

流域の浸透パラメータとその評価法

INFILTRATION PARAMETERS IN A WATERSHED AND THEIR
SIMPLE EVALUATION METHOD

小川 進*・和泉 清**

By Susumu OGAWA and Kiyoshi IZUMI

We deduced a simple evaluation method of infiltration parameters in a watershed as follows. (1) S and K of Philip's equation are determined by using a double ring infiltrometer experimentally. (2) Philip's equation is changed for Green-Ampt's one by mathematical equivalent and their parameters are transposed each other. (3) Campbell's empirical equation is deduced from the capillary theory and their parameters are also expressed by the infiltration ones. (4) Some infiltration parameters are correlated experimentally. (5) All the infiltration parameters are deduced from the above relationship and the experimental result of the double ring infiltrometer in a watershed.

Keywords: fractal, infiltration, soil science, urban hydrology

1. はじめに

都市域の河川計画ならびに流出抑制施設の設計にあたり、水文学的に浸透パラメータの空間的分布の把握が重要になってきている。従来、水文計画の基礎となるべき流域の表層の浸透能は、土地利用ごとの代表値が使用されてきた。ところが、近年、都市型水害に対応すべく、流域の総合治水対策では、さらに土中の浸透特性の詳細な把握が必要となってきた^{1)~4)}。すなわち、各種浸透施設の能力の評価に、土中の浸透パラメータの空間的分布を明らかにすることが求められている。

ところで、最も古典的な浸透方程式である Green-Ampt 式⁵⁾は、式形の単純さにもかかわらず、降雨開始からの浸透能の算定ができるため、パラメータの修正により再評価されている^{6),7)}。また、2つのパラメータからなる Philip 式⁸⁾も、式形が単純であるにもかかわらず、実験的にも適合がよく、浸透能の空間的分布の評価に使われている⁹⁾。一方、浸透施設のように、土中での三次元的浸透能を評価すべき流出抑制施設の解析には、Richards の式¹⁰⁾が用いられる。

これら3式は、それぞれ特色があり、従来より独立して用いられているが、総合治水対策のように、流域ごとに降雨の流出、浸透能の分布、そして浸透施設の機能が統一的に評価すべき事業では、各浸透方程式の特色を生かしつつも、統一的に取り扱われる必要がある。

そこで、本論では、これら3式の物理的関係を明らかにし、統一的に取り扱う手法を示した。さらに簡便に共通パラメータを評価する手法を導いた。

2. 浸透理論

(1) 浸透方程式

浸透能を表現するには、浸透方程式があるが^{5),8),10)}、鉛直次元浸透では土壌中の浸潤前線 (wetting front) に Darcy 則を適用した Green と Ampt による次式がある (図-1)⁵⁾。

$$i = k_s(H+z+H_f)/z \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 i : 浸透能、 k_s : 飽和透水係数、 H : 湛水深、 z : 浸潤深さ、 H_f : 毛管吸引圧 (>0) である。

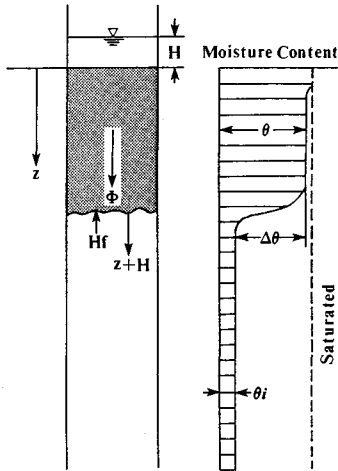
ところで、浸透現象を三次元的に蒸発まで含めて記述するには、一般には Darcy 則を不飽和浸透まで拡張した Richards の式¹⁰⁾が用いられる。

$$\partial\theta/\partial t = \nabla \cdot (k\nabla\Phi) \dots\dots\dots (2)$$

$$\Phi = H + z - \psi \dots\dots\dots (3)$$

* 正会員 工博 東京都土木技術研究所技術部研究員
(〒108 港区港南1-1-18)

** 東京都土木技術研究所技術部主任研究員 (同上)



図一 Green-Ampt 式

ここで、 θ ：体積含水率、 t ：時間、 k ：不飽和透水係数、 Φ ：総ポテンシャル、 z ：深度、 ϕ ：マトリックポテンシャルである。

Philip は、Richards の式を様な一次元、半無限土壌カラムに適用して、次の近似式を得た⁹⁾。

$$i = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + K \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 S ：吸収能 (Sorptivity)、 K ：定数である。

この式は後述するように、Green-Ampt 式と等価である。

しかしながら、Richards の式を実際に数値解析で適用するには、一般には土中水分特性をあらかじめ実験的に求めていなければならない。たとえば、Campbell の次の実験式¹¹⁾を必要とする。

$$\phi = \phi_e (\theta / \theta_s)^{-b} \dots\dots\dots (5)$$

$$k = k_s (\theta / \theta_s)^{2b+3} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 ϕ ：マトリックスポテンシャル (吸引圧)、 ϕ_e ：空気エンター値、 θ_s ：飽和体積含水率、 b ：定数である。

なお、式 (6) の指数は、Campbell が間隙径の分布より $2b+2$ と算定したものに、Jackson の“間隙相互作用”の項¹²⁾を考慮し、指数を $2b+2+P$ と修正し、さらに $P=1$ がロームや砂質土に適合がよいとして、 $2b+3$ としたものである。

(2) Green-Ampt 式と Philip 式の等価性

Green-Ampt 式は、浸潤深さ z を変数とし、降雨初期より浸透能の変化を記述するのに対し、Philip 式は時間 t を変数とし、湛水状態の浸透能の変化を記述する。実際の降雨・流出現象は、時間とともに地表が非湛水から湛水状態へと遷移し、表面流出を発生する。さらに、土中水分量と湛水深が変化し、浸透能は複雑に変化

する。こうした降雨・流出の全過程を記述するには、両式を単独に用いても不完全である。しかし両式を併用することで、相補的に全過程を記述することができる。それには、前提として両式のパラメーターが整合し、両式が数学的に等価であることが要求される。

湛水状態での Green-Ampt 式と Philip 式とが等価であることは次のように証明される。すなわち、式 (1) において、連続の式と初期条件および湛水深一定の境界条件を次の各式で与える。

(連続の式)

$$i = \Delta\theta \frac{dz}{dt} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\Delta\theta$ ：体積含水率変化である。

(初期条件)

$$t=0, z=0 \dots\dots\dots (8)$$

(境界条件)

$$\frac{dH}{dt} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

まず、式 (1) に (7)、(8)、(9) の各式を用いれば、容易に次の厳密解が求まる⁹⁾。

$$k_s t = I - (H + H_f) \Delta\theta \log [I / (H + H_f) \Delta\theta + 1] \dots\dots (10)$$

ここで、 I ：累加浸透量で、 $i = dI/dt$ である。

式 (10) は、取り扱いにくいので、 $i \gg k_s$ を利用して近似解を求める。すなわち、式 (1) に式 (7) を代入して、

$$\frac{di}{i(i - k_s)^2} = \frac{-dt}{k_s(H + H_f)\Delta\theta} \quad (t > 0) \dots\dots\dots (11)$$

このとき、 $i \gg k_s$ より式 (11) の分母を次の 2 式で近似する。

$$i(i - k_s)^2 \approx (i - k_s)^3 \dots\dots\dots (12)$$

あるいは、

$$i(i - k_s)^2 \approx (i - k_s/2)^3 \dots\dots\dots (13)$$

式 (12) の近似からは、

$$i = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + k_s \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$S = \sqrt{2 k_s (H + H_f) \Delta\theta} \dots\dots\dots (15)$$

また、式 (13) の近似からは、

$$i = \frac{k_s}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{k_s (H + H_f) \Delta\theta}{2t}} \right) \dots\dots\dots (16)$$

が、それぞれ求まる。式 (14) は、 $K = k_s$ とした Philip 式である。(1)、(14)、(16) の各式の比較を図一 2 に示す。ただし、 $S = 2.0 \times 10^{-2} \text{ cm/s}^{1/2}$ 、 $k_s = 1.0 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$ である。3 式は、 $t \rightarrow 0, \infty$ で一致し、その間では、Philip 式、Green-Ampt 式、式 (16) の順の浸透能を示すが、ほぼ一致する。

以上から、Richards の式から導出された Philip 式は、Green-Ampt 式とも $i \gg k_s$ の条件下で近似的に等しく、

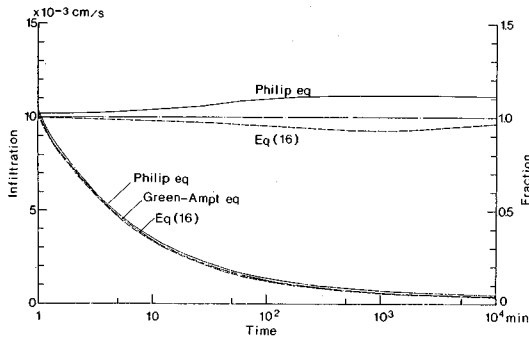


図-2 浸透方程式とその比較

これらのパラメーターは互換性のあることがわかった。

ところで、 $i \gg k_s$ の条件は浸透初期に限らず、 k_s が小さい場合 ($\leq 10^{-4}$ cm/s) にも成立する。また、Philip 式 (4) は、 $t \rightarrow \infty$ で $K \rightarrow k_s$ であるが、 t が大きくない範囲では $K \neq k_s$ であり、式 (14) は矛盾している。すなわち、Green-Ampt 式 (1) における k_s の仮定に問題があったことを示唆しており、これについては次項で検討する。

なお、Philip 式 (4) は、非湛水 ($H=0$) として導出されたものだが、Philip は湛水状態を考慮した Green-Ampt 式の修正¹³⁾と、さらに式 (15) と同形の、湛水深 H を含む sorptivity の導出を行っている¹⁴⁾。

(3) Green-Ampt 式の修正

近年、実験値との比較から、Green-Ampt 式のパラメーターの解釈をめぐり、いくつかの修正が提案された。

まず、Bouwer は、式中の飽和透水係数 k_s は過大であるとして、ぬれ透水係数 k_w (wetting conductivity) への変更を求めた¹⁵⁾。

$$k_w = k_s / 2 \dots \dots \dots (17)$$

ついで、Morel-Seytoux と Khanji は、毛管吸引圧 H_f の代わりに、より正確な物理的意味をもつ有効毛管駆動圧 H_c (effective capillary drive) を、初期水分量に依存する毛管吸引圧 h_c とその分布関数 f_w とから次のように定義した⁶⁾。

$$H_c = \int_0^{h_{ci}} f_w dh_c \dots \dots \dots (18)$$

ここで、 h_{ci} : 毛管吸引圧の最大値である。

さらに彼らは、Green-Ampt 式の仮定である。飽和域と不飽和域とを分離する浸潤前線 (wetting front) については、浸透速度を 10~70 % も過大評価し、相対誤差を生じさせるので、粘性補正因子 β (viscous correction factor : ≈ 1.4) を導入した。

こうして修正された Green-Ampt 式は次式で表わされる。

$$i = \frac{k_s}{2\beta} \cdot \frac{H+z+H_c}{z} \dots \dots \dots (19)$$

この結果、修正された Green-Ampt 式は、すべてのパラメーターがきわめて正確な物理的意味をもち、ぬれ前線での空気の流れが無視できない場合や異方性のある土壌の場合にも拡張できるものとなった。

Philip 式は Green-Ampt 式と等価であるので、こうした修正は同式にも適用し得ると考えれば、次のように修正される。

$$i = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + k_s / 2\beta \dots \dots \dots (20)$$

$$S = \sqrt{k_s \Delta\theta (H+H_c) / \beta} \dots \dots \dots (21)$$

(4) 土中水分特性

Richards の式 (3) を数値解析するには、土中水分特性を表現する各種の実験式が使われる。そこで、ここでは毛管モデルより土中水分特性の理論式を導くこととする。まず、毛管径がべき分布していると仮定する。すなわち、分布の超過確率 $P(r)$ が毛管径 r の関数として次式で表わされるとする。

$$P(r) \propto r^{-D} \dots \dots \dots (22)$$

ここで、 D : 定数である。

すると、確率密度関数 $p(r)$ は次式を満たす。

$$p(r) = c \cdot r^{-D-1} \dots \dots \dots (23)$$

ここで、 c : 定数であり、規格化により決定される。

毛管の断面積を πr^2 とし、飽和毛管の断面積の総和が体積含水率 θ に等しいとすれば、

$$\theta = \int_0^r \pi r^2 \cdot p(r) dr \dots \dots \dots (24)$$

$$= \frac{\pi c}{2-D} r^{2-D} \quad (D < 2) \dots \dots \dots (25)$$

さらに、毛管の最大径を r_c 、また、毛管の吸引圧 ψ が次の Young の式¹⁶⁾を満たすとす。すなわち、

$$\psi = \frac{2\gamma}{\rho g r} \dots \dots \dots (26)$$

ここで、 γ : 表面張力、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度である。

式 (25)、(26) より次の関係が導かれる。

$$\theta / \theta_s = (r / r_c)^{2-D} \dots \dots \dots (27)$$

$$\psi / \psi_e = (\theta / \theta_s)^{1/(2-D)} \dots \dots \dots (28)$$

ここで、 ψ_e : 空気エントリー値で、毛管の最大径 r_c に対応する吸引圧である。

さらに、Campbell¹¹⁾ にならって、不飽和透水係数を求めると次式が得られる。

$$k/k_s = (\theta/\theta_s)^{8-3D/(2-D)} \dots \dots \dots (29)$$

ただし、式 (6) と同様の理由で“間隙相互作用”を考慮した、 $P=1$ の指数がかかっている。

上式と Campbell の実験式 (5)、(6) と比べると、
 $D = 2 - 1/b \dots \dots \dots (30)$

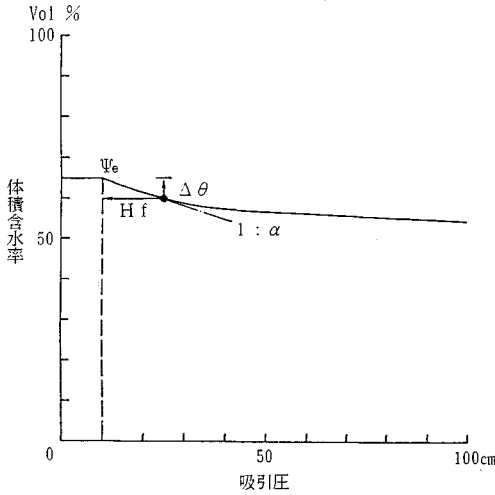


図-3 土中水分特性曲線

であることがわかる。実験的に $b \geq 2$ である¹⁹⁾ことから、 $D=1.5 \sim 2.0$ となる。すなわち、式(28)、(29)は毛管径 r の分布を規定する定数 D で表現した土中水分特性の関数であり、実験式(5)、(6)と一致している。最初に仮定した、毛管径 r がべき分布するとは、毛管の構造がフラクタルであることを意味し、きわめて興味深い²⁰⁾。なお定数 D はこの場合、フラクタル次元となる。

(5) 浸透と土中水分特性パラメーターの関係

ここでは、浸透パラメーターと土中水分特性パラメーターとの関係を導く。

Campbell の式(5)において、マトリックポテンシャル ψ を θ で偏微分し、 $\theta = \theta_s$ での値を求めると、次のようになる。

$$\alpha = (\partial\psi/\partial\theta)_{\theta=\theta_s} = -(\psi_e/\theta_s)b \dots\dots\dots(31)$$

ここで、 α は飽和体積含水率 θ_s に対する比水分容量 $(\partial\theta/\partial\psi)$ の逆数である。図-3より明らかに α は近似的に、浸透実験より求まるパラメーターの H_c 、 $\Delta\theta$ から次のように表わされる。

$$\alpha \approx H_c/\Delta\theta \dots\dots\dots(32)$$

ただし、

$$\Delta\theta = \theta_s - \theta_i \dots\dots\dots(33)$$

ここで、 θ_i ：初期体積含水率である。

よって、式(31)、(32)より次式が求まる。

$$\alpha = -(\psi_e/\theta_s)b \approx H_c/\Delta\theta \dots\dots\dots(34)$$

これは、一次元浸透のパラメーターと土中水分特性のパラメーターとの関係式となっている。

3. 浸透実験

(1) 冠水型浸透実験

図-4に示す、冠水型浸透計を用いて、土地利用ごと注1) 付記参照。

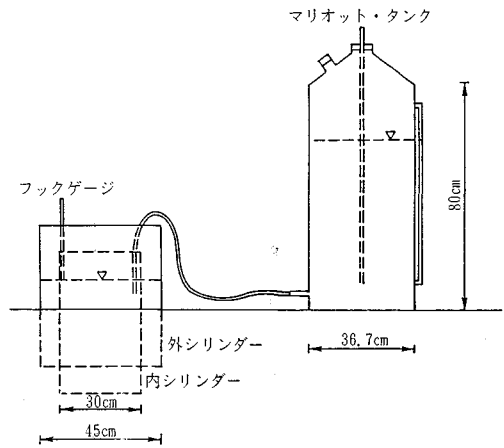


図-4 冠水型浸透計

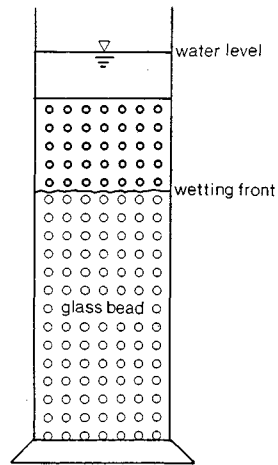


図-5 ガラスビーズカラム

に一定湛水深下での一次元鉛直浸透の実験を行った。冠水型浸透計は、水を貯留するマリオットタンクと一定湛水深で鉛直浸透させる二重シリンダーとからなる。二重シリンダーは、外側のシリンダーからの浸透流により、内側シリンダー内の水が鉛直方向のみに浸透するように工夫されたものである。しかしながら、透水性のよい土壌 ($k_s \geq 10^{-3}$ cm/s) では過大な浸透能を与えることがあるので、補正する必要がある^{23), 24)}。

浸透能は、一般に湛水深に強く依存するので、湛水深を 2~20 cm と変えて、単位時間ごとの浸透速度を 1~2 時間、計測した。

(2) 土中水分特性曲線

Richards の式(3)を用いた三次元浸透の数値解析に必要な土中水分特性パラメーターを得るために、土壌の表層の土中水分特性試験を行った。まず、土地利用ごとに土壌のサンプル(直径 50 mm、高さ 51 mm の円筒試料)を採取し、土柱法(pF 0.8~1.4)と加圧法(pF 1.4

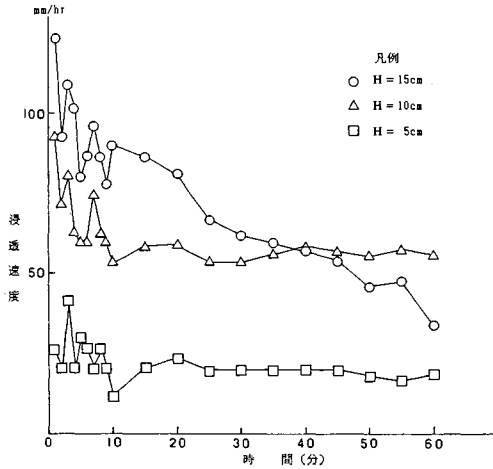


図-6 浸透速度の湛水深依存性

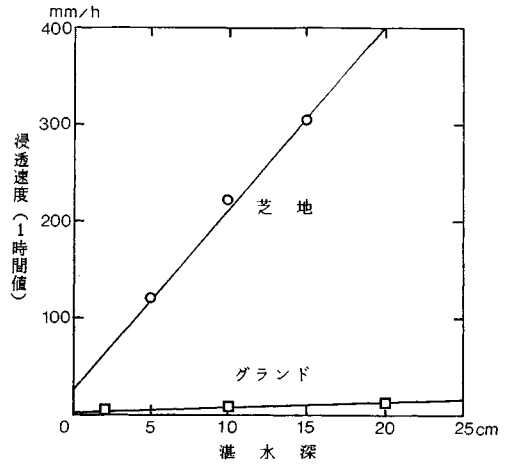


図-7 浸透速度の1時間値と湛水深

表-1 土地利用ごとの浸透パラメーター

工 種	S_0 ($\text{cm/s}^{1/2}$)	$\Delta\theta$	Hf (cm)	k_s (cm/s)	k_s (実測) (cm/s)
植栽 (I)	6.3×10^{-2}	0.070	18.3	1.5×10^{-4}	8.2×10^{-4}
植栽 (II)	2.9×10^{-2}	0.070	25.3	2.3×10^{-4}	-
芝 地	2.3×10^{-2}	0.052	33.5	1.5×10^{-4}	2.2×10^{-4}
グラウンド (I)	2.7×10^{-2}	0.083	16.6	3.4×10^{-4}	6.8×10^{-4}
グラウンド (II)	1.2×10^{-2}	0.071	56.8	1.8×10^{-4}	1.2×10^{-4}
裸 地	1.3×10^{-2}	0.073	51.2	2.2×10^{-4}	2.2×10^{-4}

~2.7) より土中水分特性曲線を得た。同曲線より, ψ_e , θ_s , b , α の各パラメーターを求めた。また, 透水試験により飽和透水係数 k_s , 含水率試験より θ_i , θ_s も同時に求めた。

(3) ガラスビーズの浸透実験

Green-Ampt 式の修正の適否を検討するために, 実験の再現性とパラメーターの同定の容易さから, ガラスビーズによる不飽和浸透のモデル実験を試みた。ガラスビーズは直径が 0.05~2.0 mm の範囲の 8 種類を使用し, いずれも比重は 2.32 である。実験装置は, 図-5 に示すように, 通水できる構造とし, これにガラスビーズを各約 2 kg 充填した。次に, これをパイププレートにより 20 Hz で 1 時間, 振動による締固めを行った。

これに透水試験等を試み, 間隙率, 毛管圧, 透水係数等, 不飽和浸透の各パラメーターを同定した。

4. 実験結果

(1) 冠水型浸透実験

湛水深を変えて計測した冠水型浸透実験の結果の一例を図-6 に示す。これより, Philip 式 (4) で帰帰し, S, K を求め, さらに式 (15) で湛水深 H を変数として, 帰帰し, 求めたパラメーターの一覧を表-1 に示す。また, 湛水深と浸透能の 1 時間値との関係を図-7 に示す。ほぼ直線をなすことがわかる。

Philip 式より明らかのように, 浸透能は浸透初期に

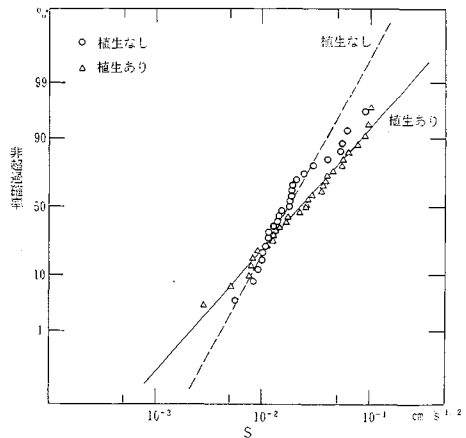


図-8 S の分布

は, 湛水深の平方根に比例するが, 一定時間, 経過すると安定した浸透速度 (終期浸透能) に達し, むしろ, 図-7 に示すように湛水深に比例するようになる。さらに図-6 に示されるように, 湛水深が大きくなると, 一定時間経過後, 浸透能が急激に下がり出すことがある。

ところで, パラメーターの K は, Horton 式の最終浸透能にあたり, 透水係数 k_s とは次の関係にある。

$$K = k_s / 2.8 \dots \dots \dots (35)$$

次に S と K の分布をみると, 図-8, 9 のように対数正規分布を示す。吸収能 S の方は, 植生の有無により分布に若干の差があり, 植生のある方は分布がやや広いが, おおむね $10^{-3} \sim 10^{-1} \text{ cm/s}^{1/2}$ の範囲で, 平均値は植生のある場合, $2.3 \times 10^{-2} \text{ cm/s}^{1/2}$ で, 植生のない場合, $1.7 \times 10^{-2} \text{ cm/s}^{1/2}$ である。一方の K は, 植生の有無にはあまり関係なく, $10^{-5} \sim 10^{-2} \text{ cm/s}$ の範囲に広く分布し, その平均値は $3.5 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$ である。

結果をみる限りは, 土地利用ごとの差は単に植生の有

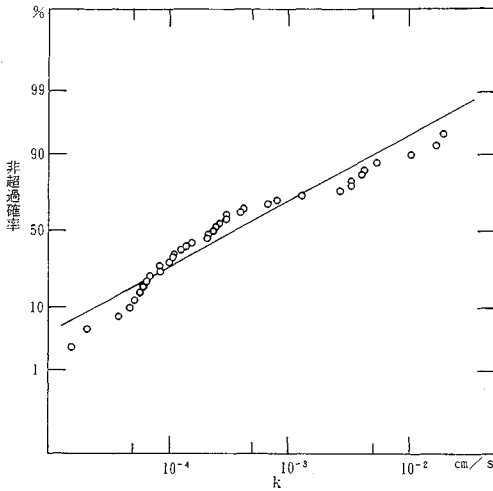


図-9 Kの分布

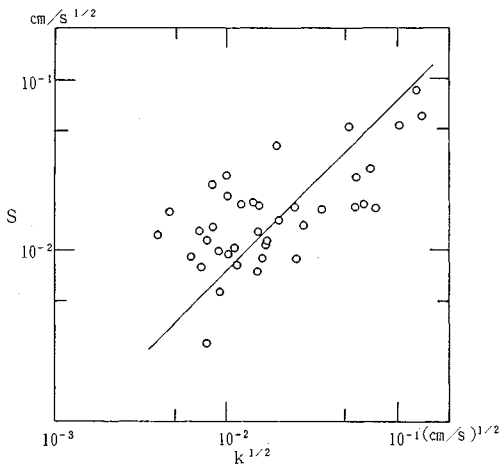


図-10 SとKの相関

無で S の分布に若干の差があるにすぎず、 K の分布に関しては土地利用の差がほとんどみられなかった点に注目する必要がある。

なお、 S において植生の有無による分布の違いが生じたことについての原因としては、植生の存在が土壌の保水能に影響を与え、体積含水率変化 $\Delta\theta$ と吸引圧 H_c のいずれか、あるいは両者が植生のある場合に大きく、ない場合に小さく、結果として S の分布に差が表われたと考えられる。

また、 S と K は式 (20), (21) から明らかなように、図-10 に示すような相関がある (相関係数=0.83)。すなわち、

$$S^2 = 4.36 K + 0.00424 \dots \dots \dots (36)$$

一次元鉛直浸透に関するパラメーター S , K はいずれも対数正規分布をしており、確率論的取扱が必要であるが、飽和透水係数 k_s の表層における分布がわかれば、

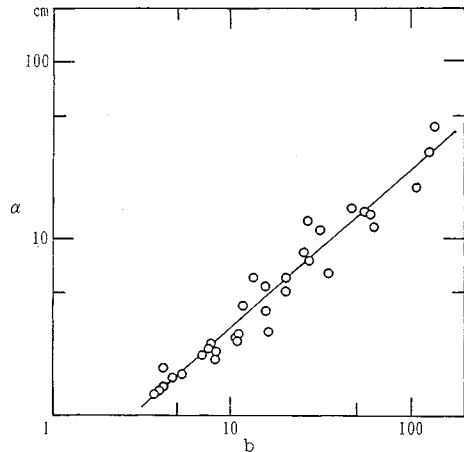


図-11 bとalphaの相関

表-2 浸透パラメーターの分布

パラメーター	総数	平均値	範囲	分布
S (植生あり)	30	$2.3 \times 10^{-2} \text{ cm/s}^{1/2}$	$2.3 \times 10^{-3} \sim 1.0 \times 10^{-1}$	対数正規分布
S (植生なし)	25	$1.7 \times 10^{-2} \text{ cm/s}^{1/2}$	$5.7 \times 10^{-3} \sim 8.8 \times 10^{-2}$	対数正規分布
K	55	$3.5 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$	$1.5 \times 10^{-5} \sim 3.5 \times 10^{-2}$	対数正規分布
θ_s	21	65%	40~74%	正規分布
θ_i	21	80%	32~70%	正規分布
S_r^*	95	90%	85~95%	正規分布
b	21	17	3.9~138	対数正規分布
α	21	5.2cm	1.3~43	対数正規分布**
$ \phi_e $	21	12cm	10~16	対数正規分布**
$ \phi_{II} $	21	25cm	-	対数正規分布

* 20), ** 18)

式 (35), (36) より S , K が求められることになる。

(2) 土中水分特性パラメーター

不飽和浸透を三次元的に記述するには、一般には最低5つのパラメーターを必要とする。たとえば、Campbellの式 (5), (6) で表現する場合には、 k_s , ϕ_e , θ_i , θ_s , b の5つのパラメーターが実験的に求められなければならない。このうち、 k_s を除く4つのパラメーターは土中水分特性曲線より得ることができる。

これらのパラメーターの分布については、 k_s はすでに示したように対数正規分布、 ϕ_e , b も対数正規分布であったが、 θ_i , θ_s は正規分布であり、Campbellの結果¹⁹⁾と一致している。

ところで、東京都の台地部表層は広く関東ロームでおおわれており、特徴的な性質として地表付近を除けば飽和度が85~95%の狭い範囲に分布し、平均90%であることが指摘されている²⁰⁾。 S_r は θ_i , θ_s と次の関係にある。

$$S_r = \theta_i / \theta_s \times 100 \% \dots \dots \dots (37)$$

S_r のデータ²¹⁾より分布をみると、正規分布であった。

一方、定数 b は α と式 (31) に示す次の関係がある。

$$b = -(\theta_s / \phi_e) \alpha \dots \dots \dots (31)$$

そこで、 b と α の相関をとると、相関係数=0.97の強い相関が認められ、その回帰式は次のとおりであった。

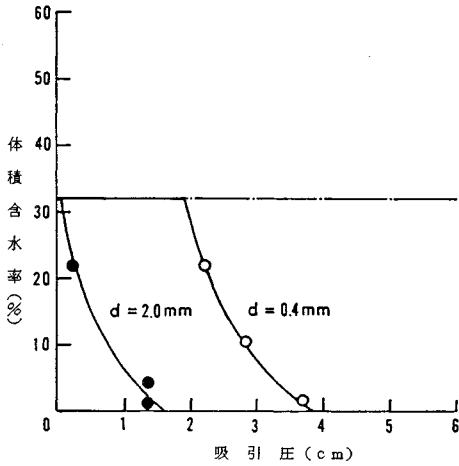


図-12 ガラスビーズの水分特性曲線

表-3 ガラスビーズの浸透パラメーター

d	k_s	k_w	β	H	Hf	Hc	$\Delta\phi$	$1/\phi_{e1}$
0.15mm	1.03×10^{-3} cm/s	5.15×10^{-3} cm/s	1.4	7.5cm	21.5cm	20.2cm	0.364	1.23cm
0.10	7.06×10^{-3}	3.53×10^{-3}	1.4	6.3	90.9	23.3	0.267	1.58
0.05	1.55×10^{-4}	7.75×10^{-4}	1.4	8.0	43.5	41.3	0.392	2.24

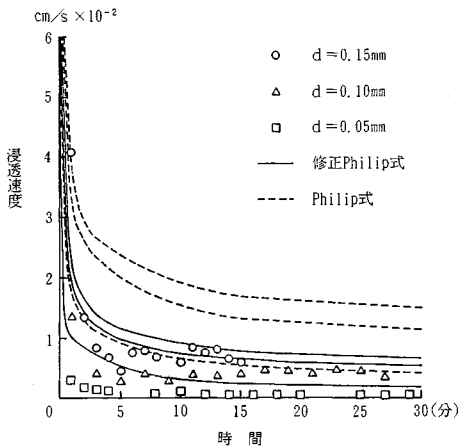


図-13 修正 Philip 式

$$b = 3.70 \alpha \dots\dots\dots (38)$$

この関係を式 (31) に代入すると次の関係式が求まる。

$$\theta_s = 3.70 |\phi_e| \dots\dots\dots (39)$$

以上の結果を表-2 にまとめる。

(3) ガラスビーズ実験

ガラスビーズの間隙率は、0.32~0.39 であり、粒径が小さくなるにつれて増加する傾向が認められた。

次に、毛管上昇高 h と粒径 d の関係をみると、反比例の関係があり、粒径 d に対し、間隙率 n で表現した間隙径 r の式 (40) を仮定したところ、Young の式 (26) を満足した。

$$r = n^{1/3} \cdot d \dots\dots\dots (40)$$

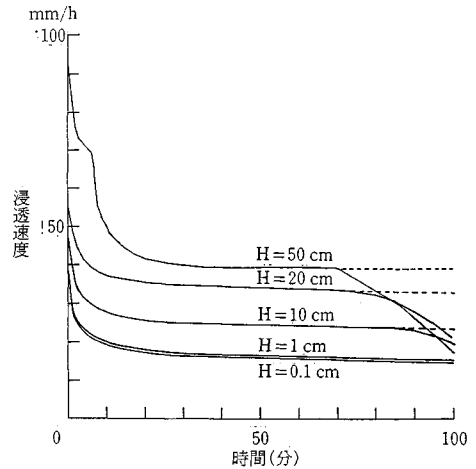


図-14 浸透速度の湛水深依存性

$$h = 2 \gamma / (\rho g r) \dots\dots\dots (26)'$$

また、透水係数を調べるために、変水位および定水位透水試験を実施した結果、前者の方が後者より若干、値が大きかったが、ほぼ一致し、粒径 d の 2 乗に比例した。すなわち、次の Kozeny²²⁾ の式を満足した。

$$k_s = c \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \cdot r^2 \dots\dots\dots (41)$$

ここで、 c : 定数 ($\cong 1$)、 n : 間隙率、 r : 平均間隙径で式 (40) で与えられる。

最後に、体積含水率 θ_s と毛管上昇高 h の関係より吸引圧曲線を求めた (図-12)。

以上のガラスビーズの浸透パラメーターを表-3 にまとめる。このパラメーターをもとに式 (20), (21) で表わされる修正した Philip 式を作り、不飽和浸透実験結果と比較した (図-13)。これより、修正した Philip 式は本来の式より実験値に近いことがわかる。

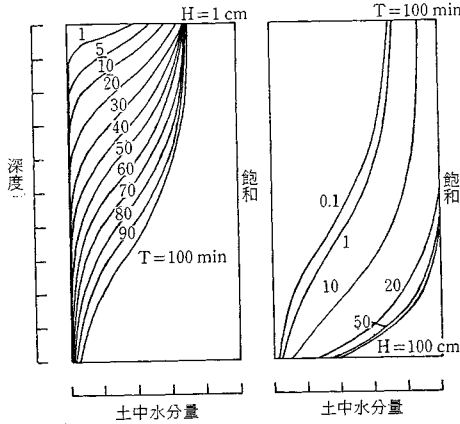
5. 考 察

(1) 浸透方程式と土中水分 profile

本論では、Green-Ampt 式と Philip 式について述べてきたが、ここでは Richards の式による数値解析との比較を行う。

数値解析は、Richards の式 (2), (3) と Campbell の式 (5), (6) を用いて、計算した。パラメーターは、 $k_s = 10^{-4}$ cm/s、 $\phi_e = -10$ cm、 $\theta_i = 0.6$ 、 $\theta_s = 0.7$ 、 $b = 6$ とした。境界条件として、上面で湛水、下面で排水とした。土壌の深度は 2 m、湛水深は 0.1~100 cm と変えた。

図-14 に湛水深ごとの浸透速度の時間的変化を示す。湛水深が 0.1~1 cm の範囲ではその浸透能に差はなく、約 30 分経過するとほぼ一定となる。そして、冠水型浸透計で使用される湛水深 10 cm では、明らかに湛水深



図—15 土中水分プロファイルの計算

の効果により浸透能の増加が認められる。したがって、冠水型浸透計で求められた浸透能を現実の降雨の浸透現象に適用するには補正が必要であることがわかる。さらに、湛水深が 50 cm では浸透初期に変曲点が生じており、また、時間が 60 分経過したあたりから、浸透能が急激に低下し始める。この 2 つの現象は、初等関数で表現される浸透方程式の適用範囲を超えている。

図—15 には、同じく数値解析による土中水分 profile の時間的変化と湛水深依存性が示してある。湛水深 1 cm 以下の場合では、土中水分 profile は時間とともにゆるやかな拡散状の浸透を示し、デルタ関数的な浸透形態とは異なっている。また、時間 100 分において、湛水深 1 cm 以下では飽和域が生ぜず、不飽和浸透だけである。ところが、湛水深が 10 cm を越すと、飽和域が生じ、飽和浸透と不飽和浸透の両者が共存することになる。さらに湛水深が 20 cm を越えると、ほぼ Green-Ampt 型の浸透形態となる。すなわち、飽和域が上から下へ向かうデルタ関数的浸透形態である。

以上のことから、図—14 において、湛水深 50 cm の場合、2 つの変曲点が存在した理由は、浸透初期の第一の変曲点が不飽和浸透が飽和・不飽和浸透共存へ遷移する境界点であり、第二の変曲点が完全飽和浸透に遷移する境界点であることがわかる。図—6 に示す実験結果にも第二の変曲点が現われている。

(2) 浸透パラメーターの関係と導出法

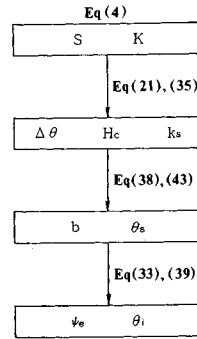
本論では、浸透パラメーター相互の理論および実験的關係を求めた。すなわち、理論的關係としては、修正 Philip 式

$$i = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + K \dots\dots\dots (4)'$$

$$S = \sqrt{k_s \Delta \theta (H + H_c) / \beta} \dots\dots\dots (21)'$$

$$K = k_s / 2.8 \dots\dots\dots (35)'$$

また、Campbell 式 (5) より、



図—16 浸透パラメーターの導出

$$\alpha = -(\phi_e / \theta_s) b \approx H_c / \Delta \theta \dots\dots\dots (31)'$$

$$\Delta \theta = \theta_s - \theta_i \dots\dots\dots (33)'$$

が求められる。また、実験的には S と K、b と α の相関

$$S^2 = 4.36 K + 0.00424 \dots\dots\dots (36)'$$

$$b = 3.70 \alpha \dots\dots\dots (38)'$$

さらに、

$$\theta_s = 3.70 |\phi_e| \dots\dots\dots (39)'$$

が求められ、地表付近を除く関東ロームでは S_r が 90 %、すなわち、地表乾燥が著しくない場合には、次の近似

$$S_r = \theta_i / \theta_s \approx 90 \% \dots\dots\dots (42)$$

が成り立つ。

また密粒土では Kozeny の式 (41) が適用でき、Young の式 (26) で修正して、

$$k_s = \frac{\theta_s^3}{(1 - \theta_s)^2} \left(\frac{0.149}{H_c} \right)^2 \dots\dots\dots (43)$$

が導かれ、 k_s 、 H_c より θ_s を導出する式となる。

以上より、次元浸透実験 (冠水型浸透実験) より得られる S、K より $\Delta \theta$ 、 H_c 、 k_s を算定し、次に土中水分特性のパラメーターである θ_i 、 θ_s 、b、 ϕ_e が導出することが可能となる。この算定のフローを図—16 に示す。

6. 結 論

本論の主要な結論は次のようになる。

(1) Green-Ampt 式と Philip 式とは近似的に等価であり、パラメーターの互換性により、修正 Green-Ampt 式に対応して、修正 Philip 式を導いた。

(2) Campbell の土中水分特性の実験式は、毛管モデルより導かれる理論式であり、そのパラメーターは修正 Philip 式のパラメーターで表現される。

(3) 浸透および土中水分特性の実験より、各パラメーター間の相関が認められ、簡単な実験式が導けた。すなわち、S と K、b と α 、 θ_s と ϕ_e の各関係式である。

(4) 飽和度 S_r か Kozeny の透水係数の式を補えば、

以上の関係式から冠水型浸透実験結果より土中水分特性のパラメーターをすべて導出することが可能となる。

なお、本論をまとめるにあたって、有益なご助言と資料を下された、東京工業大学の日野幹夫教授と中央大学の久野悟郎教授に心より深く謝意を表したい。また、実験等の協力を下された、東京都都市計画局、住宅局、教育庁、下水道局、建設局の担当職員諸氏に謝意を表したい。

付記 フラクタル

自然界に存在する雲、山、森、川、海岸線の形は不規則ではあるが、部分と全体が相似な構造（自己相似性）がある。こうした不規則な図形をフラクタル (fractal) といい、位相次元よりも大きい非整数次元、すなわちフラクタル次元で特徴づけられる。

フラクタルな図形において、長さ r の分布を考えるとその自己相似性から、超過確率 $P(r)$ は次式で表わされるべき分布となる。

$$P(r) \propto r^{-D} \dots\dots\dots (22)'$$

本論で、毛管径 r をべき分布と仮定したが、毛細血管の径や月面のクレーター径もフラクタルであり、べき分布する。おのおの、フラクタル次元は 2.3, 2.0 である¹⁷⁾。

参 考 文 献

- 1) 小川 進・和泉 清：流出抑制施設による流出抑制効果の実験的研究，第30回水理講演会論文集，pp.157~162, 1986.
- 2) 小川 進・和泉 清：都市の微小流域の流出解析，第31回水理講演会論文集，pp.11~16, 1987.
- 3) 小川 進・和泉 清：Green-Ampt式による不飽和浸透解析，第32回水理講演会論文集，pp.89~94, 1988.
- 4) 小川 進・和泉 清：都市域における浸透パラメーターの空間的分布，第43回土木学会年次学術講演会概要集，pp.160~161, 1988.
- 5) Green, W.H. and Ampt, G.A. : Studies on soil physics, 1, The flow of air and water through soils, J. Agr. Sci., Vol.4, No.1, pp.1~24, 1911.
- 6) Morel-Seytoux, H.J. and Kanji, J. : Derivation of an equation of infiltration, Water Resour. Res., Vol.10, No.4, 795~800, 1974.
- 7) Mein, R.G. and Larson, C.L. : Modeling infiltration during a steady rain, Water Resour. Res., Vol.9, No.2, pp.384~394, 1973.
- 8) Philip, J.R. : The theory of infiltration : 4. Sorptivity and algebraic infiltration equations, Soil Sci., No.84, pp.257~264, 1957.
- 9) Sharma, M.L., Gander, G.A. and Hunt, C.G. : Spatial variability of infiltration in a watershed, J. of Hydrol., No.45, pp.101~122, 1980.
- 10) Richards, L.A. : Capillary conduction of liquids through porous mediums, Physics, No.1, pp.318~333, 1952.
- 11) Campbell, G.S. : A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data, Soil Sci., No.117, pp.311~314, 1974.
- 12) Jackson, R.D. : On the calculation of hydraulic conductivity, Soil Sci. Am. Proc., No.36, pp.380~382, 1972.
- 13) Philip, J.R. : An infiltration equation with physical significance, Soil Sci., No.77, pp.153~157, 1954.
- 14) Philip, J.R. : The theory of infiltration : 7, Soil Sci., No.84, pp.333~337, 1957.
- 15) Bower, H. : Rapid field measurements of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis, Water Resour. Res., Vol.2, No.4, pp.729~738, 1966.
- 16) Young, T. : A thesis on cohesion of liquid, Phil. Trans., No.95, pp.65~87, 1805.
- 17) Mandelbrot, B.B. : The fractal geometry of nature, W.H. Freeman and Company, New York, 1983.
- 18) Horton, R.E. : Approach toward a physical interpretation of infiltration capacity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., No.5, pp.399~417, 1940.
- 19) Campbell, G.S. : Soil physics with Basic, Elsevier Science Publishers B.V. 1985.
- 20) 高速道路調査会：関東ロームの土工，共立出版，1973.
- 21) 日本道路公団試験所：盛土の締固め管理実態調査結果（名神・東名・新規），試験所技術資料，第216号，1984.
- 22) Kozeny, J. : Die Durchlässigkeit des Bodens, Kulturtechniker, Vol.35, No.6, pp.301~307, 1932.
- 23) Herath, S. and Musiaka, K. : Analysis of infiltration facility performance based on in-situ permeability tests, 4th International Conference on Urban Storm Drainage, Topics in Urban Drainage Hydraulics and Hydrology, pp.61~66, 1987.
- 24) Swarzenruber, D. and Olson, T.C. : Model study of the double-ring infiltrometer as affected by depth of wetting and particle size, Soil Sci., Vol.92, No.4, pp.219~225, 1961.

(1989.10.27・受付)