

舗装各層の弾性係数を表面たわみから推定する一手法

DEVELOPMENT OF ANALYTIC METHOD FOR THE STIFFNESS ESTIMATION OF PAVEMENT SYSTEMS

松井邦人*・井上武美**・三瓶辰之***

By Kunihito MATSUI, Takemi INOUE and Tatsuyuki SANPEI

The techniques for pavement evaluation and overlay design require a reliable structural evaluation procedure. This paper describes a methodology for evaluating in situ material properties from deflection data measured at some points on pavement surface. It is assumed that pavements can be modeled as a multi-layered systems and hold the theory of linear elasticity. In situ Young's moduli of layers are treated as unknown parameters but Poisson's ratios and thicknesses are known. An iterative estimation algorithm is developed based on Gauss-Newton method, which has been a powerful tool to solve a non-linear least square problem. This paper also demonstrates that the presence of a rock layer can lead to a significant overestimate of subgrade Young's modulus if a semi-infinite subgrade is presumed for the analysis of pavement systems.

Keywords: inverse analysis, linear elasticity, multi-layered systems, semi-infinite subgrade, deflection measurement

1. はじめに

舗装構造を力学的に評価する方法として破壊試験と非破壊試験とがある。前者は舗装の解体、補修のプロセスを必要とし、その評価までに時間がかかり、また経費も高くなる。後者の方法には、ベンケルマンビーム試験、ダイナフレクト試験、フォーリングウェイト試験等の方法があり、いずれも舗装表面に荷重を作用させ、その周辺で表面たわみを測定し、その値から舗装の診断や弾性係数等を推定しようとするものである。しかし、測定たわみから舗装各層の弾性係数を推定する手法ははまだ確立されていない。

このように観測で得られた結果（測定データ）から、その結果をもたらした原因となる“対象”の情報を求める問題を“逆問題”¹⁾とよび、理学および工学の種々の分野でこの問題を解明する努力がなされてきた。その結果データから“対象”のもつパラメーターを推定する方法に関し、一般的な理論体系がすでに整理されてきてい

る^{2),3)}。

土質・地盤工学においても逆問題に関する研究が進められている^{4)~10)}。Araiら⁶⁾は共役勾配法を、Cividiniら^{4),5)}はベイズ理論を、齊藤・古賀⁷⁾および村上・長谷川⁸⁾はカルマンフィルターを用いている。具体的に対象を明確にした研究として、桜井ら¹⁰⁾は逆問題をトンネル工事の施工管理に、また齊藤らは山留め工事の同じく施工管理に適用している。舗装においても佐藤ら¹¹⁾は空港のアスファルト舗装を対象として、ダイナフレクトを用いたアスファルト舗装評価とかさ上げ設計を行っている。ここでは舗装を2層系弾性地盤として、舗装の弾性係数の推定を行っている。八谷ら¹²⁾は Westergaard の式を用いて、Falling Weight Deflectometer (FWD) によるコンクリート舗装構造の非破壊評価法の開発を行っている。姫野ら¹³⁾も舗装の非破壊評価法を目指し、FWD による舗装の測定システムの開発を行っている。丸山ら¹⁴⁾は FWD を用いて実測した測定値を多層構造理論を併用することにより舗装構成各層の弾性係数を推定することが可能であると述べている。さらに FWD を用いたものとして Kasahara ら¹⁵⁾は、多層弾性解析プログラム BISAR と統計処理プログラム SAS (Super-Apprication-System) とを組み合わせた SAS-BISAR System による図解法を用いた逆解析を行っている。また、海外

* 正会員 Ph.D. 東京電機大学教授 理工学部建設工学科 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

** 正会員 日本舗道技術部技術第3課長 (〒104 中央区京橋1-19-11)

*** 学生会員 東京電機大学大学院修士課程在学中(同上)

においても FWD 等による舗装表面の実測データから、舗装各層の弾性係数の推定や舗装各層に関する数多くの研究^{16)~20)}がある。それらの(舗装)評価方法は、測定されたたわみ形状 (Deflection Bowl) から経験に基づく方法、あるいは経験と解析を組み合わせた半経験的な手法で各層の弾性係数を推定している。

本研究では、舗装を多層弾性構造とみなせると考え、最適化理論の1つである非線形最小2乗法の概念に基づき、表面たわみから舗装各層の弾性係数を理論的に推定する方法を誘導した。そして3層以上の舗装構造に対しても表面たわみから弾性係数をほぼ唯一解として求めることが可能であるとの確信を得た。また、その理論を用い路床以下の比較的浅いところに岩盤のような非常に弾性係数の高い層が存在するとき、その存在を無視したモデルで逆解析すると、舗装各層の弾性係数の評価を誤ることを例題を用いて指摘した。

2. 舗装各層の弾性係数の推定法

舗装を構成している各層の材料特性は非常に複雑である。その複雑さをモデル化するのは難しく、それを解くことも同様に困難な作業となるであろう。そこでアスファルト系の舗装構造はしばしば思いきった単純化と理想化がなされ、図-1に示すような多層弾性構造でモデル化される。本研究でもこのモデルを用いており、次のような仮定を行っている。

- ① 舗装は路床上に構築された1つ、またはそれ以上の厚さが有限で、無限に広がった水平な層から成っている。
- ② 路床は表面が水平な半無限体である。
- ③ 各層は均質な材料からなっている。
- ④ 各層を構成している材料の力学的性質は等方性である。
- ⑤ 各層の材料は弾性体である。
- ⑥ 各層の応力-ひずみ曲線は線形である。
- ⑦ 層と層の境界面では滑動しない粗な状態とする。
- ⑧ 作用荷重と舗装構造は軸対称とする。

このような仮定に基づき、多層弾性構造の解析をここ

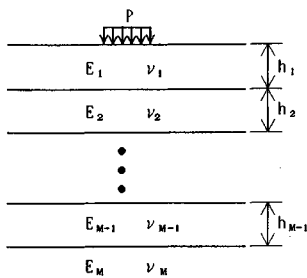


図-1 多層弾性構造のモデル

では CHEVRON を用いて行っている。しかし実舗装構造がより精度良くモデル化され、それを解析できるプログラムが存在するならばそれを用いるのが望ましい。

各層の弾性係数を推定するにあたり、舗装表面に荷重を作用させあらかじめ選定した数個の着目点で表面たわみを測定する。次に各層の弾性係数の初期値を与え、解析プログラムを用いて測定点に対応する位置で表面たわみを計算する。両者のたわみが精度良く一致するまで各層の弾性係数を系統だてて補正し、繰り返し計算を行う。これは最小2乗法の概念を用いて次のように記すことができる。

$$f = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N w_i (u_i - z_i(\mathbf{x}))^2 \dots\dots\dots (1)$$

$\mathbf{x} = \{x_j\}$ ($j=1, \dots, M$) は舗装構造の特性を表わす未知パラメーター (たとえば層の弾性係数, 層厚等), u_i ($i=1, \dots, N$) は測定点 i での測定たわみ, そして z_i ($i=1, \dots, N$) は測定点 i における解析たわみで、未知パラメーター \mathbf{x} の関数となる。また、 w_i は i 点での測定値の信頼度を示す重み係数である。式(1)は \mathbf{x} の値を決定する一種の非線形最適化問題である。式(1)を最小とするための必要条件は、

$$\frac{\partial f}{\partial x_l} = \sum_{i=1}^N w_i (u_i - z_i(\mathbf{x})) \frac{\partial z_i}{\partial x_l} = 0 \quad (l=1, \dots, M) \dots\dots\dots (2)$$

となる。上式は未知パラメーター x ($l=1, \dots, M$) に関する M 個の非線形連立方程式となる。この方程式は Newton-Raphson 法を用いて繰り返し計算をして解くことも可能であるが、そのとき z_i ($i=1, \dots, N$) の x_j に関する2階の微係数が必要になる。特に $\partial z_i / \partial x_j$ を数値微分で計算するとき $\partial^2 z_i / \partial x_j \partial x_l$ を求めるとなると繁雑であるだけでなく、計算精度も悪くなる。そこで、式(1)の最適解 $\bar{\mathbf{x}}$ の近傍で \mathbf{x} の値がわかっていると仮定し、 $\bar{\mathbf{x}}$ を求めるのに必要な補正量を $\delta \mathbf{x}$, すなわち、 $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \delta \mathbf{x}$ とすると近似的に、

$$z_i(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) \approx z_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^M \frac{\partial z_i}{\partial x_j} \delta x_j \dots\dots\dots (3)$$

と書くことができる。式(1)の $z_i(\mathbf{x})$ を式(3)の右辺で置き換え、式(1)と区別するため \hat{f} で記すと、

$$\hat{f} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N w_i \left\{ u_i - z_i(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^M \frac{\partial z_i}{\partial x_j} \delta x_j \right\}^2 \dots\dots\dots (4)$$

となる。式(4)は式(1)と同様 \mathbf{x} の値は既知であるとして、 $\delta \mathbf{x}$ を決定する最適化問題である。 \hat{f} を最小にする必要条件は、

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial \delta x_l} = \sum_{i=1}^N w_i \left\{ u_i - z_i(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^M \frac{\partial z_i}{\partial x_j} \delta x_j \right\} \left(-\frac{\partial z_i}{\partial x_l} \right) = 0 \quad (l=1, \dots, M) \dots\dots (5)$$

である。式(5)を整理すると、

$$\sum_{j=1}^M \left(\sum_{i=1}^N w_i \frac{\partial z_i}{\partial x_j} \frac{\partial z_i}{\partial x_l} \right) \delta x_j = \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_i}{\partial x_l} w_i (u_i - z_i(x))$$

(l=1, ..., M) ... (6)

となる。式(6)は $\delta x_j (j=1, \dots, M)$ に関する M 個の線形連立方程式で正規方程式とよばれている。またこのようなアプローチを、一般に Gauss-Newton 法とよんでいる。計算の流れは図-2 に示すとおりである。

式(6)の正規方程式を解く場合、数値解析上問題を生じる可能性のあることが文献21)で指摘されており、それに対し種々の方法が提案されている。ここでは、その中で比較的簡単に計算精度確保に有効な QR 分解を用いた。また、 x_j は最適解 x の近傍であるという条件で、式(3)のように Taylor 展開して1次近似を用いている。そのため δx_j が x_j に比べて大きすぎるのは望ましくなく、 δx_j の変化量を $|\delta x_j| \leq \alpha x_j (\alpha < 0.2 \sim 0.5)$ に制約する必要がある。すなわち、式(6)で得られた $\delta x_j (j=1, \dots, M)$ のうち $|\delta x_j| \geq \alpha x_j$ のものについては、 $\delta x_j = \text{sign}(\delta x_j) \cdot \alpha x_j$ と置き換える。ここに、 $\text{sign}(\delta x_j)$ は δx_j が正ならば+1、負ならば-1を意味している。

また、 $\partial z_i / \partial x_j$ の計算は数値微分で行うものとし、 j 番目の x_j の値だけを0.1%変化させ、 $\Delta x_j = 0.001 x_j$ として、

$$\frac{\partial z_i}{\partial x_j} = \frac{z_i(x_1, \dots, x_j + \Delta x_j, \dots, x_M) - z_i(x_1, \dots, x_j, \dots, x_M)}{\Delta x_j}$$
 (7)

より求めた。したがって、すべての $\partial z_i / \partial x_j (j=1, \dots, M)$ を得るのに $M+1$ 回の解析が必要となる。

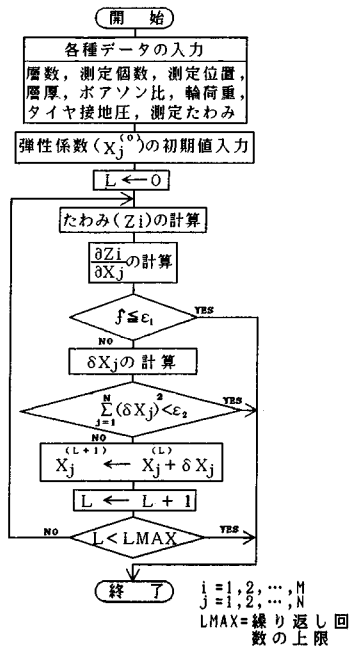
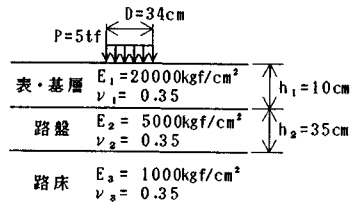


図-2 流れ図

3. 数値計算の例題とその結果

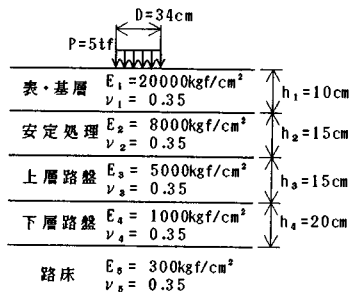
例題として3層モデル(図-3)と5層モデル(図-4)の逆解析を試みた。両例題とも各層の厚さおよびポアソン比は既知とし、表面たわみ u_i から各層の弾性係数 E_j (2.で述べた x_j に対応) を推定する。ここでは、ポアソン比をすべて0.35としたが、ポアソン比が弾性係数の推定値に及ぼす影響が小さいことがわかっている。舗装表面の着目点における測定値の代わりに、図-3および図-4に記した各層の弾性係数を用いて計算した解析値を使用した(表-3, 4に3層および5層の解析たわみを0.0001 cmで丸めた値が示されている)。着目点の位置は、3層モデルでは、0 cm, 20 cm, 40 cm, 90 cm, 150 cmの5点、5層モデルでは、0 cm, 20 cm, 40 cm, 60 cm, 90 cm, 120 cm, 150 cmの7点である。そして、各層の弾性係数を未知とし、初期値として図-3, および図-4に記された値と異なる値を仮定し計算を行った。その結果を表-1および表-2に示す。初期値を変えて計算を行った結果も表-1, 表-2と同様に安定して真値に収束している。

例題の構造特性として、各層の弾性係数変化が表面たわみに及ぼす影響を調べることにした。すなわち図-3および図-4に示した各層の真値を用い、 $\partial z_i / \partial E_j$ を計算した。これは測点 i のたわみの j 番目の未知パラメータ(ここでは j 番目の弾性係数 E_j) に対する感度といひ、物理的には弾性係数 (E_j) が1 kgf/cm² (98 kPa) 増加



(単位: tf=9.8kN, kgf/cm²=98kPa)

図-3 3層構造モデル



(単位: tf=9.8kN, kgf/cm²=98kPa)

図-4 5層構造モデル

表一 3層構造モデルの逆解析結果

3層構造の弾性係数推定値				
層数= 3	測定点数= 5			
測定位置(cm)	; 0.0 20.0 40.0 90.0 150.0			
弾性係数(kgf/cm ²)	; 30000 7000 3000			
(初期値)				
弾性係数(kgf/cm ²)	; 20000 5000 1000			
(真 値)				
Itr.	E1	E2	E3	f
1	3.000E+04	7.000E+03	3.000E+03	6.468E-04
2	2.700E+04	6.300E+03	2.700E+03	5.328E-04
3	2.430E+04	6.024E+03	2.430E+03	4.421E-04
4	2.187E+04	5.856E+03	2.187E+03	3.587E-04
5	1.968E+04	5.677E+03	1.968E+03	2.771E-04
6	1.771E+04	5.533E+03	1.771E+03	2.018E-04
7	1.790E+04	5.414E+03	1.594E+03	1.428E-04
8	1.855E+04	5.274E+03	1.435E+03	9.101E-05
9	1.908E+04	5.167E+03	1.291E+03	4.868E-05
10	1.951E+04	5.085E+03	1.162E+03	1.798E-05
11	1.982E+04	5.030E+03	1.046E+03	1.753E-06
12	1.998E+04	5.003E+03	9.980E+02	3.072E-09
13	2.000E+04	5.000E+03	1.000E+03	3.825E-15

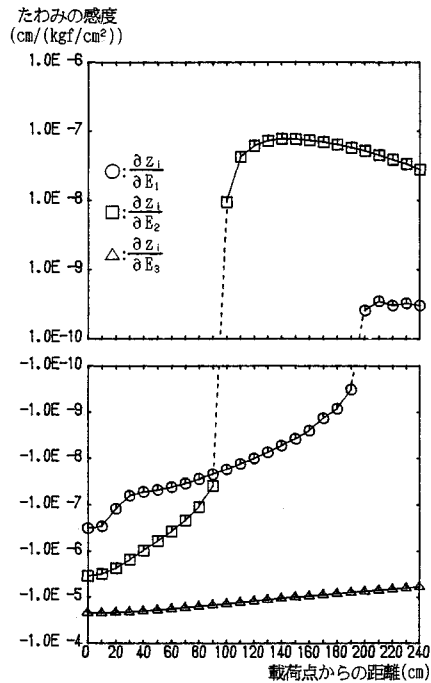
(単位: kgf/cm², 但し, 1kgf/cm²=98kPa)

表二 5層構造モデルの逆解析結果

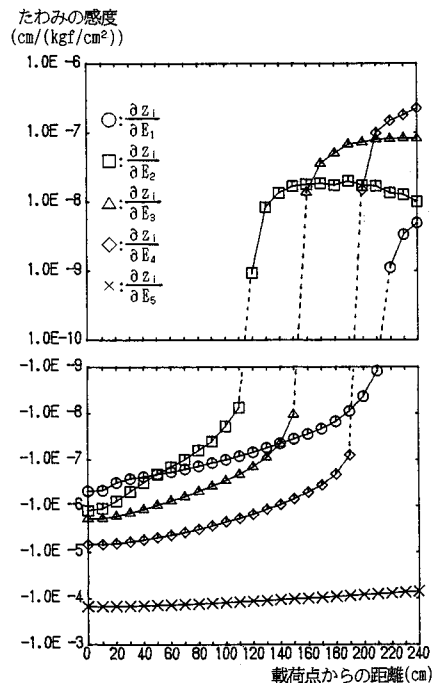
5層構造の弾性係数推定値						
層数= 5	測定点数= 7					
測定位置(cm)	; 0.0 20.0 40.0 60.0 90.0 120.0 150.0					
弾性係数(kgf/cm ²)	; 40000 12000 7500 2000 700					
(初期値)						
弾性係数(kgf/cm ²)	; 20000 8000 5000 1000 300					
(真 値)						
Itr.	E1	E2	E3	E4	E5	f
1	4.00E+4	1.20E+4	7.50E+3	2.00E+3	7.00E+2	3.17E-3
2	3.60E+4	1.08E+4	6.75E+3	1.80E+3	6.30E+2	2.57E-3
3	3.24E+4	9.72E+3	6.08E+3	1.62E+3	5.67E+2	1.99E-3
4	2.92E+4	8.75E+3	5.47E+3	1.46E+3	5.10E+2	1.42E-3
5	2.62E+4	8.56E+3	4.92E+3	1.31E+3	4.59E+2	9.36E-4
6	2.36E+4	8.49E+3	4.43E+3	1.25E+3	4.13E+2	5.38E-4
7	2.13E+4	8.41E+3	4.52E+3	1.19E+3	3.72E+2	2.55E-4
8	1.93E+4	8.21E+3	4.72E+3	1.11E+3	3.35E+2	6.47E-5
9	1.97E+4	8.11E+3	4.86E+3	1.05E+3	3.01E+2	1.93E-7
10	2.00E+4	8.01E+3	4.99E+3	1.00E+3	3.00E+2	1.04E-10
11	2.00E+4	8.00E+3	5.00E+3	1.00E+3	3.00E+2	3.50E-15

(単位: kgf/cm², 但し, 1kgf/cm²=98kPa)

するときのたわみ(z_i)の変化量のことをいう。図一5, 6に荷重点中心からの距離とその位置におけるたわみの弾性係数に対する感度との関係を示した。図一5, 6より、路床以外の層に対する弾性係数の感度は荷重点付近(荷重点半径: 15 cm)では符号が負で、荷重点よりある距離を離れると符号は正となる傾向にある。これに対し路床に対する感度(図一5では $\partial z_i/\partial E_s$, 図一6では $\partial z_i/\partial E_s$)は、荷重点中心から離れても常に符号が負となっており、これは路床の弾性係数が大きくなると、すべての測定点でたわみを減少させ、逆に路床の弾性係数が小さくなるとたわみを増加させることを意味している。路床の弾性係数に対する解析たわみの感度は、それ以外の層の弾性係数に対する感度と比べてその絶対値が非常に大きく、すべてのたわみに対して最も大きく影響することがわかる。また路床より上部の層は、どれも弾性係数が大きくなると荷重点付近では表面たわみを減少させるが、



図一5 3層構造モデルにおける荷重点中心からの距離とその位置におけるたわみの弾性係数に対する感度との関係



図一6 5層構造モデルにおける荷重点中心からの距離とその位置におけるたわみの弾性係数に対する感度との関係

荷重載荷点より離れると表面たわみを増加させることを示している。

4. 測定点の個数とその精度

前節では、各層の弾性係数の真値があらかじめ既知であるとして着目点のたわみを計算した。次にその計算たわみを測定値として既知とみなし、各層の弾性係数を未知としてその推定を行った。このとき測定値は解析して得られた値をすべて有効数字として用いている。しかし、実際の測定値ではそのような精度は期待できず、測定値には必ず誤差が混入している。そこで解析値を四捨五入し、0.0001 cm のオーダーまでの値を測定たわみとして用いた場合と、0.001 cm のオーダーまでの値を用いた場合の2ケースについて逆解析を行った。3層モデルについては測定点数を3点、5点、15点として、表-3に位置とその点でのたわみを示した。また、5層モデルについては測定点数を5点、7点、15点として表-4に位置とたわみを記した。それぞれの場合について初期値を仮定し、繰り返し計算して得られた結果は表-5(a)、表-5(b)に示されている。

表-5(a)、(b)より、測定値の精度が悪いほど、弾

性係数の推定値の精度が悪くなっている。測定点の数が多くなると推定精度が良くなる傾向があるが、多くしすぎてもそれ以上の向上は期待できない。試行錯誤ではあるが、測定点数はM(層数)+2あるいは3程度で良さそうである²³⁾。しかし測定点数だけではなく、たわみの測定位置も重要であると考えられる。最適な測定位置を定めるのは困難ではあるが、層弾性係数に対するたわみの感度が大きく、かつたわみ測定誤差に対する層弾性係数推定値の感度²⁴⁾の小さい位置が望ましいと思われる。

5. 路床以下の堅固な層の影響

3.の例題では、路床は半無限であると考えている。しかし、路床以下の比較的浅い位置に硬い層があるとき路床の推定弾性係数を過大評価することになる^{16),17)}。実際、作用荷重が大きければその影響範囲は舗装表面に広がるだけでなく、地中の深いところまで及ぶことが阿部らの論文²²⁾から予測される。

いま、堅固な層の存在を無視した場合に各層の弾性係数推定値にどのような影響を与えるかを調べるため、図-3に示した3層モデルに加え、路床以下に硬い層を考慮した図-7のような4層モデルを考える。ここで、路

表-3 3層構造モデルの測定点とたわみ

3点	測定位置	0.0	40.0	150.0															
	測定たわみ	0.0460	0.0259	0.0097															
5点	測定位置	0.0	20.0	40.0	90.0	150.0													
	測定たわみ	0.0460	0.0356	0.0259	0.0155	0.0097													
15点	測定位置	0.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0	90.0	100.0	110.0	120.0	130.0	140.0	150.0			
	測定たわみ	0.0460	0.0356	0.0298	0.0259	0.0230	0.0207	0.0187	0.0170	0.0155	0.0142	0.0131	0.0121	0.0112	0.0104	0.0097			

(単位: cm)

表-4 5層構造モデルの測定点とたわみ

5点	測定位置	0.0	20.0	40.0	90.0	120.0													
	測定たわみ	0.0801	0.0709	0.0612	0.0452	0.0380													
7点	測定位置	0.0	20.0	40.0	60.0	90.0	120.0	150.0											
	測定たわみ	0.0801	0.0709	0.0612	0.0541	0.0452	0.0380	0.0320											
15点	測定位置	0.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0	90.0	100.0	110.0	120.0	130.0	140.0	150.0			
	測定たわみ	0.0801	0.0709	0.0655	0.0612	0.0575	0.0541	0.0510	0.0480	0.0452	0.0427	0.0402	0.0380	0.0359	0.0339	0.0320			

(単位: cm)

表-5(a) 測定値に0.0001 cm までの値を用いたときの測定点数と逆解析による推定弾性係数

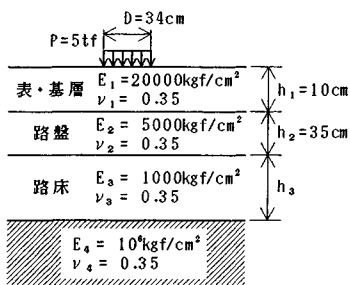
3層構造モデル					
測定点数	E1	E2	E3		
3点	1.968E+04	5.028E+03	9.999E+02		
5点	2.001E+04	4.988E+03	1.001E+03		
15点	1.994E+04	4.999E+03	1.001E+03		
5層構造モデル					
測定点数	E1	E2	E3	E4	E5
5点	2.002E+04	7.930E+03	5.044E+03	9.830E+02	3.005E+02
7点	2.015E+04	7.852E+03	5.122E+03	9.702E+02	3.002E+02
15点	2.023E+04	7.886E+03	5.065E+03	9.846E+02	2.999E+02

(単位: kgf/cm², 但し、1kgf/cm²=98kPa)

表-5(b) 測定値に0.001 cm までの値を用いたときの測定点数と逆解析による推定弾性係数

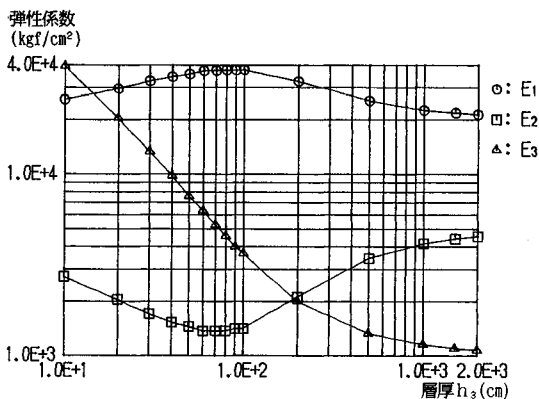
3層構造モデル					
測定点数	E1	E2	E3		
3点	1.321E+04	6.003E+03	9.792E+02		
5点	2.083E+04	5.065E+03	9.772E+02		
15点	2.257E+04	4.793E+03	9.958E+02		
5層構造モデル					
測定点数	E1	E2	E3	E4	E5
5点	2.580E+04	6.724E+03	4.965E+03	9.637E+02	2.987E+02
7点	2.674E+04	6.102E+03	6.737E+03	6.038E+02	3.011E+02
15点	2.208E+04	8.526E+03	3.774E+03	1.210E+03	2.977E+02

(単位: kgf/cm², 但し、1kgf/cm²=98kPa)



(単位: tf=9.8kN, 1kgf/cm²=98kPa)

図一七 路床以下に堅固な層が存在するときのモデル



図一八 路床以下に堅固な層が存在するときの路床厚と推定弾性係数の関係

床厚を有限として h_3 で表わした。堅固な層の弾性係数を 10^6kgf/cm^2 ($98\,000 \text{MPa}$)、ポアソン比を 0.35 と仮定し、 h_3 の値を変えて表面たわみを計算した。次にその表面たわみを測定たわみとみなし、図一三のような路床を半無限 ($h_3 = \infty$) としたモデルを用いて逆解析し、各層の弾性係数を計算した。その結果を図一八に示す。図一八より、 h_3 が小さくなるに従い路床の見かけの弾性係数が大きくなり、堅固な層の弾性係数として仮定した値 ($E_4 = 10^6 \text{kgf/cm}^2$ ($98\,000 \text{MPa}$)) に近づく。逆に h_3 が大きくなると、図一七の4層モデルは図一三のモデルに近づき、逆解析の結果はそれぞれ対応する層の弾性係数に近づく様子がわかる。また同図より、路床の弾性係数が大きく推定される時、その影響が路盤だけではなく表・基層に及び、路盤の弾性係数を小さく、表・基層の弾性係数を大きめに評価することになる。

最後に、堅固な層の存在することがわかっているにもかかわらずその深さが未知のとき、路床厚 h_3 も各層の弾性係数と同様未知パラメータに加え、本手法を用いて推定することが可能である。例題としていま、図一七のモデルで $h_3 = 200 \text{cm}$ として表面たわみを計算した。そしてその値を測定たわみとして、各層の弾性係数および h_3 を未知とし、

表一六 路床以下の堅固な層を考慮した場合の逆解析結果

層数= 4	測定点数= 5
測定位置(cm)	; 0.0 20.0 40.0 90.0 150.0
測定たわみ(cm)	; 0.03857 0.02821 0.01856 0.008479
	; 0.003203
弾性係数(kgf/cm²)	
(初期値)	; 30000 7000 3000
弾性係数(kgf/cm²)	
(真 値)	; 20000 5000 1000

Itr.	E1	E2	E3	h3	f
1	3.000E+04	7.000E+03	3.000E+03	1.000E+02	4.279E-04
2	2.700E+04	6.300E+03	2.700E+03	1.100E+02	3.454E-04
3	2.430E+04	5.670E+03	2.430E+03	1.210E+02	2.636E-04
4	2.187E+04	5.103E+03	2.187E+03	1.331E+02	1.855E-04
5	2.018E+04	4.946E+03	1.968E+03	1.464E+02	1.341E-04
6	1.986E+04	5.032E+03	1.771E+03	1.611E+02	1.011E-04
7	1.972E+04	5.062E+03	1.594E+03	1.772E+02	6.837E-05
8	1.969E+04	5.064E+03	1.435E+03	1.949E+02	3.930E-05
9	1.978E+04	5.047E+03	1.291E+03	2.134E+02	1.674E-05
10	1.989E+04	5.024E+03	1.162E+03	2.020E+02	7.010E-06
11	1.996E+04	5.009E+03	1.046E+03	2.016E+02	6.113E-07
12	1.999E+04	5.001E+03	9.986E+02	2.001E+02	8.683E-10

(単位: kgf/cm², h3: cm 但し、1kgf/cm²=98kPa)

本手法を用いて繰り返し計算した結果を表一六に示す。弾性係数だけでなく、層厚 h_3 もスムーズに真値に収束していくことがわかる。

6. 考察と結論

本研究より得られた結果を要約すると以下のようになる。

- (1) 舗装を多層弾性構造とみなし、非線形最小2乗問題を解く一手法である Gauss-Newton 法により、表面たわみから舗装各層の弾性係数を推定する方法を定式化した。
- (2) 各層の弾性係数に対する表面たわみの感度 (図一五、図一六) より、路床の弾性係数の変化が表面たわみに一番大きく影響し、路床弾性係数が増加すると、表面たわみは全測定点で減少することができる。またその他の層では、弾性係数の増加により荷重載荷点に近いところでは表面たわみが減少し、遠く離れると表面たわみが増加するということがわかる。
- (3) 表一1, 2および表一5(a), (b)より、測定精度が悪いと、当然予測されるように推定精度は悪くなることがわかる。また、測定点数を層数より多くとすることで推定精度の向上が図れる。しかし、測定点を多くし過ぎててもそれ以上の改善は期待できない。
- (4) 路床以下の比較的浅いところに硬い層が存在すると、路床の弾性係数を実際よりもかなり大きく推定する可能性がある。そして同時にその影響は上層にも及び、3層モデルの場合、路盤の弾性係数を小さく、表・基層の弾性係数を大きく推定することになる。
- (5) 本研究の結果は、たわみによる舗装評価の経験的な事項 (1. 最遠点のたわみによる路床評価, 2. Deflection bowl による舗装評価, 3. 測定たわみ精度

の重要性)をよく説明できることがわかった。舗装構造を多層弾性構造とだけみるには無理もあるが、本手法により詳細な構造評価の検討、たとえば舗装の内部診断等に有効な方途を与えると考えられる。

舗装構造の非破壊試験法では、舗装表面に荷重を作用させ、その周辺のたわみから内部の物性値の推定を試みている。このような問題を解く方法として最適化手法、ベイズ理論に基づく方法、また、カルマンフィルター理論に基づく方法等が提案されてきている。舗装構造の逆問題の解法として、最適化手法でよく用いられている最大傾斜法、共役勾配法、DFP法、BFGS法等を用いて式(1)の最適化問題を解く試みをした。しかし、本問題にはこれらの方法は収束が遅く、非効率的で不適切であることがわかった。その原因は、3.の図-5、図-6で示すように表面たわみに対する路床の弾性係数の感度が大きく、路床の弾性係数は真値に急速に収束するが、上層の弾性係数は遅々として真値に収束しないためである。

また、ベイズ理論やカルマンフィルター理論に基づく方法は理論的に洗練されているかもしれない。しかし、問題解決という観点からすると Gauss-Newton 法より優位であるとはいえない、むしろ Gauss-Newton 法の方が、理論の理解の容易さ、アルゴリズムの簡便さなどから優れていると考えられる。

最後に、もしたわみが未知パラメータの線形結合で表わすことができれば、理論的に解の唯一性が証明される。ところが、たわみは未知パラメータの非線形な関数であるため、解の唯一性は保証されない。しかし、初期値をいろいろと変化させ、数多く計算を行ってきたが、ほとんど同じ解に収束してきていることから、表面たわみからはほぼ唯一解として各層の弾性係数を求めることが可能であると考えるのであろう。

参 考 文 献

- 1) 赤塚孝夫・田村安孝：計測と逆問題，計測と制御，Vol. 27, No. 5, pp. 28~34, 昭和63年5月。
- 2) Eykhoff, P.: System Identification-Parameter and State Estimation, John Wiley & Sons, 1987.
- 3) Tarantola, A.: Inverse Problem Theory-Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation, Elsevier Science Publishing Company, 1987.
- 4) Cividini, A., Jurina, L. and Gioda, G.: Some Aspects of 'Characterization' Problems in Geomechanics, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 18, pp. 487~503, 1981.
- 5) Cividini, A., Maier, G. and Nappi, A.: Parameter Estimation of a Static Geotechnical Model Using a Bayes' Approach, Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 20, No. 5, pp. 215~226, 1983.
- 6) Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T.: Simple Optimization Techniques for Evaluating Deformation Moduli from Field Observations, Soils and Foundations, Vol. 23, No. 1, pp. 107~113, 1983.
- 7) 斉藤悦郎・古賀重利：EK-WGI法による山留め壁の作用外力の同定，土木学会論文報告集，第380号，pp. 459~465, 1987年4月。
- 8) 村上 章・長谷川高士：Kalmanフィルター有限要素法による逆解析と観測節点配置，土木学会論文報告集，第388号，pp. 227~235, 1987年12月。
- 9) 青木一男・嘉門雅史：不均質地盤における帯水層定数の同定について，土木学会論文報告集，第382号，pp. 91~99, 1987年6月。
- 10) 桜井春輔・武内邦文：トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法，土木学会論文報告集，第337号，pp. 137~145, 1983年9月。
- 11) 佐藤勝久・福手 勤・佐藤峰夫・山崎英男：ダイナフレクトによる空港アスファルト舗装評価とかさ上げ厚設計，港湾技術研究所報告，第17巻，第4号，pp. 169~192, 1978年12月。
- 12) 八谷好高・佐藤勝久・田中孝士：コンクリート舗装構造の非破壊評価法の開発—フォーリングウェイトデフレクトメーターによる—，港湾技術研究所報告，第26巻，第2号，pp. 1~28, 1987年6月。
- 13) 姫野賢治・丸山暉彦・林 正則・菅原義昭：FWDによる舗装のたわみ測定システムの開発に関する研究，東京工業大学土木工学科研究報告，No. 38, pp. 51~67, 1987年12月。
- 14) 丸山暉彦・後藤 巖・阿部長門・姫野賢治・林 正則：アスファルト舗装のFWDたわみに関する研究，第4回北陸道路舗装会議，pp. 73~78, 昭和63年6月。
- 15) Kasahara, A., Kubo, H. and Sugawara, T.: Estimation of in Situ Elastic Moduli of Pavement Structural Layer with Falling-Weight-Deflectometer Deflection Basin, Proc. 6th. Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements, pp. 590~596, 1987.
- 16) Uddin, W., Meyer, A.H. and Hudson, W.R.: Evaluation of Structural Capacity and in Situ Moduli of Pavements Based on Dynamic Deflection, Proc. 2nd Int. Conf. on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Sept., 1986.
- 17) Uddin, W., Meyer, A.H. and Hudson, W.R.: Rigid Bottom Considerations for Nondestructive Evaluation of Pavements, Transportation Research Record 1070, pp. 21~29, 1986.
- 18) Brown, S.F., Tam, W.S. and Brunton, J.M.: Development of an Analytical Method for the Structural Evaluation of Pavements, Proc. 2nd Int. Conf. on Bearing Capacity of Roads and Airfields, pp. 267~276, Sept., 1986.
- 19) Ullidtz, P., Stubstad, R.N.: Analytical-Empirical Pavement Evaluation Using the Falling Weight Deflectometer, Transportation Research Record 1022, pp. 36~44.
- 20) Ullidtz, P., Battiatto, G., Larsen, B.K. and Stubstad, R.

- N.: Verification of the Analytical-Empirical Method of Pavement Evaluation Based on FWD Testing, Proc. 6th. Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements, pp. 521~532, 1987.
- 21) 中川 徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析プログラム SALS, UP 応用数学選書 7, 東京大学出版会, 1982 年.
- 22) 阿部洋一・宮下盛雄・笠原 篤：大型航空機による空港舗装の挙動, 土木学会論文報告集, 第 372 号, pp. 139~147, 1986 年 8 月.
- 23) 松井邦人・井上武美：多層弾性舗装構造の逆解析法の考察, 土木学会第 43 回年次学術講演会講演概要集, V-41, pp. 130~131, 1988 年 10 月.
- 24) 松井邦人・溝渕 優・三瓶辰之：舗装構造の逆解析における測定誤差の感度, 第 18 回日本道路会議一般論文集, pp. 346~347, 1989 年.
- (1989.9.20・受付)
-