

有限部で接合された異材半平面の剥離端からのクラックや剥離の発生条件

奥村幹也*・長谷部宣男**・中村卓次***

集中心力、偶力、一様引張りを受ける異種材料半平面が有限部で接合された平面が解析され、剥離先端の破壊現象が決定される。剥離端で起こる破壊条件は、クラック発生前の応力分布、クラック発生前の剥離のエネルギー解放率、クラック発生後のクラックのエネルギー解放率を用いて記述される。複数の破壊が起こる可能性がある場合、エネルギー解放率の比と破壊靱性値の比を用いて、剥離先端での破壊が決定されることが示される。

Keywords: bond, interface, crack, debonding, energy release rate

1. 緒 言

材料定数の異なる2つの材料の接合問題は、剥離先端の応力特異性のオーダー^{1),2)}、剥離先端近傍の応力成分の振動や変位のオーバーラップの矛盾を解決するモデルの提案³⁾⁻⁶⁾等、数多くの研究がなされてきている。

著者らは、有理写像関数と複素応力関数とを用いて、接合線に関して対称な形状に対する解法を示し、応力関数解を求めた⁷⁾⁻⁹⁾。すなわち、荷重として、無限遠で面内の集中偶力を受ける場合^{7),8)}、無限遠で接合線に平行な一様引張を受ける場合⁹⁾を解析した。また、異材接合部に存在する剥離を有す楕円孔の応力解析も行った¹⁰⁾。

異材接合問題では、剥離端から起こり得る破壊現象、すなわち、剥離の進展、あるいは、一方の材料へのクラックの屈折の現象を決定することは重要である¹¹⁾。著者らはこの破壊現象の決定に関して、異材接合問題とは別に、Simple Supportの一端や^{12),13)}、回転を受ける円形剛体介在物の界面剥離先端^{14),15)}においてその条件を明らかにした。また、それとは別に、クラック発生前の応力分布と、クラック発生直後の開口モードの応力拡大係数とを用いて、接触部に摩擦を有すパンチ端からのクラック発生条件を、パンチと母材との摩擦係数に対して考察した^{16),17)}。

本論文では半平面の有限部分が接合された異種材料接合問題を考える。集中心力と集中偶力が作用しており、さらにそれぞれの材料に一様応力が作用しない場合、圧縮または引張りで作用する場合の、その接合端すなわち剥

離端の1つから、材料中にクラックが発生または剥離が進展する条件を求める。

2. 解析手法

材料定数の異なる2つの半平面が有限部分で接合されている(図-1)。Y≥0を材料I、Y≤0を材料IIとよぶ。与荷重として、無限遠でY方向の集中心力Pと、材料Iに反時計回り、材料IIに時計回りの大きさM₀の集中偶力が、また、材料I、IIにそれぞれp₁、p₂のX方向一様引張りが無限遠でそれぞれ作用している。

図-2(a)に1つの剥離端から接合線に垂直なクラックが発生しているモデルを示す。ただし、形状は接合線に対称である。材料IをX軸に関して回転すれば材料IIの形状と一致し(図-2(b)参照)、これを写像するには同一の関数を用いることができる。本論文では、次の有理写像関数により、図-2(b)の縁に垂直なクラックを有す半平面を、図-2(c)の単位円の周および内部に写像する^{18),22)}。

$$z_j = \frac{E_0}{1-t_j} + \sum_{k=1}^{24} \frac{E_k}{c_k-t_j} + E_c \equiv \omega(t_j) \dots \dots \dots (1)$$

接合部の境界をM、それ以外の境界をL_j(j=1,2)とよぶ。添字jは材料I、IIを表わす。境界条件としてM上では変位と応力が連続な接合条件、L_j上では外力が与えられる。M上で図-2(a)のZ₁=Z₂(=X)は、図-2(b)のz₁=z₂(=x_j)に対応し、これは式(1)により図-2(c)のt₁=t₂に対応している。図-2(a)、(b)間で値の異なる応力・外力・変位の各成分は次の3つであり、他の成分は図-2(a)、(b)間で一致する。

$$\tau_{XY1} = -\tau_{xy1}, P_{XY1} = -p_{xy1}, V_1 = -v_1 \dots \dots \dots (2)$$

図-2(b)の関数φ₁(t₁)、φ₂(t₂)は次式で表わされる⁷⁾⁻⁹⁾。

* 正会員 工博 東急建設(株)技術本部土木技術部技術開発課(〒150 渋谷区渋谷1-16-14)
 ** 正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科
 *** 正会員 工修 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科

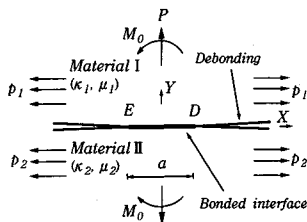


図-1 有限部で接合された異材半平面と荷重条件

$$\begin{aligned} \phi_1(t_1) &= H_1(t_1) + \frac{P_1}{4} \omega(t_1) \\ &- \frac{P_1}{2(1+\mu)} \sum_{k=1}^{24} \left[1 - \frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k)} \right] \frac{E_k}{\zeta_k - t_1} + \frac{P_2}{2(1+\mu)} \\ &\times \sum_{k=1}^{24} \left[1 - \frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k)} \right] \frac{\overline{E_k} \zeta_k'^2}{\zeta_k' - t_1} - \frac{1}{1+\mu} \sum_{k=1}^{24} \left[1 + \frac{\mu \chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k)} \right] \\ &\times \frac{\overline{A_{1k}} B_k}{\zeta_k - t_1} + \frac{1}{1+\mu} \sum_{k=1}^{24} \left[1 - \frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\zeta_k')} \right] \frac{A_{2k} \overline{B_k} \zeta_k'^2}{\zeta_k' - t_1} \\ &\dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_2(t_2) &= H_2(t_2) + \frac{P_2}{4} \omega(t_2) \\ &- \frac{\mu P_2}{2(1+\mu)} \sum_{k=1}^{24} \left[1 - \frac{\chi_2(t_2)}{\chi_2(\zeta_k)} \right] \frac{E_k}{\zeta_k - t_2} + \frac{\mu P_1}{2(1+\mu)} \\ &\times \sum_{k=1}^{24} \left[1 - \frac{\chi_2(t_2)}{\chi_2(\zeta_k)} \right] \frac{\overline{E_k} \zeta_k'^2}{\zeta_k' - t_2} - \frac{\mu}{1+\mu} \sum_{k=1}^{24} \left[1 + \frac{\chi_2(t_2)}{\mu \chi_2(\zeta_k)} \right] \\ &\times \frac{\overline{A_{2k}} B_k}{\zeta_k - t_2} + \frac{\mu}{1+\mu} \sum_{k=1}^{24} \left[1 - \frac{\chi_2(t_2)}{\chi_2(\zeta_k')} \right] \frac{A_{1k} \overline{B_k} \zeta_k'^2}{\zeta_k' - t_2} \\ &\dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

本解析では、材料定数として、次式で与えられる Dundurs 定数 α_D, β_D を用いる¹⁹⁾。

$$\alpha_D = \frac{(\kappa_1 + 1)\Gamma - (\kappa_2 + 1)}{(\kappa_1 + 1)\Gamma + (\kappa_2 + 1)}, \quad \beta_D = \frac{(\kappa_1 - 1)\Gamma - (\kappa_2 - 1)}{(\kappa_1 + 1)\Gamma + (\kappa_2 + 1)} \dots \dots \dots (5)$$

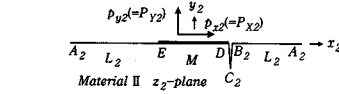
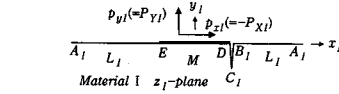
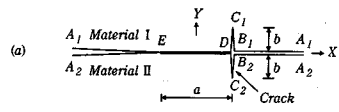
ここで、 $\Gamma = \mu_2/\mu_1$ で μ_j は材料 j のせん断弾性係数、 κ_j は材料 j のポアソン比 ν_j の関数で、一般化された平面応力では $\kappa_j = (3 - \nu_j)/(1 + \nu_j)$ 、平面ひずみでは $\kappa_j = 3 - 4\nu_j$ である。

式 (3), (4) 中の $\chi_j(t_j)$ は、次式で表わされる Plemelj 関数である。

$$\chi_j(t_j) = (t_j - \alpha)^{m_j} (t_j - \beta)^{1-m_j} \dots \dots \dots (6-a)$$

$$m_j = 0.5 + i \frac{\ln \lambda_j}{2\pi} \equiv 0.5 + i \varepsilon_j \dots \dots \dots (6-b)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\kappa_2 \mu_1 + \mu_2}{\kappa_1 \mu_2 + \mu_1} = \frac{1 - \beta_D}{1 + \beta_D} \dots \dots \dots (6-c)$$



- (a) クラック発生直後の形状
- (b) 接合線で切断し、材料 I を X 軸に関して回転して得られる半平面と材料 II に対応する半平面
- (c) 写像面上の単位円

図-2

α, β は剥離先端に対応する写像面上の点である (図-2 (c) 参照)。 $\chi_j(t_j)$ は多価関数であるから、本解析では、 $t_j \rightarrow \infty$ で $\chi_j(t_j)/t_j \rightarrow 1$ の分岐を用いる。また、 μ は

$$\mu = \frac{\mu_2(\kappa_1 + 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1)} = \frac{1 + \alpha_D}{1 - \alpha_D} \dots \dots \dots (7)$$

で表わされる材料定数、 $\zeta_k \equiv 1/\sqrt{\lambda_k}$ 、 $A_{jk} = \phi_j'(\zeta_k')$ 、 $B_k \equiv E_k/\omega'(\zeta_k')$ なる複素定数である。

また、式 (3), (4) 中の $H_j(t_j)$ は荷重項で、

$$H_j(t_j) = H_j^A(t_j) + H_j^B(t_j) + H_j^C(t_j) \dots \dots \dots (8)$$

と P による項 $H_j^A(t_j)$ 、 M_0 による項 $H_j^B(t_j)$ 、 p_1, p_2 による項 $H_j^C(t_j)$ の和で与えられる。 $H_j^A(t_j)$ と $H_j^B(t_j)$ は次式のように一階微分で与えられる^{7), 8)}。

$$H_j^{A'}(t_j) = -\frac{iP(1-\alpha)(1-\beta)\chi_j(t_j)}{2\pi\chi_j(1)(t_j-\alpha)(t_j-\beta)(1-t_j)} \dots \dots (9-a)$$

$$\begin{aligned} H_j^{B'}(t_j) &= \frac{C_j M_0 \chi_j(t_j)}{2\pi\chi_j(1)(t_j-\alpha)(t_j-\beta)(1-t_j)} \\ &\times \left[m_j(\beta-\alpha) - \frac{(1-\beta)(t_j-\alpha)}{1-t_j} \right] \\ &\dots \dots \dots (9-b) \end{aligned}$$

C_j は集中偶力だけが荷重として作用したとき、 M 上の垂直応力 σ_y により生じる原点に関するモーメントが M_0 となるように決定される定数である⁷⁾。また、 $H_j^C(t_j)$ は次式で与えられる⁹⁾。

$$H_j^C(t_j) = -\frac{P_1}{2} \left[\omega(t_j) - \overline{\omega\left(\frac{1}{t_j}\right)} - \sum_{k=1}^{24} \frac{\chi_j(t_j) \overline{E_k} \zeta_k'^2}{\chi_j(\zeta_k') (\zeta_k' - t_j)} \right]$$

表-1 材料定数^{(23)~(25)}

材料	剪断弾性係数 μ_j (GPa)	Poisson比 ν_j
Fe	81.1	0.30
Ni	76.0	0.31
Al	26.1	0.35
Cu	48.3	0.34
Pb	5.59	0.44
Epoxy resin	1.09	0.35
W	219.0	0.22
Al ₂ O ₃	114.0	0.40
Al ₂ O ₃	148.0	0.22
Si ₃ N ₄	120.0	0.27

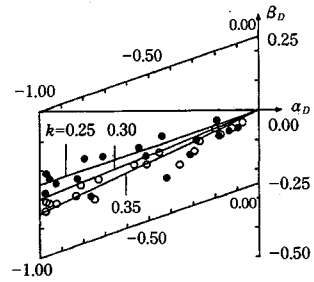


図-3 表-1の材料の組合せによる Dundurs 定数；
一般化された平面応力 (○), 平面ひずみ (●)

$$+A_j \left[\omega(t_j) - \frac{\chi_1(t_j) E_0}{\chi_1(1)(1-t_j)} - \sum_{k=1}^{24} \frac{\chi_j(t_j) E_k}{\chi_j(\zeta_k)(\zeta_k-t_j)} \right] \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 A_j は次式で表わされる定数である。

$$A_1 = -A_2 = \frac{p_2 - \mu p_1}{4(1+\mu)} \dots\dots\dots (11)$$

外力のない境界が存在するので、解析接続により²⁰⁾,

$$\phi_j(t_j) = -\bar{\phi}_j\left(\frac{1}{t_j}\right) - \frac{\bar{\omega}(1/t_j)}{\omega'(t_j)} \phi_j'(t_j) \dots\dots\dots (12)$$

と $\phi_j(t_j)$ が表わされる。

3. 荷重条件と材料定数

図-1の荷重を次の4つの荷重状態A~Dに分解する。特に、一様引張りについては、 $p_1 = p_2 = p$, $p_1 = -p_2 = p$ として求めた解析結果⁹⁾を利用する。

荷重 A : $P \neq 0, M_0 = 0, p_1 = p_2 = 0$ (13-a)

荷重 B : $P = 0, M_0 \neq 0, p_1 = p_2 = 0$ (13-b)

荷重 C : $P = 0, M_0 = 0, p_1 = p_2 = p$ (13-c)

荷重 D : $P = 0, M_0 = 0, p_1 = -p_2 = p$ (13-d)

任意の荷重が作用する場合は、荷重A~Dを重ね合わせて求められる。

式(5)の値は、表-1の材料に対し、図-3に示すように

$$\beta_D = k \alpha_D \quad (k=0.25 \sim 0.35) \dots\dots\dots (14)$$

の関係で代表され^{7)~9)}、本解析でもこの関係を用いる。クラック発生前後の接合線に関する形状、荷重の対称性より(図-1, 2(a)参照)、以下では $\alpha_D \leq 0$ について解析する。

4. クラック発生前の剝離先端の応力表示

クラック発生前の応力関数は、図-1を接合線で切断し、図-2(b)に対応するクラックのない半平面の応力関数として、式(3), (4), (9-a, b), (10)で、 $E_k = 0$ (このとき $B_k = 0$ である), $E_0 = -ia$, $E_c = ia/2$,

式(6-a)で $\alpha = i, \beta = -i$ と置いて得られる。この応力関数のうち、Plemelj関数を含む頃は、

$$\frac{\chi_1(t_j) E_0}{\chi_1(1)(1-t_j)} = \left(z_j - \frac{a}{2}\right)^{m-1} \left(z_j + \frac{a}{2}\right)^{-m} \left(z_j^2 - \frac{a^2}{4}\right) \dots\dots\dots (15)$$

と求まり、 $\Phi_j'(z_j) = \phi_j'(t_j)/\omega'(t_j)$ の関係により、結局、次式で表わされる。

$$\Phi_1'(z_1) = \left[-\frac{p_2 - \mu p_1}{4(1+\mu)} (z_1 + ia\varepsilon_1) - \frac{iP}{2\pi} - \frac{C_1 M_0}{\pi} (i\varepsilon_1 + \frac{z_1}{a}) \right] \times \left(z_1 - \frac{a}{2}\right)^{m_1-1} \left(z_1 + \frac{a}{2}\right)^{-m_1} + \frac{p_1 + p_2}{4(1+\mu)} \dots\dots\dots (16-a)$$

$$\Phi_2'(z_2) = \left[\frac{p_2 - \mu p_1}{4(1+\mu)} (z_2 + ia\varepsilon_2) - \frac{iP}{2\pi} - \frac{C_2 M_0}{\pi} (i\varepsilon_2 + \frac{z_2}{a}) \right] \times \left(z_2 - \frac{a}{2}\right)^{m_2-1} \left(z_2 + \frac{a}{2}\right)^{-m_2} + \frac{\mu(p_1 + p_2)}{4(1+\mu)} \dots\dots\dots (16-b)$$

ただし、クラック発生前の C_j は次式で表わされている。

$$C_j = \frac{2}{am_j(1-m_j)} = \frac{8}{a(1+4\varepsilon_j^2)} \dots\dots\dots (17)$$

よって、クラック発生前の図-1の点D ($x_j = a/2$) 近傍の応力表示式は、 $\theta = \varepsilon_1 \ln(r/a)$ と置いて、 M 上で、

$$\sigma_{\xi\xi}^{PM} = \frac{\cosh(\varepsilon_1 \pi)}{\pi \sqrt{ar}} \{ \xi \cos \theta + \eta \sin \theta \} + O(r^{0.5}) \dots\dots\dots (18-a)$$

$$\tau_{\xi\eta}^{PM} = \frac{\cosh(\varepsilon_1 \pi)}{\pi \sqrt{ar}} \{ \xi \cos \theta - \eta \sin \theta \} + O(r^{0.5}) \dots\dots\dots (18-b)$$

$$\sigma_{\xi 1}^{PM} = \frac{\cosh(\varepsilon_1 \pi) + 2 \sinh(\varepsilon_1 \pi)}{\pi \sqrt{ar}} \{ \xi \cos \theta + \eta \sin \theta \} + \frac{p_1 + p_2}{4(1+\mu)} + O(r^{0.5}) \dots\dots\dots (18-c)$$

$$\sigma_{\xi 2}^{PM} = \frac{\cosh(\varepsilon_1 \pi) - 2 \sinh(\varepsilon_1 \pi)}{\pi \sqrt{ar}} \{ \xi \cos \theta + \eta \sin \theta \} + \frac{\mu(p_1 + p_2)}{4(1+\mu)} + O(r^{0.5}) \dots\dots\dots (18-d)$$

ただし、 ξ, η は荷重と材料定数による項で、次式で表

わされる。

$$\xi = P + \frac{4M_0}{a(1+4\epsilon_1^2)} + \frac{(\rho_2 - \mu\rho_1)\epsilon_1\pi a}{2(1+\mu)} \dots\dots\dots (19-a)$$

$$\eta = \frac{8\epsilon_1 M_0}{a(1+4\epsilon_1^2)} + \frac{(\rho_2 - \mu\rho_1)\pi a}{4(1+\mu)} \dots\dots\dots (19-b)$$

また、点 D 近傍の L_1, L_2 上では σ_{Xj} だけが値をもち、それ以外の応力成分は $\sigma_Y = \tau_{XY}$ である。この σ_{Xj} は、

$$\sigma_{Xj}^{II} = \frac{2}{\pi\sqrt{ar}} \left\{ \xi \sin\theta - \eta \cos\theta \right\} + \frac{\rho_1 + \rho_2}{4} + O(r^{0.5}) \dots\dots\dots (20-a)$$

$$\sigma_{Xj}^{II} = \frac{2}{\pi\sqrt{ar}} \left\{ \left[\xi - \frac{(\rho_2 - \mu\rho_1)\epsilon_1\pi a}{1+\mu} \right] \sin\theta - \left[\eta - \frac{(\rho_2 - \mu\rho_1)\pi a}{2(1+\mu)} \right] \cos\theta \right\} + \frac{\mu(\rho_1 + \rho_2)}{4} + O(r^{0.5}) \dots\dots\dots (20-b)$$

で表わされる。

式 (18-a~d), (20-a, b) は $\cos\theta, \sin\theta$ を係数に含むため、 $r/a \rightarrow 0$ につれて振動しながら発散する。本論文では、振動している範囲の十分に外側の r/a を用いて剝離先端近傍の応力の符号とする。式 (6-b, c) より ϵ_1 は α_D によらず β_D の値だけに依存する。このとき $r/a \rightarrow 0$ で最初に $\sigma_Y = 0$ となる点の r/a を考えると、

$$\ln(r/a) = -\pi / (2\epsilon_1) \dots\dots\dots (21)$$

のときで²¹⁾、式 (14) で $k=0.3$ の場合、 $\beta_D = -0.3$ で $(r/a)_{\max} = 1.37 \times 10^{-6}$ となる。したがって、この r/a よりも十分に外側の値として $r/a = 5 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-3}$ を考え、これを用いて解析する。

5. 剝離先端からクラック発生または剝離進展の条件

剝離先端からクラックが発生する条件を求める。材料中にクラックが発生した直後の、短いクラックが存在する場合を考え (図-2 (a) 参照)、このクラック進展のエネルギー解放率を、材料中へのクラック発生エネルギー解放率とみなす。このときクラック発生の条件は、

$$\text{発生前;} \sigma_{Xj} > 0 \text{ かつ } \sigma_{Xj} \rightarrow \infty \dots\dots\dots (22-a)$$

$$\text{発生直後;} K^{(j)} > 0 \text{ かつ } G_{\text{crack}}^{(j)} > (G_{\text{crack}}^{(j)})_{CR} \dots\dots\dots (22-b)$$

が同時に成立することである。ただし、 $K^{(j)}, K^{(j)}$ は材料 j の応力拡大係数、 $G_{\text{crack}}^{(j)}$ は材料 j 中でクラックの進展に伴うエネルギー解放率である。また、 $(G_{\text{crack}}^{(j)})_{CR}$ はエネルギー解放率で表わした材料 j の破壊靱性値である。 $G_{\text{crack}}^{(j)}$ は $K^{(j)}, K^{(j)}$ を用いて次式で表わされる。

$$G_{\text{crack}}^{(j)} = \frac{\kappa_j + 1}{8\mu_j} (K^{(j)2} + K^{(j)2}) \dots\dots\dots (23)$$

次に、剝離が進展する条件を求める。これは、クラック発生前 (図-1) で次式を満足することである。

$$\sigma_Y > 0 \text{ かつ } G_{\text{deb}} > (G_{\text{deb}})_{CR} \dots\dots\dots (24)$$

G_{deb} は剝離の進展に伴うエネルギー解放率、 $(G_{\text{deb}})_{CR}$ は、エネルギー解放率で表わした接合強度に関する破壊靱性値である。

式 (22-a, b), (24) より、剝離先端からクラックが発生するかしないか、剝離が進展するかしないかが決定される。

剝離先端から、1つあるいは複数の破壊現象が起こる可能性のある場合、次のようにそのとき起こる破壊現象が分類整理され、決定される。

- ① 式 (24) だけを満足し、式 (22-a, b) を2つの材料とも満足しない場合には、剝離が進展する。
- ② 式 (22-a, b) を一方の材料 j だけが満足し、式 (24) を満足しない場合には、式 (22-a, b) を満足する材料 j にクラックが発生する。
- ③ 式 (22-a, b) を一方の材料 j だけが満足し、かつ、式 (24) も満足する場合、材料 j にクラック発生の可能性と剝離進展の可能性がある。この場合、次式で定義される G_{deb} と $G_{\text{crack}}^{(j)}$ の比 $C^{(j)}$ と、エネルギー解放率で表わされたそれぞれの破壊靱性値の比 $C_0^{(j)}$ を比較して、そのとき起こる破壊現象を、次のように決定できる。

$$C^{(j)} = \frac{G_{\text{deb}}}{G_{\text{crack}}^{(j)}} \dots\dots\dots (25-a)$$

$$C_0^{(j)} = \frac{(G_{\text{deb}})_{CR}}{(G_{\text{crack}}^{(j)})_{CR}} \dots\dots\dots (25-b)$$

- ④ ① $C^{(j)} > C_0^{(j)}$ の場合、剝離が進展する。
- ② $C^{(j)} < C_0^{(j)}$ の場合、材料 j にクラックが発生する。
- ③ 式 (22-a, b) を2つの材料とも満足し、式 (24) は満足しない場合、式 (25-a, b) を用いて、材料 I, II で G_{deb} は共通であるから、次式で定義される材料 I, II の $G_{\text{crack}}^{(j)}$ の比 C_{crack} と、エネルギー解放率で表わしたそれぞれの破壊靱性値の比 C_0^{crack} を用い、

$$C_{\text{crack}} = \frac{G_{\text{crack}}^{(1)}}{G_{\text{crack}}^{(2)}} = \frac{C^{(2)}}{C^{(1)}} \dots\dots\dots (26-a)$$

$$C_0^{\text{crack}} = \frac{(G_{\text{crack}}^{(1)})_{CR}}{(G_{\text{crack}}^{(2)})_{CR}} = \frac{C_0^{(2)}}{C_0^{(1)}} \dots\dots\dots (26-b)$$

これらの値を比較して、そのとき起こる破壊現象を、次のように決定できる。

- ④ $C_{\text{crack}} > C_0^{\text{crack}}$ の場合、材料 I にクラックが発生する。
- ⑤ $C_{\text{crack}} < C_0^{\text{crack}}$ の場合、材料 II にクラックが発生する。
- ⑥ 式 (22-a, b) を両方の材料が満足し、式 (24) も満足する場合には、式 (25-a, b) を用いて、

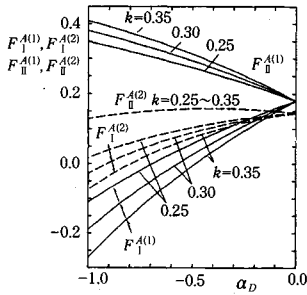


図-4 無次元化した応力拡大係数 (荷重 A)

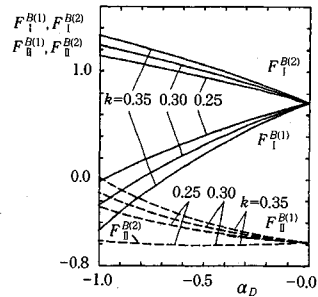


図-5 無次元化した応力拡大係数 (荷重 B)

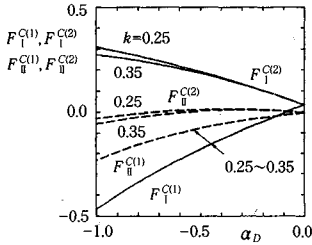


図-6 無次元化した応力拡大係数 (荷重 C)

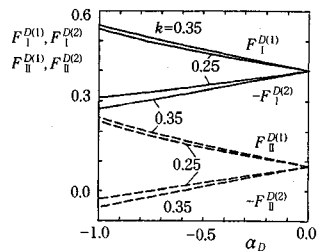


図-7 無次元化した応力拡大係数 (荷重 D)

- Ⓐ $C^{(1)} > C_0^{(1)}$ かつ $C^{(2)} > C_0^{(2)}$ の場合、材料 I, II とも剥離進展の条件を満足するから、剥離が進展する。
- Ⓑ $C^{(1)} > C_0^{(1)}$ かつ $C^{(2)} < C_0^{(2)}$ の場合、材料 I は剥離進展、材料 II はクラック発生の条件を満足する。ところで、 G_{deb} は材料 I, II の区別なく共通であるから、結局、材料 II にクラックが発生する。
- Ⓒ $C^{(1)} < C_0^{(1)}$ かつ $C^{(2)} > C_0^{(2)}$ の場合、Ⓑと同様に、材料 I にクラックが発生する。
- Ⓓ $C^{(1)} < C_0^{(1)}$ かつ $C^{(2)} < C_0^{(2)}$ の場合、材料 I, II ともクラック発生の条件を満足する。このとき、Ⓓと同様に、式(26-a, b)により、どちらの材料にクラックが発生するのかが決定できる。

以上により、剥離先端から複数の破壊現象の起こる可能性がある場合には、どの破壊現象が起こるのかが特定できる。以下では、図-1の2つの剥離先端のうちの一方の点 D での破壊現象を考察する。

6. 点 D からのクラック発生または剥離進展の条件

図-1の点 D からのクラック発生条件を考える。本論文では応力拡大係数として、次式で定義される無次元化した値を用いる。肩符 A~D は式(13)に示す各荷重状態を表わす。

$$F_I^{A(g)} + iF_{II}^{A(g)} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi}P} (K_I^{A(g)} + iK_{II}^{A(g)}) \dots\dots\dots (27-a)$$

$$F_I^{B(g)} + iF_{II}^{B(g)} = \frac{a\sqrt{a}}{M_0\sqrt{\pi}} (K_I^{B(g)} + iK_{II}^{B(g)}) \dots\dots\dots (27-b)$$

$$F_I^{C(g)} + iF_{II}^{C(g)} = \frac{2}{(p_1 + p_2)\sqrt{\pi}a} (K_I^{C(g)} + iK_{II}^{C(g)}) \dots\dots\dots (27-c)$$

$$F_I^{D(g)} + iF_{II}^{D(g)} = \frac{2}{(p_1 - p_2)\sqrt{\pi}a} (K_I^{D(g)} + iK_{II}^{D(g)}) \dots\dots\dots (27-d)$$

これらの無次元化した値により、 P, M_0, p_1, p_2 が荷重として作用する場合には、 $K_I^{(g)}, K_{II}^{(g)}$ は次式で表わされる。

$$K_I^{(g)} = \frac{\sqrt{\pi}P}{\sqrt{a}} F_I^{A(g)} + \frac{\sqrt{\pi}M_0}{a\sqrt{a}} F_I^{B(g)} + \frac{\sqrt{\pi}a}{2} \{ (p_1 + p_2) F_I^{C(g)} + (p_1 - p_2) F_I^{D(g)} \} \dots\dots\dots (28-a)$$

$$K_{II}^{(g)} = \frac{\sqrt{\pi}P}{\sqrt{a}} F_{II}^{A(g)} + \frac{\sqrt{\pi}M_0}{a\sqrt{a}} F_{II}^{B(g)} + \frac{\sqrt{\pi}a}{2} \{ (p_1 + p_2) F_{II}^{C(g)} + (p_1 - p_2) F_{II}^{D(g)} \} \dots\dots\dots (28-b)$$

図-4~7に各荷重状態の応力拡大係数を示す。式(23), (27-a, b, c, d), (28-a, b)により $G_{crack}^{(g)}$ が計算され、式(22-a, b)からクラック発生条件が求まる。次に点 D からの剥離進展条件を求める。剥離進展のエネルギー解放率は解析的に求められる。式(16-a)を、 $x_1 = a/2 - r$ で展開すると、

$$\Phi_1'(x_1) = \left[\frac{2M_0(1-2i\epsilon_1)}{a(1+4\epsilon_1^2)\pi} + \frac{P}{2\pi} - \frac{ia(p_2-\mu p_1)(1+2i\epsilon_1)}{8(1+\mu)} \right] \times e^{i\pi} a^{-0.5-i\epsilon_1} r^{-0.5+i\epsilon_1} + O(r^0) \dots\dots\dots (29)$$

となり、エネルギー解放率 G_{deb} は次式で表わされる。

$$G_{deb} = \frac{1}{16} \left(\frac{\kappa_1+1}{\mu_1} + \frac{\kappa_2+1}{\mu_2} \right) (A_1^2 + A_1^2) \dots\dots\dots (30)$$

$$A_1 = 2\sqrt{2\pi} \left[\frac{2M_0}{a\sqrt{a}(1+4\epsilon_1^2)\pi} + \frac{P}{2\pi\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}(p_2-\mu p_1)\epsilon_1}{4(1+\mu)} \right] \dots\dots\dots (31-a)$$

$$A_1 = 2\sqrt{2\pi} \left[\frac{4\epsilon_1 M_0}{a\sqrt{a}(1+4\epsilon_1^2)\pi} + \frac{\sqrt{a}(p_2-\mu p_1)}{8(1+\mu)} \right] \dots\dots\dots (31-b)$$

剝離の進展条件は、式 (30), (31-a, b) により、式 (24) で表わされる。

7. クラック発生直後の形状の妥当性

本論文では、クラック発生直後の形状として、図-2 (a) に示す材料 I, II に等長のクラックが発生した形状を用いている。解析形状の妥当性の検証のために、剝離端で異材接合の特異性が消失し、形状による特異性だけを有す均質材 ($\alpha_D = \beta_D = 0$) を考え、クラック発生前後で $\sigma_{x1} (= \sigma_{x2}) = 0$ を与える荷重が一致することを示す。

クラック発生前の応力表示は、式 (18-a~d), (20-a, b) で $\mu=1, \epsilon_1=0$, 式 (19-a) で $\xi=0$ として与えられ、式 (18-c, d), (20-a, b) の特異項の係数および定数項がそれぞれゼロとなる条件より、そのときの荷重は次式で与えられる。

$$\frac{M_0}{aP} = -0.250 \text{ かつ } p_1 = p_2 = 0 \dots\dots\dots (32)$$

クラック発生直後を考える。本解析では、クラック長として $b/a=0.001$ を用い、図-2 (a) のクラック先端の開口モードの応力拡大係数 K_I は、 $p_1 = p_2 = 0$ のとき、式 (28-a) より、

$$K_I = 0.179P\sqrt{\frac{\pi}{a}} + 0.715\frac{M_0}{a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \dots\dots\dots (33)$$

で (図-4, 5 参照), $K_I = 0$ を与える荷重は次式で表わされる。

$$\frac{M_0}{aP} = -\frac{0.179}{0.715} = -0.250 \text{ かつ } p_1 = p_2 = 0 \dots\dots\dots (34)$$

よって、式 (32), (34) より図-1のクラック発生前の $\sigma_{x1} = 0$ を与える荷重と、図-2 (a) のクラック発生直後 ($b/a=0.001$) の $K_I = 0$ を与える荷重は一致する。

すなわち、クラック発生直後の形状として、一方の材料にクラックが発生した形状のかわりに、両方の材料に長さ $b/a=0.001$ の等長のクラックが発生した形状を用いる妥当性が示された。

8. 解の有効範囲

本論文では、剝離部分 (A, D, EA, E) で材料 I, II が接触しないと仮定した解を用いている。この条件は、 L_1, L_2 上で相対変位を考え、次式で表わされる。

$$\delta V = V_1 - V_2 > 0 \dots\dots\dots (35)$$

荷重項は、式 (9-a, b) より P, M_0 に対して一階微分として求められるため、変位は計算できない。一方、式 (10) より p_1, p_2 に対しては変位が計算できるので、ここでは p_1, p_2 だけが作用し、 P, M_0 が作用しない場合を考える。

図-2 (b) に対応するクラック発生前の半平面の L_1 では、境界上の t_j を σ とおいて変位成分は次式で与えられる。

$$u_1 + iv_1 = \frac{\kappa_1+1}{2\mu_1} \phi_1^+(\sigma) = \frac{\kappa_1+1}{2\mu_1} \left\{ \frac{p_2-\mu p_1}{4(1+\mu)} \left[\frac{E_0}{1-\sigma} + E_c - \frac{\chi_1(\sigma)E_0}{\chi_1(1)(1-\sigma)} \right] + \frac{p_1}{4} \left[\frac{E_0}{1-\sigma} + E_c \right] \right\} + O(r^1) \dots\dots\dots (36)$$

式 (2) よりクラック発生前 (図-1) での Y 方向変位 V_1 は、

$$V_1 = -v_1 = \frac{(\kappa_1+1)(p_2-\mu p_1)}{8\mu_1(1+\mu)} \left(x_1 - \frac{a}{2} \right)^{-0.5} \left(x_1 + \frac{a}{2} \right)^{-0.5} \times \left(x_1^2 - \frac{a^2}{4} \right) \sin \left(\epsilon_1 \ln \left| \frac{a-2x_1}{a+2x_1} \right| \right) + O(r^1) \dots\dots\dots (37)$$

同様にして $V_2 (= v_2)$ が求まり、結局、図-1の L_1, L_2 上で相対変位は、

$$\delta V = \frac{p_2-\mu p_1}{8(1+\mu)} \left(\frac{\kappa_1+1}{\mu_1} + \frac{\kappa_2+1}{\mu_2} \right) \left(X - \frac{a}{2} \right)^{-0.5} \left(X + \frac{a}{2} \right)^{-0.5} \times \left(X^2 - \frac{a^2}{4} \right) \sin \left(\epsilon_1 \ln \left| \frac{a-2X}{a+2X} \right| \right) + O(r^1) \dots\dots\dots (38)$$

となる。本論文では、式 (21) のように、応力成分の振動領域を、変位がオーバーラップする領域に一致すると近似的に考える²¹⁾。振動領域の外側に着目すると、

$$-\frac{\pi}{2} < \epsilon_1 \ln \left| \frac{a-2X}{a+2X} \right| < 0 \dots\dots\dots (39)$$

であるから、このとき、

$$\sin \left(\epsilon_1 \ln \left| \frac{a-2X}{a+2X} \right| \right) < 0 \dots\dots\dots (40)$$

となり式 (35) の条件は、結局、次式となる。

$$p_2 - \mu p_1 < 0 \dots\dots\dots (41)$$

一方、 P と M_0 が作用した場合には変位は求まらないので、応力から解の有効範囲を求めなければならない。この条件は、点 D および点 E で、

$$\sigma_Y > 0 \dots\dots\dots (42)$$

で表わされる。式 (42) の条件が、式 (35) の条件から導かれた結果である式 (34) と一致することを以下に示す。式 (18-a) を用いて $P = M_0 = 0$ の場合、点 D および点 E では、

$$\sigma_Y^D = \sigma_Y^E = \frac{(p_2 - \mu p_1) \cosh(\varepsilon_1 \pi) \sqrt{a}}{4(1 + \mu) \sqrt{r}} \times [2\varepsilon_1 \cos \theta + \sin \theta] + O(r^0) \dots\dots\dots (43)$$

と σ_Y は表わされる。解析で用いる $r/a = 5 \times 10^{-4}$ 、 1×10^{-3} 、 $\alpha_D \leq 0$ 、 $\beta_D \leq 0$ の範囲では、

$$2\varepsilon_1 \cos \theta + \sin \theta < 0 \dots\dots\dots (44)$$

であるから、 $\sigma_Y > 0$ の条件は式 (41) に一致する。また、 $\beta_D > 0$ の場合も、以上の考察で、 ε_1 と ε_2 を置き換えて、式 (35) と式 (42) の条件が一致することが同様にして示される。すなわち、 $\delta V > 0$ と変位で与えられる解の有効範囲の条件と、剥離端である点 D、E で $\sigma_Y > 0$ と応力で与えられる条件は一致する。よって、以下では式 (42) を解析の範囲とする。

9. 剥離端 D での破壊現象の特定

クラック・剥離の両者がともに発生条件を満足する場合には式 (25-a, b) により、また、2つの材料がクラック発生条件を満足する場合には式 (26-a, b) により、どちらの破壊現象が起こるかが決定される。以下では、複数の破壊現象が起こる可能性がある場合について考察する。

式 (25-a) の $C^{(1)}$ 、 $C^{(2)}$ は式 (23)、(41) を用いて、

$$C^{(1)} = \frac{(1 + \mu)(A_1^2 + A_1^2)}{2\mu\pi(K_1^{(1)2} + K_1^{(2)2})} \dots\dots\dots (45-a)$$

$$C^{(2)} = \frac{(1 + \mu)(A_1^2 + A_1^2)}{2\pi(K_1^{(2)2} + K_1^{(2)2})} \dots\dots\dots (45-b)$$

である。ただし、 A_I 、 A_{II} は式 (31-a, b)、 $K_1^{(1)}$ 、 $K_1^{(2)}$ は式 (28-a, b) で表わされる。

$\alpha_D = \beta_D = 0$ の場合は、同一材料を接着し、接着層の力学的な層厚を無視したモデル、または、均質材中のクラックのモデルと考えられる。

接着層の力学的な層厚を無視したモデルの場合には、 $(G_{crack}^{(1)})_{CR} = (G_{crack}^{(2)})_{CR} \neq (G_{deb})_{CR}$ であるから、 $C_0^{(1)} = C_0^{(2)} (\neq 1)$ となる。ここではこの値を C_0 と置く。 C_0 は材料

に依存する定数値をとり、 $C^{(j)}$ を示す図中では横軸に平行な直線となる。剥離端での破壊現象は、開口モードの応力拡大係数の符号により次のように分類される。

- ① $K_1^{(1)} > 0$ 、 $K_1^{(2)} < 0$ の場合、
 - Ⓐ $C^{(1)} > C_0$ のとき、材料 I にクラックが発生。
 - Ⓑ $C^{(1)} < C_0$ のとき、剥離が進展。
- ② $K_1^{(1)} > 0$ 、 $K_1^{(2)} < 0$ の場合、
 - Ⓐ $C^{(2)} > C_0$ のとき、材料 II にクラックが発生。
 - Ⓑ $C^{(2)} < C_0$ のとき、剥離が進展。
- ③ $K_1^{(1)} > 0$ 、 $K_1^{(2)} > 0$ の場合、式 (26) よりクラックが発生するとしたら、どちらの材料にクラックが発生するかが決定される。そのクラックが発生する可能性のある材料 j に対して、
 - Ⓐ $C^{(j)} < C_0$ のとき、材料 j にクラックが発生。
 - Ⓑ $C^{(j)} > C_0$ のとき、剥離が進展。

により破壊現象が決定される。

均質材中のクラックのモデルの場合、剥離の進展も実は、接合線に沿う方向へのクラック進展である。すなわち、点 D からクラックが直線状に進展するか、直角に屈折するかの解析をすることになる。このとき、 $(G_{crack}^{(a)})_{CR} = (G_{crack}^{(a)})_{CR} = (G_{deb})_{CR}$ であり、式 (25-a) より、 $C_0^{(1)} = C_0^{(2)} = 1$ となる。よって、上述の接着層の厚さを無視したモデルの破壊現象の分類で $C_0 = 1$ として考えれば良い。

本論文では、 P を基準に無次元化した

$$q_1 = \alpha p_1 / P, \quad q_2 = \alpha p_2 / P \dots\dots\dots (46-a, b)$$

と表わされる一様引張りを用いる。このとき、 $C^{(j)}$ を任意の荷重状態で示すことは煩雑であるため、 $M_0 / (\alpha P)$ を基準に、 q_1 、 q_2 が付加された影響を考察する。すなわち、 q_1 、 q_2 が引張、無応力、圧縮の3つの場合を代表するものとして、1, 0, -1 をそれぞれ選び、これらが $C^{(j)}$ に与える影響を考察する。

$\alpha_D = \beta_D = 0$ の場合の $C^{(j)}$ を考える。式 (18-b) より、 $\varepsilon_1 = 0$ でも τ_{XY} は p_1 、 p_2 により特異応力を生じ、エネルギー解放率には、式 (42-b) のように p_1 、 p_2 は寄与する。したがって、以下では q_1 、 q_2 の影響も含めて考察する。 $q_1 = q_2$ の場合を図-8 に、 $q_1 \neq q_2$ の場合を図-9 に示す。 $q_1 = q_2$ の場合、形状、材料定数および荷重の対称性より $C^{(1)} = C^{(2)}$ である。図中では、解の有効範囲から決定される荷重の範囲のみを示す。 $\alpha_D = \beta_D = 0$ のときには q_1 、 q_2 の値にかかわらず、 $-0.25 \leq M_0 / (\alpha P) \leq 0.25$ が解の有効範囲を満足する荷重の範囲である。

この材料定数で、特に $q_1 = q_2 = 0$ の場合は、 P 、 M_0 だけが作用した問題であり、これは文献¹²⁾で考察した Simple Support 端におけるクラックの発生と分離の進行に関する結果と一致する。図-8 より、 $C^{(1)} > C_0$ のとき、すなわち C_0 が $C^{(1)}$ の下側にある場合には剥離が進

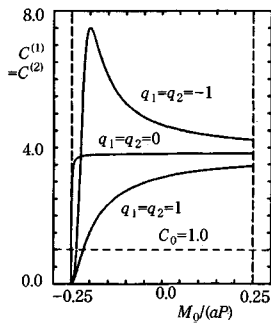


図-8 クラックと剝離の発生条件
($\alpha_D = \beta_D = 0, q_1 = q_2$)

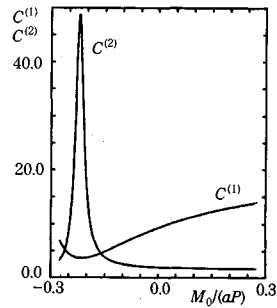


図-11 クラックと剝離の発生条件
($\alpha_D = -0.5, \beta_D = -0.15, q_1 = 1, q_2 = 0$)

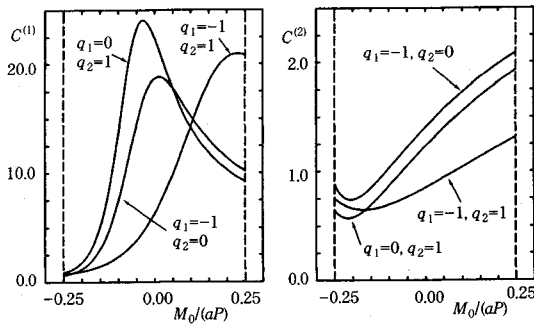


図-9 クラックと剝離の発生条件 ($\alpha_D = \beta_D = 0, q_1 \neq q_2$)

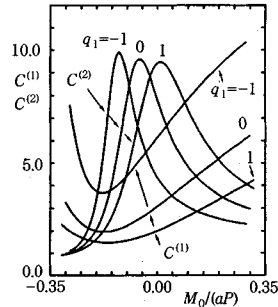


図-12 クラックと剝離の発生条件
($\alpha_D = -0.5, \beta_D = -0.15, q_2 = -1$)

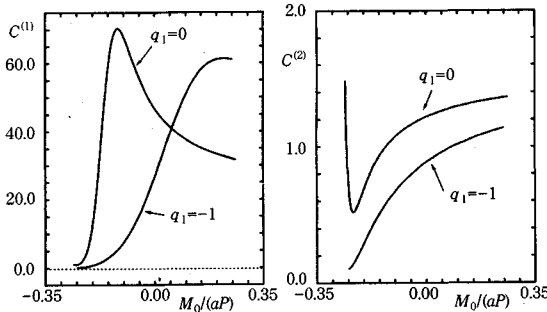


図-10 クラックと剝離の発生条件
($\alpha_D = -0.5, \beta_D = -0.15, q_2 = 0$)

展し、逆に、 C_0 が $C^{(1)}$ の上側にある場合にはクラックが発生する。特に、均質材のモデルの場合には、 $C_0=1$ であるから、 $M_0/(aP) = -0.25$ 付近以外では、 q_1, q_2 の値によらず、クラックは直線状に進展する。図-9より、材料 I には屈折クラックが発生する可能性より、直線状にクラックが進展する可能性のほうが大きく、材料 II は荷重により、直線状および屈折クラック進展の可能性がある。

次に $\alpha_D = -0.5, \beta_D = -0.15$ の場合を考える。この場合には一般に $C_0^{(1)}$ と $C_0^{(2)}$ とは等しくはない。複数の破壊が起こる可能性があるときには、剝離先端での破壊を応力拡大係数の符号により以下のように分類する。

① $K^{(1)} > 0, K^{(2)} > 0$ の場合、

① $C^{(1)} > C_0^{(1)}, C^{(2)} > C_0^{(2)}$ の場合、材料 I, II とも剝離の進展条件を満足するから、剝離が進展する。

② $C^{(1)} > C_0^{(1)}, C^{(2)} < C_0^{(2)}$ の場合、材料 I は剝離進展、材料 II はクラック発生条件を満足する。ところで、剝離進展は材料 I, II に共通な現象であるから、結局、材料 I にクラックが発生する。

③ $C^{(1)} < C_0^{(1)}, C^{(2)} > C_0^{(2)}$ の場合、材料 I はクラック発生、材料 II は剝離進展であるが、②と同様に考え、結局、材料 I にクラックが発生する。

④ $C^{(1)} < C_0^{(1)}, C^{(2)} < C_0^{(2)}$ の場合、材料 I, II ともクラック発生条件を満足する。どちらの材料にクラックが発生するかは、式(26-a, b)により決定される。

② $K^{(1)} > 0, K^{(2)} < 0$ の場合、

材料 I についてのみを考察すればよく、式(25-a, b)より

① $C^{(1)} > C_0^{(1)}$ の場合、剝離が進展する。
② $C^{(1)} < C_0^{(1)}$ の場合、材料 I にクラックが発生する。

③ $K^{(1)} < 0, K^{(2)} > 0$ の場合、②と同様に、

① $C^{(2)} > C_0^{(2)}$ の場合、剝離が進展する。
② $C^{(2)} < C_0^{(2)}$ の場合、材料 II にクラックが発生する。

以上により、異種材料の剝離端における破壊現象が特定できる。

$\alpha_D = -0.5, \beta_D = -0.15$ の $C^{(1)}$ のグラフを、 $q_2 = 0$ の場合を図-10, 11 に、 $q_2 = -1$ の場合を図-12 に、 $q_2 =$

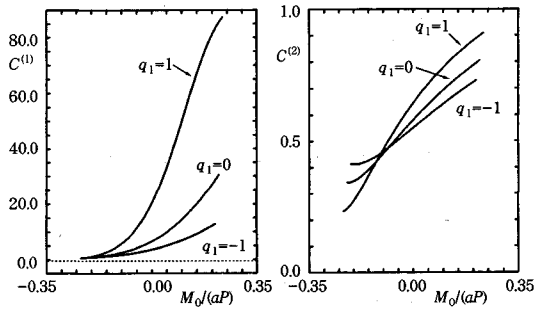


図-13 クラックと剝離の発生条件
($\alpha_D = -0.5, \beta_D = -0.15, q_2 = 1$)

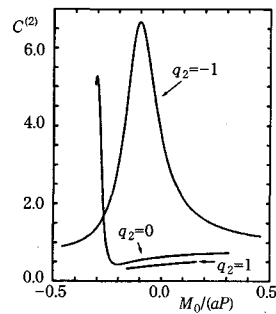


図-14 クラックと剝離の発生条件
($\alpha_D = -1.0, \beta_D = -0.3$)

1 の場合を図-13 にそれぞれ示す。特に、 $q_2=0$ で $q_1=1$ のとき $C^{(2)}$ の値が大きくなるため、 $q_2=0$ を 2 つに分けて示した。 $q_2=0$ の場合、 q_1 の値により $C^{(1)}, C^{(2)}$ の値は大きく異なり、剝離やクラックの発生には材料 I に作用する一様応力の影響が大きい。 $q_2=-1, 0$ の場合、 q_1 の値の影響は $C^{(2)}$ にはそれほどなく、 $C^{(1)}$ は q_1 により大きさが変わる。特に、 $q_2=0$ の $C^{(2)}$ は q_1 にほとんど影響されない。

$\alpha_D = -1$ の場合 $\mu_1 \rightarrow \infty$ と考えれば、式 (23) より $G_{\text{crack}}^{(1)} = 0$ であり、材料 I にはクラックは発生しない。したがって、材料 II だけを考えればよい。式 (7) より $\mu = 0$ で、このとき、 $\Phi_2'(z_2)$ は p_1 を含まないから、 $C^{(2)}$ の値は q_1 によらず q_2 による影響だけを調べればよい。これを図-14 に示す。 $q_2=1$ の場合には、 $C^{(2)}$ は q_2 にほとんど影響されず、ほぼ一定値となっている。

10. 結 語

異種材料の 1 つの剝離端における破壊現象を決定することは、接合構造の強度解析や設計に際し、重要な指標となる。本論文では、有理写像関数と複素応力関数を用いた解析結果を利用して、剝離の進展とクラックの発生という 2 つの破壊のうち、どの破壊が起こるかを決定する手法を述べた。すなわち、第 1 段階として、クラック発生前の応力分布 σ_y, σ_{xj} 、剝離進展のエネルギー解放率 G_{deb} 、クラック発生直後の応力拡大係数 K_I, K_{II} から算出されるクラック発生時のエネルギー解放率 $G_{\text{crack}}^{(j)}$ を用いて、個々の破壊現象が起こるかどうかを調べる。クラックと剝離、あるいは、2 つの材料にクラックが発生する可能性がある場合には、第 2 段階として、それぞれの破壊現象のエネルギー解放率の比と、それらの破壊靱性値の比とを比較して、どの破壊が起こるかを決定できることを示した。本手法は、他の形状や荷重条件の場合にも適用でき、異種材料剝離端からの破壊現象を決定する普遍的な方法である。

この手法により、従来、定性的にのみ議論されていた異材半平面の接合端の破壊現象を、集中力、集中偶力、

一様引張り力を荷重として、いくつか Dundurs 数について解析し、考察した。

参 考 文 献

- 1) Bogy, D.B. : Edge-Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges under Normal and Shear Loading, Jour. of Appl. Mech., Vol.35, pp.460~466, 1968.
- 2) Bogy, D.B. : Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction, Jour. of Appl. Mech., Vol.38, pp.377~386, 1971.
- 3) Comniou, M. : The Interface Crack, Jour. of Appl. Mech., Vol.45, pp.287~290, 1977.
- 4) Atkinson, C. : On Stress Singularities and Interfaces in Linear Elastic Fracture Mechanics, Inter. Jour. of Fracture, Vol.13, pp.807~821, 1977.
- 5) Mak, A.F., et al. : A No-Slip Interface Crack, Jour. of Appl. Mech., Vol.47, pp.347~350, 1977.
- 6) Achenback, J.D., et al. : Loss of Adhesion at the Tip of an Interface Crack, Jour. of Elasticity, Vol.9, pp.397~424, 1979.
- 7) 長谷部宣男・奥村幹也・中村卓次：集中偶力を受ける異種材料接合部の応力解析，豊田研究報告，42 巻，pp. 41~50, 1989.
- 8) 長谷部宣男・奥村幹也・中村卓次：集中偶力を受ける異材半無限板接合端発生したクラック及び剝離，材料，39 巻，pp. 1405~1410, 1990.
- 9) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : Partially Bonded Bi-material Plane under Tension, Jour. of Eng. Mech., ASCE, Vol.116, pp.2017~2054.
- 10) 奥村幹也・長谷部宣男・中村卓次：接合線に平行な一様引張りを受ける異材接合部の楕円孔の応力解析，機械学会第 67 期講演会講演論文集 Vol. A, pp. 66~68, 1990.
- 11) Cook, T.S. and Erdogan, F. : Stress in Bonded Materials with a Crack Perpendicular to the Interface, Inter. Jour. of Engineering Science, Vol.10, pp.677~697, 1972.
- 12) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : Mixed Boundary Value Problem of Simple Support Type in Plane Elasticity, Acta Mechanica, Vol.73, pp.199~212, 1988.
- 13) Okumura, M., Hasebe, N. and Nakamura, T. : A Crack and a Debonding at an End of a Simple Support in Plane Elasticity, Acta Mechanica, Vol.74, pp.139~153, 1988.

- 14) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : Stress Analysis of a Debonding and a Crack around a Circular Rigid Inclusion, *Int. Jour. of Fracture*, Vol.33, pp.169~183, 1987.
- 15) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : A Debonding and a Crack on a Circular Rigid Inclusion subjected to Rotation, *Int. Jour. of Fracture*, Vol.33, pp.195~208, 1987.
- 16) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : Frictional Punch and Crack in Plane Elasticity, *Jour. of Eng. Mech., ASCE*, Vol.115, pp.1137~1149, 1989.
- 17) Okumura, M., Hasebe, N. and Nakamura, T. : Crack Due to Wedge-Shaped Punch with Friction, *Jour. of Eng. Mech., ASCE*, Vol.116, pp.2173~2185, 1990.
- 18) Hasebe, N. : Uniform Tension of a Semi-Infinite Plate with a Crack at an End of Stiffened Edge, *Ingenieur-Archiv*, Vol.48, pp.129~141, 1979.
- 19) Dundurs, J. : Discussion of 1), *Jour. of Appl. Mech.*, Vol.36, pp.650~652, 1969.
- 20) Muskhelishvili, N.I. : Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, 4th ed., Noordhoff, 1963.
- 21) England, A.H. : A Crack between Dissimilar Media, *Jour. of Appl. Mech.*, Vol.32, pp.400~402, 1965.
- 22) Hasebe, N. and Inohara, T. : Stress Analysis of a Semi-Infinite Plate with an Oblique Edge Crack, *Ingenieur-Archiv*, Vol.49, pp.51~62, 1980.
- 23) 土木学会編 : 土木工学ハンドブック, 第4版, 1989.
- 24) 前川一郎・小林 朗・柴田博司 : アルミナセラミックスの曲げ疲労, *材料*, 37巻, 415号, pp.441~446, 1988.
- 25) 鈴木賢治・田中啓介 : 焼結アルミナの X 線の弾性定数に及ぼす純度の影響, *材料*, 37巻, 417号, pp.586~591, 1988.

(1990.5.10・受付)

CONDITIONS OF A CRACK INITIATION OR A DEBONDING EXTENSION AT A DEBONDED TIP OF THE PARTIALLY BONDED BIMATERIAL HALF PLANES

Mikiya OKUMURA, Norio HASEBE and Takuji NAKAMURA

Fracture phenomena at a debonded tip of partially bonded bimaterial half planes which are subjected to concentrated normal forces, couples and uniform traction are considered. Crack's initiating conditions are described by stress distribution before the initiation and energy release rate of the crack immediately after the initiation. Debonding's extending conditions are described by stress distribution and energy release rate of the debonding before the initiation. When both the crack and the debonding have chances to occur, or when both two material cracks have chances to initiate, the fracture phenomena is decided by comparing the ratio of energy release rate and the ratio of fracture toughness.