【土木学会論文集　第425号／IV-14　1991年1月】

住環境整備による住み替え便益の定義と計測モデル

DEFINITION AND MEASUREMENT MODEL OF RESIDENTIAL RELOCATION BENEFITS —AN APPLICATION TO THE TRANSPORT PROJECT—

森杉壽芳*・大野栄治**・宮城俊彦***
By Hisayoshi MORISUGI, Eiji OHNO and Toshihiko MIYAGI

This paper proposes a new definition of the residential relocation benefits derived from the transport project and constructs a model to measure the benefits within the context of the random residential location theory so as to be consistent with the location forecast. Define the households' utility function as the Gorman form, and the benefits by applying the concept of Equivalent Variation to the expected value of maximum utility. Applying the second approximation by the Taylor expansion around the condition without the project, as the result, it shows that the defined residential relocation benefits could be approximated to the consumers' surplus concerning with the changes of generalized transport cost and land rent.

Keywords: *project evaluation, benefit measurement, residential relocation benefits, Equivalent Variation*

1. はじめに

住環境の改善は直接的・間接的に個人の効用を増加させる．この効用の増加分の貨幣評価値を世帯便益として定義し，社会を構成する全世帯について合計することにより，当該プロジェクトの社会的効率性を議論することができる．また，世帯，私企業，地主といった主体別，さらに地域別の帰着便益を知ることにより，当該プロジェクトの社会的公平性を検討することができる[1]．

このような便益計測に対し，従来，種々の研究が行われてきた．それらは，資産価値法，一般均衡分析法および共役双対法に大別することができるであろう．資産価値法は資産価値の増加分を用いて便益を計測しようとする方法であり[2]，一般均衡分析法は市場均衡条件の変化による個人の効用の増加分に等価的偏差EV（Equivalent Variation）あるいは補償的偏差CV（Compensating Variation）の概念を適用する分析法であり[1),3)~10)]，また共役双対法は市場均衡条件を解とするような数理最適化問題に置き換えて便益を定義・計測しようとする方法である[11)~14)]．

しかし，これらの手法には適用に際していくつかの問題点がある．資産価値法による分析においては，対象地域がsmall-openであるという仮定が必要であるが，その仮定をチェックすることは困難である．現実には対象地域でsmall-openの仮定が成立するとは思われないため，全便益は必ずしも地価に帰着するとは限らない．したがって，評価された便益は，人口移動を伴う場合の世帯便益（以下，住み替え便益とよぶ）全体を網羅しているとはいえない[3),15)]．EV・CVの概念に基づく分析は，一般均衡を直接解く方法とショートカットで解く方法とに分けられるが[1),4)]，いずれも確定効用理論に基づくものであるので，ここではランダム効用に対する便益の定義が曖昧である．また，共役双対法による分析は立地条件に関する線形効用関数を用いることが多い[5),13),14)]．このとき，ロアの定理を用いて導き出される種々の需要関数が，理論的に妥当な性質を有するとは限らないといった整合性の問題がある．

また，住環境に対する個人（あるいは世帯）の効用が変化する場合には地域の内外で世帯の住み替えを伴うが，従来の便益計測に関する研究においては住み替え行動を明示的にとらえておらず，住み替えに対する世帯便益の解釈が困難であった．一方，住宅立地に関する研究

* 正会員　工博　岐阜大学教授　工学部土木工学科
（〒501-11　岐阜市柳戸1-1）
** 正会員　工修　岐阜大学助手　工学部土木工学科（同上）
*** 正会員　工博　岐阜大学教授　工学部土木工学科（同上）

は1960年代から数多く行われ，住み替え行動を確定的あるいは確率的にモデル化してきたが，住み替え行動と便益計測とを結び付け，交通条件等の住環境の改善による便益を顕在化した住み替え行動から測定しようとしたものはほとんどない．

本研究では，まず，確定効用理論に基づく便益の定義を世帯の住み替えによる効用の変化分に適用する際の問題点を指摘する．次に，ランダム効用理論に基づく住宅立地行動を明示的に定式化した後，従来の便益定義のもつ矛盾を解決するために，最大効用の期待値にEVの概念を適用した便益の定義を提案する．そして，本研究で定義する便益は，世帯の効用関数形そのものを知ることなく，各市場の需要量と価格を用いた一般化消費者余剰（需要曲線がシフトする場合の消費者余剰）で近似的に計測可能であることを示す．

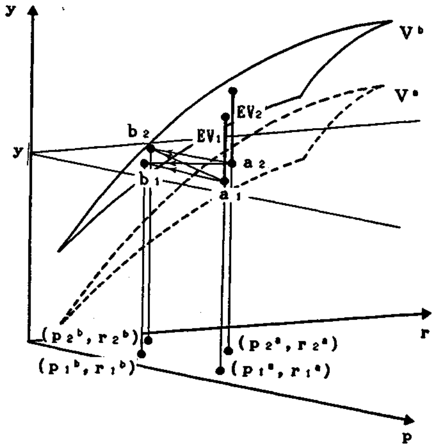
2. 既往の便益の定義の問題点

（1） EVとCV

対象地域の世帯は同一の間接効用関数 V および所得 y をもち，その効用関数は一般化交通費用 p，地代 r，所得 y の関数であるとする．当該プロジェクトの実施によって p および r が (p^a, r^a) から (p^b, r^b) へ変化し，その結果，世帯の効用レベルが V^a から V^b に変化したとする $(V^a < V^b)$．EVは世帯がプロジェクト有の満足度水準を維持するという条件のもとにプロジェクト無の状態 (p^a, r^a) にとどまるために必要と考える最小補償額であり，CVはプロジェクト有の状態 (p^b, r^b) を獲得するために世帯が支払ってもよいと考える最大支払い意思額である．このような概念を用いた便益計測法について，従来より，CVよりもEVの方が便益の定義として望ましいという議論がある[1),16)~18)]．本研究では，EVの概念を用いて世帯の住み替え便益を定義する．

（2） EVを住み替え便益に適用する際の問題点

都市経済学では，対象地域はいくつかのゾーンによって形成され，住宅立地が均衡している場合にはすべての世帯の効用レベルが等しくなるといわれている[19)]．ここに，プロジェクトが実施されると，ゾーン間で効用レベルに不均衡が生じるため，世帯は新たな均衡状態に向かって効用の低いゾーンから効用の高いゾーンに住み替えが行われる．その際，対象地域におけるすべての世帯が同じ効用関数および同じ所得をもち，移動費用がゼロならば，プロジェクト有無それぞれの場合においてどの世帯も同じ効用レベルを享受する．効用の変化分は各世帯で等しいので，すべての世帯の住み替え便益も同じ値であることが必要である．しかし，従来のEVによる便益の定義によると，このような場合，すべての世帯の住み替え便益が同じになるという保証はない．この点に



図—1 住み替えパターンによって異なる EV

ついては，居住地1と居住地2からなる地域における世帯の住み替え便益を考えるとわかりやすい（図—1）．

図—1において，居住地1から居住地2に住み替えた世帯（図中：$a_1 \rightarrow b_2$）の便益は EV_1 で定義され，居住地2で住み替えない世帯（図中：$a_2 \rightarrow b_2$）の便益は EV_2 で定義されるが，必ずしも $EV_1 = EV_2$ であるとは限らない．これは，図中に示される等効用曲面 V が y 軸に沿って平行移動するとは限らないためである．

さらに，ランダム効用理論を適用するときには，住み替え便益は個々の世帯ごとに異なるばかりでなく，達成される効用レベルが一定であるという保証もない．そこで，前者については，世帯集合の中でランダムに変動する住み替え便益の平均値を計測するという目的で，最大効用の期待値の変化をとらえることによって住み替え便益を定義することを提案する．また，後者については，ランダム効用を確定項と確率項（あるいは誤差項）の和で定義することにより，ロアの定理で導かれる需要関数が確定的に得られるため，都市経済学でよく利用される効用一定という均衡条件ではなく，土地市場の需給量で住み替え行動の均衡条件を定義する．

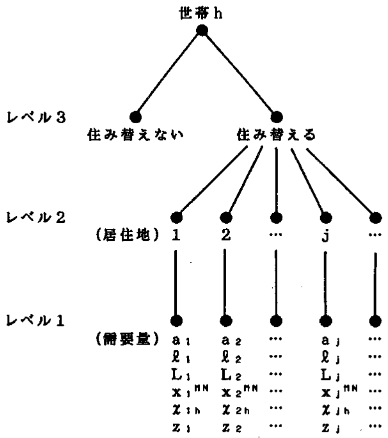
3. 世帯の住み替え行動

（1） 仮　　定

世帯は住環境の変化に伴う効用の変化により毎期首に住み替えを検討するものと考え，この住み替え行動を定式化して住宅立地モデルを構築する．ここで，本研究の目的が住み替え便益の定義の方法にあるため，複雑なモデル構築を避け，次のような仮定をおいて簡単なモデルを構築する．

仮定①：世帯と不在地主のみの行動を考える．

仮定②：住み替え前後において対象地域の世帯数は一定である．なお，前期から当期にかけての対象地



図—2 世帯の住み替え行動

域外との社会的移動は前期末までに行われる．

仮定③：世帯は対象地域におけるいずれかのゾーンに居住し，また勤務している．

仮定④：通勤者は1世帯につき1人である．

仮定⑤：世帯は投機の目的では土地を需要せず，居住の目的のみで需要する．

仮定⑥：世帯が土地を需要するときは不在地主から土地を借りる．

仮定⑦：世帯は図—2に示すように3段階で住み替えを行う[20]．すなわち，レベル1ではあるゾーンに居住すると仮定したときにどれだけの土地を需要するかを決定し，レベル2では住み替えを行う場合にどのゾーンに住み替えるかを決定し，レベル3では住み替えるか否かを決定する．

（2） 定 式 化

a） レ ベ ル 1

レベル1では，居住地 i・勤務地 h の世帯がゾーン j に居住したときの行動をモデル化する．モデルの簡単化のため，ゾーン h に勤務する世帯の効用は，住宅地需要量 a_j，余暇時間 l_j，ゾーン MN 間における自由交通需要量 x_j^{MN}，通勤交通需要量 χ_{jh} および合成財需要量 z_j（価格1）のみの関数で表現されるものと仮定する．ここで，労働時間 L_j は効用関数に含まないこととする[21),22)]．この理由は，このことが時間価値を賃金率で計測することに対する十分条件であること，時間価値の計測例において賃金率にほぼ等しいという報告があること[23)]，これにより後述の式展開が簡単になることによる．そして，予算制約と時間制約のもとで a_j, l_j, L_j, x_j^{MN}, χ_{jh} および z_j をコントロールして効用を最大にするように行動するものと仮定し，その行動を次のように定式化する．

$$\max_{a_j, l_j, L_j, x_j^{MN}, \chi_{jh}, z_j} \quad U_{j,ihB}[a_j, l_j, x_j^{MN}, \chi_{jh}, z_j, C] \quad \cdots\cdots (1\cdot a)$$

$$\text{s.t.} \quad r_j a_j + \textstyle\sum_M \sum_N p^{MN} x_j^{MN} + z_j = y_{ih} + w_h L_j \quad \cdots\cdots (1\cdot b)$$

$$l_j + \textstyle\sum_M \sum_N t^{MN} x_j^{MN} + t^{jh}\chi_{jh} + L_j = T \quad \cdots\cdots (1\cdot c)$$

ここで，$U_{j,ihB}[\cdot]$ は居住地 i・勤務地 h の世帯がゾーン j に居住したとき（あるいは住み替えたとき：B）の効用，r_j は居住地 j の地代，p^{MN} および t^{MN} はゾーン MN 間の交通費用および交通時間，y_{ih} は居住地 i・勤務地 h の世帯の資産所得，w_h は勤務地 h の賃金率，T は総利用可能時間である．式（1·a）の C は世帯の任意のライフステージにおける条件(たとえば世帯主の年齢，家族の年齢，家族構成等）を意味しているが，本研究で構築する住宅立地モデルは静的であるので，C の効果は無視する．式（1·b）は予算制約，式（1·c）は時間制約である．ここで，通勤費用は企業によって負担されるものと仮定し，世帯の予算制約式には加えない．また，世帯は通勤交通としてゾーン jh 間を1日1往復するものと仮定し，$\chi_{jh}=2$ トリップ/日とする．

式（1）の条件付き最大化問題を解くことにより，居住地 i・勤務地 h の世帯がゾーン j に居住したとき（あるいは住み替えたとき：B）の達成可能な効用レベルを示す間接効用関数 $V_{j,ihB}[\cdot]$ を得る．このとき，$V_{j,ihB}$ の関数形を式（2）のようにゴーマン型で定義する[16)]．この理由は，このことが後述の住み替え便益の定義において式（10）から式（11）を誘導するための十分条件であること，所得階層が異なる世帯の効用関数の集計が容易であること（したがって立地予測に関する集計モデルの構築が容易であること），所得レベルが異なる都市間の比較においてはそれぞれのモデルの推定パラメーターに所得レベルの影響が含まれると考えられることによる．

$$V_{j,ihB} = V_{j,ihB}[\boldsymbol{q}_h, w_h \boldsymbol{t}^h, \boldsymbol{r}, y_{ih} + w_h T] \quad \cdots\cdots (2\cdot a)$$

$$\equiv v_{jh}[\boldsymbol{q}_h, w_h t^{jh}, r_j] + v_h[\boldsymbol{q}_h, w_h \boldsymbol{t}^h, \boldsymbol{r}]\,\Omega_{ih} \quad \cdots\cdots (2\cdot b)$$

ここで，q_h^{MN} は一般化交通費用（$\equiv p^{MN} + w_h t^{MN}$），$\Omega_{ih}$ は一般化可処分所得（$\equiv y_{ih} + w_h T$），$\boldsymbol{q}_h$, $\boldsymbol{r}$ および $\boldsymbol{t}^h$ はそれぞれ q_h^{MN}, r_j および t^{jh} のベクトルを示している．また，式（2·b）のゴーマン型間接効用関数は所得に関して線形であり，第1項の $v_{jh}[\cdot]$ はゾーン j ごとにその値が変化してもよい関数であるが，第2項の $v_h[\cdot]$ は立地点によって変化しない関数である．したがって，所得の限界効用 v_h が所得の関数でなく，かつ，同一勤務地の世帯については同一である．この性質によって，同一勤務地の世帯の所得が異なっても，それらの平均値を世帯数倍したものと個々の値を合計したものが，行動量（たとえば交通需要）において一致するという便利な性質をもっている．

b） レ ベ ル 2

レベル2では，住み替えを行う場合に，どのゾーンを

居住地として選択するかをモデル化する．本研究では，式（2・b）で定義された，間接効用関数 $V_{j,ihB}$ の値が最大となるゾーン j を選択するものと仮定する．その際，ランダム効用理論に従って，式（2・b）の効用関数に誤差項を加法的に考慮し，それがガンベル分布に従って確率変動すると仮定すると，世帯の住宅立地行動は次のようにLogitモデルで確率的に表現できる．

$$P_{j,ihB}=\frac{\exp \omega_2 V_{j,ihB}}{\sum_k \exp \omega_2 V_{k,ihB}} \cdots\cdots (3)$$

ここで，$P_{j,ihB}$ は居住地 i・勤務地 h の世帯がゾーン j へ住み替える確率，ω_2 はレベル2における誤差項の分散パラメーターである．

c）レベル3

レベル3では，世帯が住み替えを行うか否かという選択行動をモデル化する．本研究では，住み替えない場合の効用は当該居住地の立地効用と住み替えに対する閾値 δ_i の合計で与え，一方，住み替える場合の効用は住み替え代替案から得られる最大効用の期待値で与え，それぞれ次のように定義する．

$$V_{A,ih} \equiv V_{i,ihB}+\delta_i \cdots\cdots (4\cdot a)$$

$$V_{B,ih} \equiv \frac{1}{\omega_2} \sum_k \exp \omega_2 V_{k,ihB} \cdots\cdots (4\cdot b)$$

ここで，$V_{A,ih}$ は居住地 i・勤務地 h の世帯が住み替えない場合（A）の効用，$V_{B,ih}$ は住み替える場合（B）の効用，$V_{k,ihB}$ はレベル2における世帯の住み替えに関する間接効用関数である．さて，ランダム効用理論に従って，この確定効用関数にガンベル分布に従って確率変動する誤差項を加法的に考慮すると，世帯の住み替え行動は次のようにLogitモデルで確率的に表現できる．

$$P_{A,ih}=\frac{\exp \omega_1 V_{A,ih}}{\exp \omega_1 V_{A,ih}+\exp \omega_1 V_{B,ih}} \cdots\cdots (5\cdot a)$$

$$P_{B,ih}=1-P_{A,ih} \cdots\cdots (5\cdot b)$$

ここで，$P_{A,ih}$ は居住地 i・勤務地 h の世帯が住み替えない場合（A）の確率，$P_{B,ih}$ は住み替える場合（B）の確率，ω_1 はレベル3における誤差項の分散パラメーターである．したがって，世帯の住み替え行動は次のようにNested Logitモデルで確率的に表現できる．

$$P_{j,ih}[V]=\begin{Bmatrix} P_{j,ihB}\,P_{B,ih}, & (j \neq i) \\ P_{i,ihB}\,P_{B,ih}+P_{A,ih}, & (j=i) \end{Bmatrix} \cdots\cdots (6)$$

ここで，$P_{j,ih}[\cdot]$ は世帯の間接効用関数ベクトル $\boldsymbol{V}$ の関数であり，居住地 i・勤務地 h の世帯がゾーン j に住み替える場合（あるいは住み続ける場合）の確率を示している．

4. 住宅立地モデル

議論の簡単化のため，交通プロジェクトの実施による変化は世帯の住宅立地行動と地主の住宅地供給行動のみにおいて生じるものと仮定する．このとき，市場均衡条件は次式で与えられる．

$$N_j a_j = A_j \quad (j=1, \cdots, J) \cdots\cdots (7\cdot a)$$

$$N_j=\sum_h \sum_i N_{ih} P_{j,ih}[V] \quad (j=1, \cdots, J) \cdots\cdots (7\cdot b)$$

$$=\sum_h N_{jh}[V] \cdots\cdots (7\cdot c)$$

ここで，N_j はゾーン j の立地世帯数，a_j はゾーン j の各世帯の最適住宅地需要量，A_j はゾーン j の住宅地供給量，N_{ih} は住み替え前の通勤OD量，N_{jh} は住み替え後の通勤OD量である．本研究では，宅地供給行動はモデル化せず，A_j はゾーン j の可住地面積で与える．

式（7・a）の a_j は式（13・a）（ロアの定理）より地代 r_j の関数であることが示される．そこで，式（7・a）を r_j について解くと，地代関数 $r_j[\cdot]$ が得られる．

$$r_j=r_j\left[\frac{N_j}{A_j}\right] \quad (j=1, \cdots, J) \cdots\cdots (8)$$

一方，式（7・b）の N_j（および式（7・c）の N_{jh}）は，間接効用関数ベクトル $\boldsymbol{V}$ の関数（したがって r_j の関数）であることが示される．本研究では，式（7・b）と式（8）で形成される連立方程式（内生変数：N_{jh} および r_j）により住宅立地モデルを構成する[20]．そして，立地予測と整合した便益計測を行うため，住宅立地予測モデルの効用関数に基づいて住み替え便益の計測モデルを構築する．

5. 住み替え便益の定義と計測理論の提案

（1）住み替え便益の定義の提案

世帯の住み替え行動は交通サービスに対する効用の変化のみならずおのおののライフステージにおける効用関数の変化によっても生じると仮定している．本研究では，交通プロジェクトによる便益の計測はwith and without分析で行う．ここで，プロジェクト有（あるいは無）の状態は交通プロジェクトが実施される（あるいは実施されない）場合の住み替え行動の均衡状態を意味し，交通プロジェクトの実施による世帯便益はプロジェクト有無の世帯の効用レベルの差分を貨幣タームで評価したものとする．

しかし，2. で述べたとおり，ここではプロジェクト有無における各世帯の確定効用の差分をそのまま貨幣換算することによって便益を定義することはできない．そこで，世帯便益を最大効用の期待値の概念に基づいて定義すると，居住地 i・勤務地 h の世帯の満足度関数 $S_{ih}[\cdot]$ は，式（4）より次式で与えられる．この値を世帯の効用水準の代表値（あるいは期待値）と考える．

$$S_{ih}[V] \equiv \frac{1}{\omega_1} \ln[\exp \omega_1 V_{A,ih}+\exp \omega_1 V_{B,ih}] \cdots\cdots (9)$$

このとき，世帯便益 EV_{ih} は次式を満足する EV_{ih} の値で定義する．

$$S_{ih}[\boldsymbol{V}^b]=S_{ih}[\boldsymbol{q}_h^a, w_h \boldsymbol{t}^{ha}, \boldsymbol{r}^a, \Omega_{ih}^a+EV_{ih}] \cdots\cdots (10)$$

式（10）の右上添字 a および b はそれぞれプロジェクト無および有を示す．式（10）は従来の確定効用 V による定義ではなく，プロジェクト有の期待効用 $S_{ih}[\boldsymbol{V}^b]$ を維持するという条件のもとでプロジェクトによる効用の変化を諦めるために世帯の必要と考える最小補償額 EV で便益を定義している．この期待効用は，実際に特定の世帯が特定の地域に立地していても立地していなくても一定の値をとる．このため，式（10）は，特定の地域の立地条件の向上はその地域に立地する世帯のみならず立地しない世帯にもその地域を利用可能にするという立地機会の拡大による便益の定義である．

式（2･b）を式（10）に適用して，EV_{ih} について解くと，次式が得られる（補遺1参照）．

$$EV_{ih}=\frac{S_{ih}[\boldsymbol{V}^b]-S_{ih}[\boldsymbol{V}^a]}{v_h^a} \cdots\cdots (11\cdot a)$$

$$v_h^a=v_h[\boldsymbol{q}_h^a, w_h \boldsymbol{t}^{ha}, \boldsymbol{r}^a] \cdots\cdots (11\cdot b)$$

世帯便益の合計 REV は次のようになる．

$$\mathrm{REV}=\textstyle\sum_i \sum_h EV_{ih} N_{ih} \cdots\cdots (12)$$

なお，社会的全便益は式（12）に地主の便益を合算したものである．地主の便益は地代変化分 Δr_j に土地供給量 A_j を乗じた合計値となる．しかし，本研究では世帯の住み替え便益に焦点を当てているので，以下では地主の便益を無視して議論を進める．

（2）住み替え便益の計測理論の提案

式（11）で定義した便益を計測する方法は2つある．第1は式（11）をそのまま用いる方法であり，第2は式（11）を消費者余剰の形に展開して用いる方法である．

第1の方法は関数 v_h の特定化に依存する．たとえば，Small and Rosen[5] は v_h が一定の値のときに Logit モデルより推定される効用関数を用いて式（11）が推定可能であることを示している．また，林・土井[13),14)]のモデルは，式（11）において $v_h^a=1$ として v_{jh} を地代に関する線形関数したものにほかならない．さらに，資産価値法では，すべての便益が地主に帰着するという仮定に基づくので，世帯便益はゼロとなり，式（11）の $EV_{ih}=0$ を最初から仮定していることになる．このように，第1の方法は，ゴーマン型の中でさらに効用関数をいかに特定化するかが問題となる．このとき効用関数として最小限満足していなければならない性質がある．それはロアの定理[16)]として知られているものであり，最適住宅地需要量 a_j，最適自由交通需要量 x_j^{MN} および最適通勤交通需要量 χ_{jh} と間接効用関数との間には次式の関係がある．

$$a_j=-\frac{1}{v_h}\frac{\partial V_{j,ih}}{\partial r_j} \cdots\cdots (13\cdot a)$$

$$x_j^{MN}=-\frac{1}{v_h}\frac{\partial V_{j,ih}}{\partial q_h^{MN}} \cdots\cdots (13\cdot b)$$

$$\chi_{jh}=-\frac{1}{v_h}\frac{\partial V_{j,ih}}{\partial (w_h t^{jh})}=2 \cdots\cdots (13\cdot c)$$

ここで，$V_{j,ih}$ は居住地 i・勤務地 h の世帯がゾーン j に住み替える（あるいは住み続ける）場合の効用である．式（13）は間接効用関数から導かれた世帯の種々の行動が実際の行動に一致しているか否かの検討をする際に役立つ．通常なされているような立地条件に関する線形の効用関数を仮定すると，その効用関数に式（13）を適用して得られる交通需要量や土地需要量は現実から大きく乖離してしまう．また，式（13）のような性質をもつ効用関数形を仮定しても，交通サービス（たとえば時間距離）と地代のように，重共線性が発生しやすい要因があるため，係数の推定値も不安定となる．したがって，EV の値の信頼性を落とすことになる．

以上の問題点を解決するためには，効用関数を直接推定して便益計測に用いるのではなく，居住，交通，土地需要という実際の世帯の行動結果から便益を計測する理論および方法を開発する必要がある．本研究では，この方向の計測理論を提案する．

6. 便益計測モデル

式（11）で定義した便益を世帯の行動の関数で表現するために，$(\partial S/\partial V)=P$ なる関係より，式（11）を次のように変形する．

$$EV_{ih}=\frac{1}{v_h^a}\oint_{a\to b}\textstyle\sum_j \frac{\partial S_{ih}[\boldsymbol{V}]}{\partial V_{j,ih}}\, dV_{j,ih} \cdots\cdots (14\cdot a)$$

$$=\frac{1}{v_h^a}\oint_{a\to b}\textstyle\sum_j P_{j,ih}[\boldsymbol{V}]\, dV_{j,ih} \cdots\cdots (14\cdot b)$$

式（14）の積分記号は状態 a から状態 b への V に関する線積分を示す．また，$dV_{j,ih}$ は世帯の効用の変化分であり，式（15）で与えられる．なお，ここでは交通プロジェクトによる変化は世帯の住宅立地行動と地主の宅地供給行動のみにおいて生じるものと仮定しているため，$dw_h=0$ および $d\Omega_{ih}=0$ である．

$$dV_{j,ih}=\textstyle\sum_k \frac{\partial V_{j,ih}}{\partial r_k} dr_k+\sum_M \sum_N \frac{\partial V_{j,ih}}{\partial q_h^{MN}} dq_h^{MN}$$
$$+\textstyle\sum_k \frac{\partial V_{j,ih}}{\partial (w_h t^{kh})} d(w_h t^{kh}) \cdots\cdots (15)$$

式（15）に式（13）（ロアの定理）を適用すると，世帯便益 EV_{ih} は次のようになる．

$$EV_{ih}=-\oint_{a\to b} \Psi_h \textstyle\sum_j P_{j,ih}[\boldsymbol{V}]\ (a_j dr_j+2\, d(w_h t^{kh})$$
$$+\textstyle\sum_M \sum_N x_j^{MN} dq_h^{MN}) \cdots\cdots (16\cdot a)$$

$$\Psi_h=\frac{v_h}{v_h^a} \cdots\cdots (16\cdot b)$$

式（16･a）は，居住地 i・勤務地 h の世帯便益が住み

替え確率で重み付けされた住み替え後（プロジェクト有無の両場合）の交通需要および住宅地需要に関する余剰で計測できることを示している．また，式（16・a）の誘導に際し，市場均衡値 $w_h t^{jh}$ および r_j はそれぞれゾーン j と立地競合するゾーン k における市場均衡値 $w_h t^{kh}$ および r_k の関数として与えられることより，次の関係式を適用した．

$$\sum\nolimits_k \frac{\partial r_j}{\partial r_k} d r_k = d r_j \cdots\cdots (17\cdot\mathrm{a})$$

$$\sum\nolimits_k \frac{\partial(w_h t^{jh})}{\partial(w_h t^{kh})} d(w_h t^{kh}) = d(w_h t^{jh}) \cdots\cdots (17\cdot\mathrm{b})$$

ここで，同じ居住地 i・勤務地 h の世帯であっても所得 Ω_{ih} は異なる．このようなときにも，ゴーマン型効用関数を仮定しているために，その集計化は簡単であり，式（2・b）の Ω_{ih} を（ih）に関するグループ全体の所得に置き換えた効用関数を用いればよい．これと同じ意味であるが，式（2・b）の Ω_{ih} に対しそのグループの平均値を用いて，これに世帯数 N_{ih} を乗じてもよい．このとき，世帯便益の合計 REV は，式（16・a）を式（12）に代入することにより，次式で表現できる．

$$\mathrm{REV} = -\sum\nolimits_j \sum\nolimits_h \oint_{a\to b} \Psi_h N_{jh} [V]\ (a_j d r_j + 2\, d(w_h t^{kh}) + \sum\nolimits_M \sum\nolimits_N x_j^{MN} d q_h^{MN}) \cdots\cdots (18)$$

式（18）における Ψ_h を除く各変数は原則的には世帯の行動結果から観察し得るが，Ψ_h を知るためには効用関数を特定化しなければならない．この点を避けるために，以下に McKenzie の提案した方法を修正したテーラー展開による近似式を提示する[17]．

プロジェクト無の均衡状態 $\{q_h^{MNa},\ (w_h t^{MN})^a,\ r_j^a\}$ からプロジェクト有の均衡状態 $\{q_h^{MNb},\ (w_h t^{MN})^b,\ r_j^b\}$ までの任意の積分経路を $\{q_h^{MN}(\sigma),\ w_h t^{MN}(\sigma),\ r_j(\sigma) \mid 0 \leqq \sigma \leqq 1\}$ で表わす．このとき，次の関係式が成り立っているものとする．

$$\{q_h^{MN}(0),\ w_h t^{MN}(0),\ r_j(0)\} = \{q_h^{MNa},\ (w_h t^{MN})^a,\ r_j^a\} \cdots\cdots (19\cdot\mathrm{a})$$

$$\{q_h^{MN}(1),\ w_h t^{MN}(1),\ r_j(1)\} = \{q_h^{MNb},\ (w_h t^{MN})^b,\ r_j^b\} \cdots\cdots (19\cdot\mathrm{b})$$

式（19）を式（18）に適用すると，次式が得られる．

$$\mathrm{REV} = -\sum\nolimits_j \sum\nolimits_h \int_0^1 \Psi_h N_{jh} [V] \left\{ \sum\nolimits_M \sum\nolimits_N x_j^{MN} \frac{d q_h^{MN}}{d\sigma} + 2\frac{d(w_h t^{jh})}{d\sigma} + a_j \frac{d r_j}{d\sigma} \right\} d\sigma \cdots\cdots (20)$$

式（20）の値は積分経路に依存しないので，直線経路を設定すると，式（20）は次のように書き換えられる．

$$\mathrm{REV} = -\sum\nolimits_j \sum\nolimits_h \int_0^1 \Psi_h N_{jh} \{x_j^{MN}(q_h^{MNb} - q_h^{MNa}) + 2((w_h t^{jh})^b - (w_h t^{jh})^a) + a_j(r_j^b - r_j^a)\} d\sigma \cdots\cdots (21)$$

また，関数 $\Psi_h N_{jh} x_j^{MN}$，$\Psi_h N_{jh} a_j$ および $\Psi_h N_{jh}$ をプロジェクト無の状態 a のまわりでテーラー展開し，それぞれ第2項までを示すと次のようになる．

$$\Psi_h N_{jh} x_j^{MN} \fallingdotseq \Psi_h^a N_{jh}^a x_j^{MNa} + \sigma \frac{d[\Psi_h^a N_{jh}^a x_j^{MNa}]}{d\sigma} \cdots\cdots (22\cdot\mathrm{a})$$

$$\fallingdotseq \Psi_h^a N_{jh}^a x_j^{MNa} + \sigma(\Psi_h^b N_{jh}^b x_j^{MNb} - \Psi_h^a N_{jh}^a x_j^{MNa}) \cdots\cdots (22\cdot\mathrm{b})$$

$$\Psi_h N_{jh} a_j \fallingdotseq \Psi_h^a N_{jh}^a a_j^a + \sigma \frac{d[\Psi_h^a N_{jh}^a a_j^a]}{d\sigma} \cdots\cdots (22\cdot\mathrm{c})$$

$$\fallingdotseq \Psi_h^a N_{jh}^a a_j^a + \sigma(\Psi_h^b N_{jh}^b a_j^b - \Psi_h^a N_{jh}^a a_j^a) \cdots (22\cdot\mathrm{d})$$

$$\Psi_h N_{jh} \fallingdotseq \Psi_h^a N_{jh}^a + \sigma \frac{d[\Psi_h^a N_{jh}^a]}{d\sigma} \cdots\cdots (22\cdot\mathrm{e})$$

$$\fallingdotseq \Psi_h^a N_{jh}^a + \sigma(\Psi_h^b N_{jh}^b - \Psi_h^a N_{jh}^a) \cdots\cdots (22\cdot\mathrm{f})$$

式（22・a），（22・c），（22・e）の各式における近似記号は，テーラー展開によるものである．一方，式（22・b），（22・d），（22・f）の各式における近似記号は，それぞれ式（22・a），（22・c），（22・e）の第2項で示す σ に関する微係数が直線で近似できるものと仮定していることによるものである．これは，上述したように，$\{q,\ wt,\ r\}$ に関する積分経路を直線と仮定したとき，式（22・b），（22・d），（22・f）における被微分関数が直線になるとは限らないことによる．

式（22）における Ψ_h^a は，式（16・b）より，1となる．一方，Ψ_h^b を求めるために，関数 Ψ_h をプロジェクト無の状態 a のまわりでテーラー展開し，その第2項までを示すと，次のようになる．

$$\Psi_h = \Psi_h^a + \sigma \sum\nolimits_k \left\{ \sum\nolimits_M \sum\nolimits_N \frac{\partial \Psi_h^a d q_h^{MN}}{\partial q_h^{MN} d\sigma} + \frac{\partial \Psi_h^a d(w_h t^{kh})}{\partial(w_h t^{kh}) d\sigma} + \frac{\partial \Psi_h^a d r_k}{\partial r_k d\sigma} \right\} \cdots\cdots (23)$$

式（23）中の（$\partial\Psi_h/\partial q_h^{MN}$），（$\partial\Psi_h/\partial(w_h t^{kh})$），（$\partial\Psi_h/\partial r_k$）に対して，次の関係式が成立する（**補遺2**参照）．

$$\frac{\partial \Psi_h}{\partial q_h^{MN}} = -\frac{\partial \Psi_h}{\partial \Omega_{ih}} x_k^{MN} - \Psi_h \frac{\partial x_k^{MN}}{\partial \Omega_{ih}} \cdots\cdots (24\cdot\mathrm{a})$$

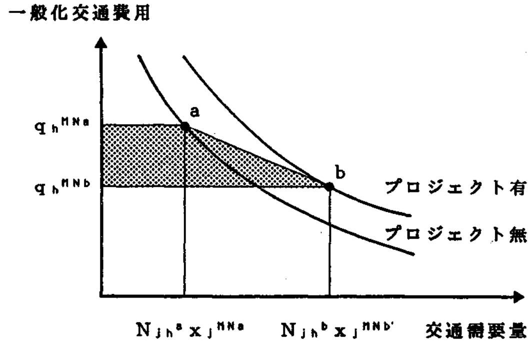
$$\frac{\partial \Psi_h}{\partial(w_h t^{kh})} = -\frac{\partial \Psi_h}{\partial \Omega_{ih}} \chi_{kh} - \Psi_h \frac{\partial \chi_{kh}}{\partial \Omega_{ih}} \cdots\cdots (24\cdot\mathrm{b})$$

$$\frac{\partial \Psi_h}{\partial r_k} = -\frac{\partial \Psi_h}{\partial \Omega_{ih}} a_k - \Psi_h \frac{\partial a_k}{\partial \Omega_{ih}} \cdots\cdots (24\cdot\mathrm{c})$$

式（16・b）より $\partial\Psi_h/\partial\Omega_{ih}=0$ および $\Psi_h^a=1$ であることを考慮すると，式（23），（24）より，Ψ_h^b は次式で与えられる．

$$\Psi_h^b = 1 - \sum\nolimits_k \Delta_{kh} \cdots\cdots (25\cdot\mathrm{a})$$

$$\Delta_{kh} \equiv \sum\nolimits_M \sum\nolimits_N \frac{\partial x_k^{MNa}}{\partial \Omega_{ih}} (q_h^{MNb} - q_h^{MNa})$$



図—3 プロジェクトによる世帯便益（自由交通）

$$+\frac{\partial \chi^a_{kh}}{\partial \Omega_{ih}}((w_h t^{kh})^b-(w_h t^{kh})^a)$$

$$+\frac{\partial a^a_k}{\partial \Omega_{ih}}(r^b_k-r^a_k) \cdots\cdots (25\cdot b)$$

式（25）および $\Psi^a_h=1$ を式（22）に代入し，これを式（21）に適用すると，次式を得る．

$$\mathrm{REV}=\sum_j \sum_h \{\sum_M \sum_N CSX^{MN}_{jh}+CSK_{jh}+CSA_{jh}\} \cdots\cdots (26\cdot a)$$

$$CSX^{MN}_{jh} \fallingdotseq (N^a_{jh}x^{MNa}_j+N^b_{jh}x^{MNb}_j)(q^{MNa}_h-q^{MNb}_h)/2 - N^b_{jh}x^{MNb}_j(q^{MNa}_h-q^{MNb}_h)\sum_k \Delta_{kh}/2 \cdots\cdots (26\cdot b)$$

$$CSK_{jh} \fallingdotseq (N^a_{jh}+N^b_{jh})((w_h t^{jh})^a-(w_h t^{jh})^b) - N^b_{jh}((w_h t^{jh})^a-(w_h t^{jh})^b)\sum_k \Delta_{kh} \cdots\cdots (26\cdot c)$$

$$CSA_{jh} \fallingdotseq (N^a_{jh}a^a_j+N^b_{jh}a^b_j)(r^a_j-r^b_j)/2 - N^b_{jh}a^b_j(r^a_j-r^b_j)\sum_k \Delta_{kh}/2 \cdots\cdots (26\cdot d)$$

ここで，式（26･a）の CSX^{MN}_{jh}，CSK_{jh} および CSA_{jh} は，それぞれ居住地 j・勤務地 h の世帯の自由交通，通勤交通および土地に関する便益の２次近似値である．なお，式（26･b）～（26･d）の第２項は，それぞれ第１項に対して無視できるほど小さい値であることが既存研究の数値計算例より推測される[8]．したがって，本研究で提案する便益の定義は消費者余剰に近似されることになる．

式（26･a）の意味を解釈するために，式（26･b）の第１項を図示すると，図—3のようになる．

図—3より，世帯便益はプロジェクト無の交通需要曲線上の均衡点 a とプロジェクト有の交通需要曲線上の均衡点 b を結ぶことによって形成される斜線部の面積で表わされることがわかる．また，通勤交通および土地に関する便益を示す式（26･c）および（26･d）のそれぞれ第１項についても同様な図を描くことができ，かつ，同様の解釈が可能である．

7. おわりに

本研究では，交通プロジェクトによる世帯の住み替え便益の定義とそれを計測するモデルの提案を行った．具体的には，第１に，厚生経済学の分野における等価的偏差（EV）の概念を世帯の住み替え便益の計測に適用する際，効用変化が同じであるのにもかかわらず住み替えパターンによって便益が異なるという問題を指摘した．

第２に，ランダム効用理論に基づいて構築された住宅立地モデルに対しては，プロジェクト実施前後の各時点で全世帯の効用レベルが一定であるということは保証されないため，上述の問題に加えて，さらに EV がランダムな値になってしまう問題を指摘した．

第３に，以上の２つの矛盾を解決するために，ランダム効用理論における最大効用の期待値に EV の概念を適用した便益の定義を提案し，その定義が立地機会の拡大による便益であることを示した．

第４に，世帯の住み替え便益を２つの方法で計測可能であることを示した．第１の方法は式（26）を用いる方法で，立地，交通，土地需要に対する消費者余剰によって計測する方法である．第２の方法は式（11）（定義式そのもの）を用いる方法で，立地選択行動における立地効用の変化分そのものから計測する方法である．前者は本研究の提案する方法で，従来の消費者余剰分析を拡張した形になる．したがって，種々の需要量を知る必要があるが，効用関数の特定化を避けることができる．一方，後者は簡単であるが，効用関数の特定化を必要とし，さらに効用関数と需要関数の整合性に問題が残されているため，前者と併用することが望ましい．

本研究は以上のような基本的なフレームを確立したと考えられるが，実際に適用する際には次のような課題が残されている．第１に，上記の成果を証明する前提としてゴーマン型効用関数を仮定したが，ゴーマン型以外の効用関数に対しても同様の結論が導かれるかどうかを検討する必要がある．

第２に，式（26）の誘導において「テーラー展開の第２項までの近似で十分である」ということを暗黙のうちに認めているため，それより高次近似の必要性を検討する必要がある．

第３に，住み替え行動の定式化においては，簡単な理論展開のために必要最小限の要因のみしか考慮していないので，税金等の各種費用や事業収益等の各種収入も考慮する必要がある．

第４に，土地需要に対して資産選択行動あるいは投機的行動を考慮していないが，これらの行動は現実の土地取引において重要な要因であるため，それらを住宅立地モデルに組み込む必要がある．

第5に，住宅立地モデルが静的であり，プロジェクトによる新たな均衡状態への移行が瞬時になされてしまうが，現実には，物価上昇，資産価値上昇等はプロジェクトの実施から任意のタイムラグをおいて経年的に発生するものであると考えられるので，モデル構築に際しては時間軸を考慮して動学化を図る必要がある．また，本研究の便益計測が with and without 分析に基づいていることから，モデルの動学化は便益の動的計測にもつながるものと考えられる．一方，モデルに世帯のライフステージにおける種々の条件を組み込むことにより，従来，地域の人口属性構成を予測するために提案された数々のサブモデルからなるマイクロシミュレーションモデルを構築し[24]，その適用が期待される．

補遺1　式（11・a）の誘導

式（9）に式（4・a），（4・b）を代入して

$$S_{ih}[V]=\frac{1}{\omega_1}\ln\Big[\exp\omega_1(V_{i,ihB}+\delta_i)+\exp\frac{\omega_1}{\omega_2}\ln\textstyle\sum_k\exp\omega_2 V_{k,ihB}\Big]\cdots\cdots(\text{補・1})$$

式（補・1）に式（2・b）を代入して

$$\begin{aligned}S_{ih}[V]&=\frac{1}{\omega_1}\ln\Big[\exp\omega_1(v_{ih}+v_h\Omega_{ih}+\delta_i)+\exp\frac{\omega_1}{\omega_2}\ln\textstyle\sum_k\exp\omega_2(v_{kh}+v_h\Omega_{ih})\Big]\\&=\frac{1}{\omega_1}\ln\Big[(\exp\omega_1 v_h\Omega_{ih})\cdot\Big\{\exp\omega_1(v_{ih}+\delta_i)+\exp\frac{\omega_1}{\omega_2}\ln\textstyle\sum_k\exp\omega_2 v_{kh}\Big\}\Big]\\&=v_h\Omega_{ih}+\frac{1}{\omega_1}\ln\Big[\exp\omega_1(v_{ih}+\delta_i)+\exp\frac{\omega_1}{\omega_2}\ln\textstyle\sum_k\exp\omega_2 v_{kh}\Big]\cdots\cdots(\text{補・2})\end{aligned}$$

式（補・2）に式（10）の定義式を適用して

$$\begin{aligned}S_{ih}[V^b]&=v_h^a(\Omega_{ih}^a+EV_{ih})+\frac{1}{\omega_1}\ln\Big[\exp\omega_1(v_{ih}^a+\delta_i)+\exp\frac{\omega_1}{\omega_2}\ln\textstyle\sum_k\exp\omega_2 v_{kh}^a\Big]\\&=v_h^a\cdot EV_{ih}+S_{ih}[V^a]\cdots\cdots(\text{補・3})\end{aligned}$$

したがって，式（補・3）より

$$EV_{ih}=\frac{S_{ih}[V^b]-S_{ih}[V^a]}{v_h^a}\quad[\text{式（11・a）の誘導終}]$$

補遺2　式（24）の誘導

支出関数 e_h は次式で定義される．

$$e_h=\frac{v_{kh}+v_h\Omega_{ih}-v_{kh}^a}{v_h^a}\cdots\cdots(\text{補・4})$$

式（補・4）を Ω_{ih} で偏微分して

$$\frac{\partial e_h}{\partial\Omega_{ih}}=\frac{v_h}{v_h^a}=\Psi_h\cdots\cdots(\text{補・5})$$

式（補・5）を q_h^{MN} で偏微分して

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Psi_h}{\partial q_h^{MN}}&=\frac{\partial}{\partial q_h^{MN}}\Big(\frac{\partial e_h}{\partial\Omega_{ih}}\Big)\\&=\frac{\partial}{\partial\Omega_{ih}}\Big(\frac{\partial e_h}{\partial q_h^{MN}}\Big)\cdots\cdots(\because\text{微分順序の交換})\\&=\frac{\partial}{\partial\Omega_{ih}}\Big(\frac{\partial e_h}{\partial\Omega_{ih}}\cdot\frac{\partial\Omega_{ih}}{\partial q_h^{MN}}\Big)\cdots\cdots(\because\text{連鎖微分})\\&=\frac{\partial}{\partial\Omega_{ih}}\Big(\frac{\partial e_h}{\partial\Omega_{ih}}\cdot\frac{\partial V_{k,ih}/\partial q_h^{MN}}{\partial V_{k,ih}/\partial\Omega_{ih}}\Big)\cdots\cdots(\because\text{連鎖微分})\\&=\frac{\partial}{\partial\Omega_{ih}}(\Psi_h\cdot(-x_k^{MN}))\\&\qquad\cdots\cdots(\because\text{式（補・5）および　アの定理})\\&=-\frac{\partial\Psi_h}{\partial\Omega_{ih}}x_k^{MN}-\Psi_h\frac{\partial x_k^{MN}}{\partial\Omega_{ih}}\quad[\text{式（24・a）の誘導終}]\end{aligned}$$

同様に，式（補・5）を（$w_h t^{kh}$）で偏微分して

$$\frac{\partial\Psi_h}{\partial(w_h t^{kh})}=-\frac{\partial\Psi_h}{\partial\Omega_{ih}}\chi_{kh}-\Psi_h\frac{\partial\chi_{kh}}{\partial\Omega_{ih}}\quad[\text{式（24・b）}]$$

式（補・5）を r_k で偏微分して

$$\frac{\partial\Psi_{ih}}{\partial r_k}=-\frac{\partial\Psi_h}{\partial\Omega_{ih}}a_k-\Psi_h\frac{\partial a_k}{\partial\Omega_{ih}}\quad[\text{式（24・c）}]$$

参考文献

1) 森杉壽芳：プロジェクト評価に関する最近の話題，土木計画学研究論文集，No. 7, pp. 1〜33, 1989.
2) 肥田野登・中村英夫・荒津有紀・長沢一秀：資産価値に基づいた都市近郊鉄道の整備効果の計測，土木学会論文集，第365号／IV-4, pp. 135〜144, 1986.
3) 安藤朝夫：交通施設整備と費用負担の社会的効率性：線形都市における解析例，土木計画学研究論文集，No. 1, pp. 147〜154, 1984.
4) Kanemoto, Y. and Mera, K.：General Equilibrium Analysis of Large Transportation Improvements, Regional Science & Urban Economics, Vol. 15, No. 13, pp. 343〜363, 1985.
5) Small, K. A. and Rosen, H. S.：Applied Welfare Economics with Discrete Choice Models, Econometrica, Vol. 49, pp. 105〜129, 1981.
6) 佐々木公明：都市交通体系の変化の評価について，地域学研究，第14巻，pp. 127〜138, 1984.
7) 吉田哲生・森杉壽芳：等価的変差による交通施設の外部財評価方法に関する研究，土木計画学研究論文集，No. 3, pp. 73〜80, 1986.
8) 森杉壽芳・林山泰久・小島信二：交通プロジェクトにおける時間便益評価—簡便手法の実用化と精度の検討—，土木計画学研究論文集，No. 4, pp. 149〜156, 1986.
9) Morisugi, H.：A Basic Definition of Transport Benefits —Advocating Equivalent Variation—, Proceedings of the World Conference on Transport Research, Humburg, pp. 1143〜1157, 1986.
10) Echenique, M.：The Practice of Modelling in Develop-

ing Countries, Advances in Urban Systems Modelling eds. by B. Hutchinson and M. Batty, North-Holland, pp. 275～297, 1987.

11) 宮城俊彦・渡部正樹・加藤 晃：土地利用一交通統合モデル化への確率選択理論の応用，日本都市計画学会学術研究発表会論文集，第18号，pp. 247～252，1983.

12) 宮城俊彦・加藤 晃：ランダム効用理論を基礎とした交通統合モデル，土木計画学研究論文集，No. 1, pp. 99～106, 1984.

13) 林 良嗣・土井健司：交通改善に伴う通勤者の便益の土地への帰着モデル，土木計画学研究論文集，No. 6, pp. 45～52，1988.

14) 林 良嗣・土井健司・奥田隆明：外部経済効果を考慮した都市交通改善がもたらす開発利益の帰着分析モデル，土木学会論文集，第407号／Ⅳ-11，pp. 67～76，1989.

15) 森杉壽芳・由利昌平：住環境改善便益の資産価値に反映する程度に関する数値計算的考察，日本不動産学会誌，第29巻，第2号，pp. 71～79，1987.

16) Varian, H. R.（佐藤隆三・三野和雄 訳）：ミクロ経済分析，勁草書房，1986.

17) McKenzie, G. W.：Measuring Economic Welfare：New Methods, Cambridge University Press, 1983.

18) 太田和博：消費者余剰理論の再検討—等価的変差の一意性，序数性，計測可能性—，日交研シリーズ，A-133, 1989.

19) 貝山道博：都市間人口移動と都市交通体系の変化の評価—Alonso-Wheaton モデルの複数都市モデルへの拡張—, The Economic Studies Quarterly, Vol. 39, No. 2, pp. 174～185, 1988.

20) 森杉壽芳・大野栄治・松浦郁雄：地価を内生化した住宅立地モデル，地域学研究，Vol. 18, pp. 205～225, 1988.

21) Becker, G.：A Theory of the Allocation of Time, The Economic Journal, Vol. 75, pp. 493～517, 1965.

22) Bruzelius, N.：The Value of Travel Time, Groom Helm, 1979.

23) 太田勝敏・杉山武彦ほか：時間価値の理論とその計測手法の研究，日交研シリーズ，A-123，1988.

24) 林 良嗣・冨田安夫：マイクロシミュレーションとランダム効用モデルを応用した世帯のライフサイクル—住宅立地一人口属性構成予測モデル，土木学会論文集，第395号／Ⅳ-9, pp. 85～94，1988.

(1990. 3. 2・受付)