

鋼斜張橋のケーブル配置および部材断面の最適設計法

大久保禎二*・谷脇一弘**

本研究は、近似の概念と双対法を用いて、道路橋示方書の応力度の制約条件のもとで、鋼斜張橋の各部材要素の断面寸法のみならず、各ケーブルの主桁および塔への定着位置をも最適に決定する方法を提案したものである。実橋規模の鋼斜張橋モデルの最適設計例を示し、本論文の最適設計法の有効性を示すとともに、ケーブルの塔および主桁への定着位置を設計変数として考慮することの重要性を明らかにしている。

Keywords: steel cable-stayed bridge, optimization, cable anchor positions, pylon heights, sectional dimensions, dead and traffic loads, dual method

1. まえがき

斜張橋は経済性と美観上の見地から支間長 500 m 以上の長大橋梁から歩道橋のような小規模の橋梁まで広範囲に利用される構造形式であるが、その力学的挙動はスパン割、塔の高さ、ケーブルの主桁および塔への定着位置、ケーブル・主桁・塔の剛性、ケーブルのプレストレス量など、設計において決定すべきパラメーターの値により大きく影響を受け、複雑な力学的特性を有する高次の不静定構造物である。また、経済性や美観等も上記の設計パラメーターの値に大きく依存しており、合理的な斜張橋の計画および設計を行うためには、力学的特性、美観、施工性、経済性などを総合的に考え、これらの多くの設計パラメーターをバランスよく決定することがきわめて重要な問題となる。

このような斜張橋の経済設計の観点に基づいた最適設計法に関する研究は 1970 年代の後半から始められ、山田らは¹⁾ケーブルと主桁の剛比に着目した最適規準設計法に関する研究を行い、前田らは²⁾SLP 法を用いて主桁、塔およびケーブルの最適断面寸法を決定した例について述べている。また小林らは³⁾、主桁支持方式の異なる 3 種類の斜張橋モデルについて、多段階最適化手法により SLP 法を用いて最適設計を行った例について述べている。また近年、主桁の曲げモーメント分布を均等かつ絶対値を最小にする目的で、斜張橋の各ケーブルに導入するプレストレス量の最適値を決定する研究も行われている^{4)~6)}。これらの従来の斜張橋の最適化に関する研究においては、塔の高さおよびケーブル定着位置を固定し、完成時の連続ばり系における応力度に関する制約条件を考慮してケーブル、主桁、塔の最適断面剛性ある

は最適ケーブルプレストレス量を決定している。

また、斜張橋のケーブルの張り形状に関して、長井ら⁵⁾は多くのケーブルを有する 3 径間鋼斜張橋のケーブルの主桁への定着位置に関して力学的観点から基本的な考察を行っている。

ところで、斜張橋においてはケーブルの剛性および定着位置が主桁および塔の曲げモーメントおよび軸力分布に大きな影響を与えることから、斜張橋の基本的な計画および設計の最適化を行う場合にはケーブル定着位置をも設計変数として考慮することがきわめて重要であると思われる。また、実際の斜張橋の設計・施工においては死荷重の大部分を受ける架設閉合時の片持ばり系、および死荷重の一部と活荷重を受ける使用時の連続ばり系と、全く異なる 2 つの構造形式および荷重系に対して安全となるように設計および施工を行う必要がある。一方、斜張橋の最適化の見地からケーブルに導入するプレストレスの効果を考察する場合には、その導入する構造系、設計変数としての取扱い方法など、種々の見地からの検討が必要である。

そこで、本研究では、ケーブルに導入するプレストレスを考慮しない場合の、鋼斜張橋の各主桁要素および塔要素の板厚、各ケーブルの断面積のみならず、各ケーブルの主桁および塔への定着位置をも設計変数として考慮し、道路橋示方書⁹⁾に規定する主桁、塔およびケーブルの応力度の制約条件に基づき、架設閉合時および使用時の 2 つの構造-荷重系における各構造要素の応力度を考慮した制約条件のもとで、鋼斜張橋の総製作費が最小となる最適な設計変数の値を決定する設計方法について研究を行ったものである。また本研究では、鋼斜張橋を平面骨組構造系とみなし、微小変位理論に基づき解析を行っている。最適化の手法としては、原設計問題を原変数および逆変数を用いて変数分離形式の凸近似設計問題に近似し、双対法により改良解を求めることを反復する

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部土木工学科
(〒790 松山市文京町 3 番)

** 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部土木工学科 (同上)

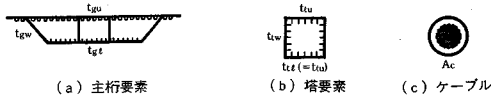


図-1 断面寸法に関する設計変数

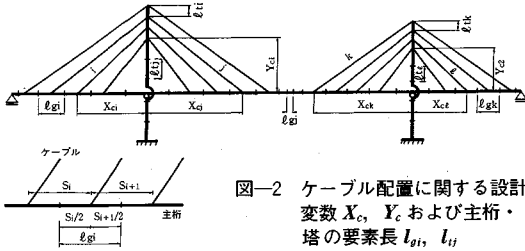


図-2 ケーブル配置に関する設計変数 X_c , Y_c および主桁・塔の要素長 l_{gi} , l_{ti}

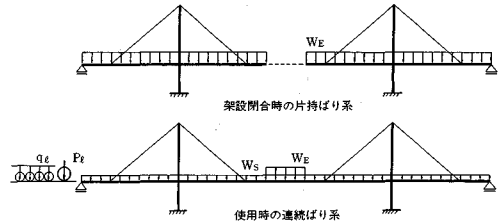


図-3 架設閉合時および使用時の構造-荷重系

$$\begin{aligned} X_c &= [X_{c1}, X_{c2}, \dots, X_{ck}]^T \\ Y_c &= [Y_{c1}, Y_{c2}, \dots, Y_{cl}]^T \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 K : X_c の変数の数, L : Y_c の変数の数

ことにより最適解を決定する方法^{10), 16)}を用いている。
 設計例として、6段ケーブルを有する実橋規模のファン型3径間連続鋼斜張橋モデルの最適設計例を示し、本論文で確立した最適設計法により、厳密かつ確実に最適設計が行えることを示すとともに、鋼斜張橋の最小製作費設計を行う場合には、ケーブルの塔および主桁への定着位置を設計変数として考慮することがきわめて重要であることを明らかにしている。

2. 最適設計問題の定式化

(1) 鋼斜張橋の設計変数

本研究では鋼斜張橋の支間長、ケーブルの初期本数、主桁、塔およびケーブルの各要素に使用する鋼種は与えられているものとする。また、主桁および塔要素の断面形状として、それぞれ図-1の(a)および(b)に示す箱形断面を考え、これらの断面において、断面寸法に関する設計変数として、主桁および塔の各要素の上・下フランジの板厚 (t_{gu}, t_{gt})、(t_{tu}, t_{ti}) およびケーブルの断面積 A_c を考慮するものとし、これらの断面寸法に関する設計変数を次のように Z と表現することとする。

$$Z = [Z_1^T, \dots, Z_i^T, \dots, Z_n^T]^T \quad (i=1, \dots, n) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $n = n_g + n_t + n_c$, n_g , n_t , n_c はそれぞれ主桁、塔およびケーブルの要素の数であり、 Z の要素 Z_i は次の変数を表わすものとする。

$$\left. \begin{aligned} i \text{ が主桁要素の場合} & \quad Z_i = [t_{gui}, t_{gti}]^T \\ i \text{ が塔要素の場合} & \quad Z_i = [t_{tui}, t_{titi}]^T \\ \text{ただし、} t_{tui} &= t_{titi} \text{ と仮定している。} \\ i \text{ がケーブル要素の場合} & \quad Z_i = A_{ci} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

次に、ケーブル配置に関する設計変数として、図-2に示すように、塔軸線より各ケーブルの主桁への定着点までの距離 X_c および主桁軸線より塔の最下段ケーブルまでの高さ Y_c を考慮している。なお、塔における各ケーブルの定着間隔は一定とし、与えられるものとしている。

(2) 制約条件

主桁・塔・ケーブルの各要素に作用する応力度として、図-3に示す架設閉合時の片持り系における部材軸力 N_E 、曲げモーメント M_E 、せん断力 S_E 、および使用時の連続り系における N_S , M_S , S_S による応力度を考慮している。また、主桁および塔の各要素に作用する応力度の計算に用いる死・活荷重、衝撃係数、フランジの有効幅などは道路橋示方書に従って計算し、各要素の上・下フランジの板厚 t_{gu}, t_{gt} および t_{tu}, t_{ti} は、補剛しているリブの断面をも含めた換算板厚としている。

① 主桁要素のフランジの縁応力度

本研究で対象としている中央径間が400m程度までの規模の斜張橋では、主桁の応力度は主桁に作用する曲げモーメントにより大きく支配されると考えられるため、主桁の応力度の制約条件は簡易的に次式により計算することとした。ただし、さらに支間長が大きくなり、軸力による応力度が支配的となる場合には、主桁の有効座屈長をも考慮した応力度の制約条件を考慮する必要がある。

$$g\sigma_{ai}(Z, X_c, Y_c) = \sigma_i(Z, X_c, Y_c) - \sigma_{ai}(Z) \leq 0 \quad (i=1, \dots, m_a) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $\sigma_i(Z, X_c, Y_c)$: $N_{Ei} + N_{Si}$, $M_{Ei} + M_{Si}$ による応力度, $\sigma_{ai}(Z)$: 局部座屈に対する許容圧縮応力度あるいは許容引張応力度, m_a : 主桁要素のフランジ応力度の制約条件の数

② 塔要素のフランジの縁圧縮応力度

$$g\sigma_{11j}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) = \frac{\sigma_{cj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)}{\sigma_{cazj}(\mathbf{Z}, \mathbf{Y}_c)} + \frac{\sigma_{bcwj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)}{\sigma_{baqwj} \left(1 - \frac{\sigma_{cj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)}{\sigma_{cawj}(\mathbf{Z}, \mathbf{Y}_c)}\right)} - 1 \leq 0$$

(j=1, \dots, m_i) \dots\dots\dots (5)

$$g\sigma_{12j}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) = \sigma_{cj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) + \frac{\sigma_{bcwj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)}{\left(1 - \frac{\sigma_{cj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)}{\sigma_{cawj}(\mathbf{Z}, \mathbf{Y}_c)}\right)} - \sigma_{catj}(\mathbf{Z}) \leq 0$$

(j=1, \dots, m_i) \dots\dots\dots (6)

ここに、

- $g\sigma_{11j}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)$: 応力度の照査に関する制約条件、
 - $g\sigma_{12j}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)$: 座屈安定の照査に関する制約条件、
 - $\sigma_{cj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)$: $N_{Ej} + N_{Sj}$ による圧縮応力度、
 - $\sigma_{bcwj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)$: $M_{Ej} + M_{Sj}$ による圧縮応力度、
 - $\sigma_{cazj}(\mathbf{Z}, \mathbf{Y}_c)$: 弱軸まわりの許容軸圧縮応力度、
 - σ_{baqwj} : 局部座屈を考慮しない許容曲げ圧縮応力度、
 - $\sigma_{cawj}(\mathbf{Z}, \mathbf{Y}_c)$: 許容オイラー座屈応力度、
 - $\sigma_{catj}(\mathbf{Z})$: 補剛板の局部座屈に対する許容曲げ応力度、
 - m_i : 塔要素のフランジ応力度の制約条件の数
- ③ ケーブル要素の引張応力度

$$g\sigma_{ck}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) = \sigma_k(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) - \sigma_{ak} \leq 0$$

(k=1, \dots, n_c) \dots\dots\dots (7)

ここに、 $\sigma_k(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)$: $N_{Ek} + N_{Sk}$ による引張応力度、
 σ_{ak} : ケーブル部材の許容引張応力度

④ 塔要素の細長比

$$g_{ij}(\mathbf{Z}, \mathbf{Y}_c) = l_j(\mathbf{Y}_c) / r_j(\mathbf{Z}) - 120 \leq 0$$

(j=1, \dots, n_t) \dots\dots\dots (8)

ここに、 $l_j(\mathbf{Y}_c) / r_j(\mathbf{Z})$: 弱軸まわりの細長比

⑤ 設計変数の上・下制限制約

$$\mathbf{Z}^{(l)} \leq \mathbf{Z} \leq \mathbf{Z}^{(u)}, \quad \mathbf{X}_c^{(l)} \leq \mathbf{X}_c \leq \mathbf{X}_c^{(u)}, \quad \mathbf{Y}_c^{(l)} \leq \mathbf{Y}_c \leq \mathbf{Y}_c^{(u)}$$

\dots\dots\dots (9)

$\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c$ の値を決定した後、この \mathbf{Z} の値を用いて腹板の軸力と曲げモーメントによる応力度、せん断力による応力度、さらにこれらの応力度を合成した合成応力度制約条件を検討し、これらの制約条件を満足する最小の腹板の板厚 (t_w) を決定する。

(3) 主桁・塔要素の応力度の検討点

本研究では、主桁要素の分割位置をケーブル定着点間の中点としているので、各主桁要素におけるフランジおよび腹板の応力度の検討点として、図-4 (a) に示すようにケーブル定着位置およびケーブル定着点間の中点の上縁・下縁の6点を考慮している。また塔要素では、図-4 (b) に示すように要素の両端点の2点で応力度の

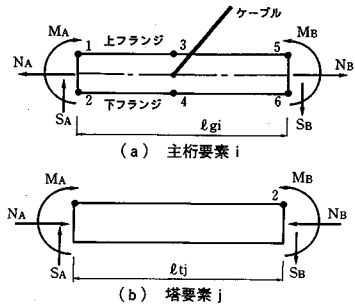


図-4 応力度の検討点

検討を行っている。

(4) 各応力度検討点の最も支配的な応力状態の決定

鋼斜張橋の主桁および塔の各断面は軸力 N 、せん断力 S および曲げモーメント M の部材力を受けるため、(3) で述べた各応力度の検討点における最も厳しい応力状態は、その検討点に作用する N, S, M のそれぞれの最大値あるいは最小値を与える6種類の荷重状態に対して(2) で述べた制約条件式により検討し決定する必要があり、 N, S, M の最大・最小値を与える活荷重の荷重位置は、それぞれの影響線を用いて算定している。

各主桁および塔要素の各応力度検討点における最も支配的な応力状態が決定されると、各主桁要素の上・下フランジの板厚は、上・下フランジにおける各3点の応力度検討点の中で最も条件の厳しい制約条件に対しても安全なように3. で述べる最適化アルゴリズムに従って決定される。また、各塔要素のフランジ厚は、塔要素の両端における支配的な応力度の制約条件の中で最も厳しい制約条件に対しても安全なように決定される。

(5) 最適設計問題の定式化

(1) および(2) で述べた設計変数および制約条件を考慮して、鋼斜張橋の総製作費 $TCOST$ を最小にする設計変数 $\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c$ を決定する設計問題を次のように定式化する。

$$\begin{aligned} &\text{find} \quad \mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c, \text{ which} \\ &\text{minimize} \quad TCOST(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) = \sum_{j=1}^n W_j A_j \dots\dots\dots (10) \\ &\text{subject to} \end{aligned}$$

$$g\sigma_{kj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) \leq 0 \quad (j=1, \dots, m_q) \dots\dots\dots (11)$$

$$g\sigma_{11j}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) \leq 0 \quad (j=1, \dots, m_t) \dots\dots\dots (12)$$

$$g\sigma_{12j}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) \leq 0 \quad (j=1, \dots, m_t) \dots\dots\dots (13)$$

$$g_{ij}(\mathbf{Z}, \mathbf{Y}_c) \leq 0 \quad (j=1, \dots, n_t) \dots\dots\dots (14)$$

$$g\sigma_{cj}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c) \leq 0 \quad (j=1, \dots, n_c) \dots\dots\dots (15)$$

$$\mathbf{Z}^{(l)} \leq \mathbf{Z} \leq \mathbf{Z}^{(u)}, \quad \mathbf{X}_c^{(l)} \leq \mathbf{X}_c \leq \mathbf{X}_c^{(u)}, \quad \mathbf{Y}_c^{(l)} \leq \mathbf{Y}_c \leq \mathbf{Y}_c^{(u)}$$

\dots\dots\dots (16)

ここに, $n = n_g + n_t + n_c$

$j = 1 \sim n_g$ (主桁要素) では,

$$W_j = \rho_{gj} \cdot l_{gj}(X_c), \quad A_j = A_{gj}(Z_j)$$

$j = n_g + 1 \sim n_g + n_t$ (塔要素) では,

$$W_j = \rho_{t(j-n_g)} \cdot l_{t(j-n_g)}(Y_c), \quad A_j = A_{t(j-n_g)}(Z_j)$$

$j = n_g + n_t + 1 \sim n_g + n_t + n_c$ (ケーブル要素) では,

$$W_j = \rho_{c(j-n_g-n_t)} \cdot l_{c(j-n_g-n_t)}(X_c, Y_c), \quad A_j = A_{c(j-n_g-n_t)}(Z_j)$$

$\rho_{gi}, \rho_{ti}, \rho_{ci}$ は, それぞれ主桁, 塔およびケーブルの i 要素の単位体積当たりの製作費, A_{gi}, A_{ti}, A_{ci} はそれぞれ主桁, 塔およびケーブルの i 要素の断面積
式(11)~(15)の制約条件式群をまとめて g と表わす。
すなわち,

$$g = [g_1, \dots, g_m]^T \\ = [g\sigma_{g(1)}, \dots, g\sigma_{g(m_g)}, g\sigma_{t(1)}, \dots, g\sigma_{t(m_t)}, g\sigma_{c(1)}, \dots, \\ g\sigma_{c(m_c)}, g_i(1), \dots, g_i(m_t), g_{c(1)}, \dots, g_{c(m_c)}]^T \dots \dots (17)$$

ここに, $m = m_g + m_t + m_c + n_c$

3. 最適設計問題の解法

2. で定式化した斜張橋の最適化問題の解法として, 本研究では, 著者らのこれまでの研究^{13)~16)}により汎用性, 信頼性および収束性がすぐれていることが明らかとなっている原変数あるいはその逆変数を用いて近似の凸設計問題を導入し, 双対法により最適化を行う方法を用いて設計問題の最適解を決定した。この方法により上記の鋼斜張橋の最適解を決定する過程は次のとおりである。

(1) 近似凸設計問題の導入

まず, 2. で定式化した設計問題の目的関数および制約条件の設計変数 Z, X_c, Y_c に関する一次の偏微分係数を求め, この偏微分係数の符号の正・負により原変数あるいはその逆数を用いて次の近似の凸設計問題を導入する^{10)~12), 16)}。

find Z, X_c, Y_c , which

$$\text{minimize } \Delta TCOST(Z, X_c, Y_c) = \sum_{i=1}^n W_i \cdot \frac{\partial A_i}{\partial Z_i} \cdot Z_i \\ + \sum_{k=1}^K (\sum_{i=1}^n W_{x_{ik}} \cdot A_i(Z_i^0)) \cdot X_{Ck} - \sum_{k=1}^K (\sum_{i=1}^n W_{x_{ik}} \\ \cdot A_i(Z_i^0)) \cdot (X_{Ck}^0)^2 \cdot \frac{1}{X_{Ck}} + \sum_{i=1}^L (\sum_{j=1}^m W_{y_{ij}} \cdot A_i(Z_i^0)) \\ \cdot Y_{Ci} - \sum_{i=1}^L (\sum_{j=1}^m W_{y_{ij}} \cdot A_i(Z_i^0)) \cdot (Y_{Ci}^0)^2 \cdot \frac{1}{Y_{Ci}} \dots \dots (18)$$

$$\text{subject to } g_j(Z, X_c, Y_c) = \sum_{i=1}^n (a_{ij} \cdot Z_i - a_{ij} \cdot (Z_i^0)^2 \cdot \frac{1}{Z_i})$$

$$+ \sum_{k=1}^K (b_{kj} \cdot X_{Ck} - b_{kj} \cdot (X_{Ck}^0)^2 \cdot \frac{1}{X_{Ck}}) + \sum_{i=1}^L (c_{ij} \cdot Y_{Ci} \\ - c_{ij} \cdot (Y_{Ci}^0)^2 \cdot \frac{1}{Y_{Ci}}) + \bar{U}_j \geq 0 \\ (j=1, \dots, m) \dots \dots (19)$$

ここに, $W_i = \rho_i \cdot l_i, \quad W_{x_{ik}} = \frac{\partial W_i}{\partial X_{Ck}}, \quad W_{y_{ij}} = \frac{\partial W_i}{\partial Y_{Ci}}$,

$$a_{ij} = \frac{\partial g_j}{\partial Z_i}, \quad b_{kj} = \frac{\partial g_j}{\partial X_{Ck}}, \quad c_{ij} = \frac{\partial g_j}{\partial Y_{Ci}}$$

$$\bar{U}_j = g_j(Z^0, X_c^0, Y_c^0) + \sum_{i=1}^n (a_{ij} \cdot Z_i^0 - a_{ij} \cdot (Z_i^0)^2) \\ + \sum_{k=1}^K (b_{kj} \cdot X_{Ck}^0 - b_{kj} \cdot (X_{Ck}^0)^2) + \sum_{i=1}^L (c_{ij} \cdot Y_{Ci}^0 - c_{ij} \cdot (Y_{Ci}^0)^2) \\ Z^{(l)} \leq Z \leq Z^{(u)}, \quad X_c^{(l)} \leq X_c \leq X_c^{(u)}, \quad Y_c^{(l)} \leq Y_c \leq Y_c^{(u)} \\ \dots \dots (20)$$

記号 (+)・(-) は偏微分係数の符号の正・負を表わす。

(2) 双対法による最適化アルゴリズム

(1) で導入した凸近似設計問題の最適解を双対法により求めるアルゴリズムは次のとおりである^{10), 13)~16)}。

① 本論文で用いた最適化アルゴリズムにおいては, 少なくとも1個の制約条件がアクティブでなければならない。すなわちニュートン法によるラグランジュ乗数 λ の改良過程において, 少なくとも1個の λ がある値をもつように設計変数の初期値を決定し改良を行う。もしアクティブとなる制約条件がない場合にはスケーリングにより設計変数を修正し, アクティブな制約条件を発生させる必要がある。このことより, 本研究では Z の初期値 Z^0 の決定法として, まず任意の初期値 $\bar{Z}^0, \bar{X}_c^0, \bar{Y}_c^0$ を用いて斜張橋を解析して求めた部材力を用いて, 主桁・塔およびケーブルの各要素ごとに独立に全応力設計を行い, 得られた主桁および塔の上・下フランジ厚 $t_{gu}^0, t_{tu}^0, t_{ti}^0, t_{ci}^0$, ケーブル断面積 A_c^0 を原設計問題の Z の初期値 Z^0 として用いている。

② (1) で導入した近似設計問題のラグランジュ関数 $L(Z, X_c, Y_c, \lambda)$ を導入する。

$$L(Z, X_c, Y_c, \lambda) = \Delta TCOST(Z, X_c, Y_c) \\ + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot g_j(Z, X_c, Y_c) = \sum_{i=1}^n L_i(Z_i, \lambda) + \sum_{k=1}^K L_k(X_{Ck}, \lambda) \\ + \sum_{i=1}^L L_i(Y_{Ci}, \lambda) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot \bar{U}_j \dots \dots (21)$$

ここに, λ はラグランジュ乗数であり, $\lambda_j \geq 0$ ($j=1, \dots, m$) である。 \bar{U}_j は式(20)の \bar{U}_j と同一の定数項である。また, L_i, L_k, L_l は次式で与えられる。

$$L_i(Z_i, \lambda) = W_i \cdot \frac{\partial A_i}{\partial Z_i} \cdot Z_i + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot (a_{ij} \cdot Z_i - a_{ij} \cdot (Z_i^0)^2 \cdot \frac{1}{Z_i}) \\ \dots \dots (22)$$

$$L_k(X_{Ck}, \lambda) = (\sum_{i=1}^n W_{x_{ik}} \cdot A_i(Z_i^0)) \cdot X_{Ck} \\ - (\sum_{i=1}^n W_{x_{ik}} \cdot A_i(Z_i^0)) \cdot (X_{Ck}^0)^2 \cdot \frac{1}{X_{Ck}}$$

$$+\sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot \left(b_{kj} \cdot X_{ck} - b_{kj} \cdot (X_{ck})^0 \cdot \frac{1}{X_{ck}} \right) \dots \dots \dots (23)$$

$$L_i(Y_{ci}, \lambda) = \left(\sum_{i=1}^n W y_{ji} \cdot A_i(Z_i^0) \right) \cdot Y_{ci} - \left(\sum_{i=1}^n W y_{ji} \cdot A_i(Z_i^0) \right) \cdot (Y_{ci})^0 \cdot \frac{1}{Y_{ci}} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot \left(c_{ij} \cdot Y_{ci} - c_{ij} \cdot (Y_{ci})^0 \cdot \frac{1}{Y_{ci}} \right) \dots \dots \dots (24)$$

③ ②で導入した $L(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c, \lambda)$ を $\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c$ について最小化, ラグランジュ乗数 λ について最大化することにより $\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c$ の改良解を求める。

式(21)の $L(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c, \lambda)$ が $\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c$ に関して変数分離形の関数となっていることから, $L(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c, \lambda)$ を最小化する $\mathbf{D} = [\mathbf{Z}^T, \mathbf{X}_c^T, \mathbf{Y}_c^T]^T$ の値 $\mathbf{D}^* = [\mathbf{Z}^{*T}, \mathbf{X}_c^{*T}, \mathbf{Y}_c^{*T}]^T$ は, 式(22), (23), (24)の $L_i(Z_i, \lambda), L_k(X_{ck}, \lambda), L_i(Y_{ci}, \lambda)$ を, それぞれ独立に Z_i, X_{ck}, Y_{ci} について偏微分した式を0とおくことにより, 次の解析式により求めることができる。

(a) $\omega_i = \partial TCOST / \partial D_i$ が非負の場合:

$$\begin{aligned} \text{if } R_i = 0 \text{ or } D_i \leq D_i^{(0)} & \quad D_i^* = D_i^{(0)} \\ \text{if } (\omega_i + V_i) = 0 \text{ or } D_i \geq D_i^{(\omega)} & \quad D_i^* = D_i^{(\omega)} \dots \dots \dots (25) \\ \text{if } D_i^{(0)} < D_i < D_i^{(\omega)} & \quad D_i^* = D_i \end{aligned}$$

$$D_i = \sqrt{\frac{R_i}{\omega_i + V_i}}$$

(b) $\omega_i = \partial TCOST / \partial D_i$ が負の場合:

$$\begin{aligned} \text{if } R_i - \omega_i = 0 \text{ or } D_i \leq D_i^{(0)} & \quad D_i^* = D_i^{(0)} \\ \text{if } V_i = 0 \text{ or } D_i \geq D_i^{(\omega)} & \quad D_i^* = D_i^{(\omega)} \dots \dots \dots (26) \\ \text{if } D_i^{(0)} < D_i < D_i^{(\omega)} & \quad D_i^* = D_i \end{aligned}$$

$$D_i = \sqrt{\frac{R_i - \omega_i}{V_i}}$$

ここに,

$$R_i = -\sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot T_{ij} \cdot (D_i^0)^2, \quad V_i = \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot T_{ij}$$

ただし, 上式の T_{ij} および ω_i は $\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c$ に対して次の値をとる。

(i) $D_i = [Z_i \text{の要素 } t_{ui}, t_{ui}, A_{ci}]$ の場合

$$T_{ij} = a_{ij}, \quad \omega_i = W_i \cdot \partial A_i / \partial D_i \dots \dots \dots (27)$$

(ii) $D_i = X_{ci}$ の場合

$$\left. \begin{aligned} T_{ij} &= b_{ij} \\ \omega_i &= \left(\sum_{j=1}^n W x_{ji} \cdot A_j(Z_j^0) \right) & \text{if } \omega_i \geq 0 \\ \omega_i &= \left(\sum_{j=1}^n W x_{ji} \cdot A_j(Z_j^0) \right) \cdot (X_{ci})^0 & \text{if } \omega_i < 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

(iii) $D_i = Y_{ci}$ の場合

$$\left. \begin{aligned} T_{ij} &= c_{ij} \\ \omega_i &= \left(\sum_{j=1}^n W y_{ji} \cdot A_j(Z_j^0) \right) & \text{if } \omega_i \geq 0 \\ \omega_i &= \left(\sum_{j=1}^n W y_{ji} \cdot A_j(Z_j^0) \right) \cdot (Y_{ci})^0 & \text{if } \omega_i < 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

上記の式(25)~(29)により式(21)を $\mathbf{D} = [\mathbf{Z}^T, \mathbf{X}_c^T, \mathbf{Y}_c^T]^T$ について最小化した関数を双対関数 $I(\lambda)$ と表わす。

$$I(\lambda) = \min_{\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c} L(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c, \lambda) \dots \dots \dots (30)$$

次に, 双対関数 $I(\lambda)$ を最大にする λ^* は次のニュートン法の反復による λ の改良を繰り返すことにより決定することができる。

ニュートン法ではアクティブな制約条件群 (S_{AG}) のラグランジュ乗数 $\bar{\lambda} = [\bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_k, \dots, \bar{\lambda}_n]^T, k \in S_{AG}$ のみに着目し, その制約条件に対する λ の改良を次式により行う。

$$\bar{\lambda}^{(u+1)} = \bar{\lambda}^{(u)} + \alpha^{(u)} \cdot \mathbf{S}^{(u)} \dots \dots \dots (31)$$

ここに, $\mathbf{S}^{(u)} = -[\mathbf{H}(\bar{\lambda}^{(u)})]^{-1} \cdot \nabla I(\bar{\lambda}^{(u)})$

$\nabla I(\bar{\lambda}^{(u)})$ は双対関数 $I(\lambda)$ のアクティブな制約条件に対するラグランジュ乗数 λ に関する偏微分係数ベクトルであり, 式(21)より明らかのようにその各要素はアクティブな制約条件式 $g_j(\mathbf{Z}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}_c)$ の値そのものとなる。

また, $\mathbf{H}(\bar{\lambda})$ は, $\bar{\lambda}_j (j \in S_{AG})$ に関するヘッセ行列であり, その jk 要素 H_{jk} は $\partial I(\bar{\lambda}) / \partial \bar{\lambda}_j = g_j$ をさらに $\bar{\lambda}_k$ について偏微分することにより次式より求められる。

$$H_{jk} = \sum_{i=1}^{n+k+L} B_i \dots \dots \dots (32)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } B_i &= Q_i \cdot (D_i^0)^4 / D_i^3 & \text{if } T_{ij} < 0, \quad T_{ik} < 0 \\ B_i &= Q_i \cdot (D_i^0)^2 / D_i & \text{if } T_{ij} \geq 0, \quad T_{ik} < 0 \\ B_i &= Q_i \cdot (D_i^0)^2 / D_i & \text{if } T_{ij} < 0, \quad T_{ik} \geq 0 \\ B_i &= Q_i \cdot D_i & \text{if } T_{ij} \geq 0, \quad T_{ik} \geq 0 \end{aligned}$$

上式の Q_i は次式により計算される。

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad Q_i &= -\frac{1}{2} \cdot T_{ij} \cdot T_{ik} / (\omega_i + V_i) & \text{if } \omega_i \geq 0 \\ (b) \quad Q_i &= -\frac{1}{2} \cdot T_{ij} \cdot T_{ik} / V_i & \text{if } \omega_i < 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

また, 式(31)の $\alpha^{(u)}$ は改良方向 $\mathbf{S}^{(u)}$ に沿っての $\bar{\lambda}$ の改良幅を表わし, $\bar{\lambda}_j (j \in S_{AG})$ の非負の条件のもとで式(30)の $I(\bar{\lambda})$ を最大にするように決定する。本研究では, $\bar{\lambda}$ の1回の改良における α の最大値 $\alpha_{\max}^{(u)}$ を, 各 $\bar{\lambda}$ に対する \mathbf{S} の要素 S_j の値がすべて正の場合 $\alpha_{\max}^{(u)} = 1.0$ とし, S_j に負の値がある場合には, $\bar{\lambda}_j$ の非負の条件より次式より決定した。

$$\alpha_{\max}^{(j)} = \min_{s_j^{(j)} > 0} \left| \frac{\bar{\lambda}_j^{(j)}}{S_j^{(j)}} \right| \quad (j \in S_{AG}) \dots \dots \dots (34)$$

ここに、 $\alpha_{\max}^{(j)} \leq 1.0$

ただし、上記の $\alpha_{\max}^{(j)}$ の値は $\bar{\lambda}_j^{(j+1)} = \bar{\lambda}_j^{(j)} + \alpha_{\max}^{(j)} \cdot S_j^{(j)}$ により $I(\bar{\lambda}^{(j+1)})$ が最大値を超えない場合にのみ使用することができる。上記の $\alpha_{\max}^{(j)}$ により、 $I(\bar{\lambda}^{(j+1)})$ が最大値を超える場合には $\alpha^{(j)} = \alpha_{\max}^{(j)}/2$ とし、 α の大きさを小さくして $\bar{\lambda}$ の改良を行う。また、この $\bar{\lambda}$ の改良過程で 0 となる $\bar{\lambda}$ に対応する制約条件は S_{AG} より取り除き、新たにアクティブとなる制約条件は S_{AG} に取り入れる。

このようにして改良された $\bar{\lambda}^{(j+1)}$ を用いて式 (25)、(26) により D^* を改良し、この D^* を用いて $\nabla I(\lambda^{(j+1)})$ および $H_{jk}(\lambda^{(j+1)})$ を改良し、再び式 (31) により λ を改良する。このようにして $\bar{\lambda}$ と D の改良を繰り返すことにより $D^* = [Z^{*T}, X_c^{*T}, Y_c^{*T}]^T$ および $\bar{\lambda}^*$ を決定することができる。

④ ③で得られた Z^* 、 X_c^* 、 Y_c^* を用いて主桁・塔の各要素の最小腹板厚 t_w^* を決定する。

⑤ ③、④で求めた改良解 Z^* 、 X_c^* 、 Y_c^* 、 t_w^* 、 λ^* を新たな初期値として式 (18)~(20) の近似設計問題を作成し、TCOST、 Z^* 、 X_c^* 、 Y_c^* 、 t_w^* 、 λ^* が一定値に収束するまで②~④の改良操作を繰り返すことにより最終的な最適解を決定することができる。

ところで、上記の 1 回の反復改良過程において、 X_c 、 Y_c の変化量が多い場合には解が振動し、スムーズに最適解に収束しない場合が生ずる。そのため本研究では、 X_c および Y_c の 1 回の改良過程における move limit の最大値をそれぞれ最大のケーブル定着点間隔および Y_c の 10% に規定し、最適解の近傍で解が振動する場合には、move limit を小さくすることによりスムーズに最適解に収束させることが可能となった。ただし、 X_c の最大移動量は隣接するケーブルが平行となる位置まで許容することとしている。また、側径間の最上段のケーブルの定着点と端支点との距離は少なくとも 1 m 以上を有することとした。

また、本研究では最適解を決定する場合に考慮すべき応力度の制約条件として、2. で述べたごとく、各主桁要素の上下フランジの板厚ごとに 3 個の応力度検討点における支配的な応力状態を検討し、その主桁要素の上・下フランジの板厚を決定している。しかしときには 1 つのフランジ板厚について 2 点以上の応力度検討点がほぼ支配的な制約条件となり、最適解を決定するために同時に考慮することが必要となる場合が生ずる。この場合において、支配的な応力度の制約条件の近似式 (19) を作成するために必要となる $\partial N/\partial D$ 、 $\partial M/\partial D$ がほぼ同一の値となる場合には、同一のフランジ板厚について考慮している制約条件が互いに従属関係となり、このため式

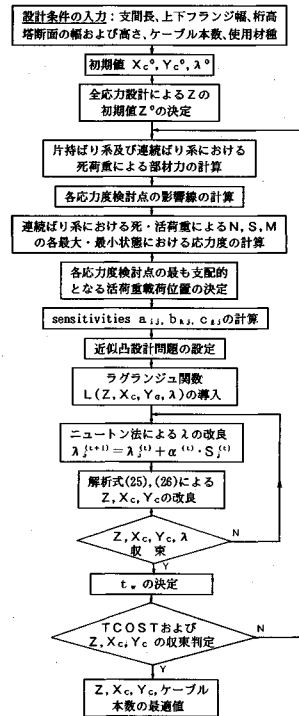


図-5 鋼斜張橋の最適設計フローチャート

(31) におけるヘッセ行列 H の逆行列が求められなくなり λ の改良解が得られないことが生ずる。このような場合には、同一のフランジ板厚において最も支配的となる応力度の制約条件 1 個のみを考慮して λ を改良することにより確実に最適解を決定することができる。

上記の最適化アルゴリズムのフローチャートを図-5 に示す。

(3) 偏微分係数 a_{ij} 、 b_{kj} 、 c_{lj} の計算方法

(1)、(2) で述べた最適化の過程において必要となる各主桁、塔、ケーブルの各要素の応力度の制約条件の設計変数に関する一次の偏微分係数 a_{ij} 、 b_{kj} 、 c_{lj} は、 $\partial N_E/\partial D$ 、 $\partial M_E/\partial D$ 、 $\partial N_S/\partial D$ 、 $\partial M_S/\partial D$ の関数となっており、これらの値は、それぞれ架設閉合時の片持ばり系および使用時の連続ばり系において、各設計変数を微小変化させ再解析を行い差分法により近似的に計算している。この場合、 Z 、 X_c 、 Y_c の変化による死荷重の変化量は考慮しているが、 Z および Y_c が変化しても各応力度の検討点に対して最も支配的な応力度を与える活荷重の載荷状態は変化しないものと仮定し、2. (4) で求めた載荷状態を用いている。ただし、 $\partial N/\partial X_c$ 、 $\partial M/\partial X_c$ の計算においては、 X_c の変化量 ΔX_c に伴う活荷重の載荷位置の変化も考慮している。

表-1 主桁・塔・ケーブル要素の設計条件

要素番号	1) E(kg/cm ²)	2) ρ(kg/m ³)	3) σ _{ts} (kg/cm ²)	4) τ _c (kg/cm ²)	5) B _{eu} , l ₁ (m)	6) B _{ei} , l ₂ (m)	7) t _c ¹⁾ (mm)	8) t _c ²⁾ (mm)	9) t _c ³⁾ (mm)	
主桁	E ₁ ~E ₆	2.1x10 ⁶	500	1400 (SS41)	800 (SS41)	29.70	15.00	18.5	15.3	12.0
	E ₇					29.25	14.94			
	E ₈					28.38	14.81			
	E ₉					28.47	14.94			
	E ₁₀ ~E ₁₆					30.00	15.00			
塔	T ₁ ~T ₅	2.1x10 ⁶	700	1900 (SM50)	1100 (SM50)	3.0	3.0	26.0	26.0	28.0
	T ₆ ~T ₈			2600 (SM58)	1500 (SM58)	(Y _c +1)	(Y _c +1)			
	T ₉ ~T ₁₀			2600 (SM58)	1500 (SM58)	38.0	15.2			
ケーブル	2.0x10 ⁶	900	5100	-	-	-	-	-	A _c ⁰ =0.00001 (m ²)	

- 1)弾性係数 2)単位体積当りの製作費 3)許容引張応力度(使用材種) 4)許容せん断応力度(使用材種)
 5)主桁の上フランジ有効幅 6)塔の横軸方向有効座屈長 7)主桁の下フランジ有効幅 8)塔の横軸直角方向有効座屈長
 9)補剛しているリブの断面積をも含めた上フランジの換算板厚(補剛材による分割数)
 10)補剛しているリブの断面積をも含めた下フランジの換算板厚(補剛材による分割数)
 11)補剛しているリブの断面積をも含めた塔要素の厚板の換算板厚(補剛材による分割数)

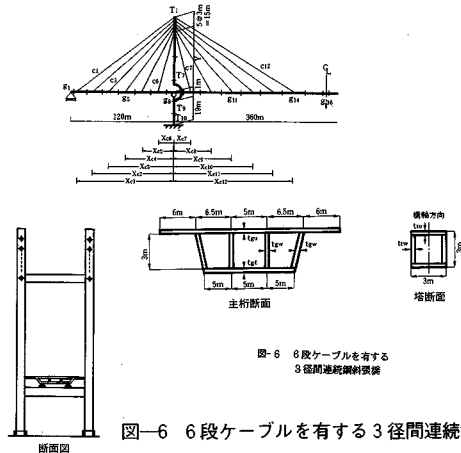


図-6 6段ケーブルを有する3径間連続鋼斜張橋

4. 設計例および考察

2. および3. で述べた最適設計法により種々の鋼斜張橋の最適設計を行いその有効性について検討を行ったが、ここでは、図-6に示す2面吊りの6段ケーブルを有する左右対称の3径間連続鋼斜張橋の設計例について述べる。この設計問題で使用した鋼材およびケーブルの弾性係数 E 、単位体積当りの製作費 ρ 、許容引張応力度 σ_{ts} 、許容せん断応力度 τ_c 、フランジの有効幅 B_{eu} 、 B_{ei} 、塔の有効座屈長 l_1 、 l_2 、最小板厚等の設計条件を表-1に、また、ケーブル、主桁、塔を含めた斜張橋断面の半分が負担すべき架設閉合時・使用時死荷重および活荷重強度を表-2に示す。

この設計モデルでは構造が左右対称であるため、最適化過程において決定すべき設計変数および考慮すべき制約条件の数は構造物全体の半数でよく、それぞれ67個および158個となった。なお、本研究では主桁および塔要素の最適断面寸法のみならず、ケーブルの最適配置をも決定することを目的としているので、不要なケーブルの断面積を 0 m^2 とすることができるようにケーブルの断面積の下限值制約を 0.00001 m^2 に設定している。

本研究で提案した最適設計法により得られる最適解の最適性を検討するため、 Y_c^0 の初期値 Y_c^0 を 75 m および 45 m と大きく変化させた場合について、それぞれ $X_c \cdot$

表-2 架設閉合時および使用時の荷重強度

架設閉合時	死荷重	主桁 ¹⁾	
		塔	橋脚
使用時	死荷重	4.0 t/m	2.0 t/m
		7.85 t/m ²	3.4 t/m ²
使用時	等分布活荷重	2.25 t/m	54.1 t/m
		活荷重係数	0.11

- 1)主桁および主塔断面以外の死荷重(ケーブル定着部の重量など)
 2)アスファルト舗装などの死荷重

表-3 $X_c \cdot Y_c$ 固定と $X_c \cdot Y_c$ 変化における最適解の比較

変数	$Y_c^0 = 75 \text{ m}$				$Y_c^0 = 45 \text{ m}$			
	$X_c \cdot Y_c$ 固定		$X_c \cdot Y_c$ 変化		$X_c \cdot Y_c$ 固定		$X_c \cdot Y_c$ 変化	
	$X_c \cdot Y_c$ (m)	A_c (cm ²)	$X_c \cdot Y_c$ (m)	A_c (cm ²)	$X_c \cdot Y_c$ (m)	A_c (cm ²)	$X_c \cdot Y_c$ (m)	A_c (cm ²)
C_1	119.00	422	119.00	351	119.00	553	119.00	579
C_2	99.00	94	114.07	157	99.00	141	114.06	186
C_3	79.00	77	93.28	102	79.00	19	85.70	107
C_4	59.00	122	58.22	116	59.00	178	56.35	100
C_5	39.00	64	38.87	133	39.00	162	38.23	135
C_6	19.00	0	15.57	0	19.00	0	16.02	0
C_7	20.00	0	16.15	0	20.00	0	16.46	0
C_8	45.00	66	36.56	89	45.00	154	36.10	92
C_9	70.00	128	54.10	127	70.00	143	53.56	119
C_{10}	85.00	95	78.83	121	85.00	115	77.19	122
C_{11}	120.00	77	109.33	214	120.00	122	107.06	215
C_{12}	145.00	324	152.40	326	145.00	430	152.38	334
Y_c	75.00	-	57.52	-	45.00	-	57.45	-
H_1	90.00	-	72.52	-	60.00	-	72.45	-
²⁾ TTS	9		15		9		13	
桁製作費(円)	306313.1		300548.9		312711.4		300026.1	
塔製作費(円)	150653.4		104558.9		99628.5		104063.0	
ケーブル製作費(円)	72166.3		78753.0		84420.3		78223.8	
総製作費(円)	529132.8		483890.7		496760.3		483312.9	
³⁾ 総製作費の比	1.000		0.914		1.000		0.973	

- 1)主桁位置から塔頂までの高さ 2)最適解を得るまでの反復改良回数
 3) $X_c \cdot Y_c$ 固定の総製作費に対する $X_c \cdot Y_c$ 変化の総製作費の比

Y_c を固定した場合 ($X_c \cdot Y_c$ 固定)、および $X_c \cdot Y_c$ をも設計変数として考慮した場合 ($X_c \cdot Y_c$ 変化) について本研究の方法により最適解を求め、得られた $X_c \cdot Y_c$ の値、ケーブルの断面積および最小製作費の比較検討を行った。その結果を表-3に示す。また、 Y_c^0 を 75 m とした場合の $X_c \cdot Y_c$ 変化および $X_c \cdot Y_c$ 固定の最適解におけるケーブル配置、主桁の最大・最小曲げモーメント (M_{max}, M_{min}) および軸力 (N_{max}, N_{min}) 分布、主桁の上・下フランジ板厚の分布の比較を図-7に、また、塔の $M_{max}, M_{min}, N_{max}, N_{min}$ 、断面積の分布および死荷重によるケーブル張力の水平分力の比較をそれぞれ図-8 および 9 に示す。なお、図-7に示す曲げモーメントおよび軸力の値は、図-6に示す主桁断面の半分に作用する値であり、主桁全体としてはこれらの数字の2倍の曲げモーメントおよび軸力が作用している。ただし、目的関数である総製作費は斜張橋全体の値を表わしている。

表-3より明らかなように、 $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合、 $X_c \cdot Y_c$ の1回の改良における最大の許容変化量を制限する move limit を 10% と規定しても、 $Y_c^0 = 75 \text{ m}$ の場合、15回、 $Y_c^0 = 45 \text{ m}$ の場合、13回の改良により能率的に最適解が得られている。また、最適な塔高 Y_{copt} はそれぞれ 57.52 m および 57.45 m となり、ほとんど同一の塔高となっている。主桁における最適なケーブル定着位置 X_{copt} も、 X_{c3} において例外的に 7.5 m 程度の差がみ

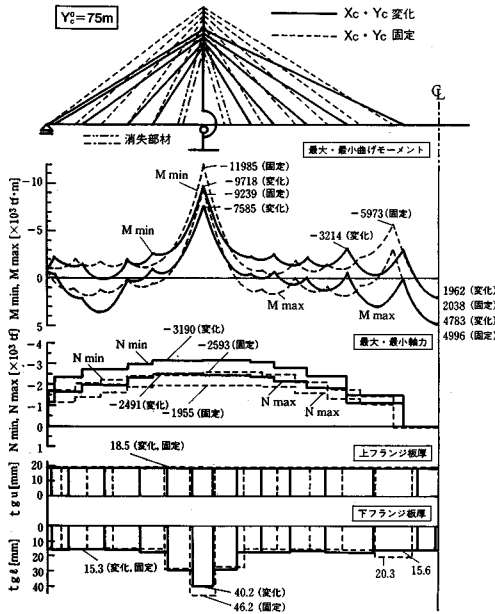


図-7 $X_c \cdot Y_c$ 固定および $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合における最適ケーブル配置、主桁の最大・最小曲げモーメント、軸力分布およびフランジ板厚の比較 ($Y_c^0=75\text{m}$)

られるものの、他のすべてのケーブル定着位置はほぼ一致している。総製作費も0.12%の違いであり、完全に一致している。このように、 Y_c^0 が大きく異なる初期値から改良を始めると同一の解が得られたことより、本研究の方法により、鋼斜張橋の全域的な最適解が得られることが明らかとなった。

次に最適なケーブル配置の状況を見ると、側径間の上二段のケーブルは桁端に集中して配置され、その断面積も中段ケーブルの3.6~1.4倍の断面積となっている。一方、中央径間においては、各ケーブルが等比級数的にバランスよく分散して配置されているが、上段の2本のケーブルの断面積は中段のケーブルの2.6~1.7倍となっている。また、側径間、中央径間の最下段ケーブルの断面積はその下限値制限0.00001 m^2 と等しくなっており不要であることを示している。したがって、最適解では5段のケーブル配置となり、本論文の方法により最適なケーブル配置のみならず最適なケーブルの本数をも決定できることが明らかとなった。

図-7に示す主桁の最大・最小曲げモーメントの分布を比較すると、 $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合、ケーブルの定着位置および断面積が調整されることにより、塔位置において最小曲げモーメントが $X_c \cdot Y_c$ 固定の場合と比較して18.9%減少し、 $X_c \cdot Y_c$ 固定の場合と比べて全体に曲げモーメントの分布が平均化されている。これに伴い $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合の下フランジの板厚も薄くなっている。上フランジの板厚は $X_c \cdot Y_c$ 固定および $X_c \cdot Y_c$ 変化の

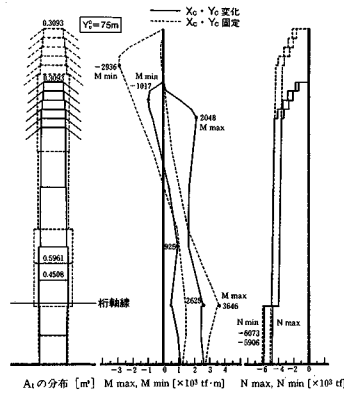


図-8 $X_c \cdot Y_c$ 固定および $X_c \cdot Y_c$ 変化における塔の断面積、最大・最小曲げモーメントの場合および軸力の分布の比較 ($Y_c^0=75\text{m}$)

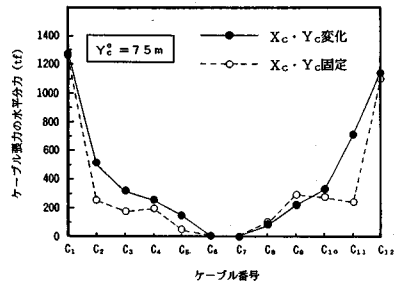


図-9 $X_c \cdot Y_c$ 固定および $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合における全死荷重によるケーブル張力の水平分力の比較 ($Y_c^0=75\text{m}$)

場合ともに最小板厚の18.5mmとなっている。なお、中央径間の中央点で大きな M_{max} が作用しているが、この曲げモーメントおよび軸力に抵抗する主桁要素の板厚は上・下フランジともに最小板厚で十分となっており、特に曲げモーメントを小さくする必要は生じていない。

また、図-8に示す塔の曲げモーメント分布を比較すると、図-9より明らかなように $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合には塔をはさむ各段の左右のケーブルの死荷重による張力の水平分力がほぼ等しくなっているため、ケーブル張力により塔に作用する曲げモーメントが小さくなり、それだけ塔の各要素の断面積も小さくなっている。一方、 $X_c \cdot Y_c$ 固定の場合にはケーブルの水平分力の分布、曲げモーメントの分布が不規則となり、最大曲げモーメントも $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合と比較して最大38.9%程度大きくなっており、このため塔の各要素の断面積も大きくなっている。

主桁に作用する圧縮力については、 $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合が、 $X_c \cdot Y_c$ 固定の場合と比べて全体に増加し、最大23.0%増加している。また、塔の N_{max} , N_{min} は、いずれの場合もほぼ同一の圧縮力の分布となっている。

以上の結果、目的関数である斜張橋の製作費について次のことが明らかになった。すなわち、 $Y_c^0=75\text{m}$ とし、

$X_c \cdot Y_c$ をともに変化させた場合の主桁および塔の製作費は、それらを固定とした場合より、それぞれ 1.9% および 31% 減少し、逆にケーブルの製作費は 9.2% 増加し、総製作費としては、 $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合が 8.6% 減少している。また、 $Y_c^0 = 45 \text{ m}$ として $X_c \cdot Y_c$ を変化させた場合には、主桁およびケーブルの製作費が $X_c \cdot Y_c$ 固定の場合よりそれぞれ 4.2% および 6.6% 減少し、逆に塔の製作費は 4.5% 増加し、総製作費としては、 $X_c \cdot Y_c$ 変化の場合が 2.7% 減少している。

このように、上記の設計例および他の設計例におけるケーブル定着位置、ケーブルの断面積および張力、最大・最小曲げモーメントの分布、総製作費などから明らかのように、本論文で述べた方法により、鋼斜張橋の主桁・塔・ケーブル要素の最適断面寸法のみならず、最適なケーブルの配置、塔の高さが理論的に厳密に、かつ能率的に決定できること、および斜張橋の最適設計を行う場合には、各要素の断面寸法のみならずケーブルの定着位置をも設計変数として考慮することがきわめて重要であることが明らかとなった。

なお、本研究では 6 段ケーブルの最適設計例を示したが、本研究の方法により、さらに多くのケーブルを有する鋼斜張橋の最適設計をもきわめて容易に行うことができる。ただし、上記の設計例から容易に推察されるように、ケーブルの本数が多くなれば、最適解における主桁の曲げモーメント分布がより均等化され、主桁の各要素のフランジ厚が同一となることが予想される。このような場合には、同一の板厚となる主桁要素のフランジ厚に関する設計変数をリンクし、計算上考慮すべき設計変数の数を減少させることにより、計算効率を向上させることができる。

5. 結 論

本研究により得られた結論は次のとおりである。

(1) 本論文で提案した方法により、架設閉合時の片持ばり系、使用時の連続ばり系の構造-荷重系を考慮した実橋規模の鋼斜張橋のケーブルの定着位置と断面積、塔の高さ、主桁および塔の各要素の断面を構成する鋼板の板厚の最適解を 15 回程度の反復改良により理論的にきわめて厳密に、かつ能率的に決定できることが明らかとなった。

(2) 本研究の設計法において、ケーブル断面積の許容下限値を非常に小さく設定することにより、最適化の過程において不必要なケーブルの断面積は断面積の下限値と等しくなり、最適なケーブル本数をも決定することができる。ただし、最終的なケーブル配置については、製作誤差の調整、架設、美観などの事項をも考慮して決定する必要がある。

(3) 近似凸設計問題のラグランジュ関数 L

(Z, X_c, Y_c, λ) を $\bar{\lambda}$ について最大化する過程で、1 つのフランジ板厚において 2 点以上の応力度検討点における制約条件を同時に考慮することが必要となる場合が生ずる。この場合、支配的な応力度制約条件の近似式 (19) を作成するために必要となる $\partial N / \partial D$, $\partial M / \partial D$ がほぼ同一の値となる場合には、考慮している制約条件が互いに従属関係となりヘッセ行列 H の逆行列が求められなくなり、 $\bar{\lambda}$ の改良解が得られないことが生ずる。このような場合には、同一のフランジ板厚において最も支配的な応力度の制約条件 1 個のみを考慮して $\bar{\lambda}$ の改良を再び開始することにより確実に最適解を決定することができる。

(4) ケーブル定着位置を設計変数として考慮した場合と考慮しない場合の総製作費の差は、ケーブル定着位置の初期値により異なるが、ケーブル定着位置を設計変数として考慮することによりケーブル・塔・主桁の剛性の配置がより適切に行われ、本研究の設計例では総製作費が 8.6~2.7% 減少している。本論文には示していないが、他の設計例においても同様に総製作費の大幅な減少がみられ、鋼斜張橋の製作費を目的関数として最適設計を行う場合には、ケーブルの塔および主桁への定着位置を設計変数として考慮することがきわめて重要であることが明らかとなった。

(5) ケーブル定着位置をも設計変数として考慮した場合の最適解においては、塔の左右に張られた各段の死荷重によるケーブル張力の水平分力はほぼ等しくバランスされており、ケーブル張力により塔に作用する曲げモーメントがきわめて小さくなっている。また、本論文の設計例のようなケーブル本数および支間長を有する鋼斜張橋の最適ケーブル配置においては、側径間の最上段の 2 本のケーブルが桁端に集中して配置されており、そのケーブル断面積も中段ケーブルの 3.6~1.4 倍となっている。一方、中央径間においては、各ケーブルが等比級数的にバランスよく分散して配置されているが、中央径間においても、上段の 2 本のケーブルの断面積は中段のケーブルの 2.6~1.7 倍と大きくなっている。

6. あとがき

本論文において、鋼斜張橋の静力学的立場からその製作費を最小とする設計法の研究を行い、ケーブルに導入するプレストレスを考慮しない場合の 1 つの有効な最適設計法を提案した。本論文で提案した方法により、任意の設計条件における鋼斜張橋の最適な塔高、ケーブル配置、塔および主桁の断面剛性の配分をきわめて容易に決定することができる。また、本研究で確立した最適設計法により、塔の高さやケーブル配置を任意の値に固定し、さらに断面寸法に関する設計変数をリンクしていくつかの集合にまとめた場合の塔・主桁要素およびケーブルの

最適な断面寸法をも容易に決定することができる。したがって、実際の設計にあたっては、まずすべての設計変数を独立変数として考慮し、理論的に厳密に求めた最適設計諸元をもとに、製作・施工上の諸事項、美観、動力学的な立場からの検討等を行い、実際に用いる塔高、ケーブル定着位置、リンクする設計変数群を決定した後、再び塔・主桁要素・ケーブルの断面寸法のみを設計変数としてその最適化を行うことにより、実際の設計に利用し得る最適な基本設計の諸元を決定することができる。

なお、各ケーブルに導入するプレストレスが鋼斜張橋の全製作費の最小化に与える影響については、今後研究すべき課題である。

最後に、本研究の計算はすべて著者らの構造工学研究室に設置しているミニコンピューターシステム三菱MX 2000により行ったものである。また、計算結果の整理には、構造工学研究室の中西正道君および芳野 仁君の協力を得た。ここに記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 山田善一・大宮司尚：斜張橋の最適基準設計に関する研究，土木学会論文集，第253号，pp.1~12，1976年9月。
- 2) 前田幸雄・林 正・鞆 一：斜張橋の最適設計法，日本鋼構造協会第13回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集，pp.321~326，1979年。
- 3) 小林一郎・三池亮次・佐々木高・大塚久哲：主桁支持方式の異なる斜張橋の多段階最適設計，土木学会論文集，第392号/I-9，pp.317~325，1988年4月。
- 4) 山田善一・古川浩平・江草 拓・井上幸一：斜張橋ケーブルの最適プレストレス量決定に関する研究，土木学会論文集，第356号/I-3，pp.415~423，1985年4月。
- 5) 長井正嗣・赤尾 宏・佐野信一郎・井澤 衛：3径間連続マルチケーブル斜張橋の基本形状決定に関する一考察，土木学会論文集，第362号/I-4，pp.343~352，1985

- 年10月。
- 6) 星埜正明：斜張橋のケーブルプレストレスの一計算方法，土木学会論文集，第374号/I-6，pp.487~494，1986年10月。
- 7) Torii, K., Ikeda, K. and Nagasaki, T. : A Non-Iterative Optimum Design Method for Cable-Stayed Bridges, Proc. of JSCE, No. 368/I-5, pp. 115~123, 1986.
- 8) Nakamura, S. and Wyatt, T.A. : A Parametric Study on Cable-Stayed Bridges by the Limit States Design, Proc. of JSCE, No.398/I-10, pp. 61~69, 1988.
- 9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編，丸善，1980年2月。
- 10) Fleury, C. and Braibant, V. : Structural optimization; a new dual method using mixed variables, Int. J. for Num. Meth. in Engng., Vol. 23, pp. 409~428, 1986.
- 11) Starnes, J.H. and Haftka, R.T. : Preliminary design of composite wings for buckling, strength, and displacement constraints, J. Aircraft, 16 (8), pp. 564~570, 1979.
- 12) Prasad, B. : Explicit constraint approximation forms in structural optimization-Part I: Analyses and projections, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 40, pp. 1~26, 1983.
- 13) 大久保禎二・谷脇一弘：双対理論および部材の Suboptimizationによるトラス構造物の最適設計法，土木学会論文集，第350号，pp.331~340，1984年10月。
- 14) 大久保禎二・谷脇一弘：Dual Approachによるトラス部材の最適鋼種の決定法について，構造工学論文集，Vol.31A，pp.251~262，1985年3月。
- 15) Ohkubo, S. and Nakajima, T. : Optimum Structural Design with Element Material Selection, Vol. 3, Structural Engineering & Construction, Pergamon Press Limited, pp. 1986~1996, 1986.
- 16) Ohkubo, S., Nakajima, T. and Asai, K. : Total optimization of truss considering shape, material and sizing variables, Computer Utilization in Structural Engineering, ASCE, pp. 247~256, 1989.

(1990.7.16・受付)

OPTIMIZATION OF CABLE ARRANGEMENT AND ELEMENT SIZES OF STEEL CABLE-STAYED BRIDGES

Sadaji OHKUBO and Kazuhiro TANIWAKI

A rigorous and efficient optimum design method for steel cable-stayed bridges is developed, in which cable anchor positions on main girder, height of pylon are dealt with as the design variables together with the sectional dimensions of the member elements of main girder, pylon and cables. The design problem is formulated as a minimum cost design problem subjected to the stress constraints which are taken from the Japanese Specifications for Highway Bridges. In the stress analysis, the stresses in the cantilever system at erection closing stage and in the continuous girder system at service stage are considered as the working stresses. The cost minimization problem is solved by using dual method with mixed direct/reciprocal design variables. The optimum solutions can be obtained quite rigorously and efficiently by the proposed design method. The optimum values of the design variables obtained are quite reasonable and well-balanced from the static analysis viewpoint. The significance of dealing with cable anchor positions and height of pylon as the design variables is also emphasized for the minimum cost designs of cable-stayed bridges.