

斜張橋の遊動円木振動数特性とその実用算定法に関する研究

ON THE LONGITUDINAL MOTION OF GIRDER OF CABLE-STAYED BRIDGES AND SIMPLIFIED METHOD OF ESTIMATING NATURAL FREQUENCY CORRESPONDING TO THIS MOTION

米田昌弘*

By Masahiro YONEDA

This paper presents some considerations on longitudinal motion of girder of cable-stayed bridges with longitudinally elastic or free support conditions. The structural design factors that affect natural frequency corresponding to the longitudinal motion are investigated through a simulation analysis, using two cable-stayed bridge models with longitudinally different cable arrangements.

From the results of a simulation analysis, a simplified method of estimating this natural frequency can be proposed. Numerical examples are also worked out to demonstrate the efficiency of the proposed method.

Keywords: cable-stayed bridge, longitudinal motion, natural frequency

1. まえがき

高強度材料の使用や設計・架設および解析手法の進歩を始めとした近年における橋梁技術の進展は目覚ましく、その結果は最近の橋梁構造物の長スパン化傾向に強く反映されている。その中でも、特に斜張橋の長スパン化傾向には特筆すべきものがあり、鋼斜張橋や複合構造斜張橋では中央支間長が500m程度までの実績が、そして最近では800mを越えるものが計画されるに至っている。

世界有数の地震多発国であるわが国では、このような斜張橋の長スパン化に伴って、設計・構造上の種々の技術開発をもって耐震性の確保を図ってきた。そして、最近のような桁下空間の高い長大斜張橋の橋軸方向地震に對しては、橋梁全体が橋軸方向に振動するモードの固有周期を数秒程度に調整して、地震力の緩和を図る方法が定着しつつある。この方法は、固有周期を調整して地震力の緩和を図るという意味で、近年注目を浴びている免震設計法の基本的な考え方¹⁾にも通ずるものがあるといえよう。

橋梁全体の橋軸方向振動は、吊橋ではすでに遊動円木

振動として知られている^{2),3)}。遊動円木振動という名称は、鎖で丸太の両端を低く吊るした遊動円木とよばれる遊戯具に由来することを考えれば、橋軸方向にオールフリーあるいは弹性拘束された場合の斜張橋全体系の橋軸方向振動も、吊橋と同様、遊動円木振動とよぶことができる。

橋軸方向にオールフリーあるいは弹性拘束された斜張橋形式に現われる遊動円木振動は、橋軸方向地震に対するモード寄与率が非常に大きく、比較設計や基本詳細設計時においては、応答を考慮した修正震度法の適用が許容できる。それゆえ、橋軸方向にオールフリーあるいは弹性拘束された斜張橋形式に対しては、遊動円木振動数特性の把握が耐震設計上きわめて重要となる。

電子計算機や解析手法の発達した現在では、斜張橋を離散系モデルに置換し、固有振動解析に必要な構造諸元やリンク条件および弹性支承条件等を正確に与えれば、かなり厳密な遊動円木振動数を計算できる。しかしながら、正確な構造諸元やリンク条件および弹性支承条件等は、設計の最終段階でないと値が決定されない。それゆえ、斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼす各種構造設計要因の影響を把握し、比較設計や基本詳細設計段階に反映できる遊動円木振動数の算定式を提供することは、後に続く動的応答解析による耐震性の検証を合理的に実施

* 正会員 工博 川田工業(株)技術本部振動研究室長
(〒550 大阪市西区北堀江1-22-19)

するうえできわめて意義のあることと考えられる。

このような観点から、本研究では、まず、中央支間長400 m のファン型とハープ型の斜張橋モデルをそれぞれ対象として、斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼす各種構造設計要因の影響を把握する。そして、この結果を踏まえ、初期の設計段階では実用上十分な精度で、斜張橋の遊動円木振動数を推定できる実用算定式を提案するとともに、いくつかの数値計算例から、実橋への適用性についても検討する。

2. 遊動円木振動数特性に及ぼす各種構造設計要因の影響

中央支間長400 m (支間長比0.400)、ケーブル段数4段のファン型(MODEL-F)およびハープ型(MODEL-H)のオールフリーとした斜張橋モデルをそれぞれ対象として、斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼす各種構造設計要因の影響を把握することにした。対象とした斜張橋モデルの一般図を図-1に、実橋設計例(道路鉄道併用のトラス形式斜張橋)⁴⁾を参考にして定めた基本構造諸元を表-1に示す。

まず、基本構造諸元を有するMODEL-F、MODEL-Hを対象として、それぞれ節点数35、部材数50の平面構造物にモデル化し、本体をNASTRANとして開発した固有振動解析用プログラムを用いて固有振動解析を実施した、その結果を図-2に示す。図-2より、オールフリーとした斜張橋形式では、文献5)にも報告されているように、ハープ型の方がファン型よりも遊動円木

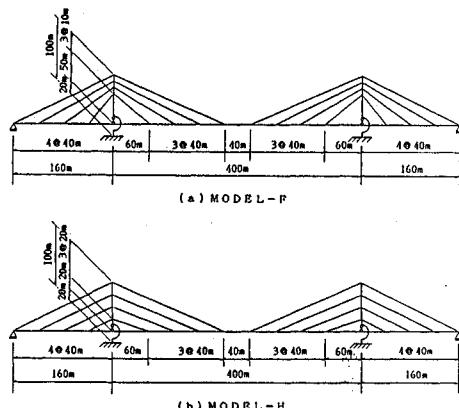


図-1 3径間連続斜張橋モデル

表-1 基本構造諸元 (MODEL-F, -H)

	断面積 (m ²)	断面2次モーメント (m ⁴)	弹性係数 (t/m ²)	質量 (t/m)	初期張力 (t)
桁	0.5	50.0	2.1×10^7	40.0	-
タワー	1.0	3.0	2.1×10^7	-	-
ケーブル	0.08	-	2.0×10^7	-	1000
タワーリング	10.0	-	2.1×10^7	-	5000

注) タワーリング長は5mとした。

振動数が高く(固有周期は短く)なっていることがわかる。

次に、斜張橋の遊動円木振動数特性に影響する構造設計要因を把握する目的で、それぞれのモデルに対して構造設計要因を種々変化させた場合の固有振動解析も実施

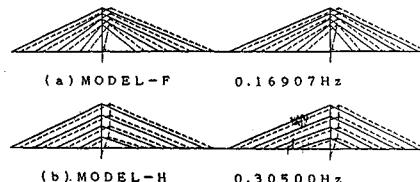


図-2 基本構造諸元を用いた場合の固有振動解析結果

表-2 MODEL-Fの固有振動解析結果

(a) 桁の諸元を変化させた場合

桁の諸元	固有振動数 (Hz)
断面2次 モーメント (m ⁴ /Br.)	1.0 0.13050
	10.0 0.15414
	25.0 0.16417
	50.0 0.16907*

(b) タワーの諸元を変化させた場合

タワーの諸元	固有振動数 (Hz)
高さ (m)	80.0 0.22842
	100.0 0.16907*
断面2次 モーメント (m ⁴ /t)	1.0 0.13203
	3.0 0.16907*
	9.0 0.21504
重量 (t/m/Br.)	0 0.16907*
	20.0 0.16414
	40.0 0.15958

(c) ケーブルの諸元を変化させた場合

ケーブルの諸元	固有振動数 (Hz)
断面積 (m ² /t)	0.04 0.16231
	0.08 0.16907*
	0.16 0.17426
張力 (t/t)	0 0.16903
	1000 0.16907*
	3000 0.16915

(d) タワーリングの諸元を変化させた場合

タワーリングの諸元	固有振動数 (Hz)
断面積 (m ²)	0 0.16900
	10.0 0.16907*
長さ (m)	5.0 0.16907*
	10.0 0.14916
張力 (t/t)	-5000 0.05189
	-2500 0.10094
	0 0.13261
	5000 0.16907*
	15000 0.22032

注) *を付した数値は、基本構造諸元を用いた場合の解析結果である。

表-3 MODEL-H の固有振動解析結果

(a) 柄の諸元を変化させた場合

柄の諸元		固有振動数 (Hz)
断面 2 次 モーメント (m ⁴ /Br.)	1.0	0.15596
	10.0	0.27758
	25.0	0.29950
	50.0	0.30500*

(b) タワーの諸元を変化させた場合

タワーの諸元		固有振動数 (Hz)
高さ (m)	80.0	0.39153
	100.0	0.30500*
断面 2 次 モーメント (m ⁴ /t)	1.0	0.20381
	3.0	0.30500*
	9.0	0.37991
重量 (t/m/Br.)	0	0.30500*
	20.0	0.29169
	40.0	0.27981

(c) ケーブルの諸元を変化させた場合

ケーブルの諸元		固有振動数 (Hz)
断面積 (m ² /t)	0.04	0.28113
	0.08	0.30500*
	0.16	0.32553
張力 (t/t)	0	0.30498
	1000	0.30500*
	3000	0.30505

(d) タワー・リンクの諸元を変化させた場合

タワー・リンクの諸元		固有振動数 (Hz)
断面積 (m ² /t)	0	0.30322
	10.0	0.30500*
	5.0	0.30500*
長さ (m)	10.0	0.29901
	-5000	0.27714
	-2500	0.28705
張力 (t/t)	0	0.29656
	5000	0.30500*
	15000	0.32047

注) *を付した数値は、基本構造諸元を用いた場合の解析結果である。

した。ここに、着目した構造設計要因は、柄については断面 2 次モーメント、ケーブルについては断面積と張力、タワー・リンクについては断面積と長さおよび張力、タワーについては高さと断面 2 次モーメントおよび重量である。基本構造諸元を有する MODEL-F, MODEL-H の固有振動解析結果と表-1において上述した各種構造設計要因の 1 つを変化させた場合の固有振動解析結果をそれぞれ比較して表-2, 3 に示す。なお、これらの表中において、*を付した数値は、基本構造諸元を用いた場合の解析結果であることを表わす。

表-2 より、ファン型斜張橋における遊動円木振動数には、タワーの高さと断面 2 次モーメントおよびリンク

の長さと張力が比較的敏感に寄与すること、ケーブルの断面積とその張力およびリンクの断面積が寄与する程度は比較的小さいこと、柄の断面 2 次モーメント I の寄与も比較的小さいが、 $I=1.0 \text{ m}^4$ のように従来の箱形式斜張橋が有する程度まで低下するとその影響は無視できなくなることがそれわかる。また、表-3 より、ハーブ型斜張橋における遊動円木振動数特性に対してもほぼ同様の傾向が認められるものの、リンクの長さと張力が及ぼす影響は、ファン型斜張橋の場合に比べ、幾分小さくなっていることがわかる。これは、ハーブ型斜張橋では、ファン型斜張橋に比べ、タワー剛性の寄与の程度が大きく、その結果、リンクの長さと張力が及ぼす影響の程度が相対的に低下したことに起因するものと考えられる。

3. 遊動円木振動数を推定するための実用算定式

前章の検討結果を踏まえ、本章ではタワー剛性とリンク剛性についてその評価方法を示すとともに、水平ばね剛性をも考慮した実用算定式を提案する。

(1) タワー剛性の寄与

図-2 に示した固有振動モード図から、道路鉄道併用のトラス形式斜張橋における遊動円木振動（主桁の剛体的な橋軸方向 1 次振動）を対象とした場合、遊動円木振動には、最下段ケーブルの取り付け位置付近より下方のタワーの曲げ剛性が大きく寄与していることがわかる。すなわち、主桁は重量としての効果のみを与えており、タワー剛性の寄与のみを考慮した場合の斜張橋の遊動円木振動数は、一端を固定、他端にタワーと主桁の質量を集中させた片持ばかりの振動数算定式で近似できるものと考えられる。

したがって、図-3 に示すようにタワーの代表長を取り、 α をタワー剛性的寄与を補正するための係数、 EI をタワーの曲げ剛性、 \sum_i をタワー本数についての総和記号とし、図-4 を参照すれば、斜張橋の遊動円木振動数 f_L の算定式はおおよそ次式で表示できることになる。

$$f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum_i^L 3EI/(ah)^3}{m_e}} \quad (1)$$

ここに、 m_e は斜張橋の遊動円木振動モードに対応する等価質量であり、 m_c を桁部の全質量、 w_r をタワーの単位長さ当たりの重量、 g を重力加速度とすれば、 $m_e = m_c + \sum_i^L (H - ah) \times w_r / g + 0.243 ah \times w_r / g$ で評価できる。なお、 $0.243 ah \times w_r / g$ は、 ah より下方のタワー質量の寄与分であり、等分布質量 w_r / g を有する片持ばかりの振動数算定式と自由端に質量を集中させた片持ばかりの振動数算定式を等値すれば算出できる。

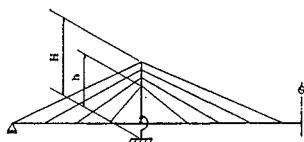


図-3 タワーの代表長

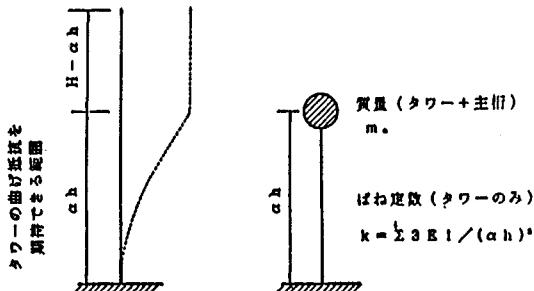


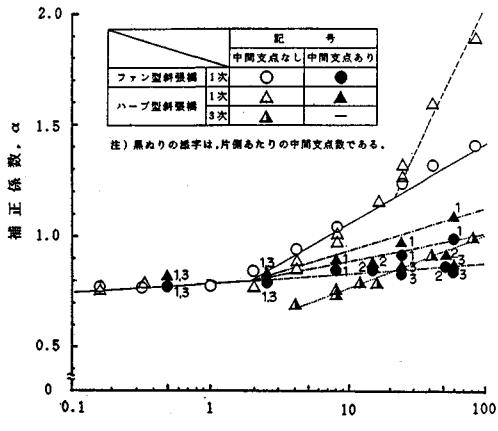
図-4 片持りの振動数算定式で近似させるための説明図

ah はタワー剛性の寄与を表わすための等価長さを意味するものであり、また、総和記号 \sum は 3 径間連続斜張橋では当然のことながら $i=2$ となる。ただし、厳密にいえば、 ah にはケーブル剛性の影響も若干含まれる。しかしながら、前章で対象とした斜張橋基本系のケーブル総断面積は $16 \times 0.08 = 1.28 \text{ m}^2$ であり、ケーブル総断面積を通常の長大斜張橋が有する $16 \times 0.04 = 0.64 \text{ m}^2 \sim 16 \times 0.16 = 2.56 \text{ m}^2$ に変化させても、遊動円木振動数の変化はファン型で 6 % 程度、ハープ型で 9 % 程度以下にあり、本論文で対象とする精度の範囲内においてはケーブル剛性の影響を無視しても実務上差し支えないことを述べておきたい。

一方、前節の知見より、斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼす主桁断面 2 次モーメントの寄与は比較的小さいが、従来の箱桁形式斜張橋が有する程度まで低下すると、主桁断面 2 次モーメントの影響は無視できなくなる。わが国では、従来、トラス形式斜張橋に対してその遊動円木振動数を調整する場合が多くたが、弾性拘束ケーブルを採用した名港西大橋（箱桁形式斜張橋）の例⁶⁾もあることから、主桁断面 2 次モーメントの差異による影響も十分に考慮しておく必要がある。ここでは、タワーと主桁の曲げ剛性比を表わす、以下の無次元パラメーターを導入し、斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼすタワー剛性の寄与をより厳密に検討する。

$$P_{rc} = \frac{\sum_i (EI/H)_{TOWER}}{(EI/L_c)_{GIRDER}} \quad (2)$$

ここに、 $(EI/H)_{TOWER}$ はタワーの単位長さ当たりの曲げ剛性、 $(EI/L_c)_{GIRDER}$ は中央径間部における主桁の単位長

図-5 パラメーター P_{rc} と補正係数 α の関係表-4 補正係数 α の設定値（中間支点がない場合）

		P_{rc} の範囲	補正係数 α
ファン型斜張橋	1次	$0.1 \leq P_{rc} \leq 1.7$	$\alpha = 0.041 \times \log_{10} P_{rc} + 0.791$
		$1.7 < P_{rc} \leq 100$	$\alpha = 0.353 \times \log_{10} P_{rc} + 0.719$
ハープ型斜張橋	1次	$0.1 \leq P_{rc} \leq 1.7$	$\alpha = 0.041 \times \log_{10} P_{rc} + 0.791$
		$1.7 < P_{rc} \leq 20$	$\alpha = 0.353 \times \log_{10} P_{rc} + 0.719$
	3次	$20 < P_{rc} \leq 100$	$\alpha = 1.258 \times \log_{10} P_{rc} - 0.458$
		$4.0 \leq P_{rc} \leq 100$	$\alpha = 0.215 \times \log_{10} P_{rc} + 0.571$

表-5 補正係数 α の設定値（中間支点がある場合）

		P_{rc} の範囲	補正係数 α
ファン型 斜張橋 (1次)	支点数 1	$0.1 \leq P_{rc} \leq 1.7$	$\alpha = 0.041 \times \log_{10} P_{rc} + 0.791$
	支点数 2 以上	$0.1 \leq P_{rc} \leq 100$	$\alpha = 0.041 \times \log_{10} P_{rc} + 0.791$
ハープ型 斜張橋 (1次)	支点数 1	$0.1 \leq P_{rc} \leq 1.7$	$\alpha = 0.041 \times \log_{10} P_{rc} + 0.791$
	支点数 2 以上	$0.1 \leq P_{rc} \leq 100$	$\alpha = 0.041 \times \log_{10} P_{rc} + 0.791$

さ当たりの曲げ剛性である。なお、パラメーター P_{rc} においてケーブル剛性の影響を無視したのは、上述したように、通常の斜張橋が有するケーブル総断面積の範囲内においては、遊動円木振動数特性に及ぼすケーブル剛性の影響は比較的小さいことを事前に把握していたことにによる。

そこで、この無次元パラメーター P_{rc} に着目し、MODEL-F, MODEL-H のそれぞれに対してリンク張力を無視してタワーと桁の諸元を種々変化させた場合の固有振動解析結果と式 (1) の比較から、補正係数 α について検討することにした。パラメーター P_{rc} と補正係数 α の関係を図-5 に、補正係数 α の設定値を表-4 に示す。なお、図-5, 表-5 には、参考までに、側径間に中間支点（橋軸方向には可動）を設けた場合の結果も示してある。図中に示したハープ型斜張橋の 3 次振動については後述するが、図-5 より、中間支点のないファン型およびハープ型斜張橋の遊動円木振動（面内 1 次振

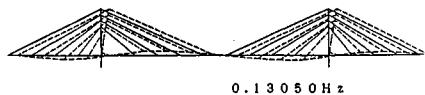


図-6 MODEL-F の固有振動解析結果（主桁の断面 2 次モーメントを 1.0 m^4 とした場合）

動）に対する補正係数 α は、パラメーター $P_{rc}=1.7$ を境にして大きく変化していることがわかる。基本構造諸元を有する MODEL-F, MODEL-H のパラメーター P_{rc} は $P_{rc}=0.48$ であり、図-2 にも示したように、主桁が剛体的に橋軸方向に移動する明確な遊動円木振動が現われていた。それゆえ、道路鉄道併用トラス形式斜張橋のようにパラメーター P_{rc} が 1.7 より小さい範囲は、主桁が剛体的に橋軸方向に移動する明確な遊動円木振動が現われる領域であるといえよう。なお、パラメーター P_{rc} が 1.7 より小さい範囲で出現する遊動円木振動の有効質量比（有効質量と全質量の比）は、ファン型およびハープ型とも少なくとも 90 % 以上の値を有していた。

一方、基本構造諸元を有する MODEL-F, MODEL-H において、主桁の断面 2 次モーメントのみを従来の箱桁形式斜張橋が有する程度の値である 1.0 m^4 に変化させた場合のパラメーター P_{rc} は $P_{rc}=24.0$ である。一例として MODEL-F の固有振動解析結果を図-6 に示すが、図からも明らかなように、この場合の遊動円木振動には主桁の曲げ剛性が小さいことに起因し、明確な鉛直逆対称 1 次モード成分が連成している。また、この MODEL-F について表-4 より推定した補正係数 α の値は $\alpha=1.21$ であり、タワー剛性の寄与を表わす等価長さ ah は $ah=1.21 \times 70 \text{ m}=84.7 \text{ m}$ となる。主桁の断面 2 次モーメントとして 50.0 m^4 を有する MODEL-F の α および ah を同様に推定すると $\alpha=0.78$, $ah=0.78 \times 70 \text{ m}=54.6 \text{ m}$ となるが、等価長さ ah の差異によるタワーのモード形状の変化は、図-2(a) と図-6 のモード図の比較からも理解されよう。したがって、タワーの等価長さ ah を導入した式(1)は、鉛直の逆対称 1 次モード成分が連成した遊動円木振動が出現する範囲においても十分有効であるといえよう。

ただし、中間支点がない場合、パラメーター P_{rc} が 4.0 度以上の場合には、有効質量（橋軸方向）が大きな 2 つのモードが 1 次と 3 次にそれぞれ出現していた。一例として、主桁断面 2 次モーメントを 1.0 m^4 とした場合 ($P_{rc}=24.0$) の MODEL-H の固有振動モードを図-7 に示す。3 径間連続形式斜張橋における鉛直たわみの固有振動数を推定するための実用算定式⁷⁾からも予想できるように、斜張橋の鉛直たわみモードは、対称 1 次、逆対称 1 次の順に出現する。すなわち、モード形状は若干乱れてはいるが鉛直たわみ対称 1 次が 2 次モードで出現していることを考慮すると、オールフリー

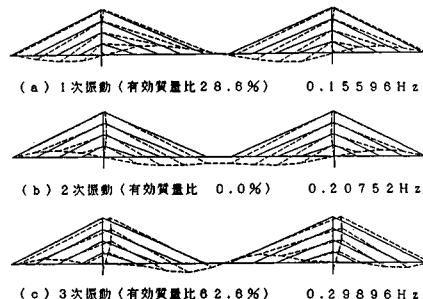


図-7 MODEL-H の固有振動解析結果（主桁の断面 2 次モーメントを 1.0 m^4 とした場合）

の MODEL-H に現われた 1 次モードは、本来、鉛直逆対称 1 次モード成分が大きく連成した遊動円木振動であるといえよう。また、3 次モードは、本来、主桁の橋軸方向モード成分が連成した、鉛直逆対称 1 次振動であるといえよう。なお、MODEL-H の 1 次モードと 3 次モードの有効質量比は微妙に変化していたが、たとえば、 $P_{rc}=4.0$ ではそれぞれ 60 % と 35 % 程度、 P_{rc} が 10.0 以上ではそれぞれ 30 % と 60 % ~ 45 % 程度の値であった。これに対し、MODEL-F の遊動円木振動（面内 1 次モード）の有効質量比の変化は比較的小さく、 $P_{rc}=80.0$ においても 80 % 程度の値を有していた。

次に、中央支間長が相違した場合の影響を調べるために、MODEL-F と MODEL-H のスケルトンをスケールアップしたモデルについても固有振動解析を実施し、式(1)による推定結果と比較してみた。その結果、式(1)による推定誤差は、ファン型では 800 m 級斜張橋でも高々 10 % 程度以下であったのに対し、ハープ型では中央支間長が 600 m を越えると 15 % 程度以上となる場合もあった。それゆえ、式(1)の適用は、ハープ型では中央支間長が 600 m 未満の斜張橋に限定されることを述べておきたい。

以上、中間支点のない、通常の斜張橋形式に対する結果について考察したが、側径間に中間支点を有する斜張橋形式では、当然のことながら、遊動円木振動数特性も変化する。側径間に中間支点数を変化させた場合の補正係数 α は表-5 に示してあるが、この場合には、ハープ型斜張橋においても有効質量比の大きな面内 1 次の遊動円木振動が卓越し、面内 3 次振動は有効質量比の小さい通常の鉛直逆対称 1 次モードに移行していたことを付記しておく。

(2) リンクの寄与

振り子の微小振動を考えれば理解できるように、リンクによる剛性寄与は、 T をリンク張力、 l をリンク長、 \sum をリンクについての総和記号とすれば、 $\sum T/l$ を表示できる。また、ここで、下支え構造のエンドリンクの

ように圧縮力が作用するようなリンクがある場合には、その張力を $-T$ とすればほぼ対処できる。

ただし、リンクはタワーリンクに代表されるように、タワーを固定点として主桁を支持していること等の理由から、タワー剛性の寄与とリンクの寄与とは、そのまま単純に重ね合わせられないものと考えられる。そこで、片持りモデルに置換した場合のリンクの寄与を補正する係数 β を導入すれば、タワー剛性とリンクの両方の寄与を考慮する場合、斜張橋の遊動円木振動数 f_L の算定式は次式のように表示できるものと考えられる。

$$f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum^i 3EI/(ah)^3 + \beta \times \sum^j T/l}{m_e}} \quad \dots \dots \dots (3)$$

基本構造諸元を有する MODEL-F, MODEL-H のそれについて、補正係数 α を厳密に計算するとともに、固有振動解析で得られた遊動円木振動数を式(3)の左辺に代入して、リンクの寄与に対する補正係数 β をリンク張力が正の範囲で算出してみた。その結果を図-8に示す。図-8より、中間支点がない場合、MODEL-F の面内1次振動では $\beta=0.70$, MODEL-H の面内1次と面内3次振動ではそれぞれ $\beta=0.30$, $\beta=0.10$ 程度の値であることがわかる。また、中間支点がある場合の面内1次振動でも、同様に、MODEL-F で $\beta=0.70$, MODEL-H で $\beta=0.30$ 程度であることが理解されよう。

(3) 遊動円木振動数の実用算定式

以上、斜張橋の遊動円木振動数特性への寄与が大きいタワーとリンクの剛性評価方法をそれぞれ述べたが、ゴム支承や皿ばねなどの水平ばね剛性を期待することによって、斜張橋の遊動円木振動数を積極的に調整するような場合への対処も考慮しておく必要がある。水平ばねによる剛性は、タワーとリンクの剛性寄与に比べ一般にかなり大きいが、常時における桁の温度伸縮に十分対応できる範囲内程度の値であること、また、水平ばねの一

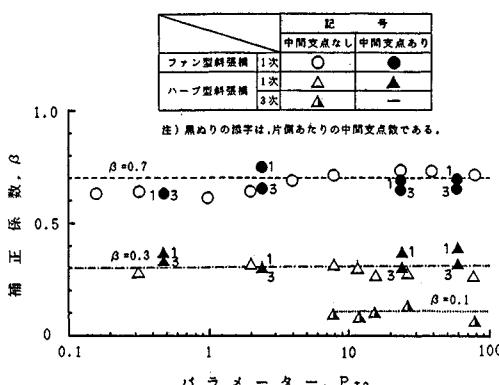


図-8 パラメーター P_{rc} と補正係数 β の関係

端は必ず不動点に設置されることから、タワーとリンクに比べ、その剛性寄与は非常に明確である。すなわち、橋軸方向の1自由度系振動とほぼみなせる遊動円木振動が出現する場合には、 γ を補正係数、1か所当たりのばね定数を k_h 、 \sum^k を総和記号とすれば、水平ばねによる剛性寄与は $\gamma \times \sum^k k_h$ で評価できよう。

以上より、タワー剛性、リンク剛性および水平ばね剛性をそれぞれ考慮した、斜張橋の遊動円木振動数 f_L の算定式は、一般に次式で表示できるものと考えられる。

$$f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum^i 3EI/(ah)^3 + \beta \times \sum^j T/l + \gamma \times \sum^k k_h}{m_e}} \quad \dots \dots \dots (4)$$

MODEL-Fにおいて、タワー剛性、リンク剛性、水平ばね剛性を種々変化させた場合の固有振動解析結果から、補正係数 γ を逆算してみた。その結果を図-9に示す。図-9より、補正係数 γ は水平ばね定数の値によって幾分変化するものの、中間支点の有無にかかわらず、おおよそ次式で算出できることが理解されよう。

$$\gamma = \begin{cases} 1.0 & (0.1 \leq P_{rc} \leq 1.0) \\ 1.0 - 0.05 \times \log_{10} P_{rc} & (1.0 < P_{rc} \leq 100) \end{cases} \quad \dots \dots \dots (5)$$

なお、ハーブ型斜張橋に対してもパラメーター P_{rc} が4.0未満の場合、あるいはパラメーター P_{rc} が4.0以上でも側径間に中間支点を有する場合には1自由度系振動とほぼみなせる遊動円木振動が出現することから、式(5)から γ 値を算出し、式(4)を適用すればよい。

式(4)は、導入した仮定（橋軸方向の1自由度系振動とほぼみなせる遊動円木振動が出現するという仮定）から、中間支点のないパラメーター P_{rc} が4.0以上のハーブ型斜張橋には適用できないが、一般にはケーブルの張り渡し形状としてファン型あるいはセミファン型が採用されることを考えれば、実務上の制約は非常に少ないといえよう。

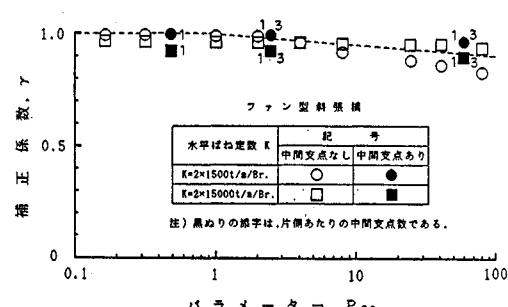


図-9 パラメーター P_{rc} と補正係数 γ の関係

4. 数値計算例

(1) 対象とした斜張橋と検討ケース

対象とした基本橋梁は図-10に示すような MODEL-FA1 (ファン型) および MODEL-HA1 (ハーブ型に近いセミファン型) であり、中央支間長が 508 m (支間長比 0.295), ケーブル段数が 14 段、側径間に 2 つの中間支点を有するマルチケーブル形式斜張橋である。この斜張橋は表-6に示した基本構造諸元からもわかるように、側径間が PC、中央径間が鋼箱桁の複合構造形式である。この MODEL-FA1 および MODEL-HA1 について、中央径間側の断面 2 次モーメントが 0.8 m^4 と比較的小さいが、支間長比が 0.295 と通常の斜張橋が有する支間長比 0.4 よりかなり小さく、また、側径間に 2 つの中間支点を有することから、主桁が橋軸方向には剛体的に運動する遊動円木振動が出現するものと考えられる。一方、MODEL-FA1 および MODEL-HA1において、側径間の 2 つの中間支点を除去するとともに、側径間も鋼箱桁とした MODEL-FA2 および MODEL-HA2 も考えた。その一般図と構造諸元を、それぞれ図-11 および表-7 に示す。MODEL-FA2 および MODEL-HA2 のパラメーター P_{rc} は $P_{rc} = 35.7$ であり、前章の知見より、明確な鉛直逆対称 1 次モード成分が連成した遊動円木振動が出現するものと考えられる。

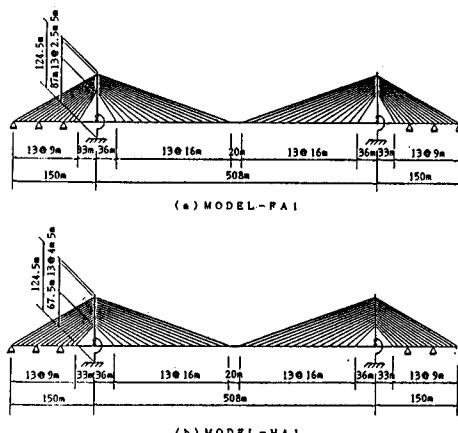


図-10 数値計算例で対象とした斜張橋モデル
(MODEL-FA1 と MODEL-HA1)

表-6 MODEL-FA1, -HA1 の基本構造諸元

		断面積 (m^2)	断面2次モーメント (m^4)	弾性係数 (t/m^2)	重 量 (t/m)	初期張力 (t)
桁	側径間	18.0	18.0	3.5×10^7	60.0	-
	中央径間	0.8	0.8	2.1×10^7	16.0	-
タワー		1.0	3.5	2.1×10^7	14.0	-
ケーブル		0.02	-	2.0×10^7	-	700
タワーリング		10.0	-	2.1×10^7	-	3000

注1) タワーリング長は 5m とした。

注2) 構軸方向に設置する水平ばねの定数は、 $1500 \text{ t}/\text{m}$ / 個所である。

対象とした検討ケースは、タワー剛性の寄与のみを考慮する CASE-T, タワー剛性とタワーリングの寄与を考慮する CASE-TL, タワー剛性と側径間の全可動支承部 (MODEL-FA1, -HA1 では計 6 か所, MODEL-FA2, -HA2 では計 2 か所) での水平ばねを考慮した CASE-TS, およびタワー剛性, タワーリング, 水平ばねをそれぞれ考慮した CASE-TLS の 4 ケースである。また、解析では、2. と同じく、本体を NASTRAN として開発した固有振動解析用プログラムを使用し、それぞれ節点数 103, 部材数 158 の平面構造物にモデル化して固有振動解析を行った。さらに、MODEL-FA1 および MODEL-HA1 については、4 つのケースとも側径間の 2 つの中間支点上で鉛直変位を拘束している。

なお、ここで対象とした MODEL-FA1 および MODEL-HA1 は、実橋設計例⁸⁾を参考にして概略設計したものであるが、参考にした実橋最終設計案（中央支間長は 490 m）では、リンク構造は採用されておらず側径間の計 6 か所にばね（ゴム）支承を有していることを付記しておきたい。また、側径間の 2 つの中間支点を除去するとともに、側径間も鋼箱桁とした MODEL-FA2 および MODEL-HA2 は、通常の斜張橋が有する支間長比 0.4 よりかなり小さく、実橋設計例としては適切なものではない。すなわち、前章で示した実用算定式は、

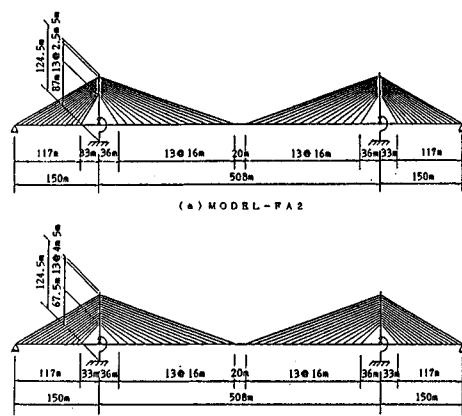


図-11 数値計算例で対象とした斜張橋モデル
(MODEL-FA2 と MODEL-HA2)

表-7 MODEL-FA2, -HA2 の基本構造諸元

		断面積 (m^2)	断面2次モーメント (m^4)	弾性係数 (t/m^2)	重 量 (t/m)	初期張力 (t)
桁	側径間	0.8	0.8	2.1×10^7	16.0	-
	中央径間	0.8	0.8	2.1×10^7	16.0	-
タワー		1.0	3.5	2.1×10^7	14.0	-
ケーブル		0.02	-	2.0×10^7	-	300
タワーリング		10.0	-	2.1×10^7	-	1000

注1) タワーリング長は 5m とした。

注2) 構軸方向に設置する水平ばねの定数は、 $4500 \text{ t}/\text{m}$ / 個所である。

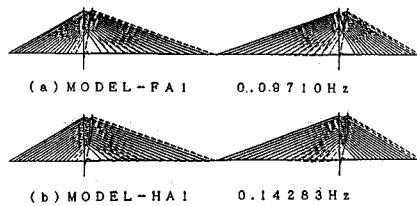


図-12 MODEL-FA1 と MODEL-HA1 の遊動円木振動モード (CASE-T)

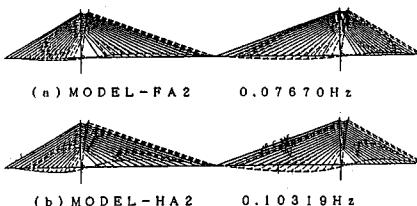


図-13 MODEL-FA2 と MODEL-HA2 の遊動円木振動モード (CASE-T)

最も一般的な支間長比 0.4 なるファン型とハープ型の斜張橋モデルを対象として導いたものであることから、本章では支間長比が 0.4 と相違した場合の影響も確認するため、かなり特殊なモデルおよび検討ケースを対象としたものであることを付記しておきたい。

(2) 固有振動解析結果と推定結果の比較

一例として、MODEL-FA1 と MODEL-HA1 および MODEL-FA2 と MODEL-HA2 の CASE-T に対する固有振動解析結果をそれぞれ図-12、図-13 に示す。これらの図から、当初予想したように、MODEL-FA1 と MODEL-HA1 においては、主桁が橋軸方向にほぼ剛体的に運動する遊動円木振動が出現し、MODEL-FA2 と MODEL-HA2 においては、明確な鉛直逆対称 1 次モード成分が連成した遊動円木振動が出現していることが理解されよう。

MODEL-FA1 と MODEL-HA1 および MODEL-FA2 と MODEL-HA2 について、それぞれ 4 ケースの固有振動解析結果と式(4)による推定値とを比較した。それぞれの比較結果と固有振動解析で得られた遊動円木振動の出現次数および橋軸方向の有効質量比を表-8、表-9 および表-10、表-11 に示す。なお、式(4)を適用するにあたっての補正係数 α は、MODEL-FA1 と MODEL-HA1 では片側当たりの中間支点が 2 個ある場合のパラメーター $P_{rc}=35.7$ に対応する値である $\alpha=0.855$ を、MODEL-FA2 ではファン型斜張橋のパラメーター $P_{rc}=35.7$ に対応する値である $\alpha=1.267$ を、MODEL-HA2 ではファン型とハープ型斜張橋のパラメーター $P_{rc}=35.7$ に対応する値の平均値 $\alpha=1.381$ をそれぞれ採用した。また、補正係数 β は、MODEL-FA1 と MODEL-FA2 では $\beta=0.7$ を、MODEL-HA

表-8 固有振動解析結果と推定値の比較
(MODEL-FA1, MODEL-HA1)

	遊動円木振動数 (Hz)					
	MODEL-FA1			MODEL-HA1		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
CASE-T	0.0971	0.0974	+0.3 %	0.1428	0.1416	-0.8 %
CASE-TL	0.1250	0.1301	+4.1 %	0.1577	0.1591	+0.9 %
CASE-TS	0.2995	0.2880	-3.8 %	0.3152	0.3043	-3.5 %
CASE-TLS	0.3095	0.3006	-2.9 %	0.3221	0.3128	-2.9 %

表-9 遊動円木振動の出現次数と有効質量比
(MODEL-FA1, MODEL-HA1)

	MODEL-FA1		MODEL-HA1			
	次 数	有効質量比	次 数	有効質量比		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
CASE-T	1 次	96.3 %	1 次	97.1 %		
CASE-TL	1 次	96.6 %	1 次	97.2 %		
CASE-TS	1 次	96.4 %	1 次	97.0 %		
CASE-TLS	1 次	96.6 %	1 次	97.1 %		

表-10 固有振動解析結果と推定値の比較
(MODEL-FA2, MODEL-HA2)

	遊動円木振動数 (Hz)					
	MODEL-FA2			MODEL-HA2		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
CASE-T	0.0767	0.0762	-0.7 %	0.1032	0.0967	-6.3 %
CASE-TL	0.1042	0.1037	-0.5 %	0.1213	0.1131	-6.8 %
CASE-TS	0.4080	0.3900	-4.4 %	0.4158	0.3899	-6.2 %
CASE-TLS	0.4121	0.3963	-3.8 %	0.4192	0.3943	-5.9 %

表-11 遊動円木振動の出現次数と有効質量比
(MODEL-FA2, MODEL-HA2)

	遊動円木振動数 (Hz)					
	MODEL-FA2			MODEL-HA2		
	次 数	有効質量比	誤差	次 数	有効質量比	誤差
CASE-T	1 次	85.5 %	1 次	73.6 %		
CASE-TL	1 次	86.0 %	1 次	73.5 %		
CASE-TS	3 次	87.0 %	3 次	85.8 %		
CASE-TLS	3 次	88.5 %	3 次	86.8 %		

1 と MODEL-HA 2 ではファン型とハープ型斜張橋の平均値に対応する $\beta=0.5$ (面内 1 次振動) をそれぞれ採用した。さらに、補正係数 γ は、すべてのモデルの水平ばねを有するケースにおいて、パラメーター $P_{rc}=35.7$ に対応する値である $\gamma=0.922$ をそれぞれ採用した。

表-8 および表-10 より、対象としたモデルはかなり特殊であるにもかかわらず、すべてのモデルおよび解析ケースにおいて、固有振動解析結果と式(4)による推定値は、比較的良く一致していることがわかる。

なお、MODEL-FA2 と MODEL-HA2 で水平ばねを設置したケースでは一例として示した図-14 からもわかるように、主桁の橋軸方向剛性が水平ばね剛性に比べ非常に小さいことに起因し、中央径間部における鉛直たわみの連成モードが逆対称 1 次から逆対称 2 次に変化していたことを述べておきたい。また、表-9 と表-11 の比較からわかるように、MODEL-FA1 と MODEL-HA1 の有効質量比はどのケースも非常に大きく、96 %



図-14 MODEL-HA2 の遊動円木振動モード (CASE-TLS)

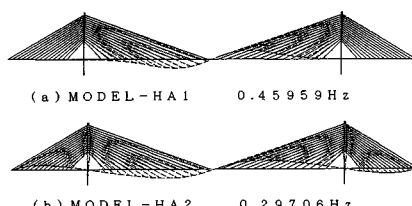


図-15 MODEL-HA1 と MODEL-HA2 の鉛直たわみ逆対称 1 次モード (CASE-T)

以上の値を有している。これは、図-15 からもわかるように、側径間に設置された 2 つの中間支点の作用により、鉛直たわみ逆対称 1 次振動時において、主塔が橋軸方向にはほとんど変化しないことを考慮すれば理解できる。なお、文献 8) でも、側径間に中間支点がある場合、95 % 程度の有効質量比を有する遊動円木振動が出現することが報告されている。

次に、タワーリンク長を短くして、斜張橋の遊動円木振動数を調整する場合⁹⁾について検討した。ここで考慮したすべてのモデルの CASE-TL について、タワーリンク長を 2.5 m とした場合の固有振動解析結果と式(4)による推定値とを比較した。その結果を表-12 に示す。なお、式(4)を適用するにあたり、タワーリンクに対する補正係数 β として、同様に、MODEL-FA1 と MODEL-FA2 では $\beta=0.7$ なる値を、MODEL-HA1 と MODEL-HA2 では $\beta=0.5$ なる値をそれぞれ採用している。表-12 より、補正係数 α の設定誤差による影響で若干の誤差はあるものの、両者の遊動円木振動数は比較的良く一致していることが読み取れよう。また、各モデルにおける CASE-T と CASE-TL の計算結果を用いて逆算した厳密な β 値を表-13 に示すが、この表からも、タワーリンクの補正係数として採用した β 値は、初期の設計段階においてはほぼ妥当であったといえよう。

最後に、式(4)を適用できる水平ばね定数の設定範囲について検討する。水平ばねの設置は、地震時の橋軸方向変位が適切な範囲となる条件のもとで、遊動円木振動の固有周期を数秒程度に調整し、作用地震力の低減を図ることを目的としている。また、水平ばねの設計にあたっては、常時における桁の温度伸縮に十分対応できるように配慮しなければならない。このような観点から、横石島橋・岩黒島橋では、常時における桁の温度伸縮に十分対応できる範囲内の水平ばねを考え、橋端にそれぞれ 6 000 t/m の皿ばね（合計 12 000 t/m）を設置してい

表-12 リンク長を 2.5 m とした場合の固有振動解析結果と推定値の比較

	遊動円木振動数 (Hz)		
	CASE-TL		
	解析値	推定値	誤差
MODEL-FA1	0.1492	0.1561	+4.6 %
MODEL-HA1	0.1737	0.1748	+0.6 %
MODEL-FA2	0.1268	0.1252	-1.3 %
MODEL-HA2	0.1379	0.1274	-7.6 %

表-13 補正係数 β の逆算値

	MODEL-FA1	MODEL-FA2	MODEL-HA1	MODEL-HA2
補正係数 β	0.584	0.703	0.425	0.594
β の平均値	0.644		0.510	

表-14 水平ばね定数の合計を 60 000 t/m/Br. とした場合の固有振動解析結果と推定値の比較

	遊動円木振動数 (Hz)		
	CASE-TL		
	解析値	推定値	誤差
MODEL-FA2	0.9090	0.9931	+9.3 %
MODEL-HA2	0.8994	0.9818	+9.2 %

る¹⁰⁾。そこで、遊動円木振動時において、鉛直の振動モード成分が連成しやすい MODEL-FA2 と MODEL-HA2 の CASE-TL において、橋端の水平ばね定数をそれぞれ 30 000 t/m（合計 60 000 t/m）に変更した場合について、固有振動解析結果と式(4)による推定値とを比較した。その結果を表-14 に示す。表-14 より、実際の設計では考えられないような水平ばね定数を設置した場合にも、式(4)による推定値は 10 % の誤差内にあることがわかる。

ばね定数が無限大に対応する 1 点あるいは 2 点固定方式では、当然のことながら遊動円木振動は出現しないが、実務設計において有意な大きさのはね定数（地震力の緩和を図るために、遊動円木振動の固有周期を数秒程度に調整できる程度のはね定数）を設置した斜張橋では、必ず遊動円木振動は出現する。それゆえ、初期の設計段階で斜張橋の遊動円木振動数を推定する際には、本文で提案した実用算定式が十分適用できるものといえよう。

5. まとめ

本論文は、斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼす各種構造設計要因の影響を検討するとともに、初期の設計段階では実用上十分な精度で、斜張橋の遊動円木振動数を推定できる実用算定式を提案したものである。得られた主要な結果を以下にまとめる。

(1) 斜張橋の遊動円木振動数特性には、タワーの高さと断面 2 次モーメントおよびリンクの長さと張力が比較的敏感に寄与し、ケーブルの断面積とその張力および

リンクの断面積が寄与する程度は比較的小さい。また、主桁の断面2次モーメントの影響は比較的穏やかであるが、トラス形式斜張橋と箱桁形式斜張橋のようにその値が極端に違うような場合には、主桁の断面2次モーメントの差異による影響は無視できなくなる。

(2) 同一の構造諸元を有するハープ型とファン型の遊動円木振動数を比較した場合、ハープ型斜張橋の方が、ファン型斜張橋に比べ、一般に大きな遊動円木振動数を与える。これは、ハープ型斜張橋の方がタワー基部からケーブルの最下段取付け位置までの高さ h が短く、遊動円木振動に対するタワー剛性の寄与が大きいことに起因する。

(3) 斜張橋の遊動円木振動における鉛直たわみ成分の連成程度は、タワーと桁の剛性比を表すパラメータ P_{rc} によって変化する。すなわち、中間支点がない場合、ファン型とハープ型の面内1次振動には、おおよそ $P_{rc} \leq 1.7$ で鉛直たわみモード成分の連成が非常に少ない剛体的な遊動円木振動が、おおよそ $P_{rc} > 1.7$ で P_{rc} の増加とともに鉛直たわみモード成分の連成が大きくなる遊動円木振動が出現する。ただし、 P_{rc} が4.0程度以上のハープ型斜張橋では、面内3次に有効質量が大きな鉛直たわみ逆対称1次振動も同時に出現する。

(4) 斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼすタワー剛性の寄与は、ケーブル剛性による若干の影響も含まれるが、タワーの等価長さとして ah なる値を設定すれば、ケーブルの張り渡し形状にほとんど依存せず、おおよそ $\sum 3EI/(ah)^3$ で評価できる。なお、 a 値はパラメーター P_{rc} の大きさや側径間の中間支点数によって変化するが、具体的な数値については、本文中にパラメーター P_{rc} の関数として与えた。

(5) 斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼすリンクの寄与は、補正係数 β を導入すれば、 $\beta \times \sum_j T/l$ で評価できる。なお、補正係数 β の具体的な数値は、本文中に示した。

(6) 斜張橋の遊動円木振動数特性に及ぼす水平ばね剛性の寄与は、補正係数 γ を導入すれば、 $\gamma \times \sum_h k_h$ で評価できる。なお、 γ 値はパラメーター P_{rc} の大きさによって変化するが、具体的な数値については、本文中にパラメーター P_{rc} の関数として与えた。

(7) タワー剛性とリンクの寄与に加え、水平ばねによる剛性寄与をも考慮した、斜張橋の遊動円木振動数を推定できる実用算定式を提案した。この実用算定式は、

中間支点のないパラメーター P_{rc} が4.0以上のハープ型斜張橋には適用できないが、一般にはケーブルの張り渡し形状としてファン型あるいはセミファン型が採用されることを考えれば、実務上の制約は非常に少ないといえる。また、推定精度は最大でも ±15 % 程度以下であり、実務設計においてほぼ汎用的に使用できる。

斜張橋は設計自由度が多く、細部構造は非常に変化に富んでいることが多い。また、下部構造の影響も考慮するため、設計の最終段階では、離散系モデルによる固有振動解析によって厳密な遊動円木振動数を算定する必要はあるが、初期の設計段階で概略の耐震性を検討するような場合あるいは耐震性上からケーブルの張り渡し形状を選定するような場合には、本文で提案した推定式を用いれば効率的な検討が可能であるといえよう。

最後に、本研究にあたり、常に適切なご助言をいただきました東京大学 伊藤 学教授に心より感謝致します。

参考文献

- 川島一彦：免震設計技術の発展と今後の展望、土木学会論文集、第398号／I-10, pp.1~12, 1988年10月。
- 倉西 茂：ダンパーによる吊橋のたわみ振動の制動について、土木学会論文集、第142号, pp.1~9, 1967年6月。
- 前田幸雄・林 正・前田研一：鉄道吊橋の動的応答性状に及ぼす補剛桁の遊動円木振動の影響、土木学会論文報告集、第325号, pp.185~188, 1982年9月。
- 旭 一穂・新田篤志・田中美宇：櫻石島橋、岩黒島橋の設計、本四技報、Vol.5, No.17, pp.6~11, 1981年9月。
- 河井章好・北沢正彦・塚原悌二・吉田 聰：基本構造系をオールフリーとする長大斜張橋の設計基本検討、橋梁と基礎、Vol.19, No.6, 7, pp.35~41, pp.29~38, 1985年。
- 加藤信夫・飯岡 豊・川人達男：名港西大橋（上部工）の設計、橋梁と基礎、Vol.17, No.12, pp.18~26, 1983年。
- 米田昌弘：連続形式斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式の提案、土木学会論文集、第410号／I-12, pp.315~324, 1989年10月。
- 土木学会・本州四国連絡橋鋼上部工構造研究小委員会：本州四国連絡橋鋼上部工構造に関する調査研究報告書、pp.6~15, 1987年3月。
- 小村 敏・和田克哉・恵谷舜吾・高野晴夫・富田 昇・小泉幹男：横浜港横断橋上部工の設計、橋梁と基礎、Vol.22, No.12, pp.2~11, Vol.23, No.1, pp.29~36, 1988年, 1989年。
- 金光 宏・樋口康三：吊構造部を有する橋梁の変位制御に関する考察、本四技報、Vol.5, No.18, pp.9~16, 1981年10月。

(1990.2.5・受付)