

二成層閉鎖水域の風に対する内部静振応答*

古本勝弘**・武政剛弘***・薦田廣章****

密度成層した湖の水面上に一定強さの風が吹き始めると、その初期に内部静振が発生し、やがて界面・底面の抵抗のためにこの振動流は減衰し風応力と釣り合うように水面・界面は傾斜して定常な吹送流のみとなる。本論文では、この過程を解析的に解き、非定常な風に対する湖の内部静振応答を計算する手法を考究した。本手法による計算は風洞水路による実験および貯水池における野外観測の結果と良好な一致を示した。

Keywords: internal seiche, wind-driven current, thermal stratification, two-layered lake, response to wind

1. はじめに

湖沼や貯水池における鉛直方向の水温構造は、水表面での熱の授受、流入水の水温と水量および風による乱れ混合等によって規定され、いわゆる受熱期から放熱期にかけて通常顕著な水温躍層が形成される。また、内湾や河口を締切って造成される人工湖の淡水化過程には塩分その他の物質による密度成層状態が存在する。このような2層的密度場の閉鎖水域に風が吹く場合には、均質な流体場の水表面には風波が発生し、また両岸を腹とする水表面の振動、すなわち静振が形成されるのとほぼ同様に、2層流の界面には風波的な界面波とともに、両岸を腹とする界面振動、すなわち内部静振が発生する。

風波に対応するスケールの小さい躍層規模の界面波については、非乱流場から乱流場への質量輸送すなわち連行現象や風による躍層の低下現象に関連するため、かなり多くの実験的、理論的研究^{1), 2)}が行われている。

一方、密度成層場に発生するスケールの大きい内部波については海洋学の方面で早くから注目され、観測資料の集積³⁾と理論的研究⁴⁾が進められてきた。しかし、閉鎖水域の2層流界面に発生する内部静振についての観測や実験例は少なく、琵琶湖^{5), 6)}、中禅寺湖^{7), 8)}などに若干の観測例をみると留まっている。なお、これらの研究も風外力に対する密度場の応答性状並びに風停止に伴う内部静振の特性を定性的に調べたもので、観測された周期はその密度成層状態に対する固有値解析の結果にほぼ一致することは確かめられているものの、風応力に対応する界面変位や流速などが定量的に検討されたものでは

ない。

一方、内部静振の理論的研究は Heaps・Ramsbottom⁹⁾によってなされているが、とくに波高の減衰に関する基本的な問題が残されている他に、その妥当性を検討するための実験・観測を欠く状況にある。このような観点から、著者らは1984年に鳥取県の大野池において現地観測¹⁰⁾を実施し、ついで風洞水路による室内実験¹¹⁾を行った。本論文は、非定常な風応力によって発生する内部静振の特性とその解析法を検討したものである。

2. 風に対する内部静振の応答解

密度2成層化した狭長な長方形の閉鎖水域を考察の対象とし、静止した水域に一定の強さで長軸方向の風が吹き始める場合を考える。時間の経過とともに定常状態に達すると、風応力による吹き寄せ作用のために水表面と界面とは互いに逆勾配に傾斜し、上層には水表面附近の順流と界面附近の逆流からなる循環流が形成される。この状態に至る過程に過渡現象として内部静振が存在する^{9), 11)}。すなわち、傾斜した界面を中心として両岸を腹とする振動が起こり、その波高は界面抵抗のためにかなり急速に減衰して定常流の流況が残る。水面風応力が変化すれば、この応力に対する定常状態に移行する過程に内部静振が起こる。このため、風応力が変化するとその応答としての内部静振は波高や波形を変える。

内部静振は起動力としての水表面風応力と慣性力、復元力（水表面と内部界面の傾斜による圧力勾配）および抵抗力（界面摩擦、底面摩擦）から構成される減衰振動である。ここで考える内部静振は微小振幅の長波と同様に扱うことができ、現象は近似的に線型的であるとする。したがって、ある風応力に対する内部静振の応答関数を求めることができれば、任意に変化する風応力に対する応答はこれを重畠積分することにより求められる。

Heaps・Ramsbottom⁹⁾はこの方法で2成層湖の内部静

* 本論文の内容の一部は既発表^{10), 11)}であるが、本編はその後の研究成果を加えて取りまとめたものである。

** 正会員 工博 長崎大学助教授 工学部社会開発工学科
(〒852 長崎市文教町1-14)

*** 正会員 農博 長崎大学助教授 地域共同研究センター

**** 正会員 農修 長崎大学助手 海洋生産科学研究科

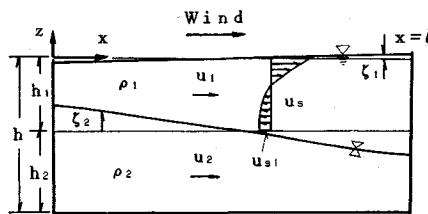


図-1 流れの模式図

振をシミュレートして観測結果の説明を試みている。しかし、彼らは底面の抵抗のみを考慮し、重要な役割をもつ界面近傍の吹送流と界面抵抗を無視している。ここでは、Heaps らの理論を基に界面抵抗を加えた内部静振の応答関数を導く。

(1) 2層流の界面抵抗

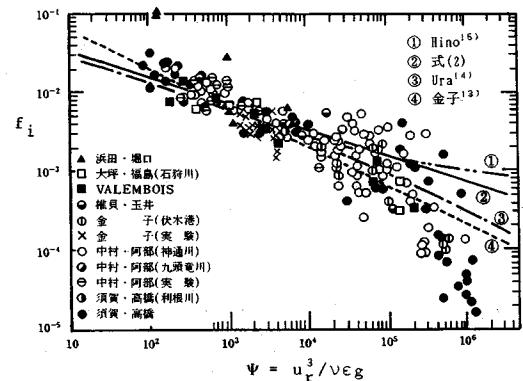
流れのモデル、座標系および使用する記号を図-1に示す。同図には上層における定常状態の吹送循環流も模式的に示している。Wu¹²⁾ や浦²⁾は風洞水槽に塩・淡水2層流を作り、水面に一定風速の風を送って、上層部に作られる循環流を測定している。浦²⁾によると、水面における水の応力 T_s は風が水面に作用する応力 T_a に等しく、水の密度を ρ 、水面の摩擦速度を u_* ($=\sqrt{T_a/\rho}$) とすると、図-1に示す循環流において、界面近傍の定常流速 u_{si} は x 軸 (風の向き) と逆向で、 $u_{si} = -1.85u_*$ である。

均質流れにおける吹送流は波速 \sqrt{gh} によって、内部静振およびそれによる流れ u_1 , u_2 は $\sqrt{\varepsilon gh}$ (ここに、 $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$) によって規定される現象であるから、 u_1 , u_2 が振動状態に入るときには、定常値 u_{si} に近い界面流速が存在するものと考えられる (図-1)。したがって、内部静振の界面せん断応力 T_i を規定する相対流速 u_r は次式となる。

$$u_r = u_1 + u_{si} - u_2 = (u_1 - u_2) - 1.85u_* \quad (1)$$

ここに、 u_1 , u_2 は静振によって作り出される上層、下層の流速である。

次に、界面抵抗 $T_i/\rho = (f_i/2)|u_r|u_r$ において、 f_i は、岩崎数 $\Psi = (hu_r/\nu) \cdot (u_r^2/\varepsilon gh) = u_r^3/\nu \varepsilon g$ の関数として、図-2のように表示されている。ここに、 ν は動粘性係数、 g は重力の加速度である。 f_i に対する関数式として、実用には図に点線で示した金子¹³⁾の式 $f_i = 0.2\Psi^{-1/2}$ がよく用いられてきた。一方、Ura *et al.*¹⁴⁾は界面波の発生した界面近傍の流れと乱れを測定して、半理論的な表示式を求めている。その結果が同図中的一点鎖線である。この式は $10^2 \leq \Psi \leq 3 \times 10^4$ の範囲では f_i は Ψ の $-1/3$ 乗に、 $\Psi \geq 10^5$ では Ψ の $-1/2$ 乗にほぼ比例する曲線である。Hino *et al.*¹⁵⁾は上層流に対して、界面流速 u_{si} と定常上層平均流速 u_{s1} との比 (u_{si}/u_{s1}) と内部フルード数 F_i =

図-2 界面抵抗係数¹⁷⁾

$u_{s1}/\sqrt{\varepsilon gh_1}$ をパラメーターとして f_i を定式化して、 $u_{s1}/u_{s1}=0.6$, $F_i=1.0$ のとき図の2点鎖線のように与えている。なお、中野ら¹⁶⁾もこれと同じ傾向の表示式を提案している。

図-2の点の散らばりが著しいため詳細は明らかでないが、これらの半理論的な式はいずれも Ψ に対して $-1/2$ 乗より緩やかに変化する。したがって、ここでは抵抗係数として図中に実線で示した次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} f_i &= 0.07\Psi^{-1/3} \\ T_i/\rho &= 0.035(\nu \varepsilon g)^{1/3} u_r \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なお、底面の摩擦抵抗 T_b/ρ_2 は Manning の粗度係数 n_M として次式で与える。

$$\frac{T_b}{\rho_2} = \frac{n_M^2 g}{h_2^{1/3}} |u_r| u_r \quad (3)$$

(2) 内部静振の応答解

内部静振を微小振幅の波動とみなすと、次の上・下層についての運動方程式および連続の式が基礎式となる。

$$h_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -gh_1 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \frac{1}{\rho_1} (T_s - T_i) \quad (4)$$

$$h_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} = -\varepsilon gh_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} - gh_2 \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \frac{1}{\rho_2} (T_i - T_b) \quad (5)$$

$$h_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} - \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

$$h_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

ここに、 ζ_1 , ζ_2 は水面、界面の静止位置からの変位、 T_s , T_i , T_b はそれぞれ水面、界面および水底のせん断応力である。

ここで、 $t=0$ から水面に次式の分布をもつ風応力が作用する場合を考える。

$$\frac{T_s}{\rho_1} = H(t) A' n \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad (8)$$

ここに, $H(t)$ は Heaviside の単位関数であり, n は正の整数, A'_n は x 方向の風応力変化の振幅である。この風応力に対する解として, 両端 $x=0, l$ において, ζ は腹となり, u, u_* は 0 となる次の関数を導入する。

$$\left. \begin{array}{l} \zeta_1 = Z_1(t) \cos(n\pi x/l) \\ \zeta_2 = Z_2(t) \cos(n\pi x/l) \\ u_1 = U_1(t) \sin(n\pi x/l) \\ u_2 = U_2(t) \sin(n\pi x/l) \\ u_* = U_{**}(t) \sin(n\pi x/l) \end{array} \right\} \quad (9)$$

ここに, $Z_1, Z_2, U_1, U_2, U_{**}$ はそれぞれ $\zeta_1, \zeta_2, u_1, u_2, u_*$ の時刻 t における x 方向変化の振幅である。また, $\rho_m = (\rho_1 + \rho_2)/2$ として, 式(1)~(3)を用いて, 界面および水底におけるせん断応力を次式のようにおく。

$$T_i/\rho_m = 2f(u_1 - u_2 - 1.85u_*) \quad (10)$$

$$T_b/\rho_2 = 2k u_2 \quad (11)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2f = 0.035(\nu e g)^{1/3} \\ 2k = n^2 m g h_2^{-1/3} |u_2| \end{array} \right\} \quad (12)$$

なお, 後述するが, 底面抵抗の係数 $2k$ の影響は界面抵抗 $2f$ のそれに比べて一般に無視できるほど小さく, 以下では $2k$ を定数として取り扱う。

湖の長さ l , 全水深 $h = h_1 + h_2$ および水面における摩擦速度 $u_* = \sqrt{T_a/\rho_1}$ を用い, 次の無次元量を導入する。

$$\left. \begin{array}{ll} x/l = \xi, & t/(l/\sqrt{gh}) = \tau \\ gZ_1/u_*^2 = \eta_1, & gZ_2/u_*^2 = \eta_2 \\ U_1/u_* = v_1, & U_2/u_* = v_2 \\ f/u_* = \tilde{f}, & k/u_* = \tilde{k} \\ A'_n/u_*^2 = A_n, & B'_n/u_*^2 = B_n \end{array} \right\} \quad (13)$$

ここに, $B'_n = 2f \times 1.85 U_{**}$

式(8)~(13)式を基礎式(4)~(7)に代入し, Laplace 変換

$$\bar{\eta} = \int_0^\infty e^{-s\tau} \eta(\tau) d\tau$$

を行い, 変換された諸量に $\bar{\cdot}$ をつけて表すと, 次式が得られる。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sqrt{gh}}{u_*} \frac{h_1}{l} s \bar{v}_1 = \frac{n\pi h_1}{l} \bar{\eta}_1 + (A_n + B_n) \frac{1}{s} \\ - \frac{\rho_m}{\rho_1} 2 \tilde{f} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \\ \frac{\sqrt{gh}}{u_*} \frac{h_2}{l} s \bar{v}_2 = \frac{n\pi h_2}{l} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \bar{\eta}_1 + \varepsilon \bar{\eta}_2 \right) \\ - 2 \tilde{k} \bar{v}_2 + \frac{\rho_m}{\rho_2} 2 \tilde{f} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) - B_n \frac{1}{s} \\ \frac{\sqrt{gh}}{u_*} n\pi \frac{h_2}{h} \bar{v}_1 + s \bar{\eta}_1 - s \bar{\eta}_2 = 0 \end{array} \right\} \quad (14)$$

$$\frac{\sqrt{gh}}{u_*} n\pi \frac{h_2}{h} \bar{v}_2 + s \bar{\eta}_2 = 0$$

$\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{\eta}_1$ および $\bar{\eta}_2$ に関する上の連立 1 次方程式は容易に解くことはできるが, 得られた式は複雑であり, そのままで Laplace 逆変換を求ることはできない。そこで, $\rho_1/\rho_2 = \rho_m/\rho_1 = \rho_m/\rho_2 = 1$ の近似および $\bar{\eta}_1, \bar{\eta}_2$ の式に含まれる係数 $(\tilde{k} + \tilde{f}(h/h_1)^2)$ の前項を後項に対して省略して (\tilde{k}, \tilde{f} の大きさについては後述), Laplace 逆変換を見出せる形にまとめる。かなり面倒な計算の後, 水位変化量 η_1, η_2 は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \eta_1 = & -\frac{l}{n\pi h_1} [(A_n + B_n) - A_n \frac{h_1}{h} \{ \cos(n\pi \sigma_{1,n}\tau) \\ & + \frac{3\alpha_1}{n\pi \sigma_{1,n}} \sin(n\pi \sigma_{1,n}\tau) \} e^{-\alpha_1 \tau} \\ & - A_n \frac{h_2}{h} \{ \cos(n\pi \sigma_{2,n}\tau) + (\tilde{f} \frac{h^2}{h_1^2} - \tilde{k}) \\ & \times \frac{1}{n\pi \sigma_{2,n}} \frac{h_1}{h_2} \frac{u_*}{\sqrt{gh}} \frac{l}{h} \sin(n\pi \sigma_{2,n}\tau) \} e^{-\alpha_2 \tau} \\ & - B_n \{ \cos(n\pi \sigma_{2,n}\tau) + \frac{\alpha_2}{n\pi \sigma_{2,n}} \\ & \times \sin(n\pi \sigma_{2,n}\tau) \} e^{-\alpha_2 \tau}] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \eta_2 = & -\frac{l}{n\pi h_1} \frac{1}{\varepsilon} (A_n + \frac{h}{h_2} B_n) [1 - \{ \cos(n\pi \sigma_{2,n}\tau) \\ & + \frac{\alpha_2}{n\pi \sigma_{2,n}} \sin(n\pi \sigma_{2,n}\tau) \} e^{-\alpha_2 \tau}] \end{aligned} \quad (16)$$

ここに,

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = \tilde{k} \frac{u_*}{\sqrt{gh}} \frac{l}{h} \\ \sigma_{1,n}^2 = 1 - (\alpha_1/n\pi)^2 \\ \alpha_2 = (\tilde{f} \frac{h^2}{h_1^2} + \tilde{k}) \frac{u_*}{\sqrt{gh}} \frac{h_1}{h_2} \frac{l}{h} \\ \sigma_{2,n}^2 = \varepsilon h_1 h_2 / h^2 - (\alpha_2/n\pi)^2 \end{array} \right\} \quad (17)$$

ただし, 式(15), (16)は $\sigma_{1,n}^2, \sigma_{2,n}^2 > 0$ の場合であり, もし, 界面・底面の抵抗が大きく, $\sigma_{1,n}^2, \sigma_{2,n}^2 < 0$ の場合には, 式中の三角関数は双曲線関数となり, 振動することなく定常状態の水面・界面の傾斜に漸近する流れとなる。しかし, 通常の水域においては $\sigma_{1,n}^2, \sigma_{2,n}^2$ を表わす式(17)のそれぞれの第2項は第1項に比べて微小である。

内部静振によって発生する流速 v_2, v_1 は連続の式(7), (6)から容易に次式のように求められる。

$$\begin{aligned} v_2 = & -\frac{1}{n\pi} \frac{u_*}{\sqrt{gh}} \frac{h}{h_2} \frac{d\eta_2}{d\tau} \\ = & -\frac{1}{\varepsilon} (A_n + \frac{h}{h_2} B_n) \frac{u_*}{\sqrt{gh}} \frac{h^2}{h_1 h_2} \frac{l}{h} \frac{\sigma_{2,n}}{n\pi} \end{aligned}$$

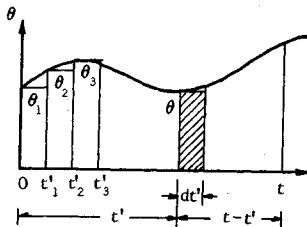


図-3 風応力の時間的変化

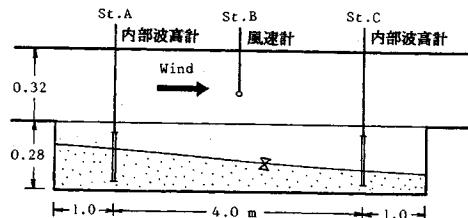


図-4 実験装置

$$\times \left\{ 1 + \left(\frac{\alpha_2}{n\pi\sigma_{2,n}} \right)^2 \right\} \sin(n\pi\sigma_{2,n}\tau) e^{-\alpha_2\tau} \dots \quad (18)$$

$$v_1 = -\frac{1}{n\pi\sqrt{gh}} \frac{h}{h_1} \left(-\frac{d\eta_1}{d\tau} + \frac{d\eta_2}{d\tau} \right) = -\frac{1}{n\pi\sqrt{gh}} \frac{h}{h_1} \frac{d\eta_1}{d\tau} - \frac{h_2}{h_1} v_2 \doteq -\frac{h_2}{h_1} v_2 \dots \quad (19)$$

式(15)～(19)は正弦形の風応力分布(8)に対する応答解である。

いま、水表面の風応力 T_s が x 方向に任意に分布する場合を考える。

$$T_s/\rho_1 = H(t)A'(x) \dots \quad (20)$$

において、分布関数 $A'(x)$ が

$$A'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \sin(n\pi x/l) \dots \quad (21)$$

$$(A'_n = \frac{2}{l} \int_0^l A'(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx)$$

のように Fourier 級数で表現されるならば、系は線形として取り扱っているので、この風に対する応答は風の各成分(級数の各項)に対する応答の和として求められる。すなわち、式(9)の $Z_1(t)$, $U_1(t)$ などを各成分の応答関数であることを表わすために、それぞれ $Z_1(n, t)$, $U_1(n, t)$ などと表わすと、式(20), (21)の風に対する応答は、

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} Z_1(n, t) \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \\ \zeta_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} Z_2(n, t) \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \\ u_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} U_1(n, t) \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \\ u_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} U_2(n, t) \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \end{aligned} \right\} \dots \quad (22)$$

以上は、時間的に変化しない風応力が作用する場合の水面および界面の変位(ζ_1, ζ_2)と上・下層の流速(u_1, u_2)を与えるものである。ここで、この解を基にして、風応力の強さが時間的に変化する場合の応答を考える。水面における風応力の分布形は変化せず、その強さのみが時間的に変化すると考えて、風応力を次のように表わす。

$$T_s/\rho_1 = \theta(t)A'(x) \quad (t > 0) \dots \quad (23)$$

図-3を参照して、時刻 $t' \sim t' + dt'$ に強さ $\theta(t')$ のパルス状風応力が作用する場合の時刻 t における水表面変位応答 ζ_1 を考える。一定の強さの風に対する応答、式(22)を $\zeta_1, \zeta_2, u_1, u_2$ と表わしておくと、このパルス風応力に対しては、時刻 t' に強さ θ , $t' + dt'$ に強さ $(-\theta)$ の風応力が作用し始めて持続すると考えればよいので、

$$d\zeta_1 = \theta(t') \zeta_1'(t-t') - \theta(t') \zeta_1'(t-(t'+dt'))$$

連続して変化する風に対しては、図-3に示すように、

$$\begin{aligned} \theta(t') &= \theta_1 & (0 \leq t' < t'_1) \\ &= \theta_2 & (t'_1 \leq t' < t'_2) \\ &= \theta_3 & (t'_2 \leq t' < t'_3) \\ &\vdots \end{aligned}$$

のパルス風応力の連続したものとみると、時刻 t における応答は、時刻 $t'=0$ から $t'=t$ までにあるパルス風応力による応答の総和として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \zeta_1(t) &= \theta_1 \zeta_1'(t) + (\theta_2 - \theta_1) \zeta_1'(t-t'_1) \\ &\quad + (\theta_3 - \theta_2) \zeta_1'(t-t'_2) \dots \\ &\quad + (\theta_{i+1} - \theta_i) \zeta_1'(t-t'_i) \dots \end{aligned} \dots \quad (24)$$

ζ_2, u_1, u_2 も同様に、式(24)の ζ_1 の替わりに ζ_2, u_1, u_2 を代入した式で求められる。

3. 風洞水槽による内部静振の実験

(1) 実験装置と実験方法

実験は図-4に示す長さ 6.00 m, 深さ 0.28 m, 幅 0.30 m の水槽の上部に同一幅で高さ 0.32 m の風路部(水槽上部の風路と同一断面の助走風路を送風機側に 4 m 備えている)をもつ風洞水槽で行った。均一密度の塩水(本実験では $\rho_2 = 1.008 \sim 1.025 \text{ g/cm}^3$)の上に水道水を注意深く浮かせて 2 成層を形成させたのち、送風機から風を送り、内部界面の変動を測定した。なお、密度成層状況を知るために実験開始前と終了後の水槽内が静穩になった時に 1 断面で、送風実験中に図中の A, B, C 3 断面で塩分計を用いて密度分布を測った。

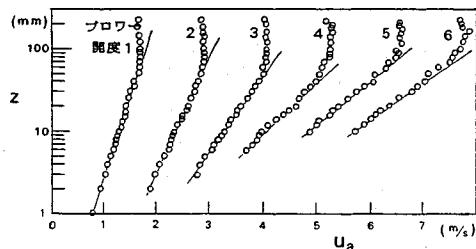


図-5 St. B における風速分布

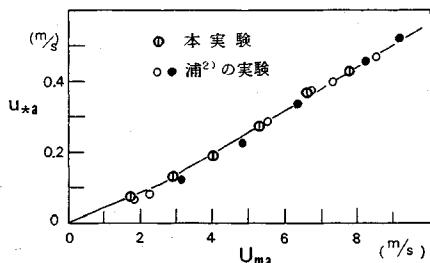


図-6 一様部風速と風の摩擦速度の関係

界面変位は水槽両端から各 1 m の地点 (図-4 中の St. A および C) に設置した抵抗線式内部波高計によって計測した。風速は、一定回転の送風機であるため、吸い込み口の開度を段階的に変えることによって変化させ、水槽中央部 (St. B) の水面上 10 cm の高さに風速計を設置して測った。水面風応力 T_a はあらかじめ各送風機吸い込み口開度の風について水面近傍の風速分布をサーミスタ風速計を用いて詳細に計測することにより評価した。水面の風応力 T_a と水面上 10 cm 高さで計測した代表風速 U_{ma} との対応関係を求めておき、本実験では St. B で計測した風速を水面風応力に読み換えた。

(2) 実験の結果と考察

a) 水面風応力と流況 水面風応力の評価には室内実験で一般に行われている方法、すなわち水面上の風速分布の測定値に対数則を適用して逆算する方法を用いた。図-5 は送風機吸い込み口各開度についての風速分布を片対数紙上にプロットしたものである。水面から 10 cm 以上の高さの風速はほぼ一様であるが、水面近傍での風速分布は片対数紙上で直線となり、対数法則

$$\frac{u_a}{u_{*a}} = \frac{2.30}{\kappa} \log \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (25)$$

に従う。ここに、 u_a は高さ z における風速、 u_{*a} は気流の摩擦速度、 κ はカルマン定数 ($= 0.4$)、 z_0 は粗度を示す長さである。図-5 の直線に式 (25) を用いて u_{*a} を逆算し、代表風速 U_{ma} に対してプロットしたものを図-6 に示す。同図には、浦²⁾の実験結果も加えているが、両者はほぼ一致している。水面風応力は ρ_a を空気密度として次式で与えられる。

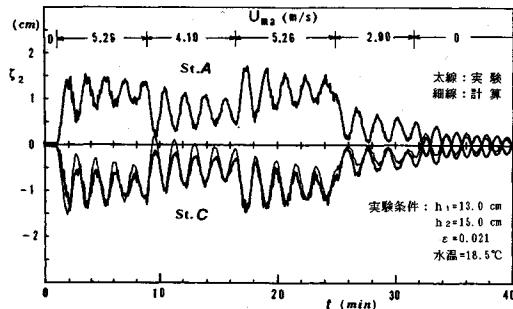


図-7 実験による界面変位とそのシミュレーション

$$T_a = \rho_a u_{*a}^2 \quad (26)$$

なお、風速分布は図-4 の St. A, B, C で計測し、それぞれの地点で u_{*a} を求めたが、地点による有意な差は認められず、水槽内の水面にはほぼ一様な風応力が作用するとみなすことができる。

一定強さの風を吹かせ続けると風下側の界面は下降し、風上側のそれは上昇して、風応力に応じた勾配で界面は傾斜し、上層には図-1 に模式的に示した循環流が存在する定常状態となる。定常状態に移行する過程で水槽中に発生する内部静振は、両端を腹、中央を節として、ほぼ定常状態の界面の上下に振動する単節定常波である。したがって、内部静振の流れは静振による上・下層の互いに逆向きの一様往復流と定常循環流とが重なったものと考えられ、これらの流況は式 (10), (11) に示した界面抵抗、底面抵抗の式に組み込まれている。

上層の定常循環流は界面近傍で風向とは逆向きであり、これが界面の混合水を風上側に運ぶため、時間の経過とともに、風下側の躍層厚は薄く、風上側のそれは厚くなる。

b) 界面静振とシミュレーション 実験では図-4 の St. A および C において界面変位を抵抗線式内部波高計で計測した。実験結果の 1 例を図-7 に示している。実験は 8~9 分間隔で風速を段階的に変化させたものであるが、この図は内部静振の発生および減衰の様子、風速の変化に伴う波高の変化などをよく示している。また、振動の中心となる平均界面の傾斜は風速の変化とともに素早く完成し、内部静振は変化後の平均界面の上下に振動することが判る。

この界面位の変化を応答解と重ね合わせ手法を用いてシミュレーション計算する。まず、実験で与えた風速 U_{ma} から図-6 と式 (26) を用いて水面風応力 T_a を求める。風による応力 T_a はそのまま水に伝えられて次式がほぼ成立する。

$$T_a = T_s = \rho_a u_{*a}^2 \quad (27)$$

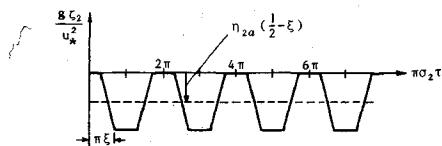


図-8 ζ_2 の振動形

また、水面風応力はほぼ水面一様に矩形分布するので、その Fourier 級数表示式 (20) は次のように与えられる。

$$\frac{T_s}{\rho_1} = H(t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} u_*^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \dots \quad (28)$$

(ここに, $n=1, 3, 5\cdots$)

したがって、水面に一様な風応力が作用する場合には、

$$A_n = \frac{4}{n\pi}, \quad B_n = (2\tilde{f} \times 1.85) \frac{4}{n\pi}$$

と表わされる。この場合には、式(22)の ζ_2 は以下のように書き換えることができる。すなわち、式(16)の正弦項の係数は1に比べて微小であるからこの項を省略し、また、 $\sigma_{2,n}^2$ (式(17))の第2項は1項に比べて小さいので省略し、 $\sigma_2 = \sqrt{\epsilon h_1 h_2 / h^2}$ とおくと、

$$\frac{\frac{g_1''}{u_*^2}}{u_*^2} = \eta_{2a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^2 \pi^2} \cos(n\pi\xi) \{1 - \cos(n\pi\sigma_2 t) e^{-\alpha_2 t}\} \\ = \eta_{2a} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \xi\right) - \frac{\pi \pm \Theta \pm \Theta'}{2\pi} e^{-\alpha_2 t} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

ここに、

$$n=1, 3, 5 \dots$$

$$\eta_{2a} = \frac{l}{\varepsilon h_1} \left\{ 1 + (2 \tilde{f} \times 1.85) \frac{h}{h_2} \right\}$$

$$\Theta = \pi(\xi + \sigma_2 \tau)$$

$$\Theta' = \pi(\xi - \sigma_2 \tau)$$

式(29)の θ , θ' の前に付いている複号は, $-\pi \leq \theta$, $\theta' \leq 0$ のとき正, $0 \leq \theta$, $\theta' \leq \pi$ のとき負である.

式(29)が与える界面変位の振動形を図-8に示す。ただし、この図に示した波形は位置 $\xi (=0.7)$ における減衰を考えない($\alpha_2=0$)基本波である。実際には、振動波形は、時間的に振幅を $\exp(-\alpha_2\tau)$ で減じながら、 $\tau \rightarrow \infty$ で図中の破線(定常状態の界面の位置)に一致する減衰振動を示す。

図-8 からも解るように、内部静振はほぼ $\pi\sigma_2\tau = 2\pi$ の周期で振動する。したがって、対応する振動周期 T は

式(29)で $\tau \rightarrow \infty$ とおいた定常状態の界面変位は ξ に対して直線で、その勾配は

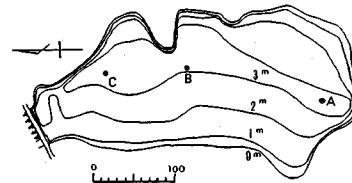


図-9 大野池平面図と観測点

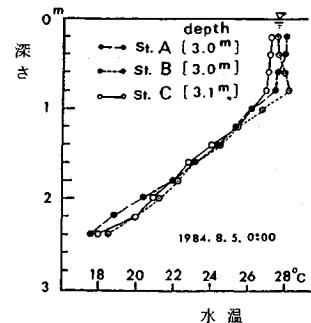


図-10 水温の鉛直分布

$$\frac{d\zeta_2}{dx} = \left\{ -1 + (2\tilde{f} \times 1.85) \frac{h}{h_2} \right\} \frac{u_*^2}{\varepsilon g h_1} \dots \quad (31)$$

となる。これは、水表面の風応力を $T_s/\rho_1 = u_*^2$ 、界面摩擦を $T_i/\rho_m = -2\bar{f} \times 1.85u_*^2$ とおいて力の釣り合いから導かれる界面勾配の式に当然のことながら一致する。

実験に対するシミュレーション計算の結果を図-7に記入している。計算結果は波高が若干大きめであるが、風速の変化に伴う波高の変化および波高の減衰状態はほぼ正しく表現されており、理論解および計算手法の有効性は認められる。この実験に対して、式(12)で求められる f の値は $f=1.0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ 、また k の値は、Manningの粗度係数を $n_M=0.01$ 、 $|u_s|=0.01 \text{ m/s}$ と仮定すると、 $k=0.009 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ であり、底面抵抗は界面抵抗に対して無視できる大きさである。また、 $\sigma_{1,n}^2$ 、 $\sigma_{2,n}^2$ (式(17))の第2項はいずれも第1項にくらべて微小であり無視して差支えない。

4 溫度成層した大野池における内部静振

(1) 大野池と現地観測

大野池は鳥取県西伯郡大山町、大山北斜面の標高 480 m に位置して、周囲 1.1 km、総貯水量 11.9 万 m^3 、満水面積 5.3 万 m^2 、平均水深 2.26 m、図-9 に示す形状のごく小規模の灌漑用貯水池である。この池には地表流入水は殆どなく、池底からのわずかな冷湧水（水温約 14°C、湧水量 0.08 m^3/s ）でかん養されているため、この規模の貯水池としては珍しく夏期の水温成層が顕著に現われる。さらに、夏期の安定した気圧配置の時には日中は北からの谷風が、夜間は南からの山風が吹き分けて、

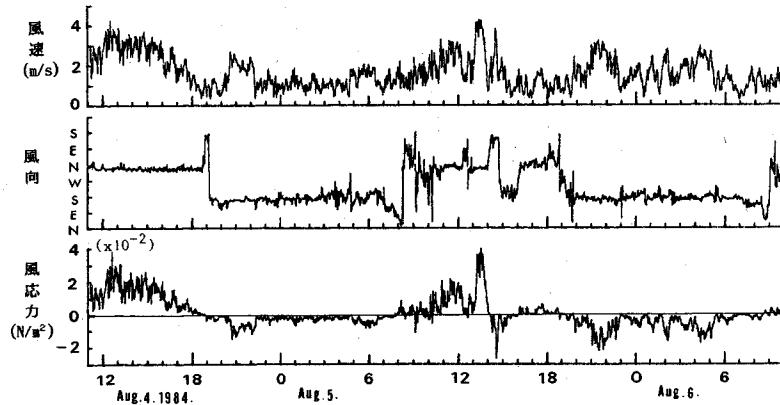


図-11 観測による風速、風向およびそれから計算で求められた水面風応力（南方向成分）の経時変化

卓越風向が池の長軸方向と一致するために内部波動の発生がよく見られる。

水表面の風応力に対する池水の応答としての内部波動を捕捉するため、1984年8月3日から8月6日にかけて、水温、風向、風速等の連続観測を実施した。水温は池長軸に沿う図-9のA、BおよびC地点において、それぞれ水深方向に12点で測った。各測点で4方向のアンカーに繫留して固定した水表面のブイから、20cm間隔に2.4mまで温度センサーとして熱電対を垂下し、合計36点の水温をほぼ同時に（センサー間の切りかえ時間0.1秒）1分間隔でデータロガーに記録した。熱電対の感温部は直径 $\phi=0.6$ mmの針金状であり、応答のおくれは2秒以下できわめて小さい。

風向および風速は池中央部に近いB地点の水面上1.64 mの高さに設置したプロペラ型風向風速計で1分間平均の風向と風速をこれもデータロガーに記録した。また、B地点で水表面上20 cmの高さで気温を同時に記録した。

すべての測定項目は1分間隔で48時間にわたってカセットテープに収録した。

観測期間中の天候は概ね晴れであったが、5日12時から14時にかけて小雨があった。池北端の堤体に取水の斜槽が設けられているが、期間中の取水はなくて余水吐の角落し堰から湧水量に相当する越流が常にあって、池は満水状態であった。

(2) 觀測結果と考察

a) 風応力と水温変動 大野池の成層状態を図-10に示す。これは池内が静穏であった5日0時のA, B, C 3地点の水温鉛直分布である。表層の0.8mまでは等温の表水層で、この下に池底までほぼ直線的に温度が降下する変温層がある。この池は浅いため深い湖で見られる深水層はない。

観測期間中 2 日間の風速、風向の時系列およびこれら

から計算された水面風応力（南方向成分）を図-11に示す。風速は変動あるものの4m/s以下の比較的弱い風であった。風向は日中は北、夜間に南のパターンであるが、5日15時から16時にかけて気圧の擾乱が通過したとみえ、風速が少し強まるとともに風向が北から南にかわり、小雨が降った。

水面風応力は次のようにして求めた。水面の抵抗係数 C_D と風速 U_{10} (水面上 10 m 高さにおける風速) との関係は Phillips¹⁸⁾ の著書にまとめられている。これによる 5 m/s 以下の弱い風に対しては C_D はほぼ一定値で、 0.9×10^{-3} である。したがって、

を用いて T_a を計算した。ただし、空気密度 ρ_a は、観測期間中の気圧を 1 atm と仮定し、気温から求めた。また、10 m 高度の風速 U_{10} は、1.64 m の高さで測った風速を上の抵抗係数を用いて対数法則により換算した。図-11 に示した水面風応力は、 T_a に風向の方位角の余弦を乗じて水面風応力の南向き成分を示したものである。

図-12にはA, B, C3地点で測られた各水深の温度の経時変化を示した。水面下0.8mまでの表水層の温度は2°Cていど日単位の周期で変化しており、日射に伴う水表面での熱の授受を示している。水深1.4m層以下の水温には日周変化はほとんど見られず、観測期間に限れば、表水層温度の影響は1.4m以下には及んでいないようである。したがって、この層以下の数時間周期の水温変化は水表面の風応力に起因する内部波動と考えられる。とくに、5日13時から吹いた風により周期2時間を超える顕著な温度波動が現われている。更に、B地点の温度波動の振幅に比してA, C地点のそれはかなり大きい。

次に、温度波動を水粒子の鉛直方向変位に置き換える。水温の鉛直分布は変温層ではほぼ直線状であるので、20

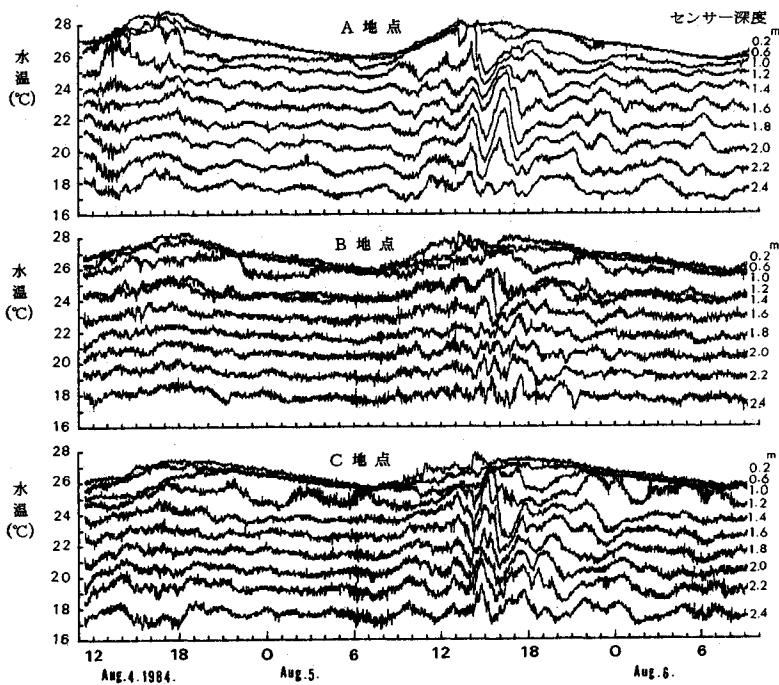


図-12 観測で得られたA・B・C地点における各深さの水温時系列

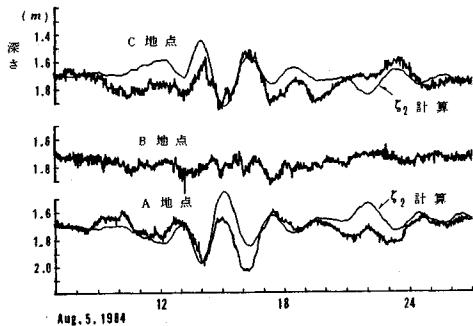


図-13 水温 22°C の層の深さの経時変化とシミュレーション結果

cm 間隔で設置されている温度センサー相互間の水温は直線的に変化しているものとみなして、所定の水温を示す層の深さを内挿した。この等温層の深度変化（等温層鉛直変位）は図-12の温度波形をほぼ上下逆にした形となる。A, B, C 3 地点の 8月5日7時から6日3時にわたって水温 22°C の等温層の深さの経時変化を図-13 に示す。図の錯綜を避けるために、時間軸は共通にして縦軸を相互にずらして描いている。この図で A と C の波を比較すると、位相が完全に逆転しており、一方の変位が正のときに他方は負の形である。また、池中央の B 地点の変位の振幅は A, C 地点のものに比較してかなり小さい。以上のことから、観測された等温層の変位は池中央を節、両端を腹とする長軸方向の内部静振を示し

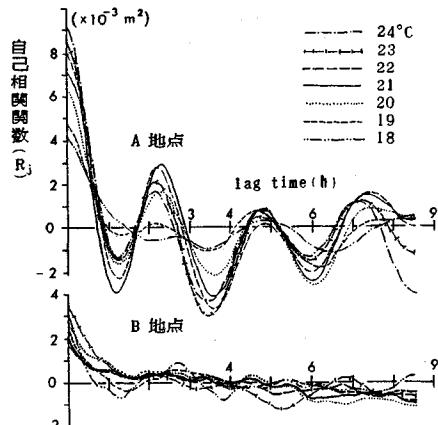


図-14 等温層鉛直変位時系列の自己相関関数

ていることが理解される。

b) 等温層鉛直変位の自己相関関数、スペクトルおよび内部静振の卓越周期 内部静振の周期および振幅の大きさの関係を調べるために各等温層の平均深度からの変位時系列の自己相関関数 R_j を計算した。計算には、5 日 7 時からの 1024 分間のデータを用いた。図-14 に A および B 地点のものを示し、C 点のものは A 点のものとほぼ同様であるので省略した。同図によると、A 地点のものには明瞭に周期性が認められるのに対して、B 地点のものにはそれがない。A 地点の R_j で、底層の

表-1 計算に用いた値

1	350 m
h_1	1.7 m
h_2	1.1 m
ρ_1	997.1 Ns^2/m^4
ρ_2	998.3 Ns^2/m^4

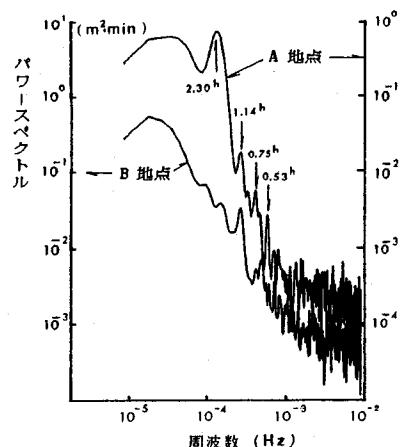


図-15 22°C 等温層鉛直変位時系列のスペクトル

18, 19°C の資料を除いて、正の相関が強い lag time はほぼ 2.3 h の整数倍のところに現われており、内部静振の卓越周期 T がほぼ 2.3 h であることがわかる。また、A 地点の相関関数の値自身を問題としてみると、lag time=0, すなわち、変位の自乗平均値は温度が高い層ほど大きな値をとるのに対して、lag time=2.3 h では 21, 22, 23, 20, 24°C の順序にその値を減少させている。このことは以下のように考えられる。すなわち、水温が 21, 22°C の層を界面中心とした内部静振に、スケールの小さい乱流が重なっており、周期の小さい後者による水温変動は、水温の高い水表面に近い層ほど大きいことを示すものと理解される。

次に、A, B 地点の 22°C の層の鉛直変位時系列のパワースペクトルの計算結果を図-15 に示す。計算には 4 日 18 時から 2 048 分間のデータを用いて、FFT 法で計算した。A, B 両地点のものとも内部静振の周期 2.3 h に相当する周波数に高いピークがあり、内部静振による波動が卓越していることがわかる。同時に、周期にして 1.14, 0.75, 0.53 h のところにもピークが存在し、理論的に予想される内部静振の 3 倍周波数の他に、2, 4 倍周波数の高周波が重畠されていることをも示している。

以上のように、A, B, C の 3 地点とも周期 2.3 h の内部静振が卓越していることは明らかである。この値は従来から種々の成層状況について求められている基本周期の理論解にほぼ一致する。例えば、バイサラ振動数 $N = [-g/\rho \cdot (\rho_0/dz)]^{1/2}$ の値が全層を通じて一定の密度分布

をもつ水深 h , 長さ l の矩形湖における内部静振の期波は次式

$$T = \frac{2l}{N} \sqrt{\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{h}\right)^2} \dots \dots \dots \quad (34)$$

で与えられている¹⁹⁾。この式を大野池に適用してみる。
 $N=0.10 \text{ s}^{-1}$, ρ_0 を 29°C の水の密度とすると、式(33)により表水層を除いて図-10の水温(密度)分布を近似でき、 $l=350 \text{ m}$, $h=2.8 \text{ m}$ とすると、 $T=2.18 \text{ h}$ となる。

また、水温 22°C の層を界面と考え、2層流理論（式（30））から表-1の数値を用いて振動の基本周期を計算すると、 $T=2.19\text{ h}$ となり、いずれの理論によるものも観測値とほぼ一致する。

最後に、表-1の計算条件のもとに、図-11の風応力を水面に作用させて、前述の計算手法により、A, C 地点の界面変位 ζ_2 を計算した。ただし、 ρ_1, ρ_2 はそれぞれ 25°C, 19°C の水の密度、界面を 22°C の深さとみなしした。また、8月5日7:00以降を計算の対象とし、それ以前に風は吹かなかったものとした。計算結果を図-13に観測から求められた水温 22°C の深さの経時変化とともに示している。両者には若干の差異があるが、波形はかなり相似しており、風に対する内部静振応答のシミュレーション計算法として本法の有効性は認められる。ただし、二層理論を連続成層の大野池に適用しており、連続成層を二成層流れに置き換える範囲については今後検討されなければならない。

論 結

閉鎖性水域で躍層の発達した湖沼や貯水池を対象として、風の吹送によって形成される内部静振の挙動を、塩・淡水を用いた風洞水槽の実験と大野池の現地観測によって明らかにするとともに、界面抵抗を考慮した2層流理論に基づいて研究した。得られた主な結論は以下のようである。

- (1) 内部静振現象は風応力の変化に伴って、定常状態に移行する過程で発生する。
 - (2) 内部静振は、風応力に応じて傾斜する界面の上下に振動し、その振幅はかなり急速に減少する。
 - (3) 界面抵抗および底面抵抗を取り入れた内部静振の理論を Heaps らの方法を改良して解析的に求め、風洞水路の実験結果と比較して、その妥当性が確かめられた。なお、内部波高の急速な減衰は界面抵抗によるもので、底面抵抗は無視して差し支えない。
 - (4) 現地観測において得られた界面振動は内部静振とスケールの小さい界面波の混在した複雑な波形を示すが、自己相関関数およびスペクトル解析により卓越周期

を見出しができる。また、一定強さの風に対する応答関数を用いたシミュレーション計算により現地観測の内部静振波形を説明することができる。

おわりに、本研究の遂行にあたり、九州産業大学教授 樋東一郎先生と九州共立大学教授 粟谷陽一先生に貴重な教示を頂いた。また、現地観測と室内実験には、長崎大学 一ノ瀬和雄技官と大学院生 藤川佳彦氏（現、八千代エンジニアリング）の熱心な協力を受けた。併せて、ここに深甚の謝意を表します。

参考文献

- 1) Kato, H. and Phillips, O.M.: On the penetration of a turbulent layer into a stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, Vol.37, pp.643~655, 1969.
- 2) 浦 勝：風のセン断力による密度界面の変動と連行速度、第30回海洋工学講演会論文集, pp.561~565, 1983.
- 3) Haurwitz, B., Stommel, H. and Munk, W.H.: On thermal unrest in the ocean, *Rossby Memorial Volume*, Rockefeller Inst. Press, pp.74~94, 1959.
- 4) Thorpe, S.A.: On the shape of progressive internal waves, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*, 263, pp.563~614, 1968.
- 5) 金成誠一：びわ湖の内部波の研究（Ⅰ），京都大学防災研究所年報，第11号B, pp.179~189, 1968.
- 6) 金成誠一：びわ湖の内部波の研究（Ⅱ），京都大学防災研究所年報，第12号A, pp.669~680, 1969.
- 7) 村岡浩爾, 平田健正：中禅寺湖の内部波, 第27回水理講演会論文集, pp.179~184, 1983.
- 8) 村岡浩爾, 平田健正：中禅寺湖の内部波（Ⅱ），第28回水理講演会論文集, pp.327~332, 1984.
- 9) Heaps, N.S. and Ramsbottom, A.E.: Wind effects on the water in a narrow two-layered lake, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*, 259 (1102), pp.391~430, 1966.
- 10) 古本勝弘, 武政剛弘, 一ノ瀬和雄, 藤川佳彦：風による温度成層湖水の内部静振, 第29回水理講演会論文集, pp.389~394, 1985.
- 11) 古本勝弘, 武政剛弘, 薦田広章, 一ノ瀬和雄：風に対する密度成層閉鎖水域の内部静振応答, 第32回海岸工学講演会論文集, pp.722~726, 1985.
- 12) Wu, J.: Wind-induced turbulent entrainment across a stable density interface, *J. Fluid Mech.*, Vol.61, pp.275~287, 1973.
- 13) 金子安雄：2層流境界面抵抗係数の一例, 第13回海岸工学講演会論文集, pp.263~267, 1966.
- 14) Ura, M., Tsubaki, T. and Matsunaga, N.: Characteristics of flow and turbulence near the interfacial waves in upper-layer flow, *J. Hydrosci. and Hydraul. Eng.*, JSCE, Vol.2, No.1, pp.27~45, 1984.
- 15) Hino, M. and Nguen son Hung: Velocity distribution interfacial friction and entrainment in two-layered stratified flows, *J. Hydrosci. and Hydraul. Eng.*, JSCE, Vol.1, No.1, pp.9~36, 1983.
- 16) 中野 晋, 鶴谷広一, 一戸秀久：成層二層流における界面抵抗と連行係数, 第32回海岸工学講演会論文集, pp.717~721, 1985.
- 17) 土木学会：水理公式集, pp.61, 土木学会, 1985.
- 18) Phillips, O.M.: *The Dynamics of Upper Ocean*, 2nd ed., Cambridge Univ. Press, pp.197, 1977.
- 19) Robert, J.: *Internal Gravity Waves in the Ocean*, Marcel Dekker, pp.97, 1975.

(1990.7.2受付)

RESPONSE OF INTERNAL SEICHE TO WIND IN A STRATIFIED LAKE

Katsuhiro FURUMOTO, Takehiro TAKEMASA and Hiroaki KOMODA

The dynamic response of a two-layered stratified lake subject to wind stress is investigated theoretically and experimentally. A model lake of constant depth and width is considered. The motion of the water is assumed to be two-dimensional in the vertical longitudinal section. The fundamental differential equations for the currents in each layer and the elevations of the surface and interface are solved for an instantaneous rise in constant wind stress. The response of the lake of a successively variable wind stress is calculated by shifting in time and superposing of the solutions for constant wind stress. The availability of the theory is examined by comparison of the experiments and field obsevations with its theoretical simulations.