

# エネルギー論に基づく橿円トンネルの安定解析

## STABILITY OF ELLIPTIC TUNNEL BY ENERGETICS

杉本光隆\*・松本嘉司\*\*・金沢芳信\*\*\*

By Mitsutaka SUGIMOTO, Yoshiji MATSUMOTO and Yoshinobu KANAZAWA

This paper aims to analyze the stability of elliptic tunnel generally, to make clear the relations between stability and various physical values of ground and tunnel support. The stability of elliptic tunnel is discussed from the point of distortional strain energy by using Airy's stress function on elliptic coordinates represented by complex variable. As conclusions, it was shown that the safety index of ground around elliptic tunnel in any construction stage is composed of 6 nondimensional factors and the factors included in the respective yield criterion. Based on the analysis of the factors, the stability and the support's effect were clarified quantitatively and the preliminary design method of elliptic tunnel was proposed. Furthermore, the results were applied to the measured data.

*Keywords : stability of elliptic tunnel, distortional strain energy, preliminary design method*

### 1. はじめに

道路トンネルでは、車線数が多くなるに従い、内空断面が偏平になる傾向がある。実際に、東名高速道路の大井松田 I.C. - 御殿場 I.C. 間では、三車線大断面偏平トンネルが計画・施工されている<sup>1)</sup>。また、これまでも地下鉄道の駅部には、偏平な形状のトンネルが作られている。こうしたトンネルでは、トンネルの偏平度によってその安定性が大きく変わってくるものと思われる。

一方、橿円トンネルの既往の研究は少ない。素掘りの場合については荒井<sup>2)</sup>が解析を行い、覆工を考慮した場合については、YU<sup>3)</sup>が覆工を剛体とした場合の、小田<sup>4)</sup>が覆工の変形を考慮した場合の解析を行っている。しかし、覆工を考慮した場合のこれらの研究は初期地山の変位について考慮されておらず、現実のトンネルとは異なる状態を想定していると考えられる<sup>5)</sup>。このように、橿円トンネルの安定性を初期地圧を考慮して全般的に研究したものはない。

著者らは先に、形状弾性ひずみエネルギーを用いたトンネル周辺地山の安定解析法を提示し<sup>6)</sup>、トンネルの事前設計方法を提案した<sup>7)~10)</sup>。本論文はこの安定解析法を

用い、橿円トンネルの事前設計方法を提案したものである。すなわち、本論文では、①掘削前後とも地山は等方性弾性状態にある、②トンネル断面は橿円形断面である、③トンネル周辺地山の境界において、鉛直方向には上載圧が、水平方向には上載圧に側圧係数を乗じた圧力が地圧として働く、という仮定に基づき、まず橿円トンネル周辺地山の応力・変位の解析解を計算し、これより地山に蓄えられる形状弾性ひずみエネルギーを求め、橿円トンネル周辺地山の安定性を規定するパラメーターの検討を行った。次にこの結果に基づき、橿円トンネル周辺地山の事前設計方法を示し、さらに実際の橿円トンネルの逆解析を行い、事前設計方法の適用性を検討した。

### 2. 橿円トンネル周辺地山の応力

#### (1) 橿円座標上の応力・変位の一般形の誘導

図-1に示すように、橿円座標を等角写像関数を用いて極座標に写像することを考えると、橿円座標・極座標の各点は、次式に示す複素変数  $w, z$  を用いて表わせる。

$$\left. \begin{aligned} w &= u + iv = re^{i\theta} \\ z &= x + iy \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

また、等角写像関数は次式で与えられる。

$$z = \omega(w) = C \left( w + \frac{m}{w} \right) \quad (2)$$

ここで、 $w$  平面上に写像すると単位円 ( $r=1$ ) となる  $z$  平面上の橿円の長径・短径を  $r_x, r_y$  とすると、

\* 正会員 工博 長岡技術科学大学助教授 建設系  
(〒940-21 長岡市上富岡町 1603-1)

\*\* 正会員 工博 東京理科大学教授 理工学部

\*\*\* 正会員 工修 西日本旅客鉄道(株)建設工事部

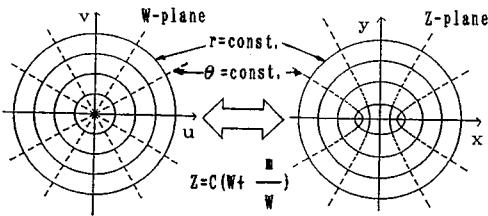


図-1 等角写像の対応関係

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{r_x + r_y}{2} \\ m &= \frac{r_x - r_y}{r_x + r_y} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。Cは長径と短径の平均であり、mは橿円の偏平の度合を表すパラメーターであって、それぞれ代表半径、偏平比とよぶことにする。また、式(3)より、mの取り得る範囲は $-1 < m < 1$ であって、 $m < 0$ の場合は縦長の橿円、 $m > 0$ の場合は横長の橿円、 $m = 0$ の場合は円となるが、縦長の橿円は横長の橿円を回転したものとみなせるので、本論文では横長の橿円のみを考慮することにし、mの取り得る範囲は、 $0 \leq m < 1$ とする。

このように考えると、橿円座標上の各点の応力 $\sigma_{xx}$ 、 $\sigma_{yy}$ 、 $\sigma_{xy}$ 、変位 $u_x$ 、 $u_y$ は、Goursat関数<sup>11)</sup> $\phi(w)$ 、 $\Psi'(w)$ を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 4 \operatorname{Re} \left[ \frac{\phi'(w)}{\omega'(w)} \right] \\ \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} &= \frac{2}{[\omega'(w)]^3} [\overline{\omega(w)} \phi''(w) \omega'(w) \\ &\quad - \overline{\omega(w)} \phi'(w) \omega''(w) + \Psi''(w) \omega'(w) \\ &\quad - \Psi'(w) \omega''(w)] \end{aligned} \quad (4)$$

$$u_x + iu_y = \frac{1}{2G} \left[ K\phi(w) - \left\{ \omega(w) \frac{\overline{\phi'(w)}}{\omega'(w)} + \frac{\overline{\Psi'(w)}}{\omega'(w)} \right\} \right] \quad (5)$$

ここで、'は $w$ に関して微分することを、 $\overline{\phantom{x}}$ （上付の線）は共役複素数をとることを意味する。また、

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{(3-\nu)}{(1+\nu)} \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

で、E、 $\nu$ は、それぞれ平面ひずみ状態に換算した変形係数、ポアソン比である。

式(4)、(5)に含まれるGoursat関数の最高次導関数 $\phi''(w)$ 、 $\Psi''(w)$ をLaurent展開し、①応力・変位の一価性、②x、y軸に対する応力・変位の対称性、③剛体回転・剛体変位がない、という条件を適用し、整理すると、

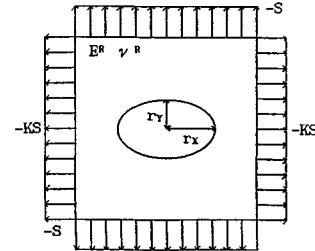


図-2 挖削後覆工前の橿円トンネル周辺の応力状態

$$\left. \begin{aligned} \phi(w) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{2n+1} w^{2n+1} \\ \Psi'(w) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{2n+1} w^{2n+1} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。ここで、係数 $a_n$ 、 $b_n$ は実数である。さらに式(7)に、④無限遠での応力の非発散、という条件を適用し、整理すると、

$$\left. \begin{aligned} \phi(w) &= \sum_{n=-\infty}^0 a_{2n+1} w^{2n+1} \\ \Psi'(w) &= \sum_{n=-\infty}^0 b_{2n+1} w^{2n+1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。なお、 $w$ 平面上に写像すると単位円となる $\zeta$ 平面上の橿円を橿円トンネルの外周と考えると、式(7)は吹付けコンクリートの、式(8)はトンネル周辺地山の、応力・変位を表すGoursat関数の一般形に相当する。

## (2) 挖削前の地山（初期地山）の応力

初期地山の満たすべき条件は次式で与えられる。

① 任意の点において

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx}^R &= -KS \\ \sigma_{yy}^R &= -S \\ \sigma_{xy}^R &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで、 $-S$ はトンネル設置深度における上載圧、Kは側圧係数であり、添字のRは地山を表わしている。

式(4)に式(8)、(9)を代入すると、初期地山の応力状態を表す $\phi^{11}$ 、 $\Psi^{11}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \phi^{11}(w) &= -\left( w + \frac{m}{w} \right) (1+K) SC / 4 \\ \Psi^{11}(w) &= -\left( w + \frac{m}{w} \right) \left( 1 - \frac{m}{w^2} \right) (1-K) SC^2 / 2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)を式(4)に代入すると、上載圧で無次元化された初期地山の応力状態は側圧係数Kにのみ依存することがわかる。

## (3) 素掘状態の地山の応力

図-2に示すように、平面ひずみ状態における二次元無限弾性体に長径 $r_x$ 、短径 $r_y$ の橿円孔を開けた後、地圧に相当する外力を加えたモデルの橿円孔周辺の応力を

考えることとする。このように考えると、この橿円孔を含む弾性体はトンネル地山に、橿円孔は覆工を施さない橿円トンネルに相当する。

図-2の境界条件は次式で与えられる。

① トンネル外周上において ( $r=1$ )

$$\sigma_{rr}^R = \sigma_{r\theta}^R = 0$$

② 無限遠において ( $r \rightarrow \infty$ )

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{xx}^R = -KS \\ \sigma_{yy}^R = -S \end{array} \right\} \quad (11)$$

式(4)に式(8), (11)を代入し、Muschelisviliの方法<sup>12)</sup>を用いると、掘削後覆工前の地山の応力状態を表わす  $\phi^{(2)}$ ,  $\Psi^{(2)\prime}$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \phi^{(2)}(w) = a_1 w + \frac{a_{-1}}{w} \\ \Psi^{(2)\prime}(w) = b_1 w + \frac{b_{-1}}{w} + \frac{b_{-3}}{w^3} \end{array} \right\} \quad (12)$$

ここで、

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = -(1+K)SC/4 \\ a_{-1} = [m(1+K) + 2(1-K)]SC/4 \\ b_1 = -(1-K)SC^2/2 \\ b_{-1} = [(1+m^2)(1+k) + 2m(1-K)]SC^2/2 \\ b_{-3} = (1-K)SC^2/2 \end{array} \right\} \quad (13)$$

である。

式(12)を式(4)に代入すると、上載圧で無次元化された掘削後覆工前の地山の応力状態は、偏平比  $m$ , 側圧係数  $K$  にのみ依存することがわかる。

#### (4) 吹付けコンクリート施工後の応力と変位

図-3に示すように、平面ひずみ状態における二次元無限弾性体に地圧に相当する外力を加えた後、全変位を

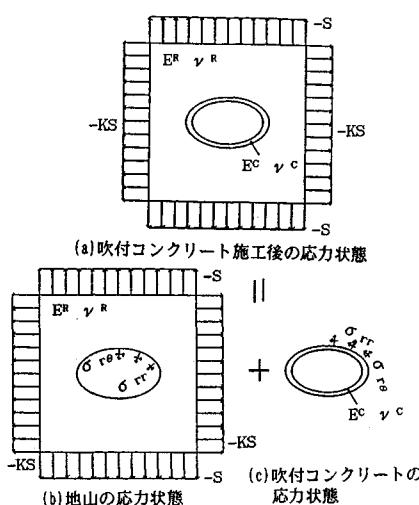


図-3 吹付けコンクリート施工後の橿円トンネル周辺の応力状態

拘束し、長径  $r_x$ , 短径  $r_y$  の橿円孔を開け、橿円孔に橿円リングをはめこんだ後に、変位の拘束を解除するというモデルの橿円孔周辺の応力・変位を考えることにする。このように考えると、この橿円孔を含む弾性体はトンネル地山に、橿円孔は橿円トンネルに、リングは吹付けコンクリートに相当する。

図-3の境界条件は、次式で与えられる。

① 吹付けコンクリートの内周上において ( $r=r_0$ )

$$\sigma_{rr}^C = \sigma_{r\theta}^C = 0$$

② 吹付けコンクリートの外周上において ( $r=1$ )

$$\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^R$$

$$u_r^C = u_r^R$$

$$\sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^R$$

$$u_\theta^C = u_\theta^R$$

③ 無限遠において ( $r \rightarrow \infty$ )

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{xx}^R = -KS \\ \sigma_{yy}^R = -S \end{array} \right\} \quad (14)$$

ここで、添字の C は吹付けコンクリートを表わしている。

一方、トンネル施工時には、地山は初期変位していることを考慮すると、橿円トンネル周辺地山の応力  $\sigma_{ij}^R$ , 変位  $u_i^R$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{ij}^R = \sigma_{ij}^{(3)} \quad (ij=xx, yy, xy) \\ u_i^R = u_i^{(3)} - u_i^{(1)} \quad (i=x, y) \end{array} \right\} \quad (15)$$

ここで、初期地山の変位  $u_i^{(1)}$  は、式(10)に示す  $\phi^{(1)}$ ,  $\Psi^{(1)\prime}$  を、また、地山の応力  $\sigma_{ij}^{(3)}$ , 変位  $u_i^{(3)}$  は式(8)と同形の  $\phi^{(3)}$ ,  $\Psi^{(3)\prime}$  を、それぞれ式(4), (5)に代入することによって与えられる。また、吹付けコンクリートの応力  $\sigma_{ij}^C$ , 変位  $u_i^C$  は、式(7)と同形の  $\phi^{(C)}$ ,  $\Psi^{(C)\prime}$  を、それぞれ式(4), (5)に代入することによって与えられる。さらに、橿円の形状を表わす偏平比  $m$  が実際のトンネルでは 0~0.3 程度であることに注目し、次式で示すように  $\phi^{(k)}$ ,  $\Psi^{(k)\prime}$  ( $k=3, C$ ) を  $m$  で Taylor 展開することを考える。

$$\left. \begin{array}{l} \phi^{(k)} = \sum_{i=0}^{\infty} m^i \phi_i^{(k)} \\ \Psi^{(k)\prime} = \sum_{i=0}^{\infty} m^i \Psi_i^{(k)\prime} \end{array} \right\} \quad (16)$$

この場合、 $\phi^{(k)}$ ,  $\Psi^{(k)\prime}$  に含まれる未定係数  $a_n^{(k)}$ ,  $b_n^{(k)}$  は、 $\phi_i^{(k)}$ ,  $\Psi_i^{(k)\prime}$  に含まれる未定係数  $a_{ni}^{(k)}$ ,  $b_{ni}^{(k)}$  を用いて、次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} a_n^{(k)} = \sum_{i=0}^{\infty} m^i a_{ni}^{(k)} \\ b_n^{(k)} = \sum_{i=0}^{\infty} m^i b_{ni}^{(k)} \end{array} \right\} \quad (17)$$

式(4), (5)に式(10), (14), (15), (16)を代入し、Muschelisvili の方法を適用した後、段階的に未定

係数を求めた。すなわち、まず、 $m$  の 0 次項に関する連立方程式より未定係数  $a_{m0}^{(k)}$ ,  $b_{m0}^{(k)}$  を求め、次にこれらの係数を  $m$  の 1 次項に関する連立方程式に代入することにより、未定係数  $a_{m1}^{(k)}$ ,  $b_{m1}^{(k)}$  を求める。これを順次繰り返すことにより、 $m$  に関してより高次の項の未定係数が求まる。これらの係数を式 (17) に代入し、さらに、それぞれの式に代入すれば、地山・吹付けコンクリートの応力・変位を求めることができる。本論文では、 $m$  が 0~0.3 程度であることを考慮して、 $m$  の 3 次項までに含まれる未定係数を求めている。

$w$  平面上に写像すると  $r=r_0 < 1$  となる  $z$  平面上の橿円を吹付けコンクリート内周とし、 $\delta (=1-r_0)$  を巻厚比とよぶこととする。トンネル形状が橿円であるために、吹付けコンクリートの巻厚は均一とはならないが、不均一の程度は  $m=0.3$  で平均巻厚に対し 30% ほどである。また、式 (5), (14) より  $e (=E^r/E^c)$  は外にくくり出せるので、変形係数比とよぶこととする。このようにすると、 $S$ ,  $CS/E^r$  によって無次元化された吹付けコンクリート施工後の地山・吹付けコンクリートの応力・変位の状態は、偏平比  $m$ , 側圧係数  $K$ , 巷厚比  $\delta$ , 変形係数比  $e$ , 地山と吹付けコンクリートのポアソン比  $\nu_r$ ,  $\nu_c$  に依存することがわかる。

### (5) ロックボルト施工後の地山の応力

本論文では、トンネルの終局耐力を検討するという観点から、ロックボルトのモデル化にあたって、①ロックボルトは完全弾塑性体であるとし、降伏応力に到達している、②ロックボルトの効果を局所的・集中的でなく、全体的・分布的にとらえて、ロックボルトはトンネル外周から地山内に、一様な分布力が作用するように働く、という仮定を用いた。

等分布力  $\sigma_{BL}$  は次式で与えられる。

$$\frac{\sigma_{BL}}{S} = \frac{nA_B}{S_d L} \frac{\sigma_B}{S} = a_B > 0 \quad (18)$$

ここで、 $A_B$  はロックボルト断面積、 $\sigma_B$  はロックボルトの降伏応力、 $S_d$  はトンネル外周の周長、 $n$  はトンネル軸方向長さ  $L$  当たりのロックボルトの本数である。 $a_B$  はロックボルト比<sup>6)</sup>であり、ロックボルトに関する無次元量である。この  $a_B$  を用いると、ロックボルト施工による地山の応力変化  $\Delta\sigma_{ij}^R$  は次式で与えられる。

$$\Delta\sigma_{ij}^R = -a_B(\sigma_{ij}^{(2)*} - \sigma_{ij}^{(1)*}) \quad (ij=xx, yy, xy) \quad (19)$$

ここで、\* は、側圧係数  $K=1$  であることを意味し、 $\sigma_{ij}^{(1)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(2)}$  はそれぞれ式 (10), (12) を式 (4) に代入することによって与えられる。したがって、ロックボルト施工後の地山の応力  $\sigma_{ij}^R$  は、次式で与えられる。

#### ① ロックボルトのみを施工した場合

$$\sigma_{ij}^R = \sigma_{ij}^{(2)} - a_B(\sigma_{ij}^{(2)*} - \sigma_{ij}^{(1)*})$$

② 吹付けコンクリートとロックボルトを施工した場合

$$\sigma_{ij}^R = \sigma_{ij}^{(3)} - a_B(\sigma_{ij}^{(2)*} - \sigma_{ij}^{(1)*}) \quad (ij=xx, yy, xy) \quad (20)$$

これより、無次元化された吹付けコンクリート・ロックボルト施工後の地山の応力・変位の状態は、前節で記した 6 つのパラメーターとロックボルト  $a_B$  に依存することがわかる。

### 3. 橿円トンネル周辺地山の安定解析法

#### (1) 形状弹性ひずみエネルギーを用いた安定解析法

形状弹性ひずみエネルギーを用いた安定解析法<sup>6)</sup>における地山に発生する単位体積当たりの形状弹性ひずみエネルギー  $U_s$ , 地山に蓄えられ得る単位体積当たりの最大形状弹性ひずみエネルギー  $\bar{U}_s$ , 地山のポテンシャル  $\Delta U_s$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} U_s &= \frac{1}{4G} [(\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2] = \frac{S^2}{2G} F \\ \bar{U}_s &= \frac{S^2}{2G} \bar{F} \\ \Delta U_s &= \bar{U}_s - U_s = \frac{S^2}{2G} (\bar{F} - F) = \frac{S^2}{2G} \Delta F \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここで、 $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  は主応力、 $\sigma_m$  は平均応力、 $G$  はせん断弹性係数であり、 $F$ ,  $\bar{F}$ ,  $\Delta F$  は  $U_s$ ,  $\bar{U}_s$ ,  $\Delta U_s$  に対応する無次元量である。また、式 (21) の記号については、各施工段階に対応する添字 (1) 堀削前、(2) 堀削後覆工前、(3) 吹付けコンクリート施工後、(4) ロックボルト施工後、を付けて表示する。

$\bar{F}$  は表-1 で表わされる。一方、 $F$  は各施工段階の応力より主応力を求め、式 (21) に代入することにより次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F^{(1)} &= (1-K)^2/3 \\ F^{(2)} &= f(K, m, r, \theta) \\ F^{(3)} &= f(K, m, a'_A, \nu_R, \nu_C, r, \theta) \\ F^{(4)} &= f(K, m, a'_A, a_B, \nu_R, \nu_C, r, \theta) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ただし、三次元応力状態におけるトンネル軸方向に関係する応力は明らかになっていないので、ここでは  $\sigma_{zz}^R = -KS$ ,  $\sigma_{zx}^R = \sigma_{zy}^R = 0$  とした。ここで  $a'_A$  は地山に対する

表-1 各種降伏条件に対する  $\bar{F}$  の値

降伏条件	$\bar{F}$
Von Mises	$\frac{1}{3} \frac{\sigma_y^2}{S^2}$
Drucker-Prager	$\frac{3(2\sigma_m/S)\sin\phi - 3(2c/s)\cos\phi)^2}{3(3-\sin\phi)^2}$

$\sigma_y$ : 軸圧縮強度     $-S$ : 上載荷    C: 粘着力  
 $\sigma_m$ : 平均応力     $\phi$ : 内部摩擦角

吹付けコンクリートの相対的剛性を表わす無次元量で、次式で与えられる。

$$\alpha'_A = \frac{\delta}{e} = \frac{E^c \times (1 - r_0)}{E^R \times 1} \dots \dots \dots \quad (23)$$

$\alpha_A$  が一定であると、地山が弾性領域にとどまるためには必要な地山強度比（以後、 $\text{req.} \sigma_0 / S$  と記述）も一定となるので、 $e$  と  $\delta$  のかわりに、 $\alpha_A$ （以後、構造係数比 $\alpha_A$  とよぶ）を用いて地山の安定性を検討する。

トンネル周辺地山の安定性については、 $\min \Delta F < 0$  であればある点において地山は塑性化していて安定でないといし、 $\min \Delta F > 0$  であればあらゆる点において地山は弾性領域にとどまっていて安定であると判断する。式(21)、(22)より明らかなように、 $\min \Delta F$  は  $F$  に含まれる 6 つのパラメーターと  $\bar{F}$  に含まれる各降伏条件に対応したパラメーターによって規定される。

## (2) 橋円トンネル周辺地山の塑性領域発生タイプ

図-4 は  $\Delta F^{(2)} < 0$  となる領域を示したものであって、地山の塑性領域の大まかな形状を知ることができるとともに、トンネル周辺地山に塑性領域が発生しているか否かの判定に用いることができる。図-5 は各施工段階におけるトンネル周辺地山の応力を示したものである。これらより、地山に塑性領域が発生するのは、トンネル側壁部からの場合とトンネル上下端からの場合があり、 $K_1$  が増加、 $m$  が減少するにつれて塑性領域の発生タイプが前者から後者へと移行していっているのがわかる。これは以下のように考えられる。

① 円形トンネルにおける周方向応力の増加は、 $K < 1$  の場合トンネル側壁部で、 $K > 1$  の場合トンネル上下端で生じ、 $|K - 1|$  が大きいほど大きくなる<sup>6)</sup>。一方、橿円トンネルの幾何形状による周方向応力の増加は、トンネル側壁部で生じ、 $m$  が大きいほど大きくなる。

② これらが重ね合わされることにより、 $K < 1$ 、および、 $K > 1$ にあっては $K$ より $m$ の影響が卓越する場合には、トンネル側壁部から地山に塑性領域が発生し、 $K$ が小さいほど、 $m$ が大きいほど、地山は塑性化しやすくなり、 $K > 1$ で $m$ より $K$ の影響が卓越する場合には、トンネル上下端から地山に塑性領域が発生し、 $K$ が大きいほど、 $m$ が小さいほど、地山は塑性化しやすくなる。

### (3) 円形トンネルとの比較

掘削後覆工前と吹付けコンクリート施工後の地山において、橿円トンネルと円形トンネル<sup>6)</sup>の地山の安定性を比較した。図-6は、次式に示す割増率  $f_p$  を用いて、地山の安定性に対する内空断面形状の影響が最も顕著に現われる掘削後覆工前の地山における比較結果を示したものである。

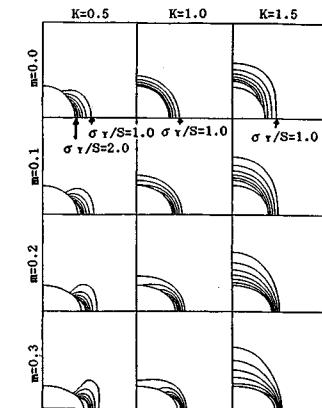


図-4 地山ポテンシャルが負となる領域  
(Von Mises の降伏条件適用時)

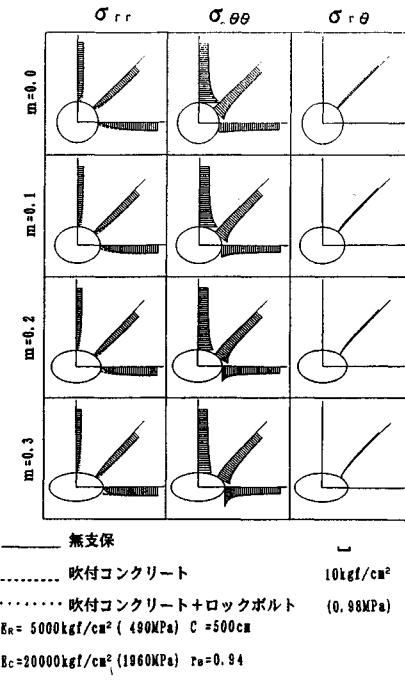


圖 5 地山に發生する应力分布 ( $K=1.5$ )

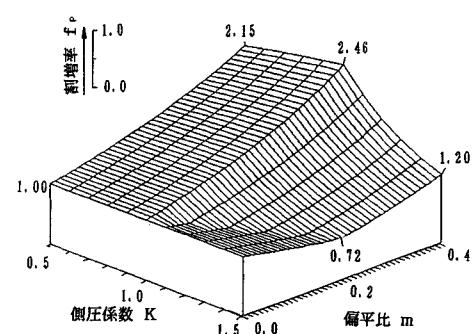


図-6 偏平比と側圧係数と割増率の関係

$$f_p = \sqrt{\frac{\max U_s^E}{\max U_s^R}} \dots \dots \dots (24)$$

ここで、 $R$  は円形トンネルを、 $E$  は楕円トンネルを表わしている。右辺を  $1/2$  乗したのは、従来設計に使われている応力度に合わせるためである。これより以下のことがわかる。

①  $K \leq 1$ :  $m$  の増加に伴い  $f_p$  は増加する。一方、 $K$  の  $f_p$  に対する影響は小さく、 $K=1$  で  $f_p$  は最大値をとる。これは、 $m$  が増加するとともに側壁部での周方向応力が増加すること、 $K$  が 1 より減少するとき円筒ネルより円形トンネルの方が  $U_s$  の増加が若干大きいことのためである。

②  $K \geq 1$ : 同一の  $K$  に対し,  $f_p$  が最小となる  $m = m_{\text{opt}} > 0$  が存在する. この場合,  $m_{\text{opt}}$  の断面が最適断面であって, 次式で与えられる.

$$m_{\text{opt}} = \frac{K-1}{K+1} \dots \quad (25)$$

③ 実際の橿円トンネルでは、 $m < 0.3$  程度であるので、 $0.7 < f_p < 1.9$  となる。

図-7は、式(24)に示す割増率 $f_p$ を用いて、吹付けコンクリート施工後における楕円トンネルと円形トンネルの地山の安定性の比較結果を示したものである。これより以下のことがわかる。

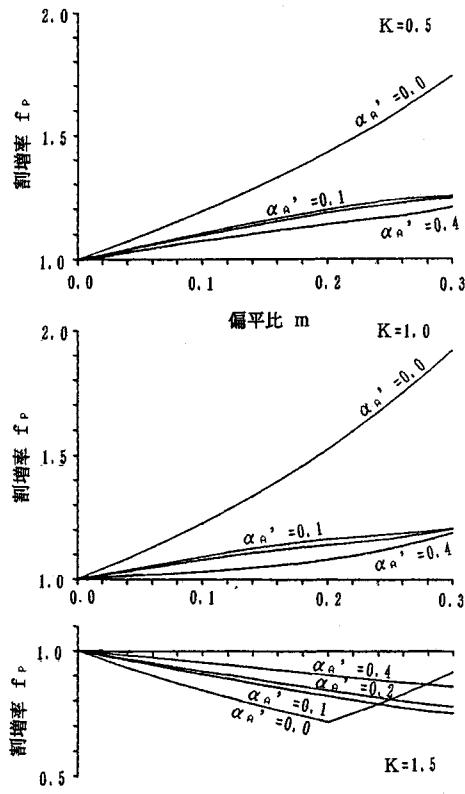


図-7 構造係数比と偏平比と側圧係数と割増率の関係

①  $\alpha'_4 \neq 0.0$  では、 $f_p$  は 1 に近づく。すなわち、吹付けコンクリートを施工することにより、楕円トンネルの安定性は円形トンネルの安定性に近づく。これは、吹付けコンクリート施工により、トンネル周辺地山での応力再配分が行われるためである。

②  $f_p$ に対する $\alpha'_A$ の影響は小さい。これは、地山に対する吹付けコンクリートの相対的剛性の増加に伴い、地山の安定性は改善されるのであるが、その改善の程度が円形トンネルの改善の程度と同様であるためである。

ここで、 $|f_p - 1| < 0.10$  であれば両者の差がないと判断することにすると、 $m > 0.05$  では橍円トンネルと円形トンネルを区別してトンネルの安定性を論じなければならないことになる。

#### 4. 橋円トンネルの周辺地山の安定性

図-8は、Von Misesの降伏条件を適用する場合の吹付けコンクリートとロックボルトによる支保を用いた橋円トンネルの事前設計图表である。図中の側圧係数 $K$ 、構造係数比 $\alpha'_A$ 、ロックボルト比 $\alpha_B$ の値域は松本らの研究<sup>2)</sup>をもとに、偏平比 $m$ は実際に使用し得る内空断面を想定して決めた。また、地山のポアソン比は軟岩地山を想定し $\nu_R=0.30$ とし、吹付けコンクリートのポアソン比は $\nu_c=0.17$ とした。

### (1) 地山の安定性の検討

「掘削前に地山が塑性化している領域」は  $\min \Delta F^{(t)} < 0$  の領域で、たとえ掘削後直ちに吹付けコンクリートやロックボルトを施工してもその効果は期待できない。

## (2) 支保工の必要性の検討

「無支保で地山が自立する領域」は  $\min \Delta F^{(2)} > 0$  の領域で、地山に塑性化が起こらず支保工も不要となる。

### (3) 支保工諸元の検討

「掘削前に地山が塑性化している領域」と「無支保で地山が自立する領域」で囲まれた領域で支保工は有効に働く。図の下側の破線は  $a'_A$  を一定としたときの  $\min \Delta F^{(3)} = 0$  を表わしており、図の上側の破線は  $a_B$  を一定としたときの  $\text{req } \sigma_y/S$  の減少分  $\Delta \sigma_y/S$  を示している。この  $\Delta \sigma_y/S$  は次式で与えられる。

$$\Delta\sigma_y/S = \text{req } \sigma_y/S \Big|_{\min \Delta F^{(3)}=0} - \text{req } \sigma_y/S \Big|_{\min \Delta F^{(4)}=0}$$

.....(26)

図-8より、以下のことがわかる。

① 地山強度比  $\sigma_y/S$  が 4 以下の地山に対して、支保工は有効に働く。

②  $k > 1$  の地山で  $m$  が小さい領域では、 $m$  の増加に伴い  $\text{req } \sigma_y / S$  は減少するが、その他の領域では、 $m$  の増加に伴い  $\text{req } \sigma_y / S$  は増加する。前節で述べたように、前者はトンネル上下端から、後者はトンネル側壁部

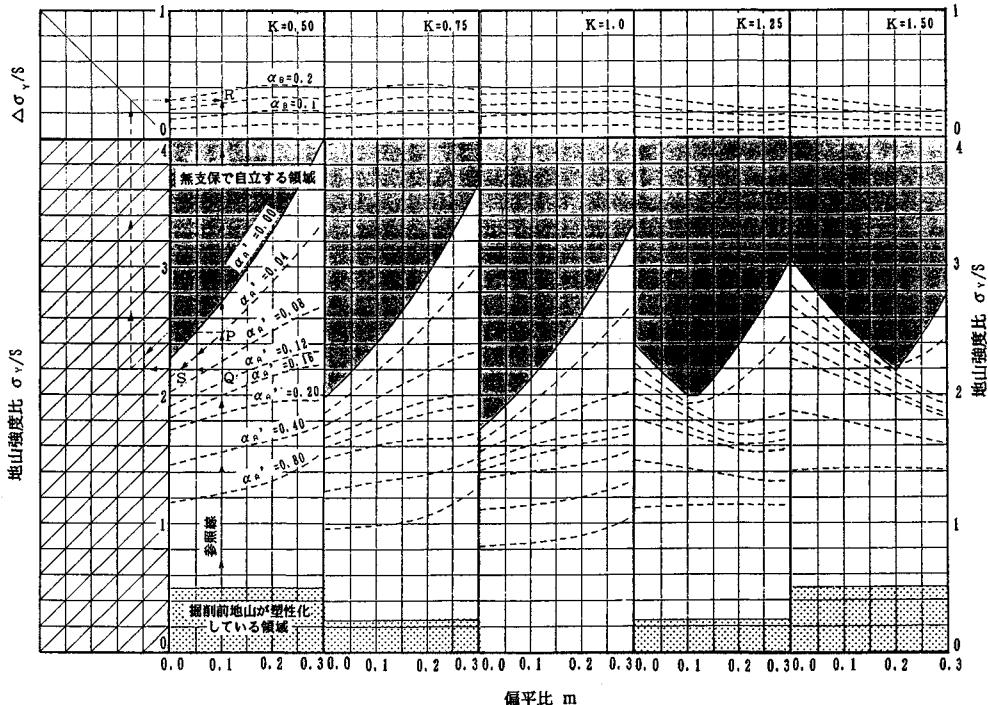
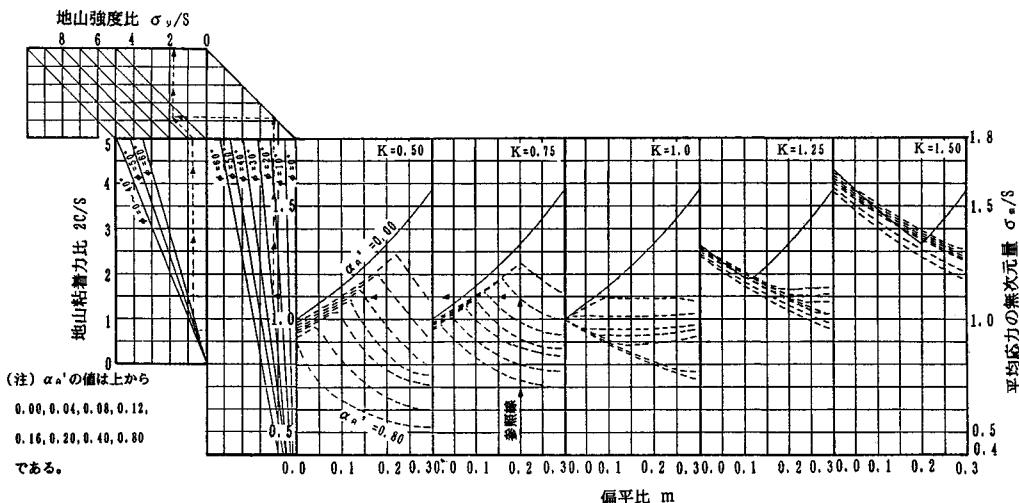


図-8 地山を塑性化させないために必要な構造係数比とロックボルト比 (Von Mises の降伏条件適用時)

図-9  $2C/S$ ,  $\phi$  から、等価な  $\sigma_y/S$  を求めるための換算図 (Drucker-Prager の降伏条件適用時)

から、塑性領域が発生する場合である。また、 $K > 1$  の地山における素掘トンネルの req  $\sigma_y/S$  を最小とする  $m_{opt}$  は式(25)で与えられる。

③ 吹付けコンクリートとロックボルトの支保効果は、 $\alpha'_A$  と  $\alpha_B$  を用いて、円形トンネルと同様に説明できる<sup>6)</sup>。

支保工諸元の導出の一例として参考線で示すように、

$m = 0.1$ ,  $K = 0.5$ ,  $\alpha'_A = 0.04$  の場合を考えると、地山の状態は点 P で表わされる。地山強度比  $\sigma_y/S = 2.2$  とすると、地山を弾性領域にとどめるためには、

- ① 卷厚をふやすことによって、トンネルの状態を点 Q にもってくる。図より  $\alpha'_A = 0.09$  とする。
- ② ロックボルトを施工することにより、トンネルの状態を点 Q にもってくる。必要とされるロックボル

ト比は点Rで表わされ、 $\alpha_B=0.16$ とする。

- ③ 偏平比を小さくすることにより、トンネルの状態を点Sにもってくる。図より、 $m=0.02$ とする。という3つの方法がある。実際には、上記の方法を組み合わせ、最も経済的になるようにすれば良い。

また、Drucker-Prager の降伏条件を適用した場合の  $\min \Delta F$  を示す点の  $\overline{F}$  を、地山粘着力比  $2 C/S$ 、内部摩擦角  $\phi$  による表示から、これと等価な Von Mises の降伏条件における地山強度比  $\sigma_y/S$  の表示に換算し、図一八に適用すれば、Drucker-Prager の降伏条件を適用した場合も、Von Mises の降伏条件と同様にして、地山の安定性を判定することができる。図一九はこの換算図である。一例として参照線で示すように、 $K=0.75$ 、 $m=0.20$ 、 $\alpha'_A=0.08$ 、 $\phi=30^\circ$ 、 $2 C/S=0.75$  の場合を考えると、 $\sigma_y/S=1.80$  となる。

## 5. 実測データへの理論の適用

### (1) 解析に用いた実測データ

東名高速道路の新都夫良野トンネル、新吾妻山トンネルを解析対象とした。これらのトンネルは、新第3紀の足柄層群の軟岩地山<sup>13)、14)</sup>に、吹付けコンクリートとロックボルトを支保工とするショートベンチ工法を用いて、仕上がり内空断面積約130m<sup>2</sup>、代表半径5.8m、偏平比0.22（偏平率=内空高さ／内空幅=0.64）、土被り30～130mで施工されている3車線大断面偏平トンネルであって、既存トンネルの中では最も大きい偏平比を有している<sup>1)</sup>。用いた計測データは、①補助工法を使用していないこと、②地山が緩んで塑性化していないこと、③土被りと短径の比が6.5以上であること、という解析上必要な条件を満たす27断面の内空変位・天端沈下の実測データである。

## (2) 解析方法

楕円トンネルの内空変位・天端沈下の実測データを用いて逆解析を行い、地山の側圧係数・変形係数を求めるとともに、これらの値を用いて次式に示す安全率  $f_s$  を算出した。

トンネルの断面形状は完全な橿円形ではない。そこで、本論文では、橿円の長径 = 挖削幅/2、橿円の短径 = 挖削高さ/2、とみなした。また、軟岩地山を想定し地山のボアソン比は  $\nu_b = 0.30$  とし、吹付けコンクリートの変形係数<sup>11)</sup>は  $E^c = 20\,000 \text{ kgf/cm}^2$ 、ボアソン比は  $\nu_c = 0.17$  とし、その他の物性値は施工データをもとにした。

### (3) 解析結果

逆解析により求めた側圧係数と土被りの関係を図-10

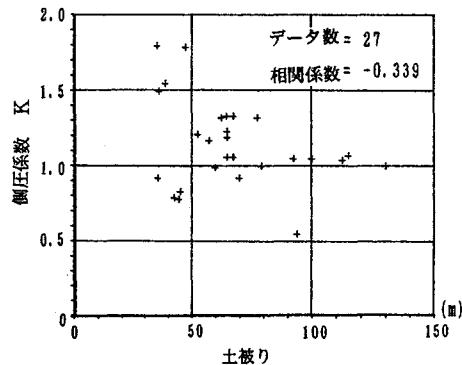


図-10 土被りと側圧係数の関係

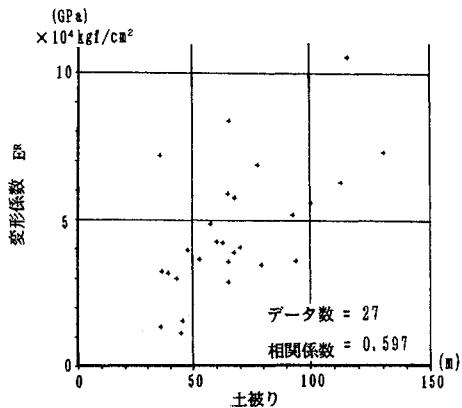


図-11 土被りと変形係数の関係

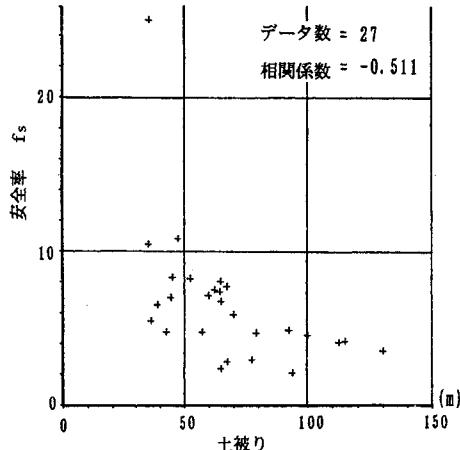


図-12 十被りと安全率の関係

に示す。これより、ほとんどの側圧係数が0.5~1.5の間にに入っており、平均すれば約1.1程度であること、また土被りが小さいときは側圧係数の値がばらつくが、土被りが大きくなるにつれて側圧係数が1に近づくことがわかる。逆解析により求めた地山の変形係数と土被りの関係を図-11に示す。図より、土被りに比例して変形

係数が増大していることがわかる。これらの結果は過去の事例と良い一致を示している。

また、土被りと安全率との関係を図-12に示す。これより、安全率は2以上でおおむね4~8程度であること、土被りが大きくなるにつれて安全率が低くなる傾向にあることがわかる。これは、解析対象データの構造係数比の平均が0.013、ロックボルト比の平均が0.055と小さいこと、および、地山の一軸圧縮強度のデータ<sup>13),14)</sup>が少ないために、内空変位計測地点での地山の一軸圧縮強度として、その近傍で得られた一軸圧縮強度を用いていることを考慮すると、土被りの増加による上載圧の増加に対して、使用したデータでは一軸圧縮強度がそれほど増加していないためであると考えられる。

## 6. 結 論

本論文は橿円トンネルの安定性を明らかにしたものであり、結論は以下のようにまとめられる。

(1) 偏平比が0.05以上であれば、円形トンネルと橿円トンネルを区別してトンネルの安定性を論じなければならない。

(2) 実際の橿円トンネルの偏平比は最大でも0.3程度であるので、円形トンネルに対する橿円トンネルの割増率は、 $K=0.5$ で1.0~1.7、 $K=1.0$ で1.0~1.9、 $K=1.5$ で0.7~1.0程度である。

(3) 橿円トンネル施工時の地山の安定性は、側圧係数、偏平比、構造係数比、ロックボルト比、地山と吹付けコンクリートのポアソン比の6つのパラメーターと、適用する降伏条件に含まれるパラメーターによって規定される。Von Misesの降伏条件を適用する場合には、安全な施工をするための判定図として、図-8を用いることができる。Drucker-Pragerの降伏条件を適用する場合には、図-9を用いて地山粘着力比、内部摩擦角からこれと等価な地山強度比を求めることにより、Von

Misesの降伏条件と同様に取り扱うことができる。

## 参 考 文 献

- 1) 田中裕治：大断面トンネルの設計・施工、土木技術、Vol. 43, No. 5, pp. 25~34, 1988.
- 2) 荒井利一郎：巻立なき橿円形隧道付近における応力の状態について、土木学会誌、Vol. 28, No. 12, pp. 1126~1147, 1942.
- 3) Yi-Yuan Yu : Gravitational stress on deep tunnels, J. of Applied Mechanics, Vol. 19, No. 4, pp. 537~542, 1952.
- 4) 小田英一：巻立橿円形トンネル周辺の応力分布について、土木学会論文報告集、No. 24, pp. 12~28, 1955.
- 5) 桜井春輔：粘弾塑性地山内の円形トンネル覆工について、土木学会論文報告集、No. 181, pp. 77~89, 1970.
- 6) 西岡 隆・松本嘉司：形状弹性歪エネルギーによるトンネル周辺地山の安定解析、土木学会論文集、No. 376, pp. 151~160, 1986.
- 7) 松本嘉司・西岡 隆・鹿野正人：吹付コンクリートとロックボルトを用いたトンネルの特性と事前設計方法、土木学会論文集、No. 376, pp. 161~169, 1986.
- 8) 松本嘉司・西岡 隆・佐野可寸志：土被りの浅いトンネルの設計方法に関する研究、土木学会論文集、No. 394, pp. 105~114, 1988.
- 9) 松本嘉司・西岡 隆・佐野可寸志：エネルギー論に基づくシールドトンネルの安定解析、土木学会論文集、No. 406, pp. 117~126, 1989.
- 10) 杉本光隆・松本嘉司・西岡 隆：エネルギー論に基づく双設トンネルの安定解析、土木学会論文集、No. 406, pp. 185~194, 1989.
- 11) 渡辺 昇：土木工学のための複素関数論の応用と計算、朝倉書店、pp. 303~329, 1981.
- 12) 倉西正嗣：弹性学、国際理工研究社、pp. 392~416, 1970.
- 13) 日本道路公団東京第一建設局松田工事事務所・(株)サンコーコンサルタント：東海自動車道（大井松田～御殿場）新都夫良野トンネル地質調査総括報告書、1984.
- 14) 日本道路公団東京第一建設局松田工事事務所・(株)住鉱コンサルタント：東海自動車道（大井松田～御殿場）新吾妻山トンネル地質調査報告書、1984.

(1990.2.23・受付)