B in m
Middle Loup	A	11.1	1.29	0.210	87.8
	B1	10.7	1.33	0.483	28.6
Niobrara	C2	11.5	1.34	0.472	25.0
	E	11.1	1.19	0.324	44.2
	C2	9.6	1.23	0.396	33.5
	C6	9.6	1.40	0.316	40.5

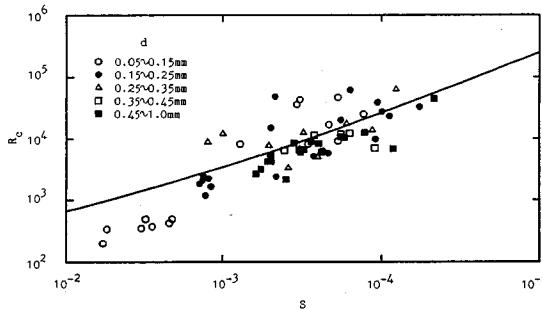
(e) 山本					
Sequence number	Q, in $\text{m}^3/\text{s}$	S $\times 10^3$	D <sub>c</sub> in m	B in m	d in mm
5	1249	0.182	6.41	202	0.6
14	3460	0.357	5.97	400	0.7
17	2390	0.172	7.26	330	0.7
18	2050	0.308	3.36	500	0.5
19	1110	0.128	7.5	200	0.6
20	3000	0.167	5.19	250	0.3
21	1930	0.182	4.1	220	0.35
22	3030	0.41	2.7	450	0.42
23	580	0.50	3.2	145	0.6
24	886	0.278	4.0	85	0.45
27	3718	0.25	5.0	670	0.6
40	155	0.617	1.85	65	0.7
47	6600	0.266	3.95	650	0.35
48	1825	0.323	4.2	348	0.7
59	1770	0.33	2.03	470	0.3
73	690	0.333	5.2	100	0.8

Simons・Albertson のデータでは適合性の良い側岸部の中央粒径を用いた。実験値としては、長谷川ら<sup>6)</sup>が行った移動床実験の結果を用いた。実験に使われたのは中央粒径 0.1 mm のシルト混じり細砂である。Table 2 に示したデータは 1 時間から 3 時間通水を行い、ほぼ平衡に達した後の水深、水路幅、勾配である。

以上のデータについて Fig.10 に相対水深  $R_c$  と河床勾配  $S$  との関係をプロットした。実線は  $v_{s*}=0.32$  ( $d=0.15$  mm) としたときの理論値である。野外実測値、実験値は理論値に対してかなりちらばりはあるものの、

**Table 2** Summary of laboratory data by Hasegawa.

Run number	$Q$ , in $\text{m}^3/\text{s}$	$S \times 10^3$	$D_0$ , in cm	$B$ , in m	$d$ , in mm
F-7	21.6	2.13	4.9	1.2	0.1
F-8	26.0	3.33	3.5	1.6	0.1
F-9	25.0	2.86	3.7	1.34	0.1
F-10	22.0	3.13	4.9	1.4	0.1
F-11	13.6	5.56	3.4	1.4	0.1
F-12	13.6	5.88	2.0	1.2	0.1
F-13	25.0	2.22	4.2	1.3	0.1

**Fig.10** Relation of observed  $R_c$  and  $S$ ; the solid line shows prediction ( $d=0.15$  mm).

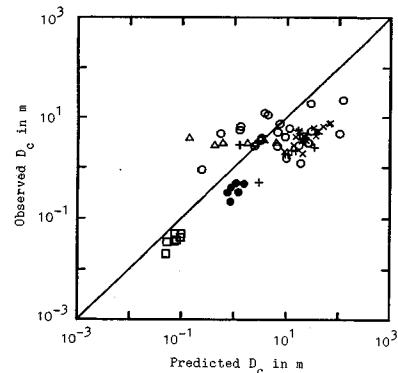
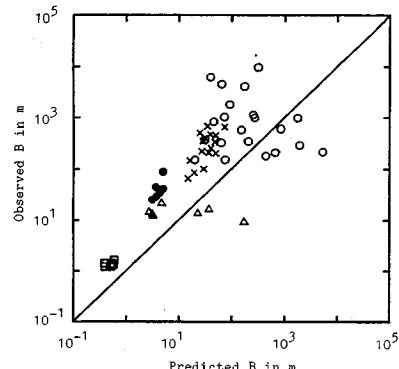
$R_c$  の値は  $S$  の  $-0.7 \sim -1$  乗に比例しているという傾向は良好に一致していることがわかる。理論値によれば粒径によって  $R_c$  はかなりの差を生じるはずであるが、粒径の影響はデータのばらつきに隠されて、有為な差はみられない。砂床河川では、粒径の一様化がかなり進んでいるといわれているが、それでも混合粒径となっていると考えるべきである。以上を考え併せると、実測値のばらつきは粒径のとり方がまちまちであることと、混合粒径の影響と考えられる。

同じデータを用いて、安定水深について実験値および野外実測値と理論値の比較を行ったのが Fig.11 である。理論は測定値の傾向をよく表わしている。

式 (65) を用いて求められた安定川幅と実験値および野外実測値との比較を行ったのが Fig.12 である。理論は測定値の傾向をほぼ表わしているが、ばらつきが  $D_c$  の場合よりも大きい。これは、データの代表粒径の選び方の不統一や、式 (65) に含まれる抵抗係数が砂床河川の場合には河床波の影響を受けて多価性を示すことにより<sup>26)</sup>、予測が困難であることに起因していると考えられる。

代表粒径の選び方の影響を見るために、野外実測値のデータの代表粒径をすべて 0.2 mm とみなして水深と川幅について理論値と野外観測値および実験値との比較を行い Fig.13, 14 に示した。Fig.11, 12 と比較するとかなりよく一致していることがわかる。Fig.13, 14 を参考すれば粒径として 0.2 mm 程度の値を用いれば野外実測値をよく説明することができる。

これは砂床河川では河床材料の内、粒径 0.2 mm に代表されるような細粒分が側岸部へ輸送され、川幅などの

**Fig.11** Test of  $D_c$  by laboratory and field data; + Kellerhals et al.; ○ Chitale; ● Colby and Hembree; △ Simons and Albertson; □ Hasegawa; × Yamamoto.**Fig.12** Test of  $B$  by laboratory and filed data; the symbols are as in Fig.11.

維持に支配的な役割を果たしていることを示唆している。

Fig.15 には、側岸部の形状について理論値と実測値の比較を行った。(a), (b) は Simons・Albertson の野外実測値、(c), (d) は長谷川らの実験値である。いずれも良好に一致している。

## 7. 碓床河川と砂床河川の比較

Ikeda<sup>27)</sup>によれば、碓床河川の水深は  $S$ ,  $d_{50}$ ,  $\sigma$  の関係となり、川幅は  $Q$ ,  $S$ ,  $d_{50}$ ,  $\sigma$  の関係となる（文献 27）の式 (21), (28)）。ここに、 $d_{50}$  は 50 % 粒径、 $\sigma = d_{90}/d_{50}$ ,  $d_{90}$  は 90 % 粒径である。

本論文で得られた結果と Ikeda らの理論を用いて砂床河川と碓床河川の横断河床形状の比較を行う。代表的な値として砂床河川、碓床河川とも  $Q=1750 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $S=0.001$  とする。また、砂床河川では  $d=0.2 \text{ mm}$  ( $v_{ss*}=0.43$ )、碓床河川では  $d_{50}=5 \text{ cm}$ ,  $\sigma=2$  を用いる。このとき本理論を用いた砂床河川の水深、川幅はそれぞれ  $D_c = 1.31 \text{ m}$ ,  $B = 422 \text{ m}$ , aspect 比 ( $= B/D_c$ ) は 322

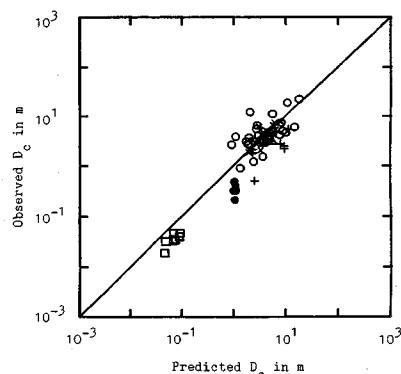


Fig.13 Test of  $D_c$  by laboratory and field data, in which  $d$  is assumed to be 0.2 mm for field data; the symbols are as in Fig.11.

となる。一方、礫床河川の水深、川幅はそれぞれ  $D_c = 4.07$  m,  $B = 147$  m, aspect 比は 36.1 となる。砂床河川では礫床河川に比べ安定水深が深くなり得ないため aspect 比が大きくなることがわかる。

## 8. 結 論

本研究により次の諸点が明らかとなった。

(1) Parker が導いた砂床河川の安定河床形状を求める方程式を修正し、その解を導いた。その結果 Parker の理論は定性的には正しいものの、Parker が落とした項は、その河床形状に対して無視し得ないほど大きな影響を与えることがわかった。

(2) Parker の理論では、砂床河川の相対水深は河床勾配の  $-1/2$  乗に比例するとされていたが、本理論では、相対水深は河床勾配のほぼ  $-0.7 \sim -1$  乗に比例することが示され、実測値をよく説明することができた。

(3) 流路全体としての運動量平衡（抵抗式）を与えることにより安定川幅が求められた。その際、砂堆の抵抗式が用いられた。

(4) 水深は粒径および勾配、川幅は粒径、勾配および流量の関数として表わされることが判明した。

(5) 野外実測値および実験値との比較を行った結果、安定水深については理論値とのかなり良好な一致が見られた。安定川幅については理論は傾向をよく表すものの、代表粒径の選び方や砂床河川の抵抗係数予測の困難さから、ばらつきがみられた。

(6) 本論文で取り扱った現象は支配方程式にも示されるように非線形であり、得られた解が安定な平衡点であるかどうかを吟味する必要があるが、その理論的検討は今後の課題である。

**謝 辞：**本研究は文部省科学研究費一般 C（課題番号、01550398；代表、池田駿介）並びに鹿島学術振興財団平成 2 年度研究助成（代表、池田駿介）の補助を受

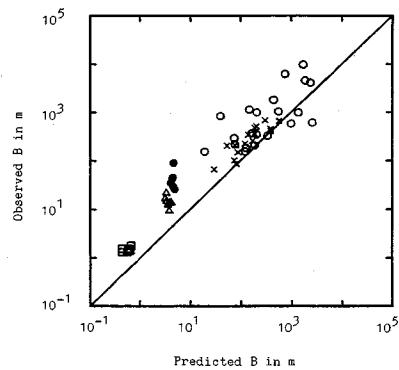


Fig.14 Test of  $B$  by laboratory and field data, in which  $d$  is assumed to be 0.2 mm for field data; the symbols are as in Fig.11.

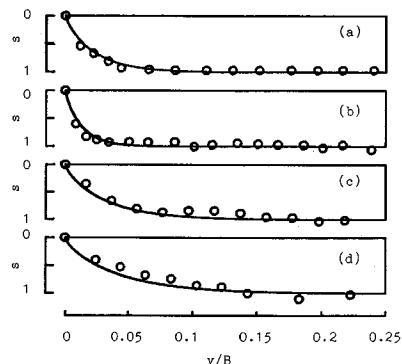


Fig.15 Test of bank profiles for field data by Simons and Albertson (a) canal No.9, station 5+00, (b) canal No.23, station 4+00; and laboratory data by Hasegawa (c) Run F-8, (d) Run F-9.

けて行われたものである。記して謝意を表します。

## 参 考 文 献

- Leopold, L.B. and Maddock, T.Jr. : The hydraulic geometry of stream channels and physiographic implication, U.S. Geol. Surv. Prof. Paper, 252, 1953.
- Schumm, S.A. : The effect of sediment type on the slope and stratification of some modern fluvial deposits, Amer. J. Sci., Vol.258, pp.177~184, 1960.
- Einstein, H.A. : Sedimentation, In River Ecology and Man (ed., R. Oglesby), pp.309~318, Academic Press, 1972.
- Parker, G. : Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 1. The sand-silt river, J. Fluid Mech., Vol.89, Part 1, pp.109~125, 1978.
- Andrews, E.D. : Bank stability and channel width adjustment, East Fork River, Wyoming, Water Resour. Res., Vol.18, No.4, pp.1184~1192, 1982.
- 長谷川和義・望月明彦：シルト・細砂からなる流路の浸食過程, 第 31 回水理講演会論文集, pp. 725~730, 1987.
- Fischer, H.B. : Longitudinal dispersion and turbulent mixing in open channel flow, Ann. Rev. Fluid Mech.,

- Vol.5, pp.289~302, 1973.
- 8) Ikeda, S., Izumi, N. and Itoh, R. : Effects of pile-dikes on flow retardation and sediment transport, J. Hydraulic Eng., ASCE, (tentatively accepted).
  - 9) Ikeda, S. and Asaeda, T. : Sediment suspension with rippled bed, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol.109, No.HY3, pp.409~423, 1983.
  - 10) Engelund, F. : Instability of erodible beds, J. Fluid Mech., Vol.42, pp.225~244, 1970.
  - 11) Meyer-Peter, E. and Muller, R. : Formulas for bed-load transport, Proc. 2nd Conf. IAHR Congr., Stockholm, pp.39~64, 1948.
  - 12) 吉川秀夫・池田駿介・北川 明：湾曲水路の河床変化について、土木学会論文集、第251号、pp.65~75、1976。
  - 13) Parker, G. : Discussion of lateral bed load transport on side slopes, J. of Hydraul. Div., ASCE, Vol.110, No.HY 2, pp.197~199, 1984.
  - 14) Johannesson, H. and Parker, G. : Linear theory of river meanders, River Meandering (ed., S. Ikeda and G. Parker), Water Resour. Monograph No.12, AGU, 1989.
  - 15) Zimmermann, G. and Kennedy, J.F. : Transverse bed slopes in curved alluvial channels, J. of Hydraul. Div., ASCE, Vol.104, No.HY 1, pp.33~48, 1978.
  - 16) Engelund, F. and Hansen, E. : A monograph on sediment transport in alluvial streams, Technisk Vorlag, Copenhagen, 1967.
  - 17) Rubey, W.W. : Settling velocities of gravels, sand and silt particles, Amer. J. Sci., Vol.25, pp.325~338, 1933.
  - 18) Nayfeh, A.H. : Perturbation methods, John Wiley & Sons, Inc., 1973.
  - 19) Yalin, M.S. : On the average velocity of flow over a movable bed, La Houille Blanche, No.1, pp.45~53, 1964.
  - 20) Yalin, M.S. : Geometrical properties of sand waves, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol.90, No.HY 5, pp.105~119, 1964.
  - 21) Yalin, M.S. and Karahan, E. : Steepness of sedimentary dunes, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol.105, No.HY 4, pp.381~392, 1979.
  - 22) Kellerhals, R., Neill, C.R. and Bray, D.I. : Hydraulic and geomorphic characteristics of rivers in Alberta, Research council of Alberta, River engineering and surface hydrology report 72-1, 1972.
  - 23) Chitale, S.V. : River channel patterns, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol.96, No.HY 1, pp.201~221, 1970.
  - 24) Simons, D.B. and Albertson, M.L. : Uniform water conveyance channels in alluvial material, Trans. ASCE, Vol.128, pp.65~105, 1963.
  - 25) Colby, B.R. and Hembree, C.H. : Computation of total sediment discharge Niobrara River near Cody, Nebraska, U.S. Geol. Surv. Water Supply Paper, No.1357, 1955.
  - 26) 山本晃一：河道特性論、土木研究所資料、第2662号、1988。
  - 27) Ikeda, S., Parker, G. and Kimura, Y. : Stable width and depth of straight gravel rivers with heterogeneous bed materials, Water Resour. Res., Vol.24, No.5, pp.713~722, 1988.

(1990.8.10 受付)

## STABLE CHANNEL CROSS-SECTION OF STRAIGHT SAND-SILT RIVERS WITH ACTIVE SEDIMENT TRANSPORT

Norihiro IZUMI and Syunsuke IKEDA

Mathematical models for defining cross-section of self-formed straight sand-silt rivers are presented, in which sediments are actively transported everywhere as bed load and suspended load. A balance of lateral bed load and lateral diffusive transport of suspended sediment is imposed to maintain a stable channel cross-section. Singular perturbation technique is employed to solve the sediment balance equation, from which a relation for stable depth is derived. A resistance formula for dune-covered bed is used to obtain stable width. It is revealed theoretically that the channel-center depth relative to sediment size is approximately proportional to  $S^{-0.82}$  for natural sand-silt rivers. The analysis is found to agree reasonably well with laboratory and field data.