

ねじりを受けるRC棒部材に関する解析的研究

ANALYTICAL STUDIES ON REINFORCED CONCRETE LINEAR MEMBERS SUBJECTED TO TORSION

二羽淳一郎*・梶 勇**・守屋紀和***

By Junichiro NIWA, Takeshi HIGAI and Norikazu MORIYA

Analytical studies on the mechanical behavior of reinforced concrete linear members subjected to torsion were carried out. The characteristics of the employed analytical method were to assume the original solid section of a member to be equivalent to a hollow one and to convert the applied torsion into a uniform shear flow. Concerning the stress-strain relation of concrete, the softening, the tension stiffening and the shear transfer along cracks were considered. The effect of the local yielding of reinforcement was also incorporated into the analysis. As a result of verification, it was admitted that the ultimate strength and general deformation behavior of reinforced concrete linear members subjected to torsion could be predicted fairly well by the proposed analytical method.

Keywords: torsion, shear flow, softening, tension stiffening, shear transfer

1. 序 論

鉄筋コンクリート部材におけるねじりの問題は、古くから研究の対象とされてきた。これは、連続体に対する弾性理論あるいは塑性理論を基礎としており、Prandtlの薄膜相似、あるいはNadaiの砂丘相似によるねじりせん断応力の解析等が有名である。しかし、多軸応力下でのコンクリートのひびわれ、圧縮破壊、あるいは鉄筋の降伏といった鉄筋コンクリート部材特有の非線形性のため、弾性理論あるいは塑性理論のみにより、鉄筋コンクリート部材の挙動を説明することには限界があった。引張応力を受けるコンクリートの弾塑性的な挙動のため、たとえば、ねじりひびわれ発生モーメントに関してすら、弾性あるいは塑性理論のみでは、完全に予測することができないのである¹⁾。

このため、その後の研究は、鉄筋コンクリート部材の特徴を考慮して、部材をマクロ的にモデル化し、耐荷機構モデルを構築するという方向に主力が置かれてきた。

たとえば、ねじり破壊時の耐荷メカニズムを曲げ破壊から類推し、部材の終局強度を予測する「斜め曲げ理論」や、せん断力を受ける部材に適用される平面トラス理論を三次元的に拡張した「立体トラス理論」等が有名である。これらのマクロモデルの最大の利点は、部材の終局強度を比較的簡単な計算により算定できることである。終局限界状態の検討において、これらのマクロモデルは相当に有力である。このうち、特に立体トラス理論の考え方は、実用性の高さにより、実際にCEB-FIP MC 78や土木学会コンクリート標準示方書に採用されている。

しかし、ねじりを受ける部材の破壊を曲げ破壊の一種とみなしたり、あるいは部材中に立体的なトラス機構が形成されているとするのは、事実というよりも、あくまでもこのように仮定しているということに過ぎない。また、このようなマクロモデルでは、終局強度は算定できても、任意の荷重レベルに対応する部材の変形状態や応力状態等の総合的な力学的挙動を推定することは困難である。マクロモデルの実用性の高さを否定するものではないが、合理的な設計を目指すうえからは、より一般的な解析手法の確立が望まれるのである。

このような気運の中で、最近、Collinsらを中心として、注目すべき研究が進められてきている。Collinsら

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科
(〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科
(〒400 甲府市武田4-3-11)

*** 正会員 工修 清水建設(株)北陸支店
(〒920 金沢市玉川町5-15)

は、部材中に存在しているのは、トラス機構、すなわちストラットやタイなどではなく、あくまでも鉄筋コンクリート要素であるとし、ひびわれを含んだ鉄筋コンクリート要素の力学的性状を明らかにすることがすべての解析の基本であるとしている。また岡村らも同様の観点から精力的に研究を進めており、荷重の繰返しの影響をも含めて構成則を提案している²⁾。

これらに共通することは、ひびわれを含んだ鉄筋コンクリート要素の性状を明らかにできれば、これを出発点として、ねじりやせん断の問題が、曲げの問題と同様に、解析的に取り扱えることを提唱している点である。このような立場から、Collins はひびわれたコンクリートの軟化特性、コンクリートのテンションスティフニング等を、自らの行った面内力を受ける鉄筋コンクリート板の実験結果から定式化し³⁾、これをねじり解析に適用することを試みた。また、Hsu も同様の立場からコンクリートの軟化を考慮したねじり解析を進めている⁴⁾。わが国においても、岡本ら⁵⁾、著者ら⁶⁾がこの方向で研究を進めてきた。このような解析手法によれば、部材の終局強度のみならず、荷重-変形関係を一貫して推定していくことができる。計算手法はマクロモデルに比較して複雑となるが、この点を除けば、あらゆる点においてマクロモデルを凌いでいるといえる。

本論文は、純ねじりを受ける RC 棒部材に対して、鉄筋コンクリート平板要素の構成則をもとに定式化した解析方法を提示し、実験結果との比較検討を行うことにより、その適合性を明らかにするものである。

2. RC 平板理論を用いたねじり解析

(1) 概要

ここに示すねじり解析手法は、ねじり問題に固有の解析手法と、面内力を受ける RC 平板に対する解析手法を組み合わせたものである。このうち、まず面内力を受ける RC 平板の解析手法について簡単に述べ、次にねじり解析手法の概要を説明する。

(2) 面内力を受ける RC 平板の解析方法

a) ひずみの適合条件

ねじりモーメント T が作用する矩形の中空断面を考える。なお、実際に対象とする断面が中実断面である場合でも、これを仮想の中空断面に置き換えて考えることにする。弾性理論より得られる、ねじりによる中実矩形断面のせん断応力は断面の図心位置で 0 となり、断面の図心軸上では周辺に向かうに従って大きくなること、またねじり抵抗モーメントは、図心からの距離に比例して大きくなることを考え合わせれば、断面の中心部の影響を無視することは、現実とそれほど大きくかけ離れた仮定ではない。

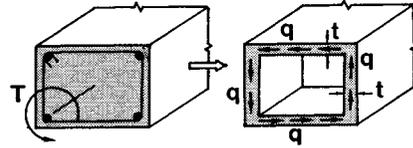


図-1 仮想中空断面と作用するせん断流 q

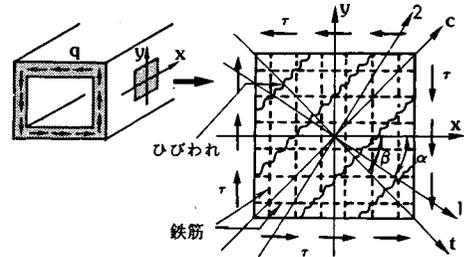


図-2 RC 平板における座標系

したがって、Bredt の薄肉閉断面のねじり理論より、部材を構成する各側壁には一様なせん断流 q が作用することになる (図-1)。さらに、せん断流の作用している側壁から、一部分を RC 平板として取り出したものが図-2 である。RC 平板に作用するせん断応力 τ は、 q を壁厚 t で除して求められる。作用するせん断応力 τ は、コンクリートの直応力、せん断応力、および部材軸方向 (x 方向)、横方向 (y 方向) のねじり補強鉄筋の引張力により抵抗される。

作用するせん断応力の増加とともに、RC 平板にはひびわれが発生する。純ねじりを受ける場合、RC 平板の応力状態は、純せん断状態に置き換えられるので、RC 平板は 2 軸の引張-圧縮の主応力 ($\sigma_1 = -\sigma_2$) を受けることになる。従来より、この種の問題では、ひびわれは主引張応力に直交して発生すると仮定して解析されてきており⁷⁾、本研究においてもこれに従うこととした。したがって、ひびわれ平行方向に c 軸、ひびわれ直交方向に t 軸をとると、純ねじりの場合は x 軸と t 軸のなす角 β は 45 度となる。ひびわれ面では、ひびわれ界面を介してせん断応力が伝達されるので、 c - t 軸は RC 平板の主ひずみ軸とは一般には一致しない。したがって、RC 平板内に主ひずみを表わす 1-2 軸を設定する (図-2)。そして、主引張ひずみ軸 (1 軸) と x 軸のなす角を α と定義する。ひびわれ発生前であれば、 $\alpha = \beta$ となるのであるが、ひびわれ発生以後は、両方向に配置された補強筋量の相対的な関係、およびひびわれ面でのせん断抵抗により影響を受けるので、 α は β と一致しないのである。

図-3 は以上の関係を表わすモールのひずみ円である。ここで示したひずみは、RC 平板の厚さ方向 (z 方

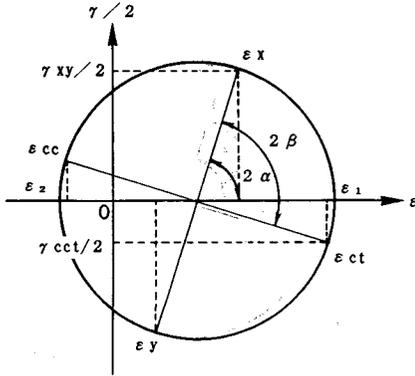


図-3 平均ひずみに関するモールのひずみ円

向)に平均したひずみである。これらのひずみ間には、
図-3より式(1)~(3)の関係が成立する。ただし、
いずれも引張を正としている。

$$\epsilon_x, \epsilon_y = (\epsilon_{ct} + \epsilon_{cc}) / 2 \pm \frac{1}{2} (\epsilon_{ct} - \epsilon_{cc}) \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2(\beta - \alpha)} \dots (1)$$

$$\gamma_{xy} = (\epsilon_{ct} - \epsilon_{cc}) \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2(\beta - \alpha)} \dots (2)$$

$$\gamma_{ct} = (\epsilon_{ct} - \epsilon_{cc}) \tan 2(\alpha - \beta) \dots (3)$$

b) 力のつり合い条件

3. で述べる応力-ひずみ関係を用いて、これらのひずみからコンクリートおよび鉄筋の応力が求まったとする。c-t軸方向のコンクリートの平均応力 σ_{ct} , σ_{cc} , τ_{ct} は応力の座標変換式により式(4)~(6)のようにx-y軸方向の平均応力に変換される。

$$\sigma_{cx} = \sigma_{ct} \cos^2 \beta + \sigma_{cc} \sin^2 \beta - \tau_{ct} \sin 2\beta \dots (4)$$

$$\sigma_{cy} = \sigma_{ct} \sin^2 \beta + \sigma_{cc} \cos^2 \beta + \tau_{ct} \sin 2\beta \dots (5)$$

$$\tau_{cxy} = (\sigma_{ct} - \sigma_{cc}) \sin \beta \cos \beta + \tau_{ct} \cos 2\beta \dots (6)$$

一方、鉄筋の平均応力は σ_{sx} , σ_{sy} である。純ねじりの場合は、外力として作用する垂直応力が0であるので、力のつり合い条件式は式(7)~(9)となる。

$$p_x \sigma_{sx} + \sigma_{cx} = 0 \dots (7)$$

$$p_y \sigma_{sy} + \sigma_{cy} = 0 \dots (8)$$

$$\tau_{cxy} = \tau \dots (9)$$

ただし、 p_x および p_y はそれぞれ x, y 方向の鉄筋比である。

(3) ねじり解析の概要

a) RC 平板の変形状態

図-3に示したモールのひずみ円は、RC平板の厚さ方向に平均したひずみ間の関係を示すものである。しかし、実際には、各側壁はねじりモーメントの作用により、
図-4に示すように相反する曲率をもって変形する。このように厚さ方向でひずみ分布が一樣でなくなり、厚さ方向の平均ひずみから直ちに平均応力を算定できない点がねじり問題の特徴である。

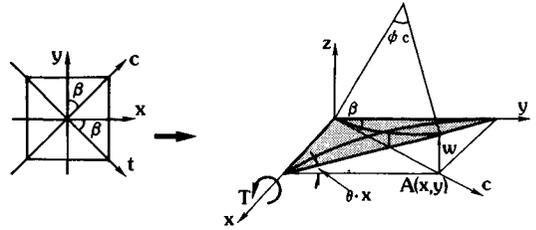


図-4 ねじりを受けるRC平板の変形状態

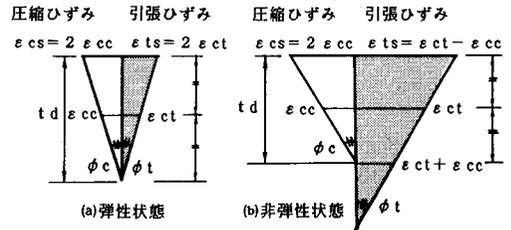


図-5 RC 平板の断面厚さ方向のひずみ分布

この場合、RC平板内の任意点A(x, y)の面外方向(z方向)の変位をwとすれば、wはx方向の単位長さ当たりのねじれ角θを用いて式(10)のように表わすことができる。

$$w = \theta xy \dots (10)$$

ひびわれ平行方向をc軸、ひびわれ直交方向をt軸としているので、図-4に示されるように、 $x = c \sin \beta$, $y = c \cos \beta$ となる。したがって、c方向の曲率 ϕ_c は式(11)のようにして求めることができる。

$$\frac{dx}{dc} = \sin \beta, \quad \frac{dy}{dc} = \cos \beta$$

$$\frac{dw}{dc} = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dc} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{dy}{dc} = \theta y \sin \beta + \theta x \cos \beta$$

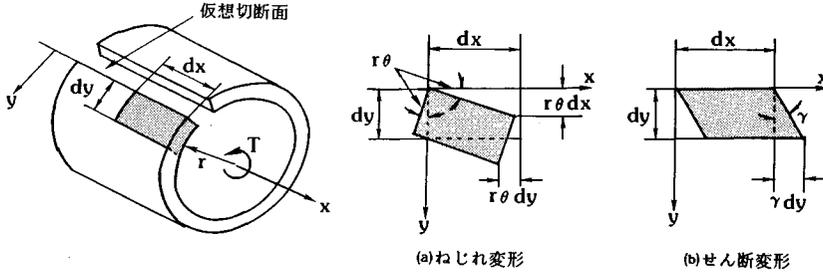
$$\therefore \phi_c = -\frac{d^2 w}{dc^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{dw}{dc} \right) \frac{dx}{dc}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{dw}{dc} \right) \frac{dy}{dc} = -\theta \sin 2\beta \dots (11)$$

同様に、t方向の曲率 ϕ_t は $-\phi_c$ となる。

ϵ_{cc} は主ひずみではない。一方、純ねじりの場合に $\beta = 45$ 度と仮定しているため、式(11)より ϕ_c は最大となる。これは β を壁厚内で一定と仮定しているため生ずるものであるが、この影響は解析上小さいことが確認されたので、このまま解析を進めることとした。

続いて、c方向およびt方向に垂直な断面の厚さ方向のひずみ分布を図-5のように仮定する。厚さ方向の平均ひずみが図-3に示した ϵ_{ct} , ϵ_{cc} である。ひびわれ発生前で、コンクリートが引張に対して弾性的に挙動する領域では、純ねじりに対して、図-5(a)に示されるように表面ひずみは $\epsilon_{cs} = -\epsilon_{ts}$ となると考えられる。し



図—6 ねじりを受ける薄肉閉断面の部材軸方向変位

かし、ひびわれ発生前であっても引張側コンクリートが非弾性的挙動を示す場合、およびひびわれ発生以後の場合は、コンクリートの引張剛性の低下とともに、引張ひずみが急増するので、c方向およびt方向でひずみ分布は対称とはならず、図—5(b)に示されるようになると考えられる。

この状態に対して、ねじり解析上の有効厚さ t_a は、表面から圧縮ひずみが0になる部分までと仮定して以後の解析を進めることとした。

したがって、圧縮側の表面ひずみは $\epsilon_{cs} = 2\epsilon_{cc}$ となり、引張側のひずみは $\epsilon_{ct} - \epsilon_{cc}$ から $\epsilon_{ct} + \epsilon_{cc}$ まで直線的に変化することになる。 ϵ_{cs} は式 (12) より求められる。

$$\epsilon_{cs} = 2\epsilon_{cc} = \phi_c t_a = -t_a \theta \sin 2\beta \dots\dots\dots (12)$$

b) せん断ひずみとねじれ角の関係

RC 平板のせん断ひずみ γ_{xy} と単位長さ当たりのねじれ角 θ の関係は、閉断面の場合、食い違いが生じないという条件から求めることができる。図—6に示すような中空断面において、仮想の切断面に沿う微小四辺形要素を考える。この場合、ねじれ角により生じるx方向の変位 (du_1) は次のようになる。

$$du_1 = -r\theta dy$$

また、せん断ひずみ γ_{xy} により生じるx方向の変位 (du_2) は次のようになる。

$$du_2 = \gamma_{xy} dy$$

閉断面では、食い違いが生じないので、変位を断面周辺全体に対して積分したものは0とならなければならない。この条件より、単位長さ当たりのねじれ角 θ とせん断ひずみ γ_{xy} の関係が式 (13) のように求まる。

$$\oint du = -\theta \oint r dy + \oint \gamma_{xy} dy = -2A_0\theta + \gamma_{xy} p_0 = 0$$

$$\therefore \theta = \gamma_{xy} p_0 / (2A_0) \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 A_0 および p_0 は、それぞれ有効厚さ t_a の中心線が囲む面積および周長であって、幅 b 、高さ h の矩形断面の場合は、式 (14)、(15) により求めることができる。

$$A_0 = (b - t_a)(h - t_a) \dots\dots\dots (14)$$

$$p_0 = 2(b + h - 2t_a) \dots\dots\dots (15)$$

c) 変形の適合条件

以上の関係を整理して、純ねじり解析における変形の適合条件式を導く。まず、式 (2) のせん断ひずみ γ_{xy} を式 (13) に代入する。

$$\theta = \frac{p_0}{2A_0} (\epsilon_{ct} - \epsilon_{cc}) \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2(\beta - \alpha)} \dots\dots\dots (16)$$

続いて、式 (16) の θ を式 (11) に代入する。

$$\phi_c = -\frac{p_0}{2A_0} (\epsilon_{ct} - \epsilon_{cc}) \frac{\sin 2\alpha \sin 2\beta}{\cos 2(\beta - \alpha)} \dots\dots\dots (17)$$

さらに、式 (17) の ϕ_c を式 (12) に代入して整理すると、 ϵ_{cc} と ϵ_{ct} の関係式が求まる。

$$\epsilon_{cc} = \frac{p_0 t_a \sin 2\alpha \sin 2\beta}{p_0 t_a \sin 2\alpha \sin 2\beta - 4A_0 \cos 2(\beta - \alpha)} \epsilon_{ct} \dots\dots\dots (18)$$

式 (18) が純ねじり解析における変形の適合条件式である。式 (18) は RC 平板のひびわれ直交方向の平均ひずみ ϵ_{ct} が与えられたときに、 α と t_a が定まれば、ひびわれ平行方向の平均ひずみ ϵ_{cc} が一義的に定まることを意味している。

なお、コンクリートが引張に対して弾性的である領域では、図—5(a)に示したように、単に $\epsilon_{cc} = -\epsilon_{ct}$ とすればよい。したがって、 $\gamma_{xy} = -2\epsilon_{cc}$ となり、 $\beta = 45$ 度を考慮すると、式 (12) より $t_a = -2\epsilon_{cc} / \theta$ となる。 θ に式 (13) の関係を用いれば、結局 $t_a = 2A_0 / p_0$ となる。さらに、 A_0 、 p_0 は式 (14) および (15) で表わされるので、以上より、 $t_a = (b + h - \sqrt{b^2 - bh + h^2}) / 3$ と算定できる。

3. 応力の平均化ならびに合力の作用位置

(1) コンクリートの引張応力

RC 平板のコンクリート応力は、ひびわれ方向を対象として考え、座標変換により x - y 方向応力に変換する。ただし、有効厚さ t_a 内で応力が分布するので、これを平均化する必要がある。また、従来までに提案されているほとんどの解析手法は、合力の作用位置を有効厚さの 1/2 に近似していたが、引張ならびに圧縮に対しては合力作用位置を厳密に求めることは比較的簡単であるの

で、これを正しく求めることとした。

まず、ひびわれ直交方向 (t 方向) の引張応力について考える。

コンクリートの引張応力に対しては、岡村らの提案するコンクリートのテンションスティフニングを考慮した応力-ひずみ関係⁸⁾を用いることとした。

$$0 \leq \varepsilon_t < \varepsilon_{cr} \Rightarrow \sigma_t = E_c \varepsilon_t \leq f_t$$

$$\varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_t \Rightarrow \sigma_t = f_t (\varepsilon_{cr} / \varepsilon_t)^c$$

ここに、 $\varepsilon_{cr} = 0.0002$ 、 $c = 0.4$ である。なお、コンクリートのヤング係数 E_c は、 $E_c = 40\,000 f_c'^{1/3}$ (kgf/cm²) により求めることとした。また、引張強度の実験値が得られていないものに対しては、 $f_t = 0.583 f_c'^{2/3}$ (kgf/cm²) として計算を行った。

引張側コンクリートの表面ひずみが、 f_t/E_c 以下となる場合が弾性領域であり、これを上回ればすべて式 (18) の適合条件式を適用することになる。

有効厚さ内の平均引張応力 σ_{ct} は式 (19) で求められる。

$$\sigma_{ct} = \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} \sigma_t dz \dots\dots\dots (19)$$

また、引張合力の作用位置 z_t は、表面から t_d の位置を z 軸の原点にとると、式 (20) で求められる。

$$z_t = \int_0^{t_d} \sigma_t z dz / (\sigma_{ct} t_d) \dots\dots\dots (20)$$

(2) コンクリートの圧縮応力

ひびわれ平行方向 (c 方向) の圧縮応力については、Collins らの提案するコンクリートの軟化を考慮した応力-ひずみ関係⁹⁾を用いることとした。

$$\sigma_c = -\eta f_c' \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (21)$$

ただし、 $\eta = 1/[0.8 - 0.34(\varepsilon_c/\varepsilon_0)] \leq 1$ であり、 $\varepsilon_0 = -0.002$ である。また、 ε_c が -0.0035 に達した場合を終局状態と定義した。

ねじりを受ける場合に限らず、終局状態すなわち破壊という現象は、鉄筋コンクリート部材において、鉄筋が破断しないかぎり、すべてコンクリートの破壊に支配されると考えられる。本研究では、これをコンクリートの圧縮ひずみ ε_c が -0.0035 に達したときと設定したのである。耐荷力の大きさ自体は、鉄筋量に大きく依存することは明らかであるが、鉄筋の降伏をもって、直ちに破壊とはみなしていない。

有効厚さ内の応力分布が得られれば、これより式 (19)、(20) と同様にして、有効厚さ内の平均圧縮応力 σ_{cc} と合力の作用位置 z_c が求められる。

(3) コンクリートのせん断応力

ひびわれ発生後は、ひびわれ面でのせん断剛性とひびわれ間のコンクリートの弾性的なせん断剛性を直列させ

て、平均せん断剛性を考える出雲らの方法⁷⁾を用いることとした。また、ひびわれ面でのせん断剛性には、青柳・山田の式¹⁰⁾を用いることとした。したがって、平均せん断剛性 G_{av} は式 (22) で得られる。

$$1/G_{av} = 1/G_c + 1/G_{cr} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 G_c はせん断弾性係数であり、ヤング係数とポアソン比から求めることができる。また G_{cr} は式 (23) で与えられるひびわれ面でのせん断剛性である。

$$G_{cr} = 36/\varepsilon_{ct} \dots\dots\dots (23)$$

したがって、平均せん断応力は $\tau_{cct} = \gamma_{cct} G_{av}$ として求められる。なお、せん断応力の合力作用位置については、 $z_s = t_d/2$ とした。

x - y 方向のコンクリートのせん断応力 τ_{cxy} は、式 (6) より得られるが、その合力の作用位置 z_q は、 x 軸まわりのモーメントのつり合いを考えることにより、式 (24) で求められる。

$$z_q = [(\sigma_{ct} z_t - \sigma_{cc} z_c) \sin \beta \cos \beta + \tau_{cct} z_s \cos 2\beta] / \tau_{cxy} \dots\dots\dots (24)$$

したがって、合力作用位置 z_q により囲まれる面積を、 $A_1 = (b - 2z_q)(h - 2z_q)$ として求め、ねじりモーメント T を式 (25) により算定することとした。

$$T = 2 A_1 \tau_{cxy} t_d \dots\dots\dots (25)$$

(4) 鉄筋の引張応力

鉄筋の引張応力 σ_{sx} 、 σ_{sy} は式 (1) から定まる x 、 y 方向のひずみに鉄筋のヤング係数を乗じて求める。ただし、ひびわれ発生以後、ひびわれ面において局部的に鉄筋が降伏すると、平均的な剛性は、鉄筋単体としての剛性よりも低下することが知られている。そこで式 (26) により、ひびわれ面での局部的な鉄筋応力を求めて局部降伏の判定を行い、局部降伏以後は、岡村らの提案している平均応力-平均ひずみ関係¹¹⁾を適用することとした。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{sacr} &= (\tau + \tau_{ctcr}) \tan \beta / p_x \\ \sigma_{svcr} &= (\tau - \tau_{ctcr}) \cot \beta / p_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ただし、 τ は作用するせん断応力であり、 τ_{ctcr} はひびわれ面でコンクリートが受け持つせん断応力で、 $\tau_{ctcr} = G_{cr} \gamma_{cct}$ として求める。

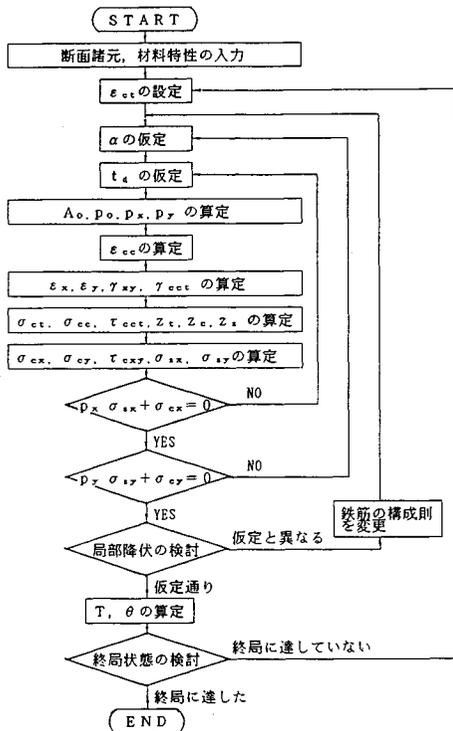
4. 解析手順と試算例

(1) 解析手順とフローチャート

以上に述べた諸項目を整理し、以下に解析手順を説明する。

- ① 部材の断面形状、材料特性等のデータを与える。
- ② RC 棒部材を仮想の中空断面とし、さらに側壁から取り出した RC 平板を対象として考える。RC 平板に発生するひびわれと直交方向の平板の厚さ方向の平均ひずみ ε_{ct} を設定する。
- ③ RC 平板に発生する主ひずみ方向と x 方向のなす

- 角 α を仮定する。
- ④ RC 平板の有効厚さ t_d を仮定する。
 - ⑤ 有効厚さ t_d の中心線が囲む面積 A_0 (式 (14)), 中心線の周長 p_0 (式 (15)), ならびに x, y 方向の鉄筋比 p_x, p_y を算定する。
 - ⑥ RC 平板のひびわれ平行方向の厚さ方向の平均ひずみ ϵ_{cc} を適合条件式 (式 (18)) より算定する。
 - ⑦ 式 (1)~(3) より, $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{cct}$ を求める。
 - ⑧ コンクリートの平均引張応力 σ_{ct} , 平均圧縮応力 σ_{cc} , 平均せん断応力 τ_{cct} , およびこれらの作用位置 z_t, z_c, z_s , ならびに鉄筋の引張応力 σ_{sx}, σ_{sy} を求める。
 - ⑨ 式 (4)~(6) より, コンクリートの平均応力を x, y 方向応力に変換し, $\sigma_{cx}, \sigma_{cy}, \tau_{cxy}$ を求める。
 - ⑩ 式 (7) で示される x 方向の力のつり合い条件を満たすことを確認する。これが満たされない場合は, ④へ戻り, 再度 t_d を仮定しなおして計算を進める。 t_d がある値に収束し, x 方向の力のつり合い条件が満たされれば, ⑪へ進む。
 - ⑪ 式 (8) で示される y 方向の力のつり合い条件を満たすことを確認する。これが満たされない場合は, ③へ戻り, 再度 α を仮定しなおして計算を進める。 α がある値に収束し, y 方向の力のつり合い条件が満たされれば, ⑫へ進む。



図—7 解析手順

- ⑫ 鉄筋の局部降伏の判定を行う。判定の結果, 局部降伏に関して, あらかじめ仮定した状態と異なる場合には, 鉄筋の応力-ひずみ関係を修正して, ③へ戻る。仮定した状態と一致していれば, ⑬へ進む。
 - ⑬ 式 (25) よりねじりモーメント T , 式 (13) より単位長さ当たりのねじれ角 θ を算定する。
 - ⑭ 圧縮側コンクリートの表面ひずみが終局ひずみに達していなければ, ②へ戻り計算を続行する。終局ひずみに達している場合には計算を終了する。
- 以上の手順を示したものが, 図—7 のフローチャートである。

(2) モデル供試体に対する試算例

a) 弾性理論解との比較

ねじりモーメントを受けてひびわれが発生する前の段階では, 鉄筋コンクリートは弾性体としての挙動を示す。ねじりの弾性解析は, Poisson の微分方程式を満たし, 断面の周辺において 0 となるという境界条件を満たす応力関数 Ψ を見出すことに帰着される。

ねじりの応力関数 Ψ は, 部材軸を z 軸とし, 部材断面上に x, y 軸をとると, 式 (27) の Poisson 方程式と式 (28) の境界条件を満たしていなければならない。

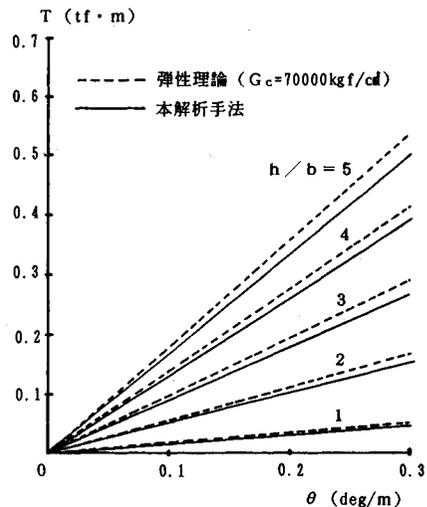
$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -2G\theta \dots\dots\dots(27)$$

$$\Psi = \Psi(x, y) = 0 \text{ (断面の周辺において)} \dots\dots\dots(28)$$

応力関数 Ψ が得られれば, ねじりモーメント T は式 (29) で求められる。

$$T = 2 \iint \Psi dx dy \dots\dots\dots(29)$$

円形断面, 楕円形断面の応力関数は x, y の簡単な 2 次関数で表示することができる。しかし, 矩形断面では



図—8 弾性領域におけるねじり剛性の比較

表一 弾性領域におけるねじり剛性の比較

No	b cm	h cm	A_{xx} cm ²	A_{yy} cm ²	s cm	K_a tfm ² /deg	$\frac{K_{ax}}{K_{a1}}$	K_b tfm ² /deg	$\frac{K_{bx}}{K_{b1}}$
1	10	10	1.5	0.38	10	0.172	1.00	0.159	1.00
2	10	20	3.0	0.5	10	0.560	3.26	0.531	3.34
3	10	30	4.5	0.56	10	0.968	5.63	0.933	5.87
4	10	40	6.0	0.6	10	1.373	7.98	1.300	8.18
5	10	50	7.5	0.63	10	1.778	10.3	1.658	10.4

注) K_a は弾性理論によるねじり剛性 ($=T/\theta$)
 K_b は本解析によるねじり剛性
 $f_c' = 300\text{kgf/cm}^2$, $G_c = 70000\text{kgf/cm}^2$ として計算。

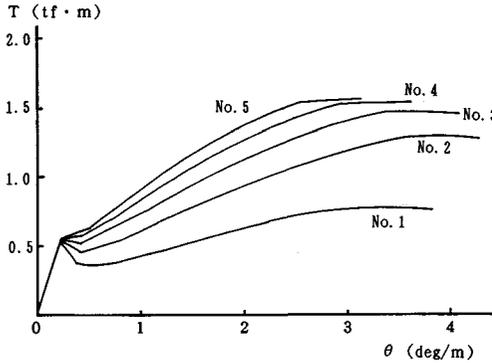


図-9 ねじりモーメント-ねじれ角関係の試算例

境界条件の関係で解析的な応力関数は得られず、通常は Fourier 級数解が得られており、さらに実用的には式 (30) のような近似式が与えられている。

$$T = \beta b^3 h G \theta \dots\dots\dots (30)$$

ただし、 b 、 h はそれぞれ断面の短辺および長辺の長さであり、 β は h と b の比率に応じて定まる係数である。このように、矩形断面の場合、断面の縦横の寸法比によって、大きくねじり剛性が変化することになる。

$b=10\text{ cm}$ として、 h/b を 1~5 まで変化させた場合の式 (30) から得られる $T-\theta$ 関係を図-8 に破線で示した。この場合のねじり剛性 (T/θ) を K_a とする。なお、計算にあたっては、 $G_c=70\,000\text{ kgf/cm}^2$ とした。一方、本解析方法より得られる、コンクリートが引張に対して弾性的に挙動する領域の $T-\theta$ 関係を図-8 に実線で示した。この領域では、鉄筋の影響はほとんど無視できる。この場合のねじり剛性を K_b とする。試算に用いた f_c' は 300 kgf/cm^2 である。弾性領域におけるねじり剛性は弾性係数をどのように与えるかによって大きく影響を受け、図-8 に示されるように実線と破線は必ずしも一致しない。ただし、表-1 に示されるように、 $h/b=1$ の場合のねじり剛性 (K_{a1} および K_{b1}) を基本として、これの変化の程度を両者で比較すると、おおむね一致していることが認められる。したがって、本解析手法は、弾性解とは厳密には一致しないものの、断面の縦横の寸法比によるねじり剛性の変化率については、ほぼ妥当な精

表二 試算に用いた断面諸元および材料特性

No	b cm	h cm	A_{xx} cm ²	A_{yy} cm ²	s cm	f_{xy} kgf/cm ²	f_{yy} kgf/cm ²	f_c' kgf/cm ²
1	20	20	2.56	0.4	10	3500	3500	300
2	20	20	5.12	0.8	10	3500	3500	300
3	20	20	7.68	1.2	10	3500	3500	300
4	20	20	10.2	1.6	10	3500	3500	300
5	20	20	12.8	2.0	10	3500	3500	300

度で予測できるものと考えられる。

b) 全体挙動について

続いて、断面形状を一定にして、配筋量を変化させた場合の試算結果を図-9 に示す。この場合の供試体の諸元は表-2 に示すとおりである。表-2 中の A_{xx} は軸方向鉄筋の総断面積であり、 A_{yy} は横方向鉄筋 1 本の断面積、 s は横方向鉄筋の配置間隔である。図-9 より、①鉄筋比が小さい場合には、ひびわれ発生後、ねじりモーメントがいったん、急激に低下し、以後、変形の増大とともに抵抗力が回復していくこと、②鉄筋比が大きくなるとこの低下傾向がしだいに減少していくこと、③最大ねじりモーメントに達した後、ねじりモーメントはほぼ一定となっていること等が認められる。

ねじりひびわれ発生直後に認められるねじりモーメントの急激な低下は、変位制御型の解析を行っていること、および解析に用いたテンションスティフニングモデルの特性から生じるものと思われる。

5. 既往の実験結果との比較

表-3 に示した既往の純ねじり実験データ¹²⁾⁻¹⁷⁾を対象として、解析を行い、解析精度を検討した。図-10 は、Hsu の実験データ¹²⁾のうちの B シリーズと解析結果を比較したものである。ひびわれ発生荷重の推定はほぼ妥当であり、ひびわれ発生以後終局状態に至るまでの $T-\theta$ 挙動を比較的良好に推定可能であることが認められる。

図-11 はねじり耐力 T_u のみに着目して実験値と計算

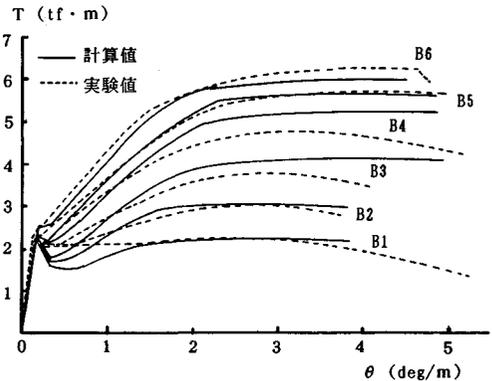


図-10 ねじりモーメント-ねじれ角関係の予測 (Hsu, B シリーズ¹²⁾)

表-3 実験データの概要と計算結果

研究者	データ数	b cm	h/b	ρ_x^* %	ρ_y^* %	f_{xy} kgf/cm ²	f_{yy} kgf/cm ²	f_c^* kgf/cm ²	T_{cr}/T_{erc}		T_u/T_{uc}	
										Av. & C.V.		Av. & C.V.
Hsu ¹²⁾	51	15.24 ~25.4	1 ~3.25	0.40 ~3.16	0.45 ~3.76	3160 ~3590	3250 ~3680	146 ~467	0.64 ~1.31	0.97 14.5%	0.83 ~1.20	1.02 7.87%
McMullen ¹³⁾	13	12.7 ~25.4	1 ~3	0.44 ~1.79	0.64 ~1.98	2360 ~3870	2360 ~3870	281 ~407	0.62 ~1.37	0.85 32.2%	0.81 ~1.22	1.04 11.7%
Ernst ¹⁴⁾	7	15.24	2	0.61 ~1.72	0.35 ~1.24	2880 ~3760	3900	275	0.69 ~0.79	0.73 5.80%	0.74 ~0.90	0.83 5.84%
Victor ¹⁵⁾	5	8.03 ~8.18	1.97 ~2.01	1.32 ~2.01	0.47 ~1.79	2230 ~2351	2615 ~3390	221 ~235	---	---	0.87 ~1.12	0.99 8.07%
岡本 ¹⁶⁾	10	14.0	1.59	1.63 ~2.56	0.55 ~2.96	3560 ~3790	3360 ~4020	185 ~345	---	---	0.81 ~1.21	0.94 12.2%
著者 ¹⁷⁾	5	15.0 ~20.0	1 ~1.33	0.95 ~2.65	1.14 ~3.33	3620 ~3800	3290 ~3860	178 ~368	1.03 ~1.32	1.23 8.91%	0.73 ~1.09	0.91 15.4%

* $\rho_x = 100 A_{sx} / (bh)$, $\rho_y = 100 \times 2(b+h) A_{sy} / (bhs)$

データ総数 76
 平均値 0.95
 変動係数 20.8%

91
 0.99
 11.1%

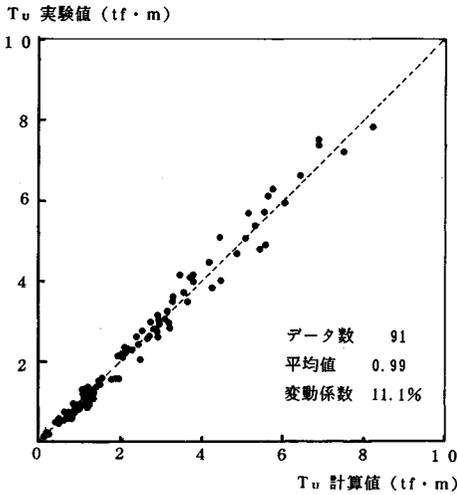


図-11 実験値と計算値の比較 (ねじり耐力 T_u)

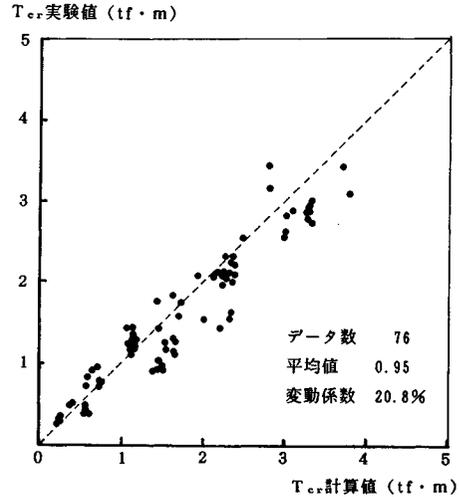


図-12 実験値と計算値の比較 (ねじりひびわれ発生モーメント T_{cr})

値を比較したものであるが、既往の91個の実験データに対して、実験値と計算値の比率を、平均値0.99、変動係数11.1%と妥当な精度で推定できることが認められた。ただし、ねじりひびわれ発生モーメント T_{cr} に関しては、図-12に示すように、実験値と計算値の比率が、平均値0.95、変動係数20.8%となっており、推定精度は十分ではなかった。なお、純せん断状態、すなわち2軸の引張-圧縮主応力状態において、コンクリートの引張強度が幾分低下することの影響を、今回の解析では無視し、コンクリートの引張強度 f_t として、1軸引張強度を用いて解析を行ったのであるが、このことを考慮すれば、平均値は多少1に近付くものと思われる。

6. 結 論

本論文は、ねじりモーメントを受けるRC棒部材の強度-変形関係を解析的に予測する方法を提示したものである。その基礎となるRC平板の解析においては、コンクリートのテンションスティフニング、コンクリートの軟化、ひびわれ面でのせん断伝達、鉄筋の局部降伏に関する研究成果を採り入れた。また、ねじり解析に関しては、厚さ方向の圧縮ひずみが0となる位置を有効厚さとする仮定に基づき、ひずみの適合条件式を新たに導いた。本研究の結果得られた結論は以下のとおりである。

(1) 弾性領域におけるねじり剛性の評価は弾性理論と厳密には一致しないが、断面の縦横の寸法比の変化に

伴うねじり剛性の変化率については、妥当な精度で予測可能である。

(2) ねじりひびわれ発生モーメントの推定は、実験値と計算値の比率の変動が大きく、十分であるとはいえない。

(3) ねじりひびわれ発生モーメントの推定が良好な場合については、以後のねじりモーメント-ねじれ角関係を精度良く予測することができる。

(4) ねじり耐力のみに着目すれば、ねじりひびわれ発生モーメントの推定精度のいかんにかかわらず、良好な精度で予測可能である。したがって、ひびわれ発生モーメントの大小は、以後の変形挙動には影響するものの、事実上、ねじり耐力の推定にはほとんど影響しないと考えられる。

参 考 文 献

- 1) 土木学会：コンクリート標準示方書（昭和61年制定）改訂資料，コンクリート・ライブラリー第61号，1986。
- 2) 中・出雲・前川・岡村：鉄筋コンクリート壁の復元力特性の有限要素解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.10-1，pp.95~104，1988。
- 3) Vecchio, F. J. and Collins, M. P. : The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI J., Vol.83, No.2, pp. 219~231, 1986.
- 4) Hsu, T. T. C. and Mo, Y. L. : Softening of Concrete in Torsional Members—Theory and Tests, ACI J., Vol. 82, No. 3, pp. 290~303, 1985.
- 5) 長瀧・李・岡本：鉄筋コンクリート部材のねじり耐荷機構に関する一考察，土木学会論文集，第390号/V-8，pp.179~188，1988。
- 6) 守屋・二羽・松貝：面内せん断理論を用いた RC 部材のねじり解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.11-2，pp.357~362，1989。
- 7) 出雲・島・岡村：面内力を受ける鉄筋コンクリート板要素の解析モデル，コンクリート工学，Vol.25，No.9，pp.107~120，1987。
- 8) 岡村・前川：鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析，土木学会論文集，第360号/V-3，pp.1~10，1985。
- 9) Vecchio, F. J. and Collins, M. P. : Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory, ACI J., Vol. 85, No. 3, pp. 258~268, 1988.
- 10) 山田・青柳：ひびわれ面におけるせん断伝達，第2回 RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集，pp.19~26，1983。
- 11) Okamura, H. Maekawa, K. and Izumo, J. : Reinforced Concrete Plate Element Subjected to Cyclic Loading, Proc. of IABSE Colloquium Delft, pp.575~589, 1987.
- 12) Hsu, T. T. C. : Torsion of Structural Concrete—Behavior of Reinforced Concrete Rectangular Members, ACI SP-18, pp.261~306, 1968.
- 13) McMullen, A. E. and Rangan, B. V. : Pure Torsion in Rectangular Sections—A Re-Examination, ACI J., Vol. 75, No. 10, pp. 511~519, 1978.
- 14) Ernst, G. C. : Ultimate Torsional Properties of Rectangular Reinforced Concrete Beams, ACI J., Vol. 54, No. 4, pp. 341~356, 1957.
- 15) Victor, D. J. and Muthukrishnan, R. : Effect of Stirrups on Ultimate Torque of Reinforced Concrete Beams, ACI J., Vol. 70, No. 4, pp. 300~306, 1973.
- 16) 岡本・長瀧：曲げ・せん断とねじりを同時に受ける鉄筋コンクリート部材の強度と変形，土木学会論文集，第360号/V-3，pp.81~89，1985。
- 17) 二羽・松貝・守屋：ねじりを受ける鉄筋コンクリート部材の強度-変形解析，山梨大学工学部研究報告，No.39，pp.81~86，1988。

(1989.9.4・受付)