

# 掃流過程に及ぼす河床面を通しての流入出流速の影響

## BED-LOAD TRANSPORT INFLUENCED BY TRANSPIRATION THROUGH A BOTTOM OF FLUVIAL OPEN-CHANNEL

村上正吾\*・辻本哲郎\*\*・中川博次\*\*\*

By Shogo MURAKAMI, Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroji NAKAGAWA

Bed-load transport is often influenced by transpiration (suction or injection) through a boundary of a stream. In this study, the effect of transpiration through a bottom of a fluvial open-channel on the velocity distribution and bed-load transport are investigated both theoretically and experimentally. Bed-load transport is represented as a combination of pick-up rate and step length, and they are affected indirectly by distorted velocity distribution and directly by seepage effect. Particularly, the pick-up rate is severely affected by the transpiration. The indirect effect promotes bed-load transport on suction; while the direct one promotes it on injection. Under ordinary conditions for sand and gravels, the injection through a bed promotes bed-load transport; but the transport of materials with large specific weight is suppressed by the injection. Such effects are theoretically predicted and experimentally certificated.

*Keywords:* bed-load transport, fluvial hydraulics, transpiration through a bottom, suction and injection, velocity distribution, bi-log law

### 1. 序論

山地河道では崩壊土砂や土石流堆積物がかなり疎な構造で河床を形成しており、河床の透水性が高い場合がある。とくに、堆積層上流部では河床面を通しての流量流出が、下流部では流量(再)流入が活発で(Fig. 1参照)、その土砂輸送への影響は相当著しいものと推測される。また、高い透水性を有する透水層上の流れでは、表面流と浸透流の間での質量・運動量の交換が活発で、瞬間的、

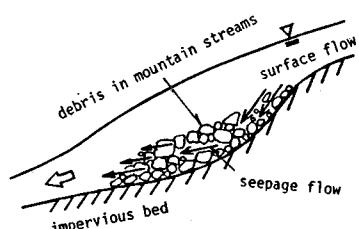


Fig. 1 Schematic figure of flow over and through debris in mountain streams.

局所的な流入出は、表面流のみならず、流砂過程にも相当な影響を与えるものと思われる。さらに、洪水時の急激な水位変化は堤体内との水の収支に遅れが生じるため、側岸に沿う流砂過程及びそれに伴う侵食過程は、壁面を通しての水の流入出の影響を受けるものと考えられる。本研究では、以上の現象に共通する基本的事象として、河床からの微小かつ定常な流入出流速によるほとんど等流状態を保つ二次元流れによる掃流過程の変化を理論的、実験的に検討した<sup>注1)</sup>。本研究で現象のサブシステムに適用した考え方や物理モデルは、条件のより複雑な、上述の様々な現象の適用性をなお確保している。

ところで、水理構造物周辺、あるいはduneが存在している河床では、流下方向に圧力勾配が必然的に生じ、それによって浸透流(流下方向成分と流入出流速から成る)が誘起される。この時たとえその流下方向成分が大きくなとも、流入出流速と摩擦速度との比が有意である場合には、流入出流速は主流と流砂運動に影響を与えるとの観点、またあるいは洪水の減水期における河岸堤防材料の抜け出しとの関連などから、1960年代前半から流入出流速の砂粒の運動への影響が指摘されてきた。

\* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科教室  
(〒606 京都市左京区吉田本町)

\*\* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科  
(〒920 金沢市立野2-40-20)

\*\*\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科教室  
(〒606 京都市左京区吉田本町)

注1) 吸い込み・吹き出し流速がある場での流速分布、pick-up rateについての考え方はすでに第30回水理講演会で発表済みである<sup>1)</sup>。

こうした河床面を通過する浸透流力 (seepage force) の限界掃流力への影響を, Harrison<sup>2)</sup>, Martin<sup>3)</sup> らは物理的なモデルを用いて解析を行い, 流出入流速による底面せん断応力の変化およびその存在が粒子そのものに与える直接的な抗力との相対的な関係によって, 限界掃流力が変化することを見出し, その後の研究の雛形となつた. これらの研究では, いわゆる seepage force による砂粒への直接的な作用力は, 単に動水勾配と透水係数との積として表されるにとどまっており, Oldenziel<sup>4)</sup> は河床材料, 透水係数, seepage velocity の関係を実験的に検討し, これを限界掃流力への seepage force の影響の評価に結びつけた. 一方, Watters & Rao<sup>5)</sup> は seepage velocity による力をより正確に評価するため, seepage velocity の存在による河床面付近の粒子に作用する抗力, 揚力を測定し, seepage velocity を用いた Reynolds 数と抗力・揚力係数との関係を, 吹き出し・吸い込みそれぞれに対して調べた. 流出入流速の存在する場での流砂量といった観点からの研究は, 前述の Oldenziel によっても実験的な検討は行われておらず, 平衡流砂量に与える吸い込み・吹き出しの影響を, 前者は抑制, 後者は促進と結論している. 局所流砂量については, Willetts<sup>6)</sup> が吹き出しの存在する場で実験及び理論的検討を行っているが, 流速分布の与え方および局所流砂量の変化率の仮定に問題が残されて, 明瞭な結論には至っていない. 定常性・一様性が満足されない場合, 必然的結果として生じる流砂の非平衡状況への適用を考え, ここでは掃流モデルとして, 中川・辻本<sup>7)</sup> が発展させた pick-up rate と step length から成るモデルを採用了. すなわち, step length の特性 (主として, その確率密度関数  $f_s(\xi)$  で代表される) がなお保存される条件で, pick-up rate が場所的に変化するとき, 局所掃流砂量  $q_s(x)$  は次式で与えられる.

$$q_s(x) = \frac{A_3 d}{A_2} \int_0^\infty p_s(x-\xi) \int_\xi^\infty f_s(\xi) d\xi d\xi \quad (1)$$

ここに,  $A_2$ ,  $A_3$ : 砂の二, 三次元の形状係数,  $d$ : 砂粒径である. すなわち, 本研究では河床面からの定常一様な流出入流速が pick-up rate 及び step length の分布に及ぼす影響を検討する.

## 2. 吹き出し・吸い込み速度が表面流流速分布に及ぼす影響

透水性層上の流れに対する浸透流との相互作用は一般的に “slip velocity  $U_p$ ” と “流出入流速”  $v_0$  で代表されるが, 本研究では, 河床界面を通過する流出入流速の存在に注目していることから slip velocity 及び流出入流速をそれぞれ,  $U_p=0$ ,  $v_0=\text{const.}$  とし, さらに,  $v_0$  は主流流速に比べ十分に小さく, 等流近似が可能で

あるとする.

掃流過程を対象にするので, 水理学的粗面を仮定し, さらに, いわゆる壁法則の成立する領域 (通常水理学で仮定されるように近似的に水面まで適用する) を対象とすると, 粘性項を無視して次の力の釣り合い式が書ける.

$$\tau_0 = -\rho \bar{u} \bar{v} - \rho v_0 U \quad (2)$$

ここに,  $\tau_0 = \rho u_*^2$ : 底面せん断応力,  $u_*$ : 摩擦速度,  $\rho$ : 水の密度,  $-\rho \bar{u} \bar{v}$ : Reynolds 応力,  $U(y)$ : 表面流 (主流) の流速分布である. Reynolds 応力に対して混合距離理論を適用, 混合距離  $l_0 = x_0 y$  ( $x_0$ : Kármán 定数) とすると, 次のような流速分布についての変数分離型の微分方程式が得られる.

$$\frac{l_0^+}{v_0^+} \cdot \frac{d(1 + v_0^+ U^+)}{dy^+} = \sqrt{1 + v_0^+ U^+} \quad (3)$$

ここに, 各量は次のように無次元化してある.

$$l_0^+ \equiv u_* l_0 / \nu; y^+ \equiv u_* y / \nu \quad (4)$$

$$U^+ \equiv U / u_*; v_0^+ \equiv v_0 / u_* \quad (5)$$

ただし,  $\nu$ : 水の動粘性係数である. 上式は Dorrance & Dore<sup>8)</sup> によって滑面上の流れについて初めて導かれ, 中川・福津<sup>9)</sup> によっても検討されている壁法則 (二乗対数則) である. 式 (3) を,  $y=y_0$  で  $U=0$  なる境界条件で解き水理学的粗面を対象にしていることより, 流速分布として次式を得る.

$$U^+ = \frac{v_0^+}{4 x_0^2} \left( \ln \frac{y}{k_s} \right)^2 + \frac{1}{x_0} \left( 1 + \frac{v_0^+ D_r}{2} \right) \ln \frac{y}{k_s} + \left( 1 + \frac{v_0^+}{4} \right) D_r \quad (6)$$

ただし,

$$D_r = \frac{1}{x_0} \ln \frac{k_s}{y_0} \quad (7)$$

ここに,  $k_s$ : 等価砂粗度である. 上式は粗面乱流に対する二乗対数則であり,  $v_0^+=0$  とすると, 粗面の対数則に一致する. Fig. 2 には式 (6) を示しているが, 吹き出し ( $v_0^+ > 0$ ) でみかけ上 Kármán 定数の減少, 吸い込み ( $v_0^+ < 0$ ) で増加の傾向が認められる.

式 (6) の  $y=y_0 \sim h$  にわたる積分により, 平均流速公式,

$$U_m^+ = \frac{v_0^+}{4 x_0^2} \left( \ln \frac{h}{k_s} \right)^2 + \frac{1}{x_0} \left[ \left( D_r - \frac{1}{x_0} \right) \frac{v_0^+}{2} + 1 \right] \ln \frac{h}{k_s} + \left( 1 + \frac{v_0^+}{4} \right) D_r - \frac{1}{x_0} \quad (8)$$

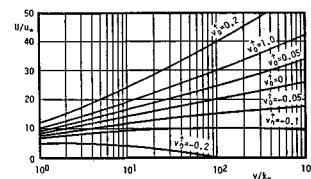


Fig. 2 Velocity profile of bilogarithmic law.

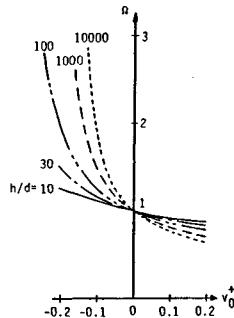


Fig. 3 Change of flow resistance due to transpiration velocity.

が得られる。ここに、添字  $m$  は断面平均値を示す。いわゆる抵抗係数は、 $f \equiv 8(u_*/U_m)^2$  で定義される。

ところで、抵抗の比較に当たってはどういう条件下的ものであるかが重要となる。ここでは、出入流速がある場合と無い場合のいずれも、同一エネルギー勾配の等流状態であり、表面流の単位幅流量も同一である場合を対象とする。出入流速の有無による抵抗の相違を  $\Omega^*$   $= f/f_n$  (添字  $n$  は  $v_0^+ = 0$  のときの値) で表わすことになると、

$$\Omega^* \equiv \sqrt{\frac{f}{f_n}} = \frac{\tau_0}{\tau_{0n}} = \left( \frac{u_*}{u_{*n}} \right)^2 = \frac{h}{h_n} = \frac{U_{mn}}{U_m} \quad (9)$$

であり、 $\Omega$  と  $\lambda_1$  ( $\equiv v_0/u_{*n} = v_0^+ \cdot \sqrt{\Omega}$ ) の関係は  $f_n$  をパラメーターにして次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{4} & \left\{ \frac{8}{f_n} + \frac{1 + \ln^2 \Omega}{x_0^2} \right\} + \frac{\Omega^{-1/2} \ln \Omega}{x_0} \\ & = \sqrt{\frac{8}{f_n}} \left( \Omega^{-1} - \Omega^{1/2} - \frac{\lambda_1}{2x_0} \ln \Omega \right) \end{aligned} \quad (10)$$

ところで、式 (8) より、不浸透河床での抵抗係数  $f_n$  は次のようにになる (Keulegan 式に一致)。

$$\sqrt{\frac{8}{f_n}} = \frac{1}{x_0} \ln \frac{11.0 h}{k_s} \quad (11)$$

Fig. 3 は、相対水深  $h/d$  をパラメーターにして  $\Omega$  と  $\lambda_1$  の関係を表わしたもので、 $k_s = d$  と仮定して式 (11) より抵抗係数  $f_n$  を与えた。吹き出し ( $\lambda_1 > 0$ ) で抵抗減、吸い込み ( $\lambda_1 < 0$ ) で抵抗増となる。また  $\Omega \sim \lambda_1$  関係は  $f_n$  の値が小さいほど、すなわち、相対水深  $h/d$  が大きいほど著しい減少関数となる。

### 3. 吹き出し・吸い込み速度が河床砂粒の pick-up rate に与える影響

Fig. 4 に示されるように、河床砂粒の pick-up 事象において吹き出し・吸い込みの効果は、表面流流速分布の変形による粒子に作用する抗力の変化、出入流速による流体力の直接作用の両方として出現する。

河床砂粒に作用する力、すなわち主流による抗力  $D$ 、出入流速による抗力  $D_s$ 、揚力  $L = k_t D$ 、水中自重  $W$ 、

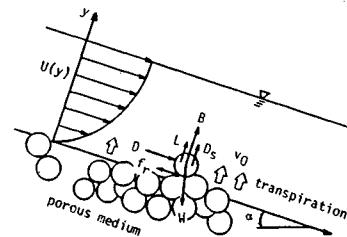


Fig. 4 Definition sketch.

浮力  $B$  の合力の流下方向 ( $x$  方向) 成分によって砂粒子が、摩擦力  $f_r$  (静止摩擦係数  $\mu_f$ ) に逆らって動き出されるとすれば、その  $x$  方向の作用力  $F$  は次のように表わされる。

$$\frac{F}{W} = \left[ 1 + \left( k_L + \frac{D_s}{D} \right) \mu_f \right] \frac{D}{W} - \left\{ \mu_f \left( \cos \alpha - \frac{B}{W} \right) - \sin \alpha \right\} \quad (12)$$

ここに、 $\alpha$  は河床と水平面のなす角である。 $F=0$  が、いわゆる限界掃流力の状態に相当する。ここで、 $W$ 、 $B$  は

$$W = \sigma g A_3 d^3; B = \rho g A_3 d^3 \cos \alpha \quad (13)$$

と表され、また、 $D$ 、 $D_s$  は次のように表わされるものとする<sup>注2)</sup>。

$$D = \epsilon_0 C_D (\rho U_d^2 / 2) A_2 d^2; D_s = \epsilon'_0 C'_D (\rho |v_0| v_0 / 2) A_2 d^2 \quad (14)$$

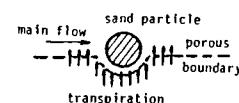
ここに、 $\sigma$ : 砂粒の密度、 $U_d$ : 河床砂粒近傍 ( $y = ad$ ,  $a = 0.7$ ) の流速、 $\epsilon_0$ 、 $\epsilon'_0$ : いわゆる遮蔽係数、 $C_D$ 、 $C'_D$ : 抗力係数であり、

$$C_D = 0.4 + \frac{24}{R_{e*} U_d^+}; C'_D = 0.4 + \frac{24}{|v_0^+| R_{e*}} \quad (15)$$

と仮定した。ただし、 $R_{e*} \equiv u_* d / \nu$  であり、またいわゆる seepage drag に対し、関係諸量に'を付けた。

砂粒子の運動方程式を用いて、 $F$  が作用したときの砂粒径スケールだけの平均移動 (離脱) 時間を求め、その解に流体力変動の効果を確率的手法で考慮することによって、吸い込み・吹き出しの有る場合にも、それらが無い場合に中川・辻本<sup>10)</sup>によって導かれたようにして単位時間当たりの粒子の離脱確率密度である pick-up rate  $p_s$  を評価できる。その結果、中川・辻本の近似表現を次のように修正して吸い込み・吹き出しのある場合にも用いることができる。

注 2) 本研究では粒子の配置を下図のように考えていることより主流及び出入流速による抗力を独立に扱っている。 $v_0 \ll U_d$  の場合、独立に扱わない場合との差は無視できる。



$$p_{s*} \equiv p_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho-1)g}} = \frac{F_0}{\phi} \tau_* \left(1 - \frac{k_2 \phi \tau_{*cn}}{\tau_*}\right)^m$$

$$= F_0 \frac{\Omega}{\phi} \tau_{*n} \left(1 - k_2 \frac{\phi \tau_{*cn}}{\Omega \tau_{*n}}\right)^m \quad \dots \dots \dots (16)$$

ここに、

$$\psi \equiv \tau_{*cn}/\tau_{*cn} = \frac{1 + k_L \mu_f}{\phi^2 [1 + (k_L + \phi_f) \mu_f]} \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$\phi = \frac{U_d^+}{U_{dn}^+} \cdot \frac{1}{\sqrt{\Omega}}; \quad \phi_f = \frac{\epsilon'_0 C'_D}{\epsilon_0 C_D} \cdot \frac{|v_0^+| v_0^+}{U_d^{+2}} \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$\tau_{*cn} = \frac{\mu_f}{1 + k_L \mu_f} \cdot \frac{1}{E_n} \cos \alpha \left\{ 1 - \frac{\sigma/\rho}{\mu_f (\sigma/\rho-1)} \tan \alpha \right\}$$

$$\dots \dots \dots (19)$$

$$E_n = \epsilon_0 \frac{C_D A_2}{2 A_3} \left( \frac{U_{dn}}{u_{*n}} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (20)$$

であり、また、 $\tau_* = u_*^2 / [(\sigma/\rho-1)gd]$  である。

計算にあたって、各定数は次のように定めた。まず、 $v_0$  の存在は砂粒の抜け出し時の摩擦過程には影響を与えないものと考えられ、静止摩擦係数  $\mu_f = 1$  とした。また、遮蔽係数は、Reynolds 数の関数と考えられるが、十分大きいそれに対しては、ほぼ一定値と考えられる。またそれは主に砂粒の配列状態に左右されるものと考えられるので、不透水性河床の限界掃流力や pick-up rate の推定の際に用いられている値 ( $\epsilon_0 = 0.4^{(10), (11)}$ ) を用いた。さらに、 $\epsilon'_0$  については、 $\epsilon_0$  より十分な知見が得られていないため、簡単のため、 $\epsilon_0 = \epsilon'_0$  とした。揚力・抗力比  $k_L$  は Rao ら<sup>5)</sup>によって詳細に検討されているものの、本研究で仮定しているような砂粒の配列状態に対して、十分に大きな砂粒 Reynolds 数での値は得られておらず、ここでは、従来より用いられている  $k_L = 0.85^{(10), (11)}$  を採用した。また、pick-up rate 推定式に含まれる定数  $F_0$ 、 $k_2$ 、 $m$  は中川らの出入流速の無い場合の pick-up rate 推定式と同様  $0.03, 0.7, 3^{(10), (11)}$  とした。

式 (16), (17) が示すように、出入流速の初期移動に及ぼす影響はパラメーター  $\psi/\Omega$ 、あるいは  $\psi$  で代表され、 $\psi/\Omega$ 、 $\psi$  が大きいほど、初期移動が抑制される。

出入流速の効果の検討のため、出入流速  $v_0$  をそれが無い場合の摩擦速度  $u_{*n}$  に対してどの程度である

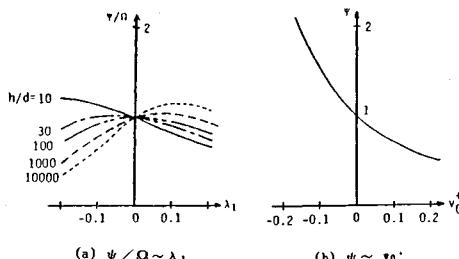


Fig. 5 Indexes of effects of transpiration on incipient motion of bed material particles.

かを表わす  $\lambda_i \equiv v_0/u_{*n}$  をパラメーターとし、Fig. 5(a) に、 $\psi/\Omega$  と  $\lambda_i$  (同一の表面流流量、エネルギー勾配の流れに対する比較を議論の対象としている) の関係の計算例を示した。図より、 $h/d < \approx 30$  ( $f_n < \approx 0.038$ ) では  $\lambda_i$  の増加とともに、吹き出しによる初期移動の抑制、吸い込みによる助長の効果が認められ、一方、 $h/d > \approx 30$  ( $f_n > \approx 0.038$ ) では逆の傾向が出現することがわかる。Fig. 5(b) は  $\psi$  と  $v_0^+$  ( $\equiv v_0/u_*$ ) の関係を示したもので、こうした整理を行うと表面流の変化は  $v_0^+$  の中に取り込まれた形になっているため、不透水河床の抵抗は見掛け上パラメーターとして現われていない。ところで、Fig. 3 および Fig. 5 に示されているように、出入流速の効果は表面流の変化を介してのものと、出入流速そのものの効果とから成っており、前者は吹き出しで抑制効果、後者は吹き出しで助長効果を示すが、Fig. 3 に示したように流れの抵抗（粗度）が大きいほど、後者の影響は大きい。砂では、ほとんどの場合、正確にいうと、 $|\lambda_i| < 0.1$ 、 $h/d > \approx 30$  では吹き出しで初期移動が抑制され、吸い込みではその効果が促進される。

Fig. 6(a) は、 $p_{s*} \sim \tau_{*n}$  関係を  $\lambda_i$  と  $h/d$  をパラメーターとして、一方 (b) は  $p_{s*} \sim \tau_*$  関係を  $v_0^+$  をパラメーターにして示したもので、 $\lambda_i$ 、 $v_0^+$  と不透水河床の抵抗係数が与えられたとき、 $\tau_{*n}$  あるいは  $\tau_*$  に対し  $p_{s*}$  が推定される。Fig. 6(a) によると、 $h/d = 10$  では吹き出しに対して初期移動が促進、吸い込みに対して初期移動が抑制されている。 $h/d = 1000$  の場合、吹き出しに対して初期移動が抑制、吸い込みに対して初期移動が促進されていることが認められる。pick-up rate に対する流入出流速の効果を明示するため、流入出流速の無い場合との比（ただし、表面流の流量及びエネルギー勾配が同一とする）をとると、

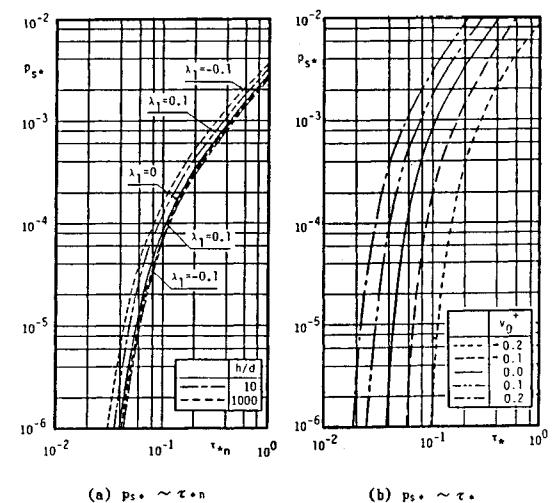


Fig. 6 Sediment pick-up rate of sand particle.

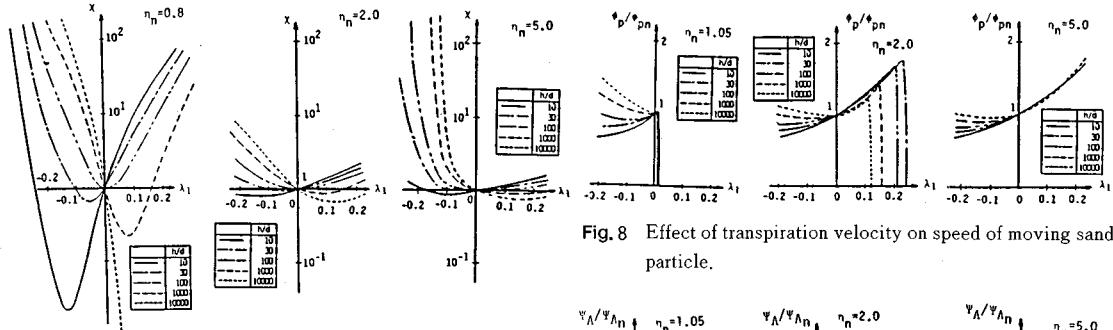


Fig. 7 Effect of transpiration velocity on sediment pick-up rate.

$$\chi \equiv \frac{p_{s*}}{p_{s*n}} = \frac{\Omega}{\psi} \left( \frac{\eta - k_2 \psi}{\eta - k_2 \Omega} \right)^m = \frac{\Omega}{\psi} \left( \frac{\eta_n - k_2 \psi / \Omega}{\eta_n - k_2} \right)^m \quad \dots \dots \dots (21)$$

となる。ただし、 $\eta \equiv \tau_* / \tau_{*cn}$ ,  $\eta_n \equiv \tau_{*n} / \tau_{*cn}$  である。

Fig. 7 は  $\eta_n$ ,  $f_n$  をパラメーターとして、 $\chi \sim \lambda_1$  関係を計算したもので、上述の  $\lambda_1$  の効果を見ることが出来る。限界掃流力付近での出入流速の効果が大きいことが見られる。

#### 4. 吹き出し・吸い込み速度の砂粒の step length に与える影響

step length は初期移動（流体力による河床からの離脱）から次の河床への確実な停止までの距離として定義される。そのため、1 step length は床面との確率的な衝突・反発と水流による確定的な運動によって構成される、よりミクロなステップ（例えば個々の saltation）の繰り返しの和となっている<sup>10)</sup>。このことから、平均 step length  $\Lambda$  は次のように表示し得る。

$$\Lambda = N_s \cdot u_g \cdot T_s \quad \dots \dots \dots (22)$$

ここに、 $N_s$ ：ミクロなステップの繰り返し回数、 $u_g$ ：ミクロなステップ内の平均移動速度、 $T_s$ ：1つのミクロなステップの継続時間（例えば個々の saltation の平均継続と時間）である。上式を次のように無次元化する。

$$\lambda \equiv \frac{\Lambda}{d} = \phi_\Lambda(\tau_*) \cdot \phi_p(\tau_*) \quad \dots \dots \dots (23)$$

ただし

$$\phi_\Lambda(\tau_*) = \frac{N_s \cdot u_g \cdot T_s}{d}; \quad \phi_p(\tau_*) = \frac{u_g}{u_*} \quad \dots \dots \dots (24)$$

である。

さて、1 ミクロステップ内の運動を包括的に（平均的に）滑動形式として動摩擦係数  $\mu_k$  を用いて表わす<sup>13)</sup>と、砂粒の運動方程式を解くことによって、 $\phi_p$  は次式で表わされる平衡砂粒速度で近似できよう。

Fig. 8 Effect of transpiration velocity on speed of moving sand particle.

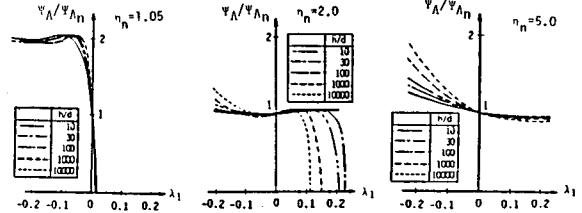


Fig. 9 Effect of transpiration velocity on micro step of sand particle.

$$\phi_p(\tau_*) = \frac{U_d}{u_*} - \sqrt{\frac{2 A_3}{\mu_k C_{D2}} \frac{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}{u_*}} \quad \dots \dots \dots (25)$$

Fig. 8 には上式で与えられる  $\phi_p$  に与える出入流速の影響を、出入流速の無い場合との比、 $\phi_p / \phi_{pn}$  で示した。 $\phi_p$  に対しては通常吹き出しが促進効果をもつものの、吹き出しが強い場合には、底面せん断応力の減少が底面近傍流速の増加の効果を上回り、 $\phi_p$  は急速に零になる。

一方、 $\phi_\Lambda$  については、例えば辻本・中川<sup>14)</sup>の不規則継続跳躍モデルが有効であろうが、 $N_s, T_s u_* / d$  に対する解析解が得られていて、ここでは、 $\phi_\Lambda$  を出入流速の無いときの  $\lambda_n / \phi_{pn}$  より類推し、しかも、 $\lambda_n$  は出入流速の無いときの平衡流砂量と pick-up rate 推定式より逆算的に得られるものとした。すなわち、

$$q_{Be*n} = A_0 \tau_{*n}^p (\tau_{*n} - \tau_{*cn})^s \quad \dots \dots \dots (26)$$

$$p_{s*n} = F_0 \tau_{*n} (1 - k_2 \tau_{*cn} / \tau_{*n})^m \quad \dots \dots \dots (27)$$

であるから ( $A_0, p, s$  は実験定数で例えば Meyer-Peter-Müller 式なら、 $A_0=8, p=0, s=1.5$ 、Bagnold 式なら  $A_0=4.25, p=0.5, s=1.0^{10})$ )、

$$\lambda = \frac{A_2 A_0}{A_3 F_0} \tau_{*n}^{p+2} \frac{(\tau_{*n} - \tau_{*cn})^s}{(\tau_{*n} - k_2 \tau_{*cn})^m} \quad \dots \dots \dots (28)$$

であり、 $K_0 \equiv A_0 A_2 / A_3 F_0$  とおいて、

$$\phi_\Lambda(\tau_*) = \frac{K_0}{\phi_p(\tau_*)} \tau_*^{p+2} \frac{(\tau_* - \tau_{*cn})^s}{(\tau_{*n} - k_2 \tau_{*cn})^m} \quad \dots \dots \dots (29)$$

となる。 $\phi_\Lambda$  の出入流速の無い場合との比をとると次のようにになる。

$$\frac{\phi_\Lambda(\tau_*)}{\phi_{\Lambda n}(\tau_{*n})} = \Omega^{p+s-1} \left( \frac{\eta - 1}{\eta - \Omega} \right)^s \left( \frac{\eta - k_2 \Omega}{\eta - k_2} \right)^m \quad \dots \dots \dots (30)$$

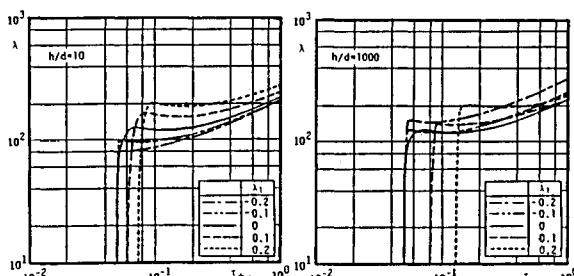
Fig. 9 に  $\psi_h/\psi_{hn}$  の  $\lambda_1$  に対する変化を図示した。これより、 $\psi_h/\psi_{hn}$  の吸い込み・吹き出しによる変化は、掃流力が大きい場合には流体力の効果が衝突の効果を上回り、それほど大きくないものと考えられる。ただし、限界掃流力付近では、流体力による流送の効果より、平均的な河床面より突出している砂粒との衝突の効果の方が大きく、この効果は、特に吸い込みの時に顕著になることが図よりわかる。

**Fig. 10** は  $\lambda_1$  と  $h/d$  をパラメーターとして、 $\lambda \sim \tau_{*n}$  関係を図示したもので、さらに平均 step length に及ぼす流入出流速の効果を明瞭に示すため  $\gamma \equiv \lambda / \lambda_n$  と  $\lambda_1$  の関係を、 $\eta_n \equiv \tau_{*n} / \tau_{*cn}$  をパラメーターとして、**Fig. 11** に示した。Fig. 11 よりわかるように、よほど限界掃流力に近い条件でない限り、通常吹き出し ( $v_0 > 0$ ) によって平均 step length は、わずかながら増加する傾向が見られる。

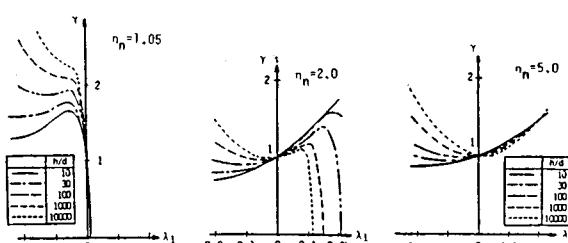
ところで、式(1)より、平衡状態の掃流砂量  $q_{Be}$  は、

として与えられ ( $p_s = \text{const}$ ), これに及ぼす吹き出し, あるいは吸い込み速度の影響  $\beta_e \equiv q_{Be}/q_{Ben}$  は次のように流入入流速の存在による pick-up rate と平均 step length の変化率  $\gamma$ ,  $\gamma$  の積によって表わされる.

Fig. 12 は、 $\eta_m$ ,  $h/d$  をパラメーターとして  $\beta_e$  を  $\lambda_1$  の関数として表わしたものである。Fig. 7, 12 の縦軸が対数表示であることに注意し、Fig. 7, 11, 12 を比較する



**Fig. 10** Change of mean step length according to change of bed shear stress



**Fig. 11** Effect of transpiration velocity on mean step length

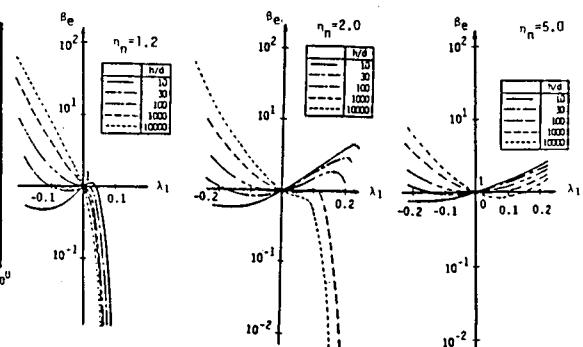
と、通常は  $\beta_e$  に及ぼす  $\chi$  の影響、すなわち pick-up rate の変化の影響が著しく、吸い込みによって抑制、吹き出しによって促進されることがわかる。しかし、条件によっては、逆の効果もあり得る。

## 5. 実験的検討

本研究での流れの特性と掃流過程に及ぼす河床からの流出入流速の効果についての理論的考察の妥当性を確認するため、水路実験を行った。

実験は京都大学工学部土木工学教室の長さ 8.0 m, 幅 33 cm の鋼製可変勾配水路の一部を河床からの定常ほぼ一様な出入流速を伴うことの出来る移動床部  $L_a$  として用いた (Fig. 13 参照)。上下流固定床部は移動床の河床材料をニス付けした粗面としてある。pick-up rate, step length の測定にあたって,  $L_a$  はそれぞれ 30 cm, 150 cm とした。前者は、ある程度の強度のある定常一様な出入流速を作るのに適しており、3 本のバルブによって出入流量を制御している。後者は step length の測定上やむなく長くしたもので、砂層下部空間に縦断方向に 5 cm 毎に穴を開けたパイプを敷設し出入流速を制御した。

実験用砂として、pick-up rate 測定は粒径が 0.136, 0.164 cm, step length 測定用として 0.199 cm の均一砂を用い、流速分布の測定はそれぞれの水理条件に対し、移動床下流部で pick-up rate 測定時には直径 3 mm のプロペラ流速計、step length 測定時にはピトー管によって行った。



**Fig. 12** Effect of transpiration velocity on transport rate of bed load

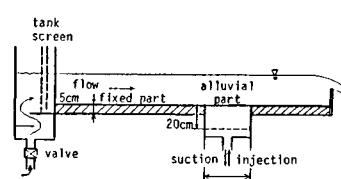


Fig. 13. Experimental flume

Table 1 Experimental conditions.

## (a) Measurement of pick-up rate.

RUN	$i_b$	h (cm)	$U_m$ (cm/s)	Fr	$Re$ ( $\times 10^4$ )	$v_0$ (cm/s)	$u_*$ (cm/s)	$v_0^+$	$\tau_a$ ( $\times 10^{-2}$ )	$Re_a$
1	1/500	7.76	36.2	0.414	2.82	0.0	2.99	0.0	3.37	49.0
2	1/500	6.85	41.1	0.502	2.82	-0.250	3.50	-0.071	4.62	57.4
3	1/500	6.75	41.8	0.514	2.82	-0.497	4.37	-0.114	7.21	71.7
4	1/500	7.53	37.4	0.435	2.82	0.384	2.65	0.145	2.65	43.5
5	1/500	7.28	38.7	0.458	2.82	0.552	2.61	0.220	2.56	42.8
6	1/300	5.22	38.3	0.535	2.00	0.0	3.22	0.0	3.90	43.8
7	1/300	5.01	39.9	0.563	2.00	-0.337	3.70	-0.093	5.17	50.3
8	1/300	5.11	39.9	0.553	2.00	-0.346	3.70	-0.094	5.16	50.3
9	1/300	5.35	37.3	0.515	2.00	0.384	2.85	0.135	3.56	38.8
10	1/300	5.53	36.1	0.490	2.00	0.552	2.79	0.198	2.92	37.9
11	1/500	5.22	35.6	0.499	1.86	0.0	3.23	0.0	4.45	43.9
12	1/500	5.07	38.3	0.544	1.94	-0.737	4.99	-0.146	1.30	46.6
13	1/500	4.52	39.4	0.591	1.78	-0.101	5.20	-0.048	16.00	51.2
14	1/500	5.37	36.2	0.625	1.94	-0.126	2.69	0.047	3.29	36.6
15	1/500	4.65	40.2	0.675	1.98	-0.092	2.19	0.133	2.18	29.8
16	1/300	4.00	34.6	0.548	1.40	0.0	3.20	0.0	4.66	43.5
17	1/300	4.06	33.8	0.536	1.37	-0.117	3.50	-0.033	5.57	47.6
18	1/300	3.40	34.9	0.566	1.36	-0.306	3.95	-0.077	7.11	53.7
19	1/300	3.82	34.8	0.568	1.33	0.336	2.12	0.160	2.04	28.8
20	1/300	3.78	34.9	0.573	1.33	0.311	2.31	0.135	2.42	31.4

## (b) Measurement of step length.

RUN	$i_b$	h (cm)	$U_m$ (cm/s)	Fr	$Re$ ( $\times 10^4$ )	$v_0$ (cm/s)	$u_*$ (cm/s)	$v_0^+$	$\tau_a$ ( $\times 10^{-2}$ )	$Re_a$
1	1/300	3.85	39.2	0.638	1.51	0.0	3.55	0.0	3.92	70.6
2	1/300	3.14	39.9	0.691	1.36	-0.069	3.63	-0.029	4.11	72.3
3	1/300	3.57	39.8	0.672	1.42	-0.068	3.60	-0.019	4.03	71.7
4	1/300	3.82	37.0	0.605	1.41	0.045	3.51	0.013	3.83	69.8
5	1/300	3.75	37.8	0.624	1.42	0.042	3.51	0.012	3.85	69.9
6	1/300	4.57	44.2	0.678	2.02	0.0	3.83	0.0	4.57	76.2
7	1/300	4.79	40.2	0.587	1.93	-0.111	3.93	-0.028	4.80	78.2
8	1/300	4.50	45.0	0.677	2.03	-0.051	3.88	-0.013	4.67	77.2
9	1/300	4.62	42.9	0.638	1.42	0.045	3.80	0.012	4.91	75.5
10	1/300	4.69	42.3	0.624	1.53	0.034	3.80	0.009	4.50	75.7
11	1/300	6.99	45.5	0.550	3.18	0.0	4.78	0.0	7.09	95.1
12	1/300	6.42	45.5	0.547	3.08	-0.053	4.81	-0.011	7.17	93.6
13	1/300	7.08	45.2	0.543	3.20	-0.027	4.70	-0.006	7.15	95.4
14	1/300	7.03	45.4	0.547	3.19	0.049	4.75	0.010	7.00	94.4
15	1/300	6.99	44.7	0.540	3.13	0.034	4.76	0.007	7.03	94.6

水理条件中重要なパラメーターである摩擦速度  $u_*$  ( $=\sqrt{gR}I_e$ ,  $R$ : 径深) は水面勾配  $i_w$  の測定値を用いて次式で計算されるエネルギー勾配  $I_e$  より評価した。ただし, slip velocity は平均流速に比べて、十分小さいとして無視している。

$$I_e = i_w - (i_w - i_b) Fr^2 - \frac{2}{gh} v_0 U_m \quad (33)$$

ここに,  $Fr$ : Froude 数 ( $= U_m / \sqrt{gh}$ ),  $i_b$ : 路床勾配,  $U_m$ : 平均流速,  $h$ : 平均水深である。実験は  $i_b=1/300 \sim 1/500$ ,  $h=3.3 \sim 7.8$  cm,  $Fr=0.41 \sim 0.69$  の範囲で行われ、その実験条件は Table 1 に示される通りである。また、実験値の整理は上述のようにして得られた  $u_*$  を用い、それゆえ流入出流速の無次元量として  $v_0^+$  を用いることとした。

ところで、流入出流速の存在しない固定床から、その存在する移動床に流入する流れにおいては、その境界から新たに内部境界層が発達するが、本実験では実験開始時の固定床、移動床の平均河床高は同一になるようにならされており、また、流入出流速の存在による境界層（特に、平均流特性）の平衡に至る距離は、境界層流、また開水路流においてもかなり短いことが報告されており<sup>9), 15)</sup>、本実験でも十分平衡状態が得られていると判断できる。Fig. 14 は  $u_{**}$  及び  $v_0$  を与えて、式 (10) より計算される  $u_*$  ( $=\sqrt{\Omega} u_{**}$ ) を、水面形方程式である式 (33) に代入して計算される移動床部における水面形(実

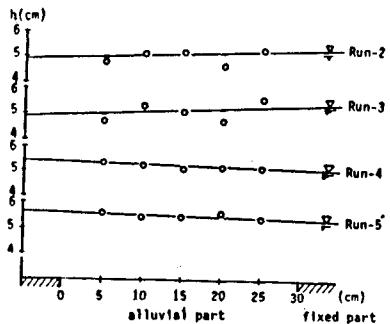


Fig. 14 Effect of transpiration velocity on water surface profile.

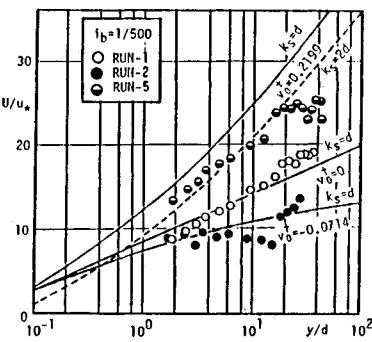


Fig. 15 Verification of bilogarithmic law.

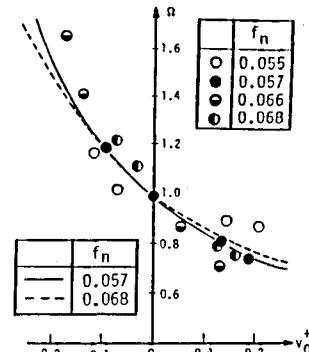


Fig. 16 Verification of change of resistance of flow due to transpiration velocity.

線) と実測値 (○印) とを比較したもので、水面形方程式に基づく  $u_*$  の評価は妥当であったものと思われる。

Fig. 15 は pick-up rate 測定時に計測された流速分布でほぼ二乗対数則の成立、あるいは、みかけ上の Kármán 定数の減少 ( $v_0^+ > 0$  の場合)、増加 ( $v_0^+ < 0$  の場合) が認められる。図中の実線と破線は、対数二乗則において相当砂粗度  $k_s$  を  $d$  あるいは  $2d$  として計算したもので、 $k_s$  をこの程度にとるのが妥当と思われる。

Fig. 16 は流入出流速の効果を示す指標  $Q$  の  $v_0^+$  に対する変化を実測値と理論曲線とで比較したものであり、

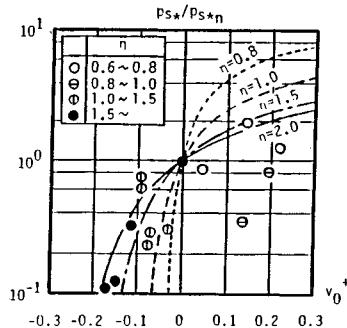


Fig. 17 Experimental verification of effect of transpiration velocity on pick-up rate.

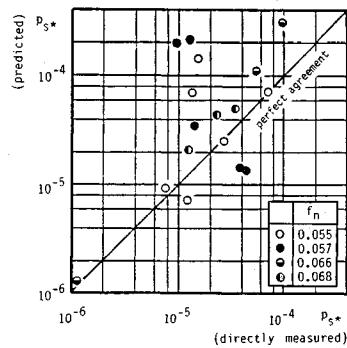


Fig. 18 Comparison between measured pick-up rate and theoretical prediction.

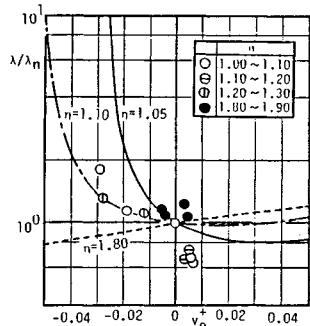


Fig. 19 Experimental verification of effect of transpiration velocity on mean step length.

式(10)によって流入出流速の抵抗に与える影響は十分表わせるものと言える。

pick-up rate はビデオフィルム解析装置を用いて、河床面の決められた領域 ( $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ ) から、約 60 sec 間に離脱する砂粒個数の数回にわたる測定の平均値から求めた。

Fig. 7 に示したような  $(p_{s*}/p_{s*n}) \sim \lambda_1$  関係を、 $v_0^+$  を用いて  $(p_{s*}/p_{s*n}) \sim v_0^+$  として、実験結果を理論曲線とともに示したもののが Fig. 17 である。Fig. 18 に示す理論

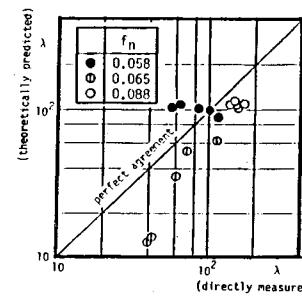


Fig. 20 Comparison between measured mean step length and theoretical prediction.

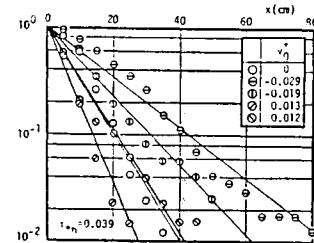


Fig. 21 Example of probability of exceedance of step length.

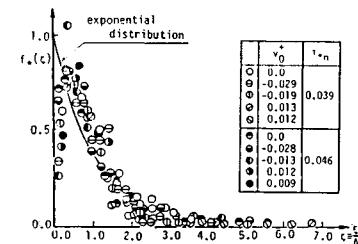


Fig. 22 Probability density of normalized step length.

値、実測値の比較からもわかるように、本研究で得た吸い込み、吹き出し速度の pick-up rate に与える影響の評価は吹き出しの場合の実験データの一部でやや過大評価となっているが概ね妥当と思われる。

ところで、Martin<sup>3)</sup>は、管路流で砂粒（比重 2.63、粒径 0.0585 cm）及びニッケル粒子（比重 8.75、粒径 0.0570 cm）を用いて、出入流速の限界掃流力に及ぼす影響に関する実験を行ない、吸い込みに対して、砂粒の限界掃流力は増大し、ニッケル粒子のそれは減少すると報告している。管路流でしかも流れが遷移領域 ( $Re_* = 10 \sim 20$ ) であるため、本研究の結果がそのまま適用し難い面もあるが、基本的な特性は大きく変化しないものと考えると、つぎのように解釈される。砂粒の場合移動限界条件 ( $U_{mc} = 18.7 \text{ cm/s}$ ) において、抵抗係数が、 $f_n = 0.0177$  であるのに対し、ニッケル粒子の場合 ( $U_{mc} = 62.9 \text{ cm/s}$ )、 $f_n = 0.00425$  と差があり、Fig. 5(a) で示されるようにニッケル粒子では、 $\psi/\Omega$  が砂の場合よ

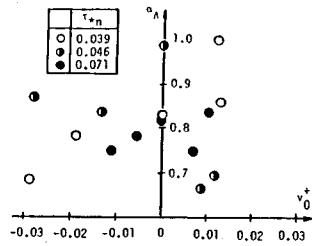


Fig. 23 Coefficient of variation of step length.

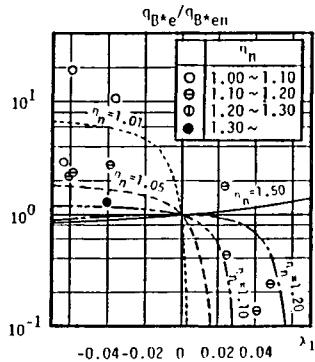


Fig. 24 Experimental verification of transpiration velocity on transport rate of bed load.

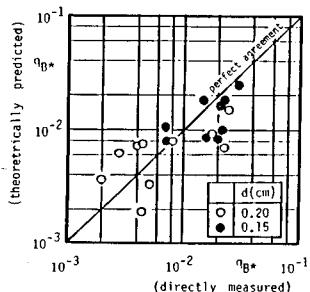


Fig. 25 Comparison between measured transport rate of bed load and theoretical prediction.

り小さくなるゆえ動き易くなっていると推測される。

一方、step length は目視により、揮発性インクで着色した粒子の初期移動から次の停止までを追跡、その距離を測定して、150 個以上の標本より平均値及び分布形を調べた。平均 step length について  $\lambda \sim \lambda_0 V_0^*$  関係として実測値を理論曲線とともに示したものが Fig. 19 で、Fig. 20 に示す理論値、実測値の比較からも、本研究で示した吸い込み、吹き出し速度が step length に及ぼす効果の評価は吹き出しの一部のデータを除くと概ね評価できたものと考えられる。

なお、実測された step length の分布を、超過確率表示で Fig. 21 に、平均値で基準化された step length の確率密度表示で Fig. 22 に示した。同図に併示した指數分

布曲線と概ね一致しているが、厳密に言うと、測定された step length の変動係数は Fig. 23 に示されるように 0.7~1.0 である。若干指數分布のときの値より小さいが  $V_0^*$  に対して明瞭な系統的な変化は見い出せず、出入流速の無い平坦河床で知られた step length の分布と大差ないといつて良いであろう。

最後に流砂量については、今回の実験では、直接流砂量の測定を行わなかったため、長さ 1 m、幅 50 cm の吸い込み・吹き出し装置を有する水路での中川・福津・井戸<sup>16)</sup>による実測データについて検討すると、Fig. 24 のように  $(q_B^*/q_B^{*en}) \sim \lambda$  面で実測値が理論曲線群と比較され、両者の適合は Fig. 25 に示すように満足し得る。

## 6. 結 論

本論文では、境界面を通しての出入流速が水流のみならず、流砂現象にも少なからず影響を与えており、条件によってはこれらが重大な役割を果たすものと考えられることから、その基本的事象について理論的かつ実験的に検討したものである。本研究はあくまで基礎的研究で、今後、これらが実際に作用することが多い非一様な場への適用を考えてゆかねばならないことは言うまでもない。本研究で得られた結論を要約すると次のようである。

(1) 河床面を通して出入は、出入流速の存在自体に加えて、表面流の流速（主流方向）分布をも歪ませる効果をもつ。このときの流速分布は、河床面近くで 2 乗対数則によって良く表現されることが説明され、また、実験によって確かめられた。

(2) 上記で明らかにされた河床近傍の流れ場のもとの河床粒径の初期移動をモデル化、pick-up rate の推定式を力学的な基礎のもとに導いた。これによると一般に吹き出しにより初期移動は促進され、吸い込みにより抑制される。ただし、相対水深がかなり大きい粒子ではその傾向が逆転する。通常の流砂については、水路実験により提案式の検証を行い、その適用性は妥当なものであると判断された。

(3) step length については transpiration の無い場合ですら、従来力学的モデルにもとづく合理的な推定式が得られていない。本論文では transpiration の無い場合の平均 step length 推定式を pick-up rate 推定式と従来の平衡流砂量式より逆算して求め、それに力学的解釈を与え、さらに、これが transpiration によってどう影響されるかを考慮することによって step length に及ぼす transpiration の効果を評価する式を導いた。実験によると、本論文で提案した式の適用性は妥当と判断され、また、transpiration の step length への影響は pick-up rate ほどには顕著ではなく、その分布は transpiration

の有無にかかわらず指数分布で近似される。

(4) pick-up rate と step length の一つの組み合せである平衡流砂量式についても、本研究に示した方法で transpiration の効果が評価できることが、従来のデータを用いて確認された。

本研究は pick-up rate と step length より構成される非平衡流砂量についてのフレームワークを採用しているので、本論文で得られた pick-up rate, step length についての transpiration の効果の評価は、そのまま移動床現象自体に及ぼす transpiration の効果の評価へと直結する。ただし実河川などでは、混合砂れきへの適用について論じる必要があり、本モデルと Egiazaroff 流<sup>17)</sup>の粒径別限界掃流力の概念の組合せでそれが達成されるものと思われ、こうした場での armoring の形成等が文献 18) で論じられている。

**謝 辞**：本研究の遂行にあたり、京都大学工学部学生石橋勝彦君（現在・東電設計（株）勤務）の熱心な協力を得た。記して謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾：渓床堆積物の初期移動一吸い込み・吹き出し速度の粒径別移動限界への影響、第30回水理講演会論文集、pp. 241～246、1986。
- 2) Harrison, S. S. and Clayton, L. : Effect of ground water seepage of fluvial processes, Geol. Soc. Amer. Bull., No. 811, pp. 1217～1225, 1968.
- 3) Martin, C. S. : Effect of a porous sand bed on incipient motion, Water Resour. Res., Vol. 6, No. 4, pp. 1162～1174, 1970.
- 4) Oldenziel, D. M. and Blink, W. E. : Influence of suction and blowing on entrainment of sand bed, J. Hydraul. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, HY7, pp. 935～948, 1974.
- 5) Watters, G. Z. and Rao, M. V. : Hydrodynamic effects of seepage on bed particles, J. Hydraul. Div., Proc. ASCE, Vol. 97, HY3, pp. 421～439, 1971.
- 6) Willetts, B. B. and Dorosso, M. E. : Local erosion caused by rapid forced infiltration, J. Hydraul. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, HY12, pp. 1477～1488, 1975.
- 7) 中川博次・辻本哲郎：砂礫の運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程、土木学会論文報告集、第291号、pp. 53～62、1979.
- 8) Dorrance, W. H. and Dore, F. J. : The effect of mass transfer on the compressible turbulent boundary layer skin friction and heat transfer, J. Aero. Sci., Vol. 21, pp. 404～410, 1954.
- 9) 中川博次・福津家久：壁面出入りを伴う開水路浸透床上の乱流構造に関する研究、土木学会論文報告集、第285号、pp. 45～56、1979.
- 10) 中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理、新体系土木工学23、技報堂、pp. 43～54、1986.
- 11) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第244号、pp. 71～80、1975.
- 12) 岩垣雄一：限界掃流力に関する流体力学的研究、土木学会論文集、第41号、pp. 1～21、1956.
- 13) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について、京都大学防災研究所年報第22号B-2、pp. 553～573、1979.
- 14) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子の saltation の確率過程論的解析、土木学会論文集、第345号、II-1、pp. 83～90、1984.
- 15) Simpson, R. L., Moffat, R. J. and Kays, W. M. : The turbulent boundary layer on a porous plate: Experimental skin friction with variable injection and suction, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 12, pp. 771～789, 1969.
- 16) 中川博次・福津家久・井戸清雄：流砂量に及ぼす壁面浸透流の影響について、第23回土木学会関西支部年次学術講演会概要集、II-48、1978.
- 17) Egiazaroff, I. V. : Calculation of nonuniform sediment concentration, J. Hydraul. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, HY4, pp. 73～80, 1965.
- 18) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾：吸い込み・吹き出し速度の armor coat 形成に及ぼす影響、第32回水理講演会論文集、pp. 541～546、1988.

(1989.8.14・受付)