

曲げ・せん断および軸力を受ける RC 部材の耐力間の 相関関係に関する解析的研究

ANALYTICAL STUDY ON THE INTERACTION AMONG ULTIMATE STRENGTHS OF RC MEMBERS SUBJECTED TO FLEXURE-SHEAR AND AXIAL LOAD

鈴木基行*・姜 錫和**・尾坂芳夫***

By Motoyuki SUZUKI, Suck Hwa KANG and Yoshio OZAKA

The purpose of this study is theoretically to clarify the interaction among ultimate strengths of reinforced concrete members with web reinforcement, subjected to flexure-shear and axial load simultaneously. Ultimate equilibrium method which is based on the energy principle is applied in order to evaluate the shear strength of RC member. The proposed equations are derived by equilibrium condition of force and moment for the failure surface on the ultimate state. And compatibility condition of strains on the shear element is considered to predict the failure mode of member. The interaction curves among three ultimate strengths -bending, shear, and axial capacities- are theoretically proposed. Furthermore, this study involves some significant considerations for the design method.

Keywords: reinforced concrete member, shear crack, energy method, bending, shear, axial load, interaction

1. ま え が き

従来より、曲げモーメントおよび軸力を受ける鉄筋コンクリート部材（以後 RC 部材という）の耐力評価に関しては、塑性理論を基礎とした理論が展開されており、曲げと軸力との相関関係も確立されている¹⁾。これに対し、RC 部材のせん断耐力の評価に関しては、従来の提案式の多くは、実験データに基づき、実験的あるいは半理論的に誘導されているため、必ずしも一般性を有しているとはいえない。また、従来より個別に明らかにされている RC 部材の曲げ耐力、せん断耐力および軸方向耐力の相関関係は、ある限定された領域以外では、解析的に表現することはきわめて困難な状況にある。

しかし、RC 部材のせん断耐力を塑性理論の手法を用い理論的に評価しようとする試みが最近活発に行われつつある^{2),3)}。これらの研究の多くは、RC 部材の変形過程には言及せずに、終局状態のみ着目した解析的研究であるが、簡略化した仮定のもとに、より一般性のある耐力の解析解を与えていることが大きな特徴である。

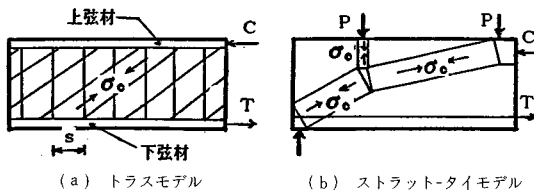
CEB では、1978 年に発表したモデルコード⁴⁾のせん断設計の条項に、塑性理論の考え方が取り入れられており、わが国においても、RC 部材のせん断耐力の評価法を塑性理論の手法を適用して樹立しようとする試みが行われ、建築の分野では、トラス機構とアーチ機構とを複合させた力学モデルを用い、せん断耐力式を求めている⁵⁾。

著者ら⁶⁾は、塑性理論の上界定理の手法の 1 つである終局つり合い法に基づき、曲げとせん断とを同時に受け、斜めひびわれが発生する RC ばりのせん断耐力および斜めひびわれ角度を解析的に求める手法を提案したが、本論文においては、曲げ、せん断および軸力が同時に作用する RC 部材のせん断耐力および斜めひびわれ角度を同一の手法を用い解析的に評価する。さらに、軸力が作用する部材の破壊モードを、軸力の大きさあるいは種類によって、“引張破壊モード”と“圧縮破壊モード”との 2 通りに分類し、それぞれのモードに対し、耐力間の相関関係式を提案する。また、ひずみの適合条件を考慮して引張主鉄筋およびせん断補強筋に対するつり合い鉄筋比を算定し、低鉄筋断面および過鉄筋断面に対するせん断耐力の評価方法を提案するとともに、本提案式の実用設計への適用に対する検討も行う。

* 正会員 工博 東北大学助教授 工学部土木工学科
(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

** 学生会員 工修 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (同上)

*** 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科 (同上)



図一 塑性理論による力学モデル

2. 既往の研究および本研究の特徴

RC 部材のせん断耐力を塑性理論に基づき算定しようとする試みは、1970年代から始まり、トラスモデル²⁾やストラット-タイモデル^{7),8)}などのように、従来の実験式に比べて、実験データとの適合性が優れた力学モデルが提案され、せん断耐力モデルに関する研究が著しく進んだ(図一参照)。

Ritter-Mörsch によって提案された従来のトラスモデルでは、斜めひびわれの角度を 45° と一定として、せん断耐力を求めているが、塑性理論の下界定理に基づき展開されたトラスモデルでは、鉄筋量や配筋状況によって、斜めひびわれの角度が変化していることが特徴である。換言すると、外力に対する部材の抵抗が最大になるように、トラスモデルにおける斜材の角度が変化し、その結果、部材のせん断耐力が従来のトラスモデルを用いた場合より大きく評価されている。しかし、塑性理論によるトラスモデルでは、引張主鉄筋、すなわちトラス機構での下弦材が降伏しないことを前提条件としているため、せん断挙動やせん断耐力に大きな影響を及ぼす曲げモーメントや引張鉄筋量の影響がまったく考慮されていないことが問題点である。

一方、トラス機構とアーチ機構とを複合させた力学モデルに対する研究も活発に行われている。Marti⁷⁾は有限な面積をもつ節点、ストラット、およびタイを導入して、トラス機構(ストラット)とアーチ機構(タイ)とが混合されたせん断抵抗機構を考えた。このモデルでは、コンクリートストラットの角度およびその幅を塑性理論の下界定理に基づいて算定している。せん断スパン比(a/d)が比較的小さいディープビームや耐震壁などのような構造物に対しては解析結果と既往の実験データとの整合性は優れているが、せん断スパン比が3以上の部材に対しては、力学モデルと実挙動との整合性に疑問がある。また、南ら⁹⁾は塑性理論の下界定理に基づき、トラス機構とアーチ機構を別個に取り扱ってそれぞれの強度を累加することによってせん断耐力を求めている。さらに、このモデルを用い部材の各耐力を無次元化して、曲げ、せん断および軸力間の相関関係を提案している。しかし、コンクリート斜材の角度を 45° と一定としている

ことなど、部材の変形状態を合理的に考慮していない点もみられ、さらに厳密な検討が必要と思われる。

このように、塑性理論に基づきせん断耐力を求めようとする手法は、その適用範囲、力学モデルと実挙動との整合性、および力学モデルの理解の容易さなどの点から考えると、従来の力学モデルより優れたものとなっているが、上記のように、それぞれ検討すべき問題点を有しているため、さらに改善の余地があると考えられる¹⁰⁾。

終局つり合い法は、連続のせん断規定の基礎となっている手法であり、終局時において、部材内部の抵抗力が最小になるような変形状態を求めたもので、塑性理論の上界定理に基づいた運動学的アプローチである。

本研究では、曲げ、せん断および軸力を同時に受けるはりや柱などのようなRC部材に対して、終局つり合い法を適用し、せん断耐力および斜めひびわれ角度を解析的に評価する手法を提案するとともに、従来個別に取り扱われてきたRC部材の曲げ耐力、せん断耐力および軸方向耐力間の相関関係式を提案し、その関連性を統一的に把握することを目的としている。

本研究では、せん断耐力の評価においては、終局状態のみを着目しており、曲げひびわれやせん断ひびわれが発生する強度あるいは変形については考慮していない。また、RC部材の実設計では、設計規準で定められている最少せん断補強筋量の規定に従い、必ずある一定量以上のせん断補強筋を配筋しているので、斜め引張破壊のように部材内部での応力の再分配が十分に生じていない破壊モードは生じないと仮定する。なお、軸力を受けているRC部材は、軸力の種類あるいは大きさによって破壊モードが変化する¹¹⁾ことに着目して、破壊モードを引張破壊モードと圧縮破壊モードとに分けて解析を行った。

3. 終局つり合い法によるせん断耐力の評価

本解析では、以下に述べるように、軸力の種類あるいは大きさによって、破壊モードを分類して解析を行った。ここで、破壊モードの限界となるつり合い圧縮力は、曲げと軸力のみが作用する場合におけるつり合い破壊、すなわち引張主鉄筋の降伏と圧縮側のコンクリートの圧壊が同時に生じるときの圧縮力として定義する。

① 引張破壊モード：作用軸力が引張力あるいはつり合い圧縮力より小さい圧縮力である場合で、引張主鉄筋およびせん断補強筋が先に降伏し、最後に破壊面の圧縮側のコンクリートが曲げ圧縮強度に達して終局に至る破壊形態である。

② 圧縮破壊モード：作用軸力がつり合い圧縮力より大きい圧縮力である場合で、圧縮主鉄筋およびせん断補強筋は降伏し、圧縮側のコンクリートが曲げ圧縮強度に

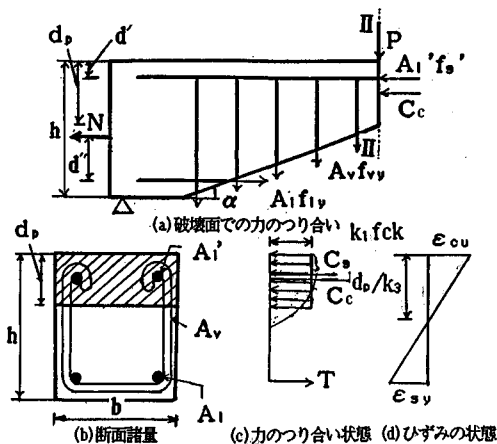


図-2 終局時における力のつり合いおよびひずみの状態

達して終局に至る破壊形態である。

(1) 仮定事項

解析にあたり以下の事項を仮定する。

① 軸力は、部材断面の塑性中心に作用することとする。ここで、塑性中心というのは、鉄筋とコンクリートの材料のそれぞれの面積に鉄筋の降伏強度とコンクリートの圧縮強度をおのおの乗じたものの重心をさす。ただし、引張主鉄筋と圧縮主鉄筋の断面積が同一である場合、塑性中心と断面中心とは一致する。

② 斜めひびわれは、図-2(a)のように引張側から α の角度で直線的に進展し、塑性状態における中立軸の位置まで達して終局状態に至ると仮定する。すなわち、斜めひびわれを 1本の直線でモデル化する。

③ 破壊面は斜めひびわれ面とそれに連なるコンクリートの圧縮面とで構成される。また、破壊面にはせん断補強筋が一様に配置されており、終局時において、破壊面と交差するせん断補強筋はすべて降伏しているとする。

④ 鉄筋のダウエル作用およびコンクリートの引張強度は無視する。

⑤ 斜めひびわれが発生している部分における引張主ひずみの方向は、ひびわれの方向に直角とする。

⑥ 軸力は引張を正 (+) とする。

⑦ 圧縮主鉄筋の座屈による影響は考慮しない。

以上の仮定から、終局時におけるせん断耐力は、破壊面での外力と内部抵抗力とのつり合い条件により導かれる。

(2) せん断耐力式の算定

a) 引張破壊モードの場合

終局時に、図-2(a)のように破壊面が形成されている RC 部材において、せん断力は斜めひびわれの形成によって、部材軸方向にもその影響を及ぼし、軸方向鉄

筋(引張主鉄筋と圧縮主鉄筋)の応力が増減することが、従来の実験あるいは解析的研究から明らかになっている¹¹⁾。これは換言すれば、軸方向鉄筋を設計する場合には、曲げモーメントのみならず、せん断力による影響も考慮しなければならないことを意味している。さらに、軸力が作用する場合には、その影響を考慮することにより、破壊面の中立軸に対する外力によるモーメント (M_{ext}) は、曲げによるモーメント (M)、せん断力 (V) によって付加されるモーメント ($V(h-d_p) \cot \alpha$)、および軸力の偏心によるモーメント ($N(d-d''-d_p)$) の和で表わされる。すなわち、

$$M_{ext} = M + V(h-d_p) \cot \alpha + N(d-d''-d_p) \dots (1)$$

ここで、 h は断面高さ、 d は有効高さ、 d_p は終局状態における中立軸の高さ、 d'' は塑性中心から引張主鉄筋までの距離で、その値は式 (2) から求められる。

$$d'' = \frac{0.85 f_{ck} b h (d-d') / 2 + A_i' f_{is}' (d-d')}{0.85 f_{ck} b h + A_i f_{iv} + A_i' f_{iv}} \dots (2)$$

ここに、 A_i : 引張主鉄筋の断面積、 f_{iv} : 引張主鉄筋の降伏強度、 A_i' : 圧縮主鉄筋の断面積、 f_{is}' : 圧縮主鉄筋の降伏強度、 f_{ck} : コンクリート圧縮強度、 b : 断面幅、 d' : 圧縮主鉄筋のかぶり

一方、断面 II-II の中立軸において、外力に抵抗する内部抵抗モーメント (M_{int}) は、引張主鉄筋による抵抗モーメント (M_{ui})、圧縮主鉄筋による抵抗モーメント (M_{ui}')、せん断補強筋による抵抗モーメント (M_{uv})、および圧縮側のコンクリートによる抵抗モーメント (M_{uc}) の和として表わされる。すなわち、

$$M_{int} = M_{ui} + M_{ui}' + M_{uv} + M_{uc} \dots (3)$$

式 (3) の右辺の各項は次のように表される。

$$M_{ui} = A_i f_{iv} (d-d_p) \dots (4)$$

$$M_{ui}' = A_i' f_{is}' (d_p-d') \dots (5)$$

$$M_{uv} = A_v f_{vy} (h-d_p)^2 \cot^2 \alpha / 2 s \dots (6)$$

$$M_{uc} = k_1 f_{ck} b d_p^2 / 2 \dots (7)$$

ここに、 A_v : せん断補強筋の断面積、 f_{vy} : せん断補強筋の降伏強度、 f_{is}' : 圧縮主鉄筋応力度、 s : せん断補強筋の配置間隔、 k_1 : 圧縮側コンクリートの平均応力に関する係数、 k_3 : 圧縮側コンクリートの高さに関する係数

$$M + V(h-d_p) \cot \alpha + N(d-d''-d_p) = A_i f_{iv} (d-d_p) + A_i' f_{is}' (d_p-d') + A_v f_{vy} (h-d_p)^2 \cot^2 \alpha / 2 s + k_1 f_{ck} b d_p^2 / 2 \dots (8)$$

となる。

なお、終局時において、破壊面での水平方向の力のつり合い条件を考えると、

$$A_i f_{iv} - N - k_1 f_{ck} b d_p - A_i' f_{is}' = 0 \dots (9)$$

となる。そこで、圧縮主鉄筋の応力状態を検討するために、圧縮主鉄筋の応力度 (f_{is}') を図-2(d) のひずみの適

合条件から計算すると、

$$f'_s = \epsilon_{cu} E_s (d_\rho - k_1 d') / d_\rho \dots\dots\dots (10)$$

となる。

ここに、 ϵ_{cu} ：コンクリートの終局ひずみ、 E_s ：鉄筋のヤング率

圧縮側のコンクリートの高さ d_ρ は、圧縮主鉄筋が降伏している場合は式 (11) で、降伏していない場合は式 (12) でそれぞれ表わされる。

$$d_\rho = (A_i f_{iy} - A'_i f'_{iy} - N) / k_1 f_{ck} b \dots\dots\dots (11)$$

$$d_\rho = \frac{A_i f_{iy} - N - A_i \epsilon_{cu} E_s + \sqrt{(A_i f_{iy} - N - A_i \epsilon_{cu} E_s)^2 + 4 k_1 f_{ck} b d' A_i \epsilon_{cu} E_s} / 2}{k_1 f_{ck} b} \dots\dots\dots (12)$$

式 (9) を式 (8) の右辺に代入して、コンクリート圧縮強度 f_{ck} の項を消去すると、

$$\begin{aligned} M + V(h - d_\rho) \cot \alpha + N(d - d'' - d_\rho) \\ = A_i f_{iy}(d - d_\rho/2) + A'_i f'_{iy}(d_\rho/2 - d') \\ + A_v f_{vy}(h - d_\rho)^2 \cot^2 \alpha / 2 s - N d_\rho / 2 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

となる。

破壊断面での部材の曲げモーメント M とせん断力 V との比がせん断スパン長さ a である場合、すなわち荷重の載荷点での断面が危険断面である場合は、

$$M / V = a \dots\dots\dots (14)$$

となり、式 (13) は次のように書き直せる。

$$\begin{aligned} V = \frac{1}{a + (h - d_\rho) \cot \alpha} \{ A_i f_{iy}(d - d_\rho/2) \\ + A'_i f'_{iy}(d_\rho/2 - d') + A_v f_{vy}(h - d_\rho)^2 \cot^2 \alpha / 2 s \\ - N(d - d'' - d_\rho/2) \} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

さて、部材に配置された鉄筋（引張主鉄筋とせん断補強筋）が斜めひびわれの発生によって横切られると、鉄筋には非弾性変形が生じて、ひびわれの進行方向が変化する。すなわち、ひびわれの方向は鉄筋の量や配筋方法により影響を受けることが知られている¹²⁾。したがって、本研究では、内部せん断抵抗力が最小になるように斜めひびわれの角度を定めるために、せん断抵抗力を斜めひびわれ角度 α で微分して、0とおいた。

すなわち、

$$dV / d\alpha = 0 \dots\dots\dots (16)$$

この式を整理し、 $\cot \alpha$ に関する2次式を解くと2次式が得られる。

$$\begin{aligned} \cot \alpha = \frac{-a}{(h - d_\rho)} + \sqrt{\frac{(-a)^2}{(h - d_\rho)^2} + \frac{2s}{(h - d_\rho)^2 A_v f_{vy}}} \\ \frac{\{ A_i f_{iy}(d - d_\rho/2) + A'_i f'_{iy}(d_\rho/2 - d') \}}{2Ns(d - d'' - d_\rho/2)} \\ \frac{1}{(h - d_\rho)^2 A_v f_{vy}} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

式 (17) はせん断抵抗力を最小にする斜めひびわれの角度を与える式であり、そのときのせん断抵抗力、すなわち、せん断耐力 V_u は式 (17) を式 (15) に代入して導かれる。

$$\begin{aligned} V_u = \frac{A_v f_{vy}}{s} \left[\sqrt{a^2 + \frac{2s}{A_v f_{vy}} \{ A_i f_{iy}(d - d_\rho/2) \}} \right. \\ \left. + A'_i f'_{iy}(d_\rho/2 - d') - \frac{2Ns(d - d'' - d_\rho/2)}{A_v f_{vy}} - a \right] \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここで、破壊モードの境界になるつり合い圧縮力を定義するために、つり合い状態における中立軸の位置 d_b をひずみの適合条件から算定すると式 (19) のようになる。

$$d_b = \frac{\epsilon_{cu} E_s}{f_{iy} + \epsilon_{cu} E_s} k_1 d \dots\dots\dots (19)$$

そのつり合い状態における曲げモーメント (M_b)、軸力 (N_b) および軸力の偏心距離 (e_b) は次のように与えられる。

$$N_b = A_i f_{iy} - A'_i f'_{iy} - k_1 f_{ck} b d_b \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} M_b = A_i f_{iy}(d - d_b/2) + A'_i f'_{iy}(d_b/2 - d') \\ - N_b(d - d'' - d_b/2) \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$e_b = M_b / N_b \dots\dots\dots (22)$$

b) 圧縮破壊モードの場合

前記の仮定事項から圧縮主鉄筋が降伏していると仮定し、引張破壊モードの場合と同様な手法によってせん断耐力を算定する。

そこで、引張主鉄筋の応力状態を検討するために、引張主鉄筋の応力度 (f_s) をひずみの適合条件から計算すると、

$$f_s = \epsilon_{cu} E_s (k_1 d - d_\rho) / d_\rho \dots\dots\dots (23)$$

となる。圧縮側のコンクリートの高さ d_ρ は、引張主鉄筋が降伏している場合は式 (24) で、降伏していない場合は式 (25) でそれぞれ示される。

$$d_\rho = (A_i f_{iy} - A'_i f'_{iy} - N) / k_1 f_{ck} b \dots\dots\dots (24)$$

$$d_\rho = \frac{A_i \epsilon_{cu} E_s - N - A'_i f'_{iy} + \sqrt{(A_i \epsilon_{cu} E_s - N - A'_i f'_{iy})^2 + 4 k_1 f_{ck} b A_i \epsilon_{cu} E_s d'} / 2}{k_1 f_{ck} b} \dots\dots\dots (25)$$

そして、内部せん断抵抗力が最小になるように斜めひびわれの角度を定めるために、引張破壊モードの場合と同様に、せん断抵抗力を斜めひびわれ角度で微分して、0とおき、整理すると、斜めひびわれ角度およびせん断耐力が式 (26) および (27) のように求められる。

$$\begin{aligned} \cot \alpha = \frac{-a}{(h - d_\rho)} + \sqrt{\frac{(-a)^2}{(h - d_\rho)^2} + \frac{2s}{(h - d_\rho)^2 A_v f_{vy}}} \\ \frac{\{ A_i f_{iy}(d - d_\rho/2) + A'_i f'_{iy}(d_\rho/2 - d') \}}{2Ns(d - d'' - d_\rho/2)} \\ \frac{1}{(h - d_\rho)^2 A_v f_{vy}} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_u = \frac{A_v f_{vy}}{s} \left[\sqrt{a^2 + \frac{2s}{A_v f_{vy}} \{ A_i f_{iy}(d - d_\rho/2) \}} \right. \\ \left. + A'_i f'_{iy}(d_\rho/2 - d') - \frac{2Ns(d - d'' - d_\rho/2)}{A_v f_{vy}} - a \right] \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

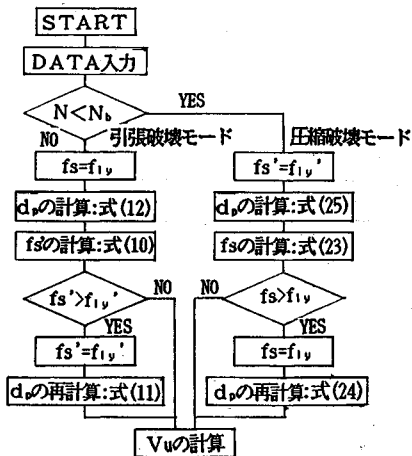


図-3 せん断耐力および斜めひびわれ角度算定のフローチャート

(3) せん断耐力算定のフローチャート

せん断耐力および斜めひびわれ角度の算定のフローチャートを示すと図-3のようになる。

すなわち、

- ① 部材の材料特性を入力する。
- ② 式 (20), および (21) からつり合い状態の耐力 N_b, M_b を計算する。
- ③ 軸力状態により、破壊モードを定める。軸力 N が引張力あるいは N_b より小さい圧縮力である場合、引張破壊モードとなり、 N_b より大きい圧縮力である場合、圧縮破壊モードとなる。
- ④ 破壊モードが引張破壊モードである場合は、圧縮主鉄筋の応力度 (f_s) を計算し、降伏強度まで達しているかどうかを検討し、式 (11) あるいは式 (12) によって、圧縮側のコンクリートの高さ d_p を計算する。
- ⑤ 斜めひびわれの角度 α およびせん断耐力 V_u をそれぞれ式 (17) および式 (18) から計算する。
- ⑥ 破壊モードが圧縮破壊モードである場合は、引張主鉄筋の応力度 (f_s') を計算し、降伏強度まで達しているかどうかを検討して、式 (24) あるいは式 (25) によって、 d_p を計算する。
- ⑦ 斜めひびわれの角度 α およびせん断耐力 V_u をそれぞれ式 (26) および式 (27) から計算する。

4. 耐力間の相関関係

RC 部材には、外力条件によって、曲げモーメント、せん断力、軸力などの外力がさまざまな組合せで作用しうる。

これら3種類の力が同時に作用する場合、これらが部材の耐力に及ぼす影響は、それぞれの力を座標軸とする座標空間上に相関関係を示すことにより表現できる。す

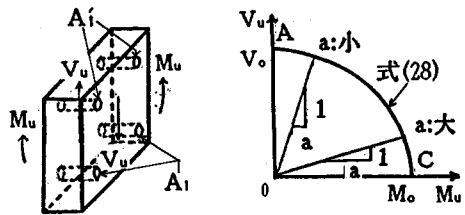


図-4 曲げとせん断との相関関係

なわち、曲げとせん断と軸力とを同時に受ける部材の耐力は、三次元座標軸における相関曲面上の一点として表わせる。

また、曲げ、せん断および軸力が作用する RC 部材においては、曲げとせん断との相関関係、曲げと軸力との相関関係、さらに、せん断と軸力との相関関係も存在する。これら3つの相関関係のうち、曲げと軸力との相関関係は、柱などのような部材を対象として、従来からその理論体系が展開されている。曲げモーメントとせん断力とは不可分の関係であるので、これらの相関関係も検討する必要があると考えられる。曲げとせん断との相関関係や軸力とせん断との相関関係の幾何学的な意味は、上記の三次元座標面上の相関曲面をそれぞれの座標平面上に投影させた曲線として理解される。

(1) 曲げとせん断との相関関係

前述したように、曲げとせん断との相関関係は、部材に実際に作用する外力状態を示すものではなく、設計諸量が算定されている部材がもっている耐力を表わしているもので、部材の耐力は、その設計諸量に対する相関曲線上の一点で表わせる。

曲げとせん断との相関関係を調べるために、式 (18) を曲げ耐力とせん断耐力の関数で整理して、軸力の項を 0 とおく、すなわち部材に曲げとせん断のみが作用する場合の断面耐力間の相関関係を示すと式 (28) のようになり、それを図示すると図-4 のようになる。

$$\frac{V_u^2 s}{2 A_s f_{sv}} + M_u = A_i f_{sv} (d - d_p / 2) + A_i' f_s' (d_p / 2 - d') \dots \dots \dots (28)$$

図-4 において、式 (28) と原点を結ぶ直線の傾きは、部材の作用せん断力と作用曲げモーメントとの比、すなわちせん断スパンの逆数 ($1/a$) を表わしている。また、V 軸に近い部分は、曲げモーメントに比べてせん断力の影響が大きく、せん断挙動が卓越している領域を表わしている。この付近は、単純ばりでは支点近傍、連続ばりでは曲げモーメントの変曲点付近のようにせん断スパン比が小さい部分に対する耐力を表わしている。

また、M 軸に近い部分は、せん断力に比べて曲げモーメントの影響が大きく、曲げ挙動が卓越している領域を表わしている。ここで、A 点は部材にせん断力のみが作

用する場合であり、純せん断状態を表わしており、C点
は部材に曲げモーメントのみ作用する場合であり、純曲
げ状態を表わしている。従来の考え方によると、A点は
せん断耐力を、C点は曲げ耐力を表わしている。しかし、
前記したように、はり部材においては、曲げモーメント
とせん断力は不可分の関係であるので、このように、純
せん断状態や純曲げ状態はほとんど存在しないといえ
る。

図-4において、純曲げ状態(C点)と純せん断状態
(A点)を表わしている耐力 M_0 および V_0 は、式(28)
からそれぞれ次式のように表わされる。

$$M_0 = A_1 f_{1y} (d - d_p/2) + A_1 f'_s (d_p/2 - d') \dots \dots \dots (29)$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 A_v f_{vy} A_1 f_{1y} (d - d_p/2) + A_1 f'_s (d_p/2 - d')}{s}} \dots \dots \dots (30)$$

図-4によると、部材がもつせん断耐力は曲げモー
メントの増加によって、放物線的に低下することがわかる。
その反面、部材がもつ曲げ耐力もせん断力の影響を受け
て低下することがわかる。したがって、軸方向鉄筋量を
算定する場合には曲げモーメントのみならず、作用せん
断力の影響を考慮しなければならないと思われる。

(2) 曲げと軸力との相関関係

曲げと軸力との相関関係は、柱などのような部材に対
象として、従来からその理論体系が確立されている。こ
の関係は曲げ、せん断および軸力の三次元相関曲面を曲
げと軸力との座標平面に投影させたもので、せん断力を
一定とした場合である。

曲げと軸力との相関関係を調べるために、式(18)お
よび式(27)を曲げ耐力と軸力の関数で整理して、せん
断力の項を0とおくと、それぞれ式(31)および式(32)
のようになる。

$$M_u + N_u (d - d'' - d_p/2) = A_1 f_{1y} (d - d_p/2) + A_1 f'_s (d_p/2 - d') \dots \dots \dots (31)$$

$$M_u + N_u (d - d'' - d_p/2) = A_1 f_s (d - d_p/2) + A_1 f'_{1y} (d_p/2 - d') \dots \dots \dots (32)$$

すなわち、部材に曲げと軸力のみが作用する場合の断
面耐力間の相関関係を図示すると、図-5のようになる。

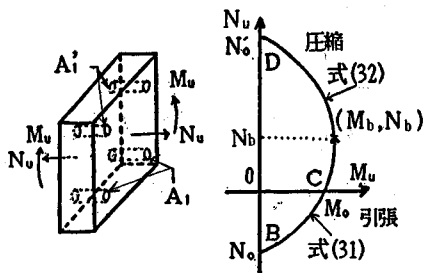


図-5 曲げと軸力との相関関係

図-5において、式(31)および式(32)と原点とを
結ぶ直線の傾きは、部材の作用軸力と作用曲げモーメ
ントとの比、すなわち軸力の偏心距離の逆数(1/e)を表わ
しており、B点とD点はそれぞれ純引張状態と純圧縮状
態を表わしている。

ここで、純引張状態(B点)と純圧縮状態(D点)に
おける耐力 N_0 および N'_0 は、式(31)および式(32)
からそれぞれ次のようになる。

$$N_0 = A_1 f_{1y} + A_1 f'_{1y} \dots \dots \dots (33)$$

$$N'_0 = -0.85 f_{ck} b h - A_1 f_{1y} - A_1 f'_{1y} \dots \dots \dots (34)$$

D点付近は圧縮挙動が卓越した領域で、C点付近は曲
げ挙動が卓越した領域である。また、式(31)および式
(32)で表わされる曲げと軸力との相関関係は、外力状
態によって、軸方向鉄筋の応力や圧縮側のコンクリート
の高さなどが変わるので直線ではなく曲線となる。

(3) 軸力とせん断との相関関係

軸力とせん断との相関関係は、曲げとせん断との相関
関係と同様に、実際に部材に作用する外力状態ではなく、
曲げ、せん断および軸力を受ける部材の三次元相関関係
を軸力とせん断との座標平面に投影させたもので、この
ような外力状態は、はり部材にはほとんど存在せず、面
内せん断力を受けるシェル構造あるいはスラブ構造など
の部材に存在する。

軸力とせん断との相関関係を調べるために、式(18)
および式(27)を軸方向耐力とせん断耐力の関数で整理
して曲げモーメントの項を0とおくと、それぞれ式(35)
および式(36)のようになる。

$$\frac{V_u^2 s}{2 A_v f_{vy}} + N_u (d - d'' - d_p/2) = A_1 f_{1y} (d - d_p/2) + A_1 f'_s (d_p/2 - d') \dots \dots \dots (35)$$

$$\frac{V_u^2 s}{2 A_v f_{vy}} + N_u (d - d'' - d_p/2) = A_1 f_s (d - d_p/2) + A_1 f'_{1y} (d_p/2 - d') \dots \dots \dots (36)$$

すなわち、部材に軸力とせん断力のみが作用する場合
の断面耐力間の相関関係を図示すると、図-6のよう
になる。

(4) 全耐力空間における耐力間の相関関係

全耐力空間における耐力間の相関関係を調べるため
に、式(18)および式(27)をそれぞれ耐力の関数で表

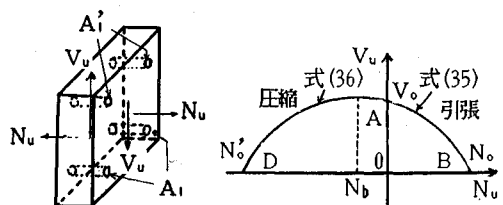


図-6 軸力とせん断との相関関係

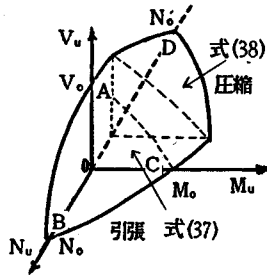


図-7 全耐力空間における耐力間の相関関係

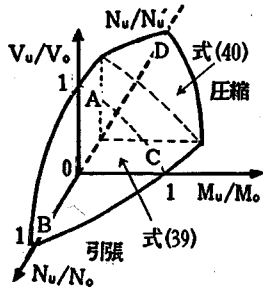


図-8 全耐力空間における無次元化された耐力間の相関関係

わすと、次式のようになる。

$$\frac{V_u^2 S}{2 A_v f_{vy}} + M_u + N_u(d - d'' - d_p/2) = A_t f_{is}(d - d_p/2) + A_t' f_s'(d_p/2 - d') \quad (37)$$

$$\frac{V_u^2 S}{2 A_v f_{vy}} + M_u + N_u(d - d'' - d_p/2) = A_t f_s(d - d_p/2) + A_t' f_{is}(d_p/2 - d') \quad (38)$$

また、式 (37) および式 (38) をおのおのの耐力を座標軸とする三次元空間に図示すると、図-7 のようになる。

さらに、式 (37) および式 (38) を式 (29), (30), (33) で表わされる純曲げ、純せん断、純引張状態の耐力 M_0, V_0, N_0 に対して無次元化すると、それぞれ式 (39), 式 (40) のようになる。

$$\left(\frac{V_u}{V_0}\right)^2 + \frac{M_u}{M_0} + \frac{N_u}{N_0} = 1 \quad (39)$$

$$\left(\frac{V_u}{V_0}\right)^2 \left(\frac{V_u}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{M_u}{M_0}\right) \frac{M_u}{M_0} + \left(\frac{N_u}{N_0}\right) \frac{N_u}{N_0} = 1 \quad (40)$$

ここに、

$$M_0 = A_t f_s(d - d_p/2) + A_t' f_{is}(d_p/2 - d') \quad (41)$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 A_v f_{vy} [A_t f_s(d - d_p/2) + A_t' f_{is}(d_p/2 - d')]}{s}} \quad (42)$$

$$N_0 = -0.85 f_{ck} b h - A_t f_{is} - A_t' f_{is}' \quad (43)$$

式 (39) および式 (40) を三次元空間に示すと、図-8 のようになる。

5. ひずみの適合条件および破壊モードの判別

部材の断面状態が低鉄筋断面になっているかどうかを検討することは、部材の安全性や靱性などの検証においてきわめて重要である。すなわち、すべての断面は、曲げやせん断に対して低鉄筋断面となるように設計し、部材に配置される鉄筋（引張主鉄筋およびせん断補強筋）の役割を十分に生かせるようにしなければならない。

そのために、以下において、引張主鉄筋、せん断補強筋および圧縮側のコンクリート間のひずみの適合条件に基づいて、つり合い引張主鉄筋比 (ρ_{tb}) およびつり合いせん断補強筋比 (ρ_{vb}) を求める。ここで、つり合い引張主鉄筋比は、引張主鉄筋の降伏と圧縮側のコンクリートの圧壊が同時に起きるときの引張主鉄筋比を意味している。また、つり合いせん断補強筋比は引張主鉄筋とせん断補強筋とが同時に降伏に達するときのせん断補強筋比を表わしている。

まず、つり合い引張主鉄筋比 ρ_{tb} については、引張主鉄筋と圧縮側のコンクリート間のひずみの適合条件から、

$$d_p = k_3 d \epsilon_c / (\epsilon_c + \epsilon_t) \quad (44)$$

となる。ここで、 ϵ_c, ϵ_t はコンクリート圧縮縁および引張主鉄筋のひずみである。これは、終局状態においては、式 (45) となる。

$$d_p = \frac{\epsilon_{cu} E_s}{f_{ly} + \epsilon_{cu} E_s} k_3 d \quad (45)$$

ここで、式 (45) を式 (9) に代入して整理すると、つり合い引張主鉄筋比 ρ_{tb} が得られる。

$$\rho_{tb} = k_1 k_3 \left(\frac{\epsilon_{cu} E_s}{f_{ly} + \epsilon_{cu} E_s} \right) \cdot \frac{f_{ck}}{f_{ly}} + \rho_i' \frac{E_s}{f_{ly}} \left[\epsilon_{cu} - \left(\epsilon_{cu} + \frac{f_{ly}}{E_s} \right) \frac{d'}{d} \right] + N / b d f_{ly} \quad (46)$$

ここで、 ρ_i' は圧縮主鉄筋比である。

一方、つり合いせん断補強筋比 ρ_{vb} は、引張主鉄筋とせん断補強筋との間のひずみの適合条件から得られる。

$$\tan^2 \alpha = \epsilon_t / \epsilon_v \quad (47)$$

となる。ここで、引張主鉄筋とせん断補強筋とが同時に降伏すると仮定すると、次式が得られる。

$$\tan^2 \alpha = \epsilon_{ly} / \epsilon_{vy} = 1 \quad (48)$$

これを式 (17) に代入して整理すると、つり合いせん断補強筋比 ρ_{vb} が得られる。

$$\rho_{vb} = \frac{2 d}{(h - d_b + 2 a)(h - d_b) f_{vy}} \left\{ \rho_{tb} f_{is}(d - d_p/2) + \rho_i' f_s'(d_p/2 - d') - N(d - d' - d_b/2) / b d \right\} \quad (49)$$

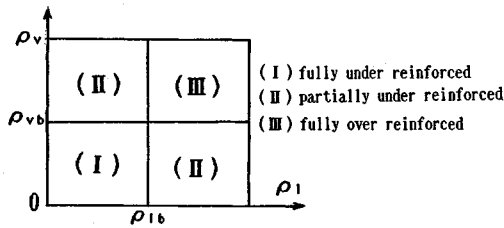


図-9 鉄筋比と破壊モードとの関係

したがって、式(46)と式(49)とを用いると、断面の鉄筋の状態を把握できる。

また、部材が過鉄筋断面で設計されている場合、つり合い鉄筋比以上の鉄筋量は外力に対する抵抗に使われなくなる。換言すると、引張主鉄筋比を ρ_l 、せん断補強筋比を ρ_v とするとき、 $\rho_l < \rho_{lb}$ かつ $\rho_v < \rho_{vb}$ である部材は、低鉄筋断面の部材であるので、せん断耐力は式(18)をそのまま使用でき、また、破壊モードも引張主鉄筋とせん断補強筋がすべて降伏して、最後に圧縮側のコンクリートが圧壊し終局に至る靱性に富んだ破壊となる。しかし、 $\rho_l > \rho_{lb}$ かつ $\rho_v > \rho_{vb}$ である部材の場合、両方に対して過鉄筋断面の部材となるので、 ρ_l の代わりに ρ_{lb} 、 ρ_v の代わりに ρ_{vb} を用いてせん断耐力を計算すればよい。しかし、その状態での破壊モードは鉄筋の役割を十分に生かせなく、鉄筋が降伏する以前にコンクリートが圧壊し終局に至る脆性破壊となる。

一方、 $\rho_l > \rho_{lb}$ かつ $\rho_v < \rho_{vb}$ あるいは $\rho_l < \rho_{lb}$ かつ $\rho_v > \rho_{vb}$ である部材の場合は、つり合い鉄筋比より大きい値に対してのみ、つり合い鉄筋比で置き換えてせん断耐力を計算すればよい。また、その場合の破壊モードは鉄筋よりコンクリートが先に破壊するウェブ圧壊や圧縮破壊となる。

以上述べた鉄筋比と破壊モードとの関係を図示すると図-9のようになる。

6. 本提案式に関する評価および考察

RC部材のせん断耐力は、多くの因子の影響を受けていることが知られているが、その中で比較的影響が大きいと思われる因子としては、せん断スパン比、引張主鉄筋比、せん断補強筋比などがある。しかし、これらの因子の影響については、著者らの論文⁹⁾に記述してあるので、それを参照されたい。ここでは、一般に、せん断耐力の算定において、考慮されていない圧縮主鉄筋および軸力の影響について、本論文で提案された評価式に基づき検討する。

(1) 圧縮主鉄筋の影響

本研究では、部材の破壊は圧縮側のコンクリートの圧壊によって生じると仮定したので、圧縮主鉄筋は部材のせん断耐力を増加させるはずである。一般的に、RC部

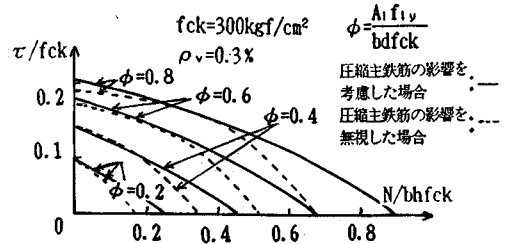


図-10 引張力が作用する場合のせん断耐力に及ぼす圧縮主鉄筋の影響

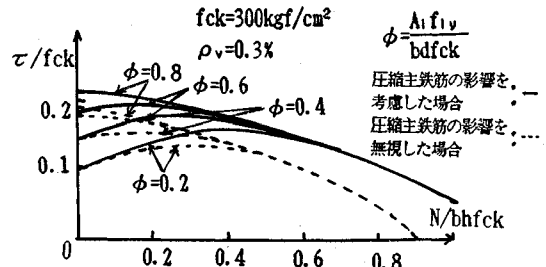


図-11 圧縮力が作用する場合のせん断耐力に及ぼす圧縮主鉄筋の影響

材のせん断耐力を評価する場合、圧縮主鉄筋の影響はほとんど無視しているが、大きな軸圧縮力が作用する場合には、断面での圧縮領域が大きくなり、さらに圧縮主鉄筋の応力が降伏強度に達して、その影響は無視できないものになると思われる。

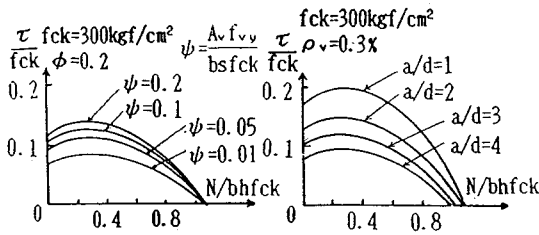
ここでは、引張力が作用する場合と圧縮力が作用する場合に分けて、その影響度を検討した。

まず、引張力が作用する場合、図-10に圧縮主鉄筋の影響を無視した場合と考慮した場合とについて、引張主鉄筋量を変化させて計算した結果をプロットした。

この結果、引張力が小さい場合には、せん断耐力に及ぼす圧縮主鉄筋の影響はほとんどないといえる。しかし、引張力が大きくなると、圧縮主鉄筋の影響は無視できず、その傾向は引張主鉄筋量が多くなるほど著しく現われた。

また、圧縮力が作用する場合も、同様の検討を行い、その結果を図-11にプロットした。なお、図-10、図-11において τ は平均せん断応力である。

圧縮破壊モードの場合も引張破壊モードとほぼ同様の傾向を示し、 ϕ が 0.2~0.3 程度以下で、圧縮力が小さい場合には、せん断耐力に及ぼす圧縮主鉄筋の影響はほとんど認められなかった。しかし、圧縮力が大きくなると、圧縮主鉄筋の影響は無視できないといえる。なお、引張主鉄筋量の増加によって、せん断耐力も増加するが、圧縮力が大きい場合は、引張主鉄筋量によらずほぼ同じせん断耐力を示している。これは、圧縮力の増加によって、圧縮側のコンクリートの高さ d_p が大きくなり、そ



(a) せん断補強筋量をパラメータ (b) a/d をパラメータ

図-12 軸力がせん断耐力に及ぼす影響

のため、引張主鉄筋に降伏が生じなくなって引張主鉄筋の影響が少なくなるためであると思われる。

結局、軸力が作用しない場合あるいはその値が小さい場合には、圧縮主鉄筋の影響を無視しても部材のせん断耐力の評価にはあまり影響がないといえる。しかし、軸力として大きな圧縮力が作用する場合あるいは大きい引張力が作用する場合には、圧縮主鉄筋の影響を考慮すべきであると思われる。

(2) 軸力の影響

前述したように、軸力が作用している部材では、軸力の種類や大きさによって、その破壊モードが変化するので、軸力の影響を把握しなければならない。

まず、軸力として引張力が作用する場合、引張力の増加に従って、せん断耐力も低下し、いわゆる純引張状態になったとき、部材のせん断耐力がほとんどなくなることがわかる(図-10参照)。また、そのせん断耐力の減少の割合は、引張主鉄筋量が少ないほど顕著に現われた。しかし、圧縮力が作用する場合は、圧縮力の増加に従って、せん断耐力は増加するが、ある圧縮力以上になると、低下することがわかる(図-11参照)。

また、図-12は、部材のせん断耐力に及ぼす軸力(圧縮力のみ)の影響をせん断スパン比あるいはせん断補強筋量をパラメータとして示したものである。その結果、せん断スパン比 a/d が小さくなるほど、せん断耐力の増加の割合は著しくなること、せん断耐力はせん断補強筋量が多くなると増加するが、必ずしも比例的に増加はしないこと、およびせん断耐力の増加割合はせん断補強筋量が多くなると、減少することがわかる。

(3) 設計への適用

現行の土木学会コンクリート標準示方書のせん断に対する設計法では、部材のせん断耐力を求める際に軸方向鉄筋の降伏状態は考慮していない。また、せん断補強筋量の算定においては、ACI や建築学会(1980)等一部の示方書を除いては、曲げモーメントの影響は考慮されていない。

本研究の結果、部材のせん断耐力は作用軸力のみならず、曲げモーメントの影響を大きく受けることが判明し

たことから、現行のせん断設計法はせん断耐力の求め方に検討の余地が残されていると思われる。

一方、本研究のせん断設計法に対する基本的な考え方は、引張主鉄筋の役割を十分に生かして、引張主鉄筋の応力が降伏強度に達するまで利用するのに必要なせん断補強筋量を決定することである。したがって、引張主鉄筋とせん断補強筋の降伏強度で示される、ある適用範囲を設定することが必要である。また、終局つり合い法は、引張主鉄筋およびせん断補強筋の降伏を前提条件としているので、部材の設計時には、両鉄筋が降伏するように設計しなければならない。

現在、塑性理論に基づいて作られている CEB のモデルコード⁴⁾のせん断規定では、引張主鉄筋とせん断補強筋との降伏を保証できる領域として、式(50)のように斜めひびわれの角度(すなわちコンクリート斜材の角度)の制限を設定している。その角度の制限は、実験データから求めたもので、理論的根拠が十分ではないが、その角度の制限は引張主鉄筋とせん断補強筋のひずみ状態を考慮してひびわれ面での骨材のかみ合いによる応力伝達が可能な領域となっていることが特徴である。本研究では、その斜めひびわれの角度の制限が妥当であるとして、その値を使うことにした。

$$3/5 \leq \tan \alpha \leq 5/3 \dots\dots\dots(50)$$

すなわち、斜めひびわれの角度が約 59° より大きい場合 ($\tan \alpha > 5/3$) は、引張主鉄筋は降伏するが、せん断補強筋は降伏しない状態であり、斜めひびわれの角度が約 31° より小さい場合 ($\tan \alpha < 3/5$) は、せん断補強筋は降伏するが、引張主鉄筋は降伏しない状態である。したがって、両鉄筋の降伏を保証するためには、斜めひびわれ角度は、31°~59° の範囲に入らなければならない。

したがって、軸力が作用しておらず圧縮主鉄筋の影響が無視できる場合、式(17)を斜めひびわれの角度 ($\tan \alpha$) と鉄筋比 (ρ_s, ρ_v) との関数で整理すると、

$$\begin{aligned} \tan^2 \alpha &= \frac{a}{d} \cdot \frac{(h-d_p)}{(d-d_p/2)} \cdot \frac{\rho_v f_{vy}}{\rho_s f_{sy}} \tan \alpha \\ &= \frac{(h-d_p)^2 \rho_v f_{vy}}{2 d (d-d_p/2) \rho_s f_{sy}} \dots\dots\dots(51) \end{aligned}$$

となる。

式(51)に式(50)の角度の範囲を代入すると、式(52)および式(53)のように、引張主鉄筋比とせん断補強筋比との比で表わされる無次元量の上限と下限が得られる。

$$\frac{\rho_v f_{vy}}{\rho_s f_{sy}} = \frac{50 d (d-d_p/2)}{30 a (h-d_p) + 9 (h-d_p)^2} \dots\dots\dots(52)$$

$$\frac{\rho_v f_{vy}}{\rho_s f_{sy}} = \frac{18 d (d-d_p/2)}{30 a (h-d_p) + 25 (h-d_p)^2} \dots\dots\dots(53)$$

図-13は、式(51)をその無次元量とせん断スパン

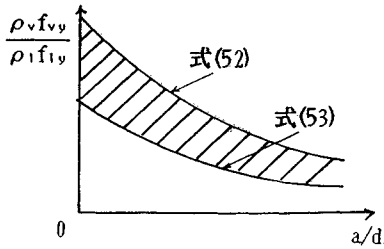


図-13 引張主鉄筋とせん断補強筋の降伏を保證できる領域
(斜線部分)

比を座標軸とする座標空間に模式的にプロットしたものである。したがって、RC 部材の設計時、引張主鉄筋とせん断補強筋の降伏を保證するためには、斜線の領域内に入るようにしなければならないといえる。

7. 結 語

本研究は曲げ、せん断および軸力を同時に受け、斜めひびわれが発生する RC 部材のせん断耐力および斜めひびわれ角度を解析的に評価する手法を提案する目的で行ったものであり、得られた結果を要約すると以下のとおりである。

(1) 塑性理論の上界定理における終局つり合い法に基づく力学モデルを誘導した。すなわち、RC 部材における斜めひびわれは、内部抵抗力が最小になるように伝播していくと仮定して、終局時のせん断耐力および斜めひびわれの角度を与える理論式を提案した。

(2) 提案したせん断耐力式から、従来、個別に取り扱われてきた曲げ耐力、せん断耐力および軸方向耐力間の相関関係を理論的に確立した。

(3) 本力学モデルによる検討の結果、引張主鉄筋量を増加させるほど、せん断耐力も大きくなるが、その増加の割合は、 a/d が小さいほど著しく現われた。また、せん断補強筋に対しては、鉄筋量の増加に従って、せん断耐力の増加の割合が減少することがわかった。

(4) 軸力が作用しない場合あるいはその値が小さい場合には、圧縮主鉄筋の影響を無視しても部材のせん断耐力はあまり影響がないが、大きな圧縮力あるいは大きい引張力が作用する場合には、圧縮主鉄筋の影響を考慮すべきと考えられる。

(5) 引張主鉄筋を降伏強度まで十分に利用するのに必要なせん断補強筋量の領域が存在することを指摘し

た。

本提案式の設計への適用問題において、引張主鉄筋とせん断補強筋の降伏を保證する斜めひびわれの角度の範囲として、他の提案値を引用したが、今後は実験等により、この点を検証する必要がある。

参 考 文 献

- 1) たとえば, Hognestad, E., Hanson, N.W. and Mchenry, D. : Concrete stress distribution in ultimate strength design, Journal of ACI, Vol. 52, pp. 455~479, December, 1955.
- 2) Braestrup, M.W. : Plastic analysis of shear in reinforced concrete, Magazine of concrete research, Vol. 26, No. 89, pp. 221~228, December, 1974.
- 3) Collins, M.P. : Towards a rational theory for RC members in shear, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST4, pp. 649~666, April, 1978.
- 4) CEB : MODEL CODE 1978.
- 5) 南 宏一・渡辺史夫 : RC 耐震部材のせん断設計式の開発, RC 耐震壁のマクロモデルと FEM ミクロモデルに関するパネルディスカッション論文集, p. 21~39, 1988 年 1 月.
- 6) 鈴木基行・姜 錫和・尾坂芳夫 : せん断補強筋を有する鉄筋コンクリートばりのせん断耐力評価に関する解析的研究, 土木学会論文集, 第 426 号/V-14, pp. 111~120, 1991 年 2 月.
- 7) Marti, P. : Design of concrete slabs for transverse shear, ACI structural journal, Vol. 87, No. 2, pp. 180~190, March-April, 1990.
- 8) Schlaich, J., Schafer, K., Jennenewein, M. : Toward a consistent design of structural concrete, Journal of PCI, Vol. 34, No. 3, pp. 74~151, May-June, 1989.
- 9) 南 宏一 : せん断を受ける鉄筋コンクリート部材の極限解析について, RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集, JCI-C 1, 日本コンクリート工学協会, pp. 1~16, 1982 年 6 月.
- 10) 塩原 等 : 塑性理論を応用した鉄筋コンクリート耐震壁の終局強度算定方法, コンクリート工学, Vol. 25, No. 8, pp. 101~114, 1987 年 8 月.
- 11) Leonhardt, F. : Shear in concrete structure, CEB Bulletin D'Information, No. 126, pp. 67~124, 1978.
- 12) Kyut, W. : A theoretical investigation of ultimate torque as calculated by the truss theory and by the russian ultimate equilibrium method, Magazine of concrete research, Vol. 23, No. 77, pp. 155~160, December, 1971.

(1990. 8. 13・受付)