

蒸発による円柱カラム不飽和帯の溶質移行と蓄積に関する基礎的研究

FUNDAMENTAL STUDY ON MIGRATION AND ACCUMULATION OF SOLUTE IN UNSATURATED ZONE OF SOIL COLUMN BY EVAPORATION

佐藤邦明*・福原輝幸**・宗像雅広***・Serge BORIES****

By Kuniaki SATO, Teruyuki FUKUHARA, Masahiro MUNAKATA and Serge BORIES

The evaporation from soil surface and solute migration in an unsaturated zone above the groundwater are studied experimentally and theoretically. The experimental apparatus used in this study consists of a wind tube, soil column, groundwater feeding tank and a set of measurement equipments. The vertical profiles of solute concentration, temperature and water content along soil column, and the evaporation rate from soil surface are measured for different wind velocities.

The analytical solutions of governing equations at the steady state are developed for solute migration in coupling with heat transport and moisture movement. The comparison between analytical solutions and experimental results shows an excellent agreement. The results describe that the solute migration depends upon not only vertical movement of moisture but also a depth of capillary fringe.

Keywords: solute migration, evaporation, shallow groundwater, moisture movement, heat transfer

1. はじめに

太陽輻射や風による地表からの蒸発現象は水文諸過程の中で基本的に重要な現象の1つである。これは地上の水文現象と浅層地下水の接点に位置するものである。地表からの水分の蒸発に伴って浅層不飽和土層内では下方地下水帯から水分が鉛直上方に毛管流動によって輸送される。同時に、地表からの熱伝導に加えて水分移動による顯熱や潜熱の影響が加わることになる。つまり、地表からの蒸発現象は土壤内の水分移動のみならず伝熱現象を伴うといえる。この現象は基本的には温度勾配下における不飽和浸透流であり、Philip and De Vries¹⁾, De Vries²⁾, Philip³⁾による理論が応用され得る。

従来、裸地からの蒸発解析に際し不飽和浸透流に温度勾配の影響を無視し得るのか否かについて議論が加えられた^{4), 5)}。また、基礎式の解法やパラメーターの決定な

どに関して、Harlan *et al.*⁶⁾, 鈴木⁷⁾, 新庄と白井⁸⁾, Raudkivi and Nguyen⁹⁾, Geraminegad and Saxena¹⁰⁾による研究があり、有限要素法や差分法による計算、あるいは閉じた系（蒸発のない場合）や蒸発のある場合の実験も行われている。さらに、温度勾配のある不飽和浸透流の現場への応用には、たとえば、発熱を伴う埋設ケーブル周辺の水分・温度分布の解析もみられる^{11), 12)}。一方、地表における風や熱による蒸発現象に力点を置いた土壤内の水分・温度変化についていくつか実験的な成果が得られている^{13)~15)}。しかし、温度勾配下の不飽和浸透流が放射強度、風速、大気の温度および湿度などの境界条件に影響されることに加え、関係するパラメーターの数が多いこともあり、理論の妥当性や適用性に関して十分研究が進んでいるとはいがたい。

最近、広域的な土壤汚染、産業廃棄物による地下水汚染、放射性廃棄物の浅層処分等に関連して土壤や地下水中の溶質・物質移行問題が注目されている。この現象は熱と水分の輸送に加え溶質の移行が付加されるため、伝熱、不飽和浸透流および溶質の三者の連成問題となる。しかしながら、この種の研究は新しいだけに温度勾配下の物質移動現象の特性および蒸発、凝縮、蓄積等の理論的取り扱いに今後の進展が望まれている。

本論文はこのような観点より、砂層カラム内の地下水

* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部地盤水理実験施設(〒338 浦和市下大久保255)

** 正会員 工博 福井大学助教授 工学部環境設計工学科(〒910 福井市文京3-9-1)

*** 工修 日本原子力研究所環境安全研究部(〒319-11 茨城県那珂郡東海村白方白根)

**** Ph.D. Directeur de Recherche, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse Laboratoire Associé au C.N.R.S.

中の溶質が表面の熱・風速によってどのように移行し、蓄積・濃縮されるかについていくつか異なった条件下で実験を行い Philip and De Vries の式と溶質の保存式から新しく定常解を展開し実験結果と比較・検討したものである。

2. 実験および実験方法

(1) 実験装置

地表付近の地下水面上の不飽和帯における伝熱、水分、溶質の鉛直移行メカニズムを明らかにするために、Fig. 1 に示したような実験装置を用い、地表風量、風速と温度、砂層カラム内の温度、含水率および溶質濃度分布と蒸発量の経時変化を調べる。実験装置の各部と機能システムは次のようになる。

表面の乾燥条件を安定させるために、半円筒状の透明風洞（直径 0.25 m、長さ 1.8 m）内に加湿・加温送風機を設け、一様に加湿された温風を送り込む。風洞内には 4 枚の整流格子が置かれている。風洞のほぼ中央に断熱材（厚さ 0.025 m の発泡スチロール）で二重に覆われた 2 本の砂層カラム（直径 0.08 m、長さ 0.8 m の透明アクリル樹脂製）が風洞底板に取り付けられ、それらの底には多孔板がはめ込まれている。これら 2 本の砂層カラムの外周を覆う形で円筒貯水槽（直径 0.1 m、長さ 0.8 m の塩化ビニール製）がおののに置かれ、これら貯水槽には溶液（NaCl 水溶液、濃度 3 %）がためられている。また貯水槽側面には水位計が取り付けられている。この水位計により蒸発に伴う減水深を測ることができ、減水深に相当する溶液は定期的に（実験開始直後は短い時間間隔で）供給される。砂層カラム内の温度は表面より 0.05 m 間隔に埋め込まれた 3 本の温度センサーと記録装置により測定される。温度センサー（検出部の長さは 0.05 m）はカラム中央にその中心が来るよう設置された。また、表面における温度と貯水槽内の温度は別の簡易温度計で測定される。砂層カラム中の溶質濃度と含水率は、カラム上端かららせん状に穿孔された 45 個の直径 3 mm の小孔からのサンプリングによって測定する。サンプリング時には小孔に施されたゴム栓を

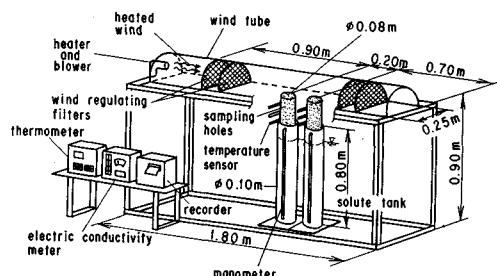


Fig. 1 Schematic Presentation of Experimental Apparatus.

外し、所要の深度の数孔から 3 g 程度の試料を採取する。採取した孔には予備実験の時間～水分分布から決定された別の湿润砂を戻し、同じ孔からは実験終了まで再び試料採取はしないようにする。こうして採取された試料は重量を高精度はかり（精度 0.001 g）により測定される。濃度は 50 cc の純水に試料を混合した後、導電率計（Kenek, MK-106, 精度 0.001 %）によって測定する。

実験期間は 10～20 日を要するので実験中の温度、湿度管理が大切となり、すべての実験は 21°C で湿度 65 % の恒温・恒湿室内で行われた。風洞内の風速は風速計によって測定された平均風速であり、風温は風洞中心部の空気温度を表わす。なお、Photo 1 に実験装置の全景を示す。

(2) 実験方法と実験条件

今回の実験は地表の乾燥過程に伴う溶質の濃縮・蓄積メカニズムを基礎的に究明することを目的とし、多孔媒体は細砂、溶質濃度 3 % の場合に限定して、表面の風速・風温、地下水位の深さを変化させて実験を進めた。実験手順は以下のようである。まず、カラム内に標準砂を層状に突き固めて表面まで充填し、温度センサーを挿入する。その後、カラムを風洞底板に取り付け、溶液の貯水槽内に徐々に浸水させ固定し、毛管上昇が安定するまで数日間放置する。毛管上昇が安定し、設定水位になっていることを確認し、初期値測定のための温度測定、サンプリングを行う。その後より送風機の温度、風量を所定の量に設定し実験を開始する。開始直後は温度、含水率、蒸発量の変化が激しいため数時間ごとに測定を行い、変化が緩慢になるに従い、計測の時間間隔を長くする。温度、含水率に変化がみられなくなった後、10～20 日程度で実験を終了し、カラムを解体して最終状態の含水率、濃度分布を測定し実験を終了する。

実験ケースは Table 1 に示すように 7 ケースとし、大別して地下水水面の位置が目視観察による毛管上昇の高さ（0.25 m）を越えない浅い場合と深い場合とに分けられ、風速、風温条件はそれぞれ 2.09 m/s, 21.4°C と

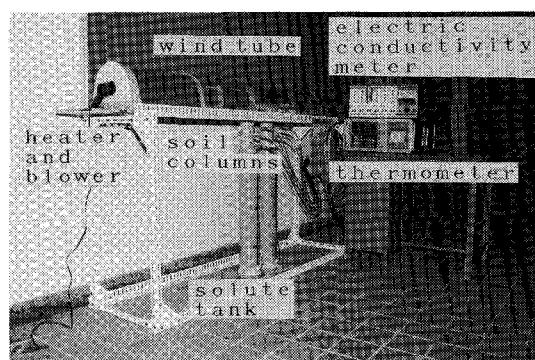


Photo 1 General View of Experimental System.

Table 1 Experimental Cases and Conditions.

Cases	Testing sand	Ground water depth	Wind velocity	Wind temperature	Experiment term
EXP. 1	Fine sand Mean diameter 0.3 mm Unit volume weight 1.56 t/m ³	-0.10m	2.09 m/s 0.15m -0.30m -0.40m -0.50m -0.15m -0.20m	71.4 °C 1.20 m/s 55.2 °C	10 days
EXP. 2		-0.15m			
EXP. 3		-0.30m			
EXP. 4		-0.40m			20 days
EXP. 5		-0.50m			
EXP. 6		-0.15m			
EXP. 7		-0.20m			

1. 20 m/s, 55.2 °C の場合において行われる。

また、水分、温度、蒸発量の動的解析を進めるうえで重要な量となる毛管ポテンシャル ψ 、不飽和透水係数 k と体積含水率 θ との関係については Fig. 1 と同様な別の実験によった。実験と測定概要を述べると、縦、横 0.1 m、高さ 0.6 m のカラムに標準砂を突き詰め、送風実験および赤外線ランプによる放射実験を行う。 ψ の鉛直分布は 0.1 m ごとに設置したテンションメーターにより測定し、 k は後述する水分保存則、式(5)を鉛直方向 z で積分した次式により瞬時水分計測から求める。

$$k(\theta) = \frac{\int_0^z (\partial\theta/\partial t) dz - (D_r \cdot \partial T/\partial z)_{zt}}{(\partial\psi/\partial z + 1)_{zt}} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 D_r は後述する式(6)で与えられる。

3. 実験結果とその性質

まず毛管ポテンシャル ψ と体積含水率 θ および不飽和透水係数 k と体積含水率 θ の関係を Fig. 2, 3 に示す。送風、放射の両条件とも同様の ψ ~ θ 分布を得るが、 $k(\theta)$ は条件により異なっている。なお、Fig. 2 中の破線は後述する式(48)で計算された ψ ~ θ の関係を示す。

次に、実験ケースに従って得られた温度、含水率、濃度の鉛直方向分布および蒸発量の経時変化の代表的結果をまとめて示す。Fig. 4 は温度分布の経時変化を EXP.

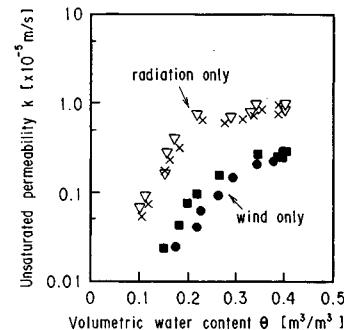
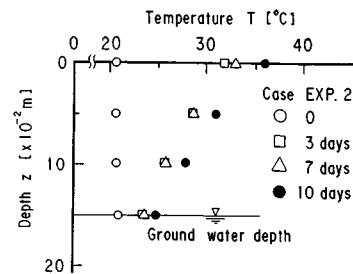
Fig. 3 Experimental Correlations between k and θ .

Fig. 4 Temperature Profiles along Soil Column for Several Days (EXP. 2).

2 の場合について示したもので、水位が表面から 0.15 m と浅い場合である。この場合、水位が浅いために不飽和帯は十分浸潤している状態である。この実験ケースは風の温度と初期温度との差が 50.4 °C と大きい。温度分布は初期の数日以内に急激に上昇し、その後は徐々に定常状態へと近づく。

Fig. 5, 6 は全実験結果について 10, 20 日後の最終状態の温度分布を示している。水位の浅い Fig. 5 では温度分布が表面に向かってほぼ直線的に上昇しているが、水位の深い Fig. 6 では毛管帯の上縁付近で曲率が大きく変化し、表面付近で急激に上昇している。すなわち乾燥帯の有無によってカラム内の温度分布の性状は違つてく

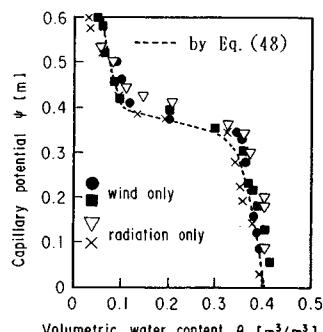
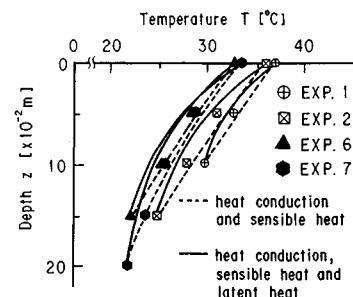
Fig. 2 Experimental Correlations between ψ and θ .

Fig. 5 Temperature Profiles along Soil Column after 10 Days.

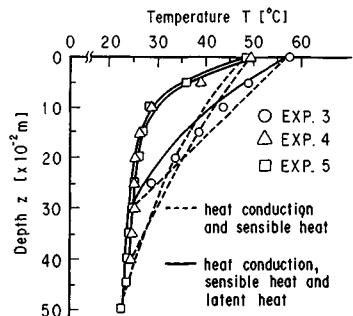


Fig. 6 Temperature Profiles along Soil Column after 20 Days.

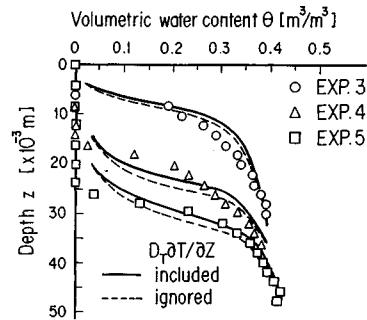


Fig. 9 Volumetric Water Content along Soil Column after 20 Days.

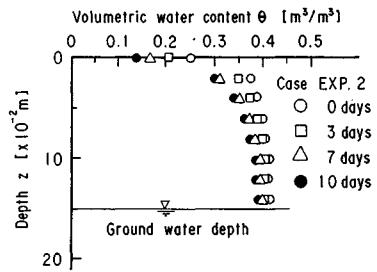


Fig. 7 Volumetric Water Content along Soil Column for Several Days (EXP. 2).

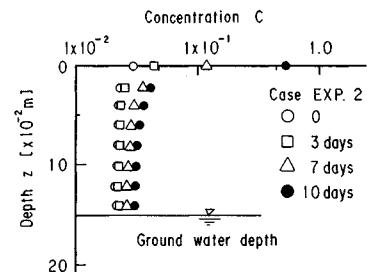


Fig. 10 Concentration Profiles along Soil Column for Several Days (EXP. 2).

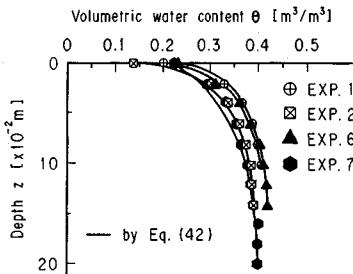


Fig. 8 Volumetric Water Content along Soil Column after 10 Days.

る。なお、カラム水平面内の温度は断熱材により一様であった。

次に、Fig. 7 には EXP. 2 の場合の砂層カラム内体積含水率の鉛直方向分布の経時変化を示したものである。これは Fig. 4 に対応しており、水位が浅いため表面の体積含水率が初期には高く、蒸発の進行に伴い徐々に減少しているのがわかる。また、Fig. 8, 9 にはそれぞれ 10 日および 20 日後の定常状態と思われる体積含水率の鉛直分布を示している。これらの図より水位が浅い場合には不飽和帯は十分浸潤しているので水分は液状水の形態で表面付近まで移動し蒸発するが、水位が深い場合には毛管帶の上縁がカラム内にあるため水分はそこまでは液状水の形態で移動し、上部の乾燥帯では蒸気水の形態で移動しているものと考えられる。つまり、毛管帶内とそ

の上部の乾燥帯とでは水分の移動形態が異なっており、これは次に述べる濃度の鉛直方向分布によりさらに明確になる。

Fig. 10 は EXP. 2 における砂層カラム内濃度の鉛直方向分布の経時変化を示している。濃度 C は $C = S_g / (L_g + S_g)$ (S_g : 溶質重量, L_g : 溶媒重量) で定義され、 $C=1$ のときに $L_g=0$ となり NaCl の結晶を表わす。この図では表面において高い濃度がみられるが、これは毛管流動によって表面付近に輸送された溶液が蒸発によって水分を失い濃縮され蓄積した結果である。実際、表面において NaCl の結晶が一面に観察された。同様に Fig. 11, 12 にはそれぞれ 10 日および 20 日後の濃度の鉛直方向分布を示している。水位の浅い場合の Fig. 11 と深い場合の Fig. 12 とでは濃度分布が明瞭に異なるのがわかる。浅い場合は表面において溶質の濃縮・蓄積が観察されるのに対して、深い場合には溶質は主に液状水によって輸送されるため毛管帶の上縁付近に濃縮・蓄積が観察される。これは体積含水率の鉛直分布の違いでも述べたように液状水から蒸気水への相変化に起因する。

Fig. 13 は積算蒸発量の経時変化を示している。積算蒸発量は直線的に増加し（蒸発率が一定）、ほぼ定的な蒸発が起きたことを示している。当然のことながら蒸発量は水位が浅く、風速・風温の値が大きいほど活発で

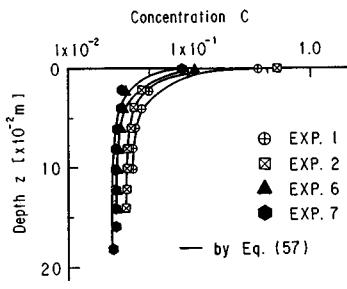


Fig. 11 Concentration along Soil Column after 10 Days.

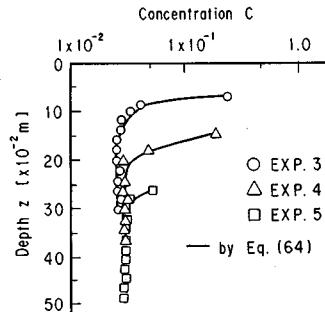


Fig. 12 Concentration along Soil Column after 20 Days.

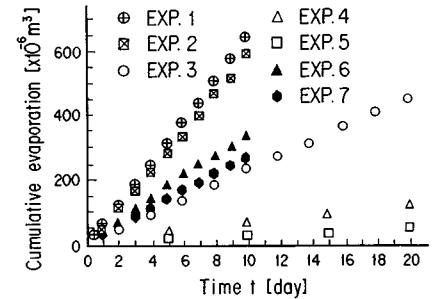


Fig. 13 Experimental Cumulative Evaporation from Soil Surface.

あるのがわかる。

上述した一連の実験結果より、表面からの蒸発に伴う砂層カラム中の温度、体積含水率、濃度分布および蒸発量の変化が地下水位あるいは毛管水帶位置に強く依存することが明確にされた。

4. 支配方程式

(1) 水分移動に関する支配方程式

温度勾配下での不飽和浸透流は基本的に Fig. 14 に示すように、熱と水分の移動が相互に依存している。

Philip and De Vries¹⁾ は温度勾配下の不飽和浸透流を液相と気相とに分けて考え、それぞれのフラックスが温度および体積含水率に比例するとして次式のように与えた。

$$\left. \begin{aligned} q_v / \rho_t &= -D_{rv} \nabla T - D_{vt} \nabla \theta \\ q_l / \rho_t &= -D_{rl} \nabla T - D_{lt} \nabla \theta - ki \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 q_v, q_l ：それぞれ水蒸気、液状水のフラックス密度 [$\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$]、 ρ_v, ρ_t ：それぞれ水蒸気、液状水の密度 [kg/m^3]、 T ：温度 [K]、 θ ：体積含水率 [m^3/m^3]、 k ：不飽和透水係数 [m/s]、 i ：鉛直方向単位ベクトル、 D_{rv} ：熱的水蒸気拡散係数 [m^2/sK]、 D_{rl} ：等温水蒸気拡散係数 [m^2/s]、 D_{vt} ：熱的液状水拡散係数 [m^2/sK]、 D_{lt} ：等温液状水拡散係数 [m^2/s] である。

また水分の相変化を考慮した質量保存則は各相ごとに、

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = -\nabla \left(\frac{q_v}{\rho_t} \right) + E \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} = -\nabla \left(\frac{q_l}{\rho_t} \right) - E \quad (4)$$

となる。ここに、 θ_v, θ_l ：それぞれ水蒸気、液状水による体積含水率、 t ：時間 [s]、 E ：蒸発率 [s^{-1}] である。そこで、式 (2) を式 (3)、(4) に代入し、辺々を加えて

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla (D_r \nabla T) + \nabla (D_\theta \nabla \theta) + \frac{\partial k}{\partial z} \quad (5)$$

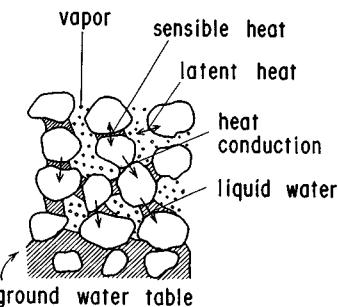


Fig. 14 Solute Migration in Unsaturated Porous Medium with Temperature Gradient.

$$\left. \begin{aligned} D_r &= D_{rv} + D_{vt} \\ D_\theta &= D_{rl} + D_{lt} \\ \theta &= \theta_v + \theta_l \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

を得る。ここに、 D_r ：熱的水分拡散係数 [m^2/sK]、 D_θ ：等温水分拡散係数 [m^2/s]、 z ：鉛直座標とする。

式 (5) は水分移動の支配方程式となり、右辺第1項が水分移動に関する温度の効果を表わす。

(2) 熱移動に関する支配方程式

温度勾配下の不飽和浸透流の伝熱については De Vries²⁾ によって論じられている。まず、不飽和多孔媒体中の熱フラックス q_h [W/m^2] は、

$$q_h = -\lambda \nabla T + L_{\infty} q_v + c_v (T - T_0) q_v + c_l (T - T_0) q_l \quad (7)$$

となる。ここに、 λ ：有効熱伝導率 [W/mK]、 L_{∞} ：基準温度における蒸発熱 [J/kg]、 c_v, c_l ：それぞれ水蒸気、液状水の比熱 [J/kgK]、 T_0 ：基準温度 [K] である。

式 (7) 中の右辺第1項は伝導、第2項は水蒸気による潜熱輸送、第3項は水蒸気による顯熱輸送、第4項は液状水による顯熱輸送を表わす。

次に単位体積の多孔媒体中の総熱量 Q [J/m^3] は、

$$Q = \rho_s c_s (1 - n) (T - T_0) + L_{\infty} \rho_t \theta_v + c_v \rho_t \theta_v + \rho_t \theta_l (T - T_0) \quad (8)$$

と書ける。ここに、 ρ_s ：多孔媒体固体密度 [kg/m^3]、

$$T \equiv T_b = C_3 \exp(\xi z) + C_4 \exp(-\xi z) + T_i \dots \dots \dots (21)$$

$$\xi = \frac{\alpha_t \pm \sqrt{\alpha_t^2 + 4 \kappa_b \beta_t}}{2 \kappa_b} \dots \dots \dots (22)$$

となる。ここに添字 b は毛管帶領域での値を表わし、 C_3, C_4 はそれぞれ積分定数である。

各式中に含まれる積分定数 $C_1 \sim C_4$ は以下の境界条件

$$\left. \begin{array}{l} z=0 \quad ; \quad T=T_s \\ z=-l' \quad ; \quad T_a=T_b \\ z=-l' \quad ; \quad \lambda_a(dT/dz)=\lambda_b(dT/dz) \\ z=-l \quad ; \quad T=T_0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

により求まる。特に、 $z=-l'$ では熱フラックス密度は主に熱伝導で規定されるとする熱フラックス密度連続条件と温度連続条件の 2 つが与えられる。式 (23) 中の λ_a, λ_b はそれぞれ乾燥帯、毛管帶領域における代表熱伝導率である。

よって各積分定数は次式のように表わせる。

$$C_1 = \frac{\lambda_b \kappa_a}{\lambda_a \alpha_v} \exp\left(\frac{\alpha_v l'}{\kappa_a}\right) |C_3 \xi \exp(-\xi l') + C_4 \xi \exp(-\xi l')| \dots \dots \dots (24)$$

$$C_2 = T_s - C_1 \dots \dots \dots (25)$$

$$C_3 = [(T_s - T_i) \lambda_a \alpha_v \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a - \xi l') + N_i (T_0 - T_i)] / [N_2 \exp(-\xi l') - N_1 \exp(-\xi l')] \dots \dots \dots (26)$$

$$C_4 = [(T_s - T_i) \lambda_a \alpha_v \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a - \xi l') + N_i (T_0 - T_i)] / [N_1 \exp(-\xi l') - N_2 \exp(-\xi l')] \dots \dots \dots (27)$$

$$N_1 = \exp(-\xi l') [\lambda_a \kappa_a \xi \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a) - 1] - \lambda_a \alpha_v \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a) \dots \dots \dots (28)$$

$$N_2 = \exp(-\xi l') [\lambda_b \kappa_b \xi \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a) - 1] - \lambda_a \alpha_v \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a) \dots \dots \dots (29)$$

次に、毛管帶領域において潜れ熱項を無視し、伝導と顯熱項のみを考慮した場合について考えると、式 (16) は

$$\kappa_b \frac{d^2 T}{dz^2} - \alpha_t \frac{dT}{dz} = 0 \dots \dots \dots (30)$$

となり、その解は次式のように表わせる。

$$T \equiv T_b = C'_3 \exp(\alpha_t z/\kappa_b) + C'_4 \dots \dots \dots (31)$$

結局、式 (31) と式 (18) すなわち $T \equiv T_a = C'_1 \exp(\alpha_t z/\kappa_a) + C'_2$ を式 (23) に適用すれば、この場合の積分定数 $C'_1 \sim C'_4$ はそれぞれ次式のように表わせる。

$$C'_1 = C'_3 \frac{\kappa_a \lambda_b \alpha_t}{\kappa_b \lambda_a \alpha_v} \exp\left(-\frac{\alpha_t l'}{\kappa_b} + \frac{\alpha_v l'}{\kappa_a}\right) \dots \dots \dots (32)$$

$$C'_2 = T_s - C'_1 \dots \dots \dots (33)$$

$$C'_3 = \frac{N'_2 (T_0 - T_s)}{N'_1 + N'_2 \exp(-\alpha_t l/\kappa_b)} \dots \dots \dots (34)$$

$$C'_4 = \frac{T_0 N'_1 + T_s N'_2 \exp(-\alpha_t l/\kappa_b)}{N'_1 + N'_2 \exp(-\alpha_t l/\kappa_b)} \dots \dots \dots (35)$$

$$N'_1 = [\kappa_a \lambda_b \alpha_t \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a) - 1]$$

$$- \kappa_b \lambda_a \alpha_v \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a)] \exp(-\alpha_t l'/\kappa_a) \dots \dots \dots (36)$$

$$N'_2 = \kappa_b \lambda_a \alpha_v \exp(-\alpha_v l'/\kappa_a) \dots \dots \dots (37)$$

(2) 水分分布の定常解

式 (5) の定常解を得るために、 $\partial \theta / \partial t = 0$ とし、温度効果を無視した場合は次式のように書ける。

$$\frac{d}{dz} \left(D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{dk}{dz} = 0 \dots \dots \dots (38)$$

a) $-l' \leq z < 0$ の乾燥領域

この領域では液状水による水分移動は無視でき、

$$\theta = \theta_c = \text{const.} \dots \dots \dots (39)$$

となる。ここに、 θ_c は毛管流動が無視し得るような気乾状態での体積含水率を示す。

b) $-l \leq z < -l'$ の毛管水帶領域

式 (38) を積分すると、

$$D_\theta \frac{d\theta}{dz} + k = C_5 \dots \dots \dots (40)$$

となり、ここに C_5 は積分定数である。

ここで水分は液状水による移動が支配的であるとの考え方より、 $D_\theta = D_{\theta_t}$ として各物理量を次式で表わす。

$$\left. \begin{array}{l} D_\theta = k \frac{d\psi}{dz}, \quad k = k_g (\bar{\theta} - \theta)^a \\ \psi = -b \ln(\bar{\theta} - \theta) + \bar{\psi} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (41)$$

式 (41) は多孔媒体中の水分量が比較的多く、かつその空間変化も小さい場合において実験的に得られる $k \sim \theta, \psi \sim \theta$ の関係を近似したものである。ここに a は指數、 $k_g, b, \bar{\theta}, \bar{\psi}$ は定数である。

したがって、式 (41) を式 (40) に代入し積分すると

$$\theta = \bar{\theta} - \left[\frac{C_5 - C_6 \exp(az/b)}{k_g} \right]^{1/a} \dots \dots \dots (42)$$

となり、 $z = -l'$ で $\theta = \theta_c$, $z = -l$ で $\theta = \theta_0$ の境界条件から、積分定数は次式のようになる。

$$C_5 = \frac{k_g \{ (\bar{\theta} - \theta_c)^a e^{-at/b} - (\bar{\theta} - \theta_0)^a e^{-at'/b} \}}{e^{-at/b} - e^{-at'/b}} \dots \dots \dots (43)$$

$$C_6 = \frac{k_g \{ (\bar{\theta} - \theta_c)^a - (\bar{\theta} - \theta_0)^a \}}{e^{-at/b} - e^{-at'/b}} \dots \dots \dots (44)$$

一方、式 (5) において温度効果を考慮した場合について考える。式 (5) の $\partial \theta / \partial t$ を 0 として z で積分すると

$$D_\theta \frac{d\theta}{dz} + D_{\tau_v} \frac{dT}{dz} + k = C_7 \dots \dots \dots (45)$$

となる。ここに C_7 は積分定数である。

式 (45) の積分定数は q_l / ρ_l で与えられるが、 q_l / ρ_l は定常状態であれば、蒸発速度 W に比例するから $C_7 \propto -W$ と書ける。また $D_{\theta_t}, D_{\theta_0}, D_{\tau_v}, D_n$ はそれぞれ

$$\left. \begin{array}{l} D_{\theta_t} = k \frac{d\psi}{d\theta}, \quad D_{\theta_0} = D_{atm} \nu a (n - \theta) \frac{\rho_0 g h}{\rho_l R T} \frac{d\psi}{d\theta} \\ D_n = k \gamma \psi, \quad D_{\tau_v} = D_{atm} \nu a (n - \theta) \frac{h}{\rho_l} \frac{d\psi}{dT} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

と書ける。ここに、 D_{atm} ：水蒸気分子拡散係数 [m^2/s]、 ν ：マスフローファクター、 α ：屈曲度、 R ：気体定数、 g ：重力加速度 [m/s^2]、 h ：相対湿度、 $\gamma=(\partial\sigma/\partial T)/\sigma$ ：表面張力の温度変化率 [K^{-1}]、 σ ：表面張力 [J/m]、 ρ_0 ：飽和水蒸気密度 [kg/m^3] である。

式(45)において、温度 T の分布はすでに前節で与えられ、 $dT/dz=g(z)$ は既知である。よって、式(45)は

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{-W - k - D_r g(z)}{D_\theta} \quad (47)$$

となる。式(47)の積分は非線形なために解析的に解くことが困難であり、さらに表面におけるデータは地中のそれに比べて得やすいことから、 $z=-l'$ で $\theta=\theta_a$ の境界条件を用いて Runge-Kutta-Gill 法により数値積分される。この計算では液状水と水蒸気の物性値 (ρ_v, ρ_l, μ) や不飽和浸透の特性値 (ψ, k) の θ, T による変化が考慮される。前者は既存の物性値を後者は次式による値を用いる。

$$\psi = \phi_0 \{(1 - 2\theta/n)^m + \eta(n-\theta) + 1\} \quad (48)$$

$$k = k_0 \left(\frac{\theta - \theta_c}{n - \theta_c} \right)^{m'} \frac{\rho_l \mu_l}{\rho_v \mu_v} \quad (49)$$

ここに、 ϕ_0 ：基準毛管ポテンシャル [m]、 m, m' ：指數、 k_0 ：飽和透水係数 [m/s]、 μ_l ：液状水の粘性係数、 ρ_l, μ_l ：それぞれ基準温度 (291K) での密度、粘性係数を表わす。なお、 $g(z)$ は式(18), (21) を微分して

$$g(z) = \begin{cases} C_1 \alpha_v / \chi_a \cdot e^{\alpha_v z / \chi_a}, & (-l' \leq z < 0) \\ \xi C_3 e^{\xi z} + \xi C_4 e^{\xi z}, & (-l \leq z < -l') \end{cases} \quad (50)$$

と書ける。結局、温度効果を考慮した $\theta(z)$ の定常解は式(46)～(50) により求まる。

(3) 溶質濃度の定常解

乾燥過程の溶質濃度の定常分布は起こり得ない。しかし、温度・水分分布、 $T(z)$ と $\theta(z)$ が定常に達した後、式(15)の各項のオーダー比較を行うと、EXP.6, 7 の濃度変化の大きな地表付近では時間項を 1 とした場合、分散項は 5、移流項は 20、蒸発による凝縮項は 5 となる。よって相変化の項は無視できないが、時間項=0 と近似しても良いことがわかる。これより式(5)は次のようになる。

$$\frac{d^2 C}{dz^2} + A(z) \frac{dC}{dz} + B(z)C = 0 \quad (51)$$

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= \theta'(z)/\theta(z) - W/|D_h \theta(z)| \\ B(z) &= [k_l(T(z) - T_d)]/|D_h \theta(z)| \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

$\theta'(z)$ は $\theta(z)$ の z に関する微分を意味する。

ここで、計算を容易にするために Fig.15 中の座標を変換する。地下水表面の高いケース (EXP.1, 2, 6, 7) では $z=-l$ を $z=0$ に、また $z=0$ を $z=l$ に変え、地下水表面の低いケース (EXP.3, 4, 5) では、 $z=-l'$ を

$z=0$ に、 $z=0$ を $z=l$ に改める。

もし式(51)の解が次式、

$$C = \exp \left(-\frac{1}{2} \int_0^z A(\bar{z}) d\bar{z} \right) \cdot \eta_c \quad (53)$$

で与えられるなら、パラメーター η_c は以下の微分方程式を満たす。

$$\frac{d^2 \eta_c}{dz^2} + G(z) \eta_c = 0 \quad (54)$$

$$G(z) = -\frac{A'(z)}{2} - \frac{A(z)}{4} + B(z) \quad (55)$$

$A'(z)$ は $A(z)$ の z に関する微分を表わす。解析的に η_c を求めるためには、 $G(z)$ の性質を知る必要がある。幸いにも $\theta(z)$ はその大部分の範囲において次式、

$$\theta(z) = m_1 + m_2 e^{-\beta_1(l-z)} \quad (56)$$

で近似できるから、 $G(z)$ が容易に求まるだけでなく、式(53)中の $A(z)$ の積分も可能となる。ここに、 m_1, m_2 および β_1 は実験定数であり、たとえば EXP.7 では $m_1 = 0.41, m_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2$ となる。Fig.16 に $G(z)$ の一例を示す。また、同図には $G(z)$ の近似関数も併示しており、おむね次のように近似できる。

$$G(z) \approx -(\pi z^2 + \pi) \quad (57)$$

ここに、 π は定数で EXP.7 の場合、 $\pi = 6.4 \times 10^{-2}$ となる。式(57)を式(54)に代入すれば、 η_c は

$$\eta_c = \exp \left(\frac{\pi z^2}{2} \right) |C_{10} + C_{20} \operatorname{erf}(\sqrt{\pi} z)| \quad (58)$$

となる。ここに、

$$\operatorname{erf}(\sqrt{\pi} z) = \int_0^z \exp(-\pi \bar{z}^2) d\bar{z} \quad (59)$$

積分定数 C_{10}, C_{20} は境界条件から決定でき、すなわち

$$\eta_c = \frac{C_0}{E_{a0}} : z=0, \quad \eta_c = \frac{C_s}{E_{al}} : z=l \quad (60)$$

ここに、

$$E_{a0} = E_a(z)|_{z=0}, \quad E_{al} = E_a(z)|_{z=l} \quad (61)$$

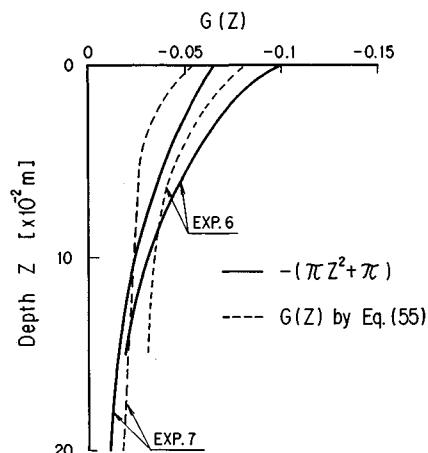


Fig.16 Profiles of Function $G(z)$.

であり、 $E_a(z)$ は次式に示すとおりである。

$$E_a(z) = \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^z A(\bar{z}) d\bar{z}\right) \quad \dots \dots \dots (62)$$

結局、 C_{10} , C_{20} は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_{10} &= C_0 / E_{a0} \\ C_{20} &= \frac{C_s / E_{a0} - (C_0 / E_{a0}) \cdot \exp(\pi l^2 / 2)}{\exp(\pi l^2 / 2) \cdot \operatorname{erf}(\sqrt{\pi} l)} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (63)$$

したがって最終的な濃度分布は式(58)を式(53)に代入して、次式となる。

$$C(z) = E_a(z) \exp\left(\frac{\pi}{2} z^2\right) |C_{10} + C_{20} \operatorname{erf}(\sqrt{\pi} z)| \quad \dots \dots \dots (64)$$

6. 定常解と実験結果の比較

上述した温度・水分移動および溶質移行に関する定常解と実験結果を比較・検討する。ここで定常とは実験精度の範囲において時間とともに変化しない状態をいい、以下の検討はその場合に対応させる。多孔媒体や水分の物性値は温度と体積含水率に依存する。計算に用いた各物性値をTable 2に示す。

前述したFig. 5, 6は温度分布の実験結果と式(18), (21), (31)による計算結果を比較したものである。計算は(伝導+顕熱)と(伝導+顕熱+潜熱)の場合について示されている。伝導のみの場合は温度の定常解は直線分布となるが、顕熱を含めた場合はわずかながら温度分布に曲率が生じる。全ケースに対して k_1 は一定の値(1×10^{-7})を使用したため、ケースによっては実験値より

も低温側に計算される結果もあるが、乾燥帯を有するEXP. 4, 5に関して、計算値は良好に実験値を再現し、顕熱と熱伝導だけではエネルギー輸送現象は説明しきれないことを示す。これより毛管帶上部から乾燥帯付近にかけては宮崎も指摘しているように含水率により熱伝導率が変わること、および蒸発に伴う潜熱により温度上昇が抑制され、分布は曲線となる。乾燥帯では熱伝導が支配するために直線的な分布になると思われる¹⁶⁾。したがって毛管帶と乾燥帯とでは伝熱のメカニズムは大きく異なる。また、定常状態でも土中では蒸発が起こっているといえる。本実験で与えた程度の温度では諸物性値を一定(T や θ に無関係)としても、温度分布に関しては計算値は実験値を良く再現しているといえる。

Fig. 8, 9には温度効果を無視した式(42)による解析解および温度効果を考慮した式(47)による数値解(実線)と温度効果を無視した数値解(破線)の結果をそれぞれ示す。水位の深い実験ケースの計算はほぼ毛管帶上縁から開始される。他の実験データも含めて表面と地下水との温度差が大きい場合(本論文では水位の深い実験ケース)では温度効果を考慮した解析は実験結果を良好に再現する。ただし、上述した水位が浅く温度差が小さい場合では計算値に及ぼす温度効果は認められない。したがって今後、水分移動に関しては温度効果を考慮する、あるいはしなくとも良いといったレジーム分けが必要となろう。さらに多孔媒体や水分の物性値に及ぼす T や θ の影響の大きさこと、および $k \sim \theta$ や $\psi \sim \theta$ の関係の実験的精度との相関にも起因することがわかった。

Table 2 Physical Properties and Parameters.

Parameters	Notations	Units	Experimental Cases					
			EXP. 1	EXP. 2	EXP. 3	EXP. 4	EXP. 5	EXP. 6
Heat Transfer	λ_a	W/mK			0.289			
	λ_b		0.917		0.743		0.917	
	K_a	$10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$			2.47			
	K_b		4.02		3.70		4.02	
	L_a	kJ/kg			2494.914 ~ 2.2944 ($T - T_0$)			
	C_v				2.02			
$D_{\theta V}$ (m ² /s)	C_s	kJ/kgK			0.8374			
	C_l				4.185 ~ 4.201			
	D_{att}	m ² /s			5.82 $\times 10^{-11} \times T^{2.3}$			
	ν				1.02			
	α				0.66			
	ρ_l	kg/m ³			$\{1.0 - \exp(A_0 T^4 + B_0 T + C_0)\} \times 10^3$			
D_{Tl} (m ² /sK)	A_0	$\{5.73 \times 10^{-3}, 1.21 \times 10^{-3}\}$			$B_0 = \{-4.58 \times 10^{-2}, -9.68 \times 10^{-3}\}$			
	ρ_o				$C_0 = \{-8.639, -8.671\}$			
	R	J/molK			$T < 293K$			
	g	m/s ²			$T \geq 293K$			
	h				$10^{-3} \exp(19.819 - 4975.9/T)$			
	γ	1/K						
D_{TV} (m ² /sK)	k_a	10^{-6}m/s			8.3143			
	k_b				9.809			
	α				$\exp(gV/RT)$			
	m'				-2.09×10^{-3}			
	θ_c				0.33 ~ 1.3			
	θ				0.4 ~ 1.5			
$k \sim \theta$	n				-1.2			
	μ_1	P ₀ s			1.6 ~ 2.5			
	ψ	m			0.03 ~ 0.05			
	ψ_o				0.5			
	b				0.47			
	η				$S = 2.25 \times 10^{-7}, U = -3.6415 \times 10^{-5}, V = 1.7917 \times 10^{-3}$			
$\psi \sim \theta$	m				$ST^4 + UT + V$			
					-0.15			
					-0.34 ~ -0.32			
					0.3			
					0.6 ~ 1.0			

Fig. 11, 12 には式 (57) と (64) による解析値と実験値が示されている。分散係数 D_h は実験的¹⁷⁾に $2.0 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ とした。結果的に相変化と移流による濃縮効果の計算値は実験値と良好に一致している。また、両者のズレは $G(z)$ に含まれる誤差によると考えられる。

7. 結 論

地表での太陽輻射と風による蒸発・乾燥現象は、技術的には産業廃棄物や放射性廃棄物の浅層処分に伴う有害地下水中の溶質の地表への移行・蓄積現象と結び付く。この現象は本質的には熱、水分の移動と溶質移行が連成して生じる。本論文はこの問題の解明に不可欠な基礎事象についてカラム実験を試み、現象の解明・定式化および解法を提示した。その結果は以下のように要約される。

(1) 温風による砂層カラムの表面下の温度は数日間で急激に上昇し、10~20日程度で定常に近づく。また、各実験ケースの定常状態の温度分布は、風速のみならず風温が高いほど高温側に形成され、ほぼ伝導が支配的であるが、顕熱、潜熱の影響および地下水面上部に形成される毛管水帯の位置にも支配される。

(2) 体積含水率の鉛直分布は表面での蒸発開始直後から表面直下で急激に減少し、その後徐々に定常状態に近づく。また、温度・水分分布が定常なときでも土中内では定常的に蒸発が起こっている。

(3) 溶質濃度の鉛直分布は表面付近で時間とともに増大し、風速・風温が大きいほどその影響は大きい。水位が深い場合には毛管帶上縁付近に溶質の集積が生じる。

(4) 地表からの蒸発量は水位の深さに支配的な影響を受け、今回の実験結果ではほぼ直線的に増加し、風速・風温によって勾配の変わる定常蒸発であった。

(5) 蒸発による溶質の鉛直上方移動の支配方程式が熱・水分・溶質の連成現象として提示され、定常解が得られた。これらは実験結果を十分説明できることが示された。

(6) 蒸発に伴う溶質の濃縮過程の保存式は従来の多孔媒体中の浸透流による分散方程式と違い、温度・体積含水率にも関係する。

最後に、本研究の実験は放射性廃棄物の浅層処分プロジェクトに端を発して進められたものであり、大成建設、熊谷組の協力を得たことを記してお礼申し上げる次第である。また、著者の一人がプリンストン大学留学中、本論文に関して土木工学科 Pinder 教授から貴重なコメントを頂いた。ここに、感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Philip, J. R. and De Vries, D. A. : Moisture movement

in porous materials under temperature gradients, Trans. Amer. Geophy. Union, Vol. 38, pp. 222~232, 1957.

- 2) De Vries, D. A. : Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media, Trans. Amer. Geophy. Union, Vol. 39, No. 5, pp. 909~916, 1958.
- 3) Philip, J. R. : Evaporation and moisture and heat fields in the soils, J. Meteorol., Vol. 14, pp. 354~366, 1957.
- 4) Fritton, D. D., Kirkham, D. and Show, R. H. : Soil water evaporation isothermal diffusion, and heat and water transfer, Proc. Soil Sci. Amer., Vol. 34, No. 2, pp. 183~189, 1970.
- 5) Hanks, R. J., Gardner, H. R. and Fairbourn, M. L. : Evaporation of water from soils as influenced by drying with wind or radiation, Proc. Soil Sci. Soc. Amer., Vol. 31, No. 5, pp. 593~598, 1967.
- 6) Haran, S., Radhakrishna, H. S., Lau, C. C. and Crawford, A. M. : Coupled heat and moisture flow through soils, J. Geoth. Eng., Vol. 110, No. 12, pp. 1766~1783, 1984.
- 7) 鈴木義則：温度勾配下における土壤水分移動、農業気象、第18巻、第3号、pp. 10~16, 1962.
- 8) 新庄 彰・白井清恒：有限密閉容器内における土壤の水分及び温度変化について、農業土木学会論文集、第74号、pp. 1~6, 1978.
- 9) Raudkivi, A. J. and Ngnyen, V. U. : Soil moisture movement by temperature gradient, Proc. ASCE, J. Geoth. Div. 12, Vol. 102, pp. 1125~1244, 1976.
- 10) Geraminegad, M. and Saxena, S. : A solution of coupled heat-moisture transfer in saturated-unsaturated media, Fifth International Conference on Numerical Method in Geomechanics, Nagoya, pp. 567~574, 1985.
- 11) Slegel, D. L. and Davis, R. : Transient heat and mass transfer in soils in the vicinity of heated porous pipes, Trans. of ASME, Series C, J. Heat Transfer, Vol. 99, pp. 541~546, 1977.
- 12) Abdel-Hadi, O. N. and Mitchell, J. K. : Coupled heat and water flow around buried cables, Proc. ASCE, J. Geoth. Div. 11, Vol. 107, pp. 1461~1481, 1981.
- 13) Gardner, W. R. and Hill, D. I. : The relation of external evaporative conditions to drying of soils, J. of Geophysical Research, Vol. 67, No. 11, pp. 4319~4325, 1962.
- 14) Wiegand, C. L. and Taylor, S. A. : Temperature depression and temperature distribution in drying soil columns, Trans. Intern. Congress Soil Sci. 7th Congr. Madison, Wisconsin, Vol. 1, pp. 169~178, 1960.
- 15) Sato, K., Nishibayashi, K. and Sudo, K. : Experimental study on unsaturated flow with heat transfer in drying process, Proc. 5th A. P. D., IAHR, Seoul, Vol. 4, pp. 357~374, 1986.
- 16) 宮崎 毅：円柱型砂カラム内の熱移動解析、農業土木学会論文集、第70号、pp. 20~26, 1977.
- 17) 佐藤邦明・佐々木康夫・福原輝幸：表層不飽和帯における降雨による溶質移行に関する基礎的研究、土木学会第32回水理講演会論文集、pp. 107~112, 1988.

(1989.10.28・受付)