【土木学会論文集　第419号／IV-13　1990年7月】

作業日数のあいまいさを考慮した工程計画手法FPERTの提案とその応用

A SCHEDULING METHOD OF CONSTRUCTION PROJECTS, FPERT, WHICH CONSIDERS FUZZINESS IN THE ESTIMATION OF JOB TIMES

樗木　武*・Mohamed TATISH**・黄　文吉***・池田総司****

By Takeshi CHISHAKI, Mohamed TATISH, Wen-Chih HUANG and Soushi IKEDA

A new proposal for project scheduling (FPERT) is introduced, which tries to implement the concept of fuzziness in the estimation of the project duration. A mathematical linear programming model with multiple objectives is formulated, based on the optimization of the whole project duration, with either the earliest or the latest scheduling time of project activities.

To guarantee the possibility of execution of the considered schedule under the uncertainty, a concept of control of the value of membership function is also proposed. By increasing or decreasing this membership function, the project scheduling may be controled.

Keywords : scheduling method, network, linear programing

1．まえがき

土木工事における工程の計画・管理の手法として，従来からバーチャートやグラフによる手法が簡便であり，また，みやすいことから広く用いられてきた[1]．しかし，大規模プロジェクトや複雑な工事になるとこれら従来手法は大まかな検討には活用できても，詳細な工程管理上の諸検討に十分対処できない問題が指摘されてきた．そこで新たにネットワーク理論に基づく工程の計画・管理の諸法が開発され利用されていることは周知のとおりである．すなわち，作業要素間の複雑な順序関係をネットワークを用いて明らかにし，作業に必要な日数や各作業要素が工期に及ぼす影響の度合などを明確化することによって，作業進行の精度ある計画・管理を可能ならしめるネットワーク手法の開発である．また，単に工程という時間要素だけでなく，資源利用の効率化や，資金コストをも配慮した工程の計画・管理手法の展開も図られるに至っている[2),3)]．

このようにネットワークに基づく工程管理手法は優れた特色を有し実務的であるが，なお，残された課題がある．すなわち，工程計画あるいは管理の精度は基本的に個々の作業要素の作業日数の推定精度に左右されるものであるが，このことに関連して従来のネットワーク手法では，作業日数を1点見積りで得られる平均値を確定的に扱うか，あるいは，β分布を仮定した3点見積りによりその期待値と分散を求め確率的に扱うかのいずれかによっている．しかし，実際問題として，こうした作業日数の把握概念で処しきれない場合がある．たとえば，コンクリートの養生という作業要素を考えるとき，“最低3日必要であり，むしろこれ以上の日数になることが望ましいが，しかし脱型や型枠の転用，後続作業の都合といった諸観点から長くても1週間以内にとどめたい”などといった表現に基づく作業日数の推定もある．この作業日数の推定は，前述の平均値概念でも確率概念でも扱い得るものでなく，むしろあいまいさの概念による扱いが妥当であるといえよう．しかも，このような扱いが求められる作業日数の推定は多く，実際の工程計画の立案に際しより一般的なことである．

ところで，作業日数のあいまい推定を含む工程計画問題では，各作業日数をあいまい推定することと，そのことに基づいて工程計画を検討する方法を確立することの2つの問題がある．前者はすでにAyyub[8)]やSmithら[9)]の研究があり，作業日数影響要因の言語的表現をファ

*　正会員　工博　九州大学教授　工学部土木工学科
（〒812　福岡市東区箱崎6-10-1）
**　九州大学大学院土木工学専攻
***　正会員　海洋大学（台湾）
****　東急不動産

ジィ集合でモデル化している．一方，後者の研究は著者らの知る限り見当たらない．すなわち，Ayyub や Smith らの研究も，結局は作業日数の１点見積り，３点見積りをファジィ集合により導出し，従来型 PERT を適用するにとどまり，あいまい作業日数を直接工程計画の検討に取り入れるに至っていない．

そこで本研究は，ネットワーク手法による工程計画・管理法のうちまずは PERT を対象にして，あいまいな作業日数の推定を含む場合の工程計画手法の開発を試み，ファジィ PERT あるいは FPERT として提案するものである．また，提案手法に関しその性質と実際への適用上の工夫について検討するものである．

2．従来型 PERT の線形計画法による解釈

従来型 PERT は一般にはグラフ論的手法として図式的に解かれるが，これを線形計画法により解釈し解析することも可能で，文献 4）～6）ですでに論ぜられている．しかし，これらは目的関数の設定および構造変数の扱いのうえで必ずしも一般的な解釈とはいえず，そのままでは本研究の理論展開に際し問題である．そこであらためて従来型 PERT の線形計画法による解釈を行うものである．

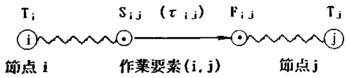

Fig. 1 Relation between node times and job time.

工事における各作業要素の順序関係はアローダイアグラムによるネットワークで表現できるが，これは作業要素をリンクとし，それらを節点を介して結びつけることにより各要素間の順序関係を表現するものである．したがって，作業要素 (i, j) の開始日 S_{ij} および完了日 F_{ij} と，これと結びつく節点 i, j の節点日時 T_i, T_j との関係が Fig. 1 のように表わされる．当然ながら，作業要素 (i, j) の開始日 S_{ij}，完了日 F_{ij} は節点日時 T_i, T_j の間におさまるものであり，また，作業の中断がないと仮定すれば，作業日数 $t_{ij}=\tau_{ij}$ が与えられるとき，F_{ij} と S_{ij} との差は当然ながらこの τ_{ij} に一致しなければならない．これらの事実を式で表現すれば次のとおりである．

$$T_i \leqq S_{ij} \ ((i, j) \in W) \quad \cdots\cdots (1)$$

$$T_j \geqq F_{ij} \ ((i, j) \in W) \quad \cdots\cdots (2)$$

$$F_{ij} - S_{ij} = \tau_{ij} \ ((i, j) \in W) \quad \cdots\cdots (3)$$

および

$$T_i \geqq 0 \ (i \in N); F_{ij} \geqq 0, \ S_{ij} \geqq 0 ((i, j) \in W) \quad \cdots\cdots (4)$$

ここに，W はネットワークを構成する作業要素の集合であり，N は節点集合である．また，$i<j$ となるよう節点番号は付されており，最初の節点番号を１，最後のそれを n とする．

従来型 PERT における最早プランは，「上記(1)～(4)の各式による制約条件のもとでネットワーク日数

$$Z = \sum_{i \in N} T_i + \sum_{(i,j) \in W} (S_{ij} + F_{ij}) \quad \cdots\cdots (5)$$

を最小にする」問題としてとらえることができる．本モデルは，節点日時，作業開始日，完了日のすべてを構造変数とし，また目的関数をこれらの総和とする点で従来と異なるが，PERT 最早プランの一般的な表現となるものであり，こうした表現が以後の展開に必要なことである．

なお，式(3)を用いて F_{ij} または S_{ij} を消去すれば，

$$\left.\begin{array}{l} \text{Minimize} \quad Z' = \sum_{i \in N} T_i + \sum_{(i,j) \in W} S_{ij} \\ \text{subject to} \\ \qquad T_i \leqq S_{ij}, \ T_j \geqq S_{ij} + \tau_{ij} \ ((i, j) \in W) \\ \text{and} \quad T_i \geqq 0 \ (i \in N), \ S_{ij} \geqq 0 \ ((i, j) \in W). \end{array}\right\} \quad (6)$$

または，

$$\left.\begin{array}{l} \text{Minimize} \quad Z' = \sum_{i \in N} T_i + \sum_{(i,j) \in W} F_{ij}, \\ \text{subject to} \\ \qquad T_j \geqq F_{ij}, \ T_i \leqq F_{ij} - \tau_{ij} \ ((i, j) \in W) \\ \text{and} \quad T_i \geqq 0 \ (i \in N), \ F_{ij} \geqq 0 \ ((i, j) \in W). \end{array}\right\} \quad (7)$$

なる数学モデルになる．

他方，PERT における最遅プランは，最早プランにより求められる工期 $T_n = T^*$ を保持したうえで，最も遅く作業を開始し完了するときの工程計画である．したがって，その線形計画モデルは，「式(1)～(4)と $T_n = T^*$ の条件のもとで式(5)の Z を最大にする」問題として定式化できる．また，これを式(6)，(7)のように簡略化できることはいうまでもない．

3．作業日数のあいまい推定

作業日数のあいまい推定の例としてコンクリートの養生について述べた．このほかにも，“掘削作業が，地盤や天候条件，作業員の集まり具合，掘削機械の稼働率などの諸要因から，うまくいけば７日程度で完了すると考えられるものの，より確かには 10 日とみておくと間違いないところである”，“後片付け作業を５日以内に完了するよう計画したいが，10 日程度まで延びることもなきにしもあらずである”などといった推定内容もある．このように，作業日数の推定があいまいであるといってもその内容は一通りでないが，それらを整理すれば結果的に次の４タイプに分けることができよう．

(1) タイプ 1

本タイプは，従来のように作業日数が１点見積り $t_{ij} = \tau_{ij}$ として得られるものである．

(2) タイプ2

「t_{ij} は最低限 d_{ij} 必要であると考えられるが，D_{ij} とすれば間違いないところであろう」，あるいは，「t_{ij} はできれば D_{ij} で処理することが望ましいが，それ以前に作業が完了する可能性もある．ただし，d_{ij} 以下になることはないであろう」といった内容をタイプ2とする．本タイプの作業日数の推定を，その扱いが簡単で直接的なファジィ理論におけるメンバーシップ関数 $m(t_{ij})$ で表わせば次のとおりである (Fig. 2(a)).

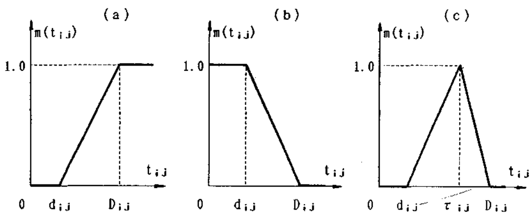

Fig. 2 Assumed membership function of job time.

$$\left.\begin{array}{ll} m(t_{ij})=1.0, & (t_{ij}>D_{ij}\text{ のとき}) \\ 0\leqq m(t_{ij})\leqq 1.0, & (d_{ij}\leqq t_{ij}\leqq D_{ij}\text{ のとき}) \\ m(t_{ij})=0, & (t_{ij}<d_{ij}\text{ のとき}) \end{array}\right\} \quad (8)$$

メンバーシップ関数が直線式で仮定できるものとすれば，上述の内容は，

$$1-\frac{D_{ij}-t_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda \quad \cdots\cdots (9)$$

において，λ の値をできる限り大きくすること (t_{ij} をできる限り D_{ij} に近づけること) と解釈できる．

(3) タイプ3

「t_{ij} はできる限り d_{ij} であることが望まれるが，遅れた場合には最大限 D_{ij} まで延びることもあり得る」，「t_{ij} は最大限 D_{ij} と考えられるが，基本的には d_{ij} で完了する公算が大きい」といった内容の作業日数推定である．この場合もタイプ2と同じように考察することができ (Fig. 2(b))，結果は

$$1-\frac{t_{ij}-d_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda \quad \cdots\cdots (10)$$

において，λ を極力大きくすることで表現できる．ただし，式(5)のネットワーク日数を最小にするという性質からして，これだけの内容では t_{ij} が d_{ij} 以下になることも十分考えられるので，

$$t_{ij}\geqq d_{ij} \quad \cdots\cdots (11)$$

なる条件を追加する必要がある．

(4) タイプ4

「t_{ij} はできる限り τ_{ij} であることが望まれるが，いくら急いでも d_{ij} までであり，また逆に遅れても D_{ij} までに限られる」，「t_{ij} は最大限 D_{ij} で，かつ最小限 d_{ij} であり，基本的にはその中間の τ_{ij} になる公算が大きい」といった内容をタイプ4とする．これは従来の3点見積り的な内容であるが，あいまいさの概念からいえばタイプ2とタイプ3を複合化した作業日数の推定とみることができる (Fig. 2(c))．したがって，$t_{ij}\leqq\tau_{ij}$ のケースと $t_{ij}\geqq\tau_{ij}$ のケースに分けられ，それぞれに対して式(9)と式(10)，(11)の考え方が適用できる．しかし実際問題として，同じ λ の値に対し2つの t_{ij} が存在するとき Z をできるだけ小さくする考えのもとでは結果的に小さい方の値が最適解になる．この意味では，本タイプに対し $t_{ij}\leqq\tau_{ij}$ のケースのみを考えればよく，その場合は本質的にタイプ2に同じであり，式(9)において D_{ij} の代わりに τ_{ij} を用いた次式が得られる．

$$1-\frac{\tau_{ij}-t_{ij}}{\tau_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda \quad \cdots\cdots (12)$$

4．ファジイ PERT (FPERT)

前章に示すような作業日数推定のあいまいさを含む工事ネットワークに関し，PERT 手法を適用することは，2．で論じた一般表現としての従来型 PERT における未知量 T_i, F_{ij}, S_{ij} に加えて，あいまい推定となる t_{ij} そのものをも未知量とすることである．このことを考慮し，ファジィ PERT を考えれば，従来型 PERT と同様に最早プラン，最遅プランの2通りが発想でき，それぞれの数学モデルが次のように得られる．

(1) FPERT 最早プラン

ネットワークに関する条件は，まずタイプ1の作業要素に関しては式(1)～(4)がそのまま成立する．タイプ2～4の作業要素に関しては，式(1)，(2)，(4)はそのままである．式(3)は t_{ij} が未知量であるから

$$F_{ij}-S_{ij}=t_{ij},\ t_{ij}\geqq 0 \quad \cdots\cdots (13)$$

となり，これらとあいまいさの内容に応じた式(9)あるいは式(10)，(11)，(12)が付与されることになる．

一方，本題の目的関数は，基本的には式(5)のネットワーク日数を最小にすることである．しかし，このほかに式(9)あるいは式(10)，(11)，(12)の導入に伴って，$Z_0=\lambda$ を極力大きくすることが求められ，その意味で Maximize $Z_0=\lambda$ が追加され，結局は2目的問題になる．この処理として，ネットワーク日数 Z を最小にするという考えをゆるめて妥協を図ることが考えられる．すなわち，Z の最小値，最大値を Z_l, Z_u とすれば，

$$1-\frac{Z-Z_l}{Z_u-Z_l}\geqq\lambda \quad \cdots\cdots (14)$$

とおいて，λ をできる限り大きくすること，したがって，Z をできる限り Z_l に近づけることである．この内容は，Z の妥協のもとで目的関数を Maximize $Z_0=\lambda$ に1本化することにほかならず，解析が可能になる．なお，この妥協に伴い，また後述の λ などの制御に関係して節点

日時の原点0が必ずしも保障されないおそれも考えられる．したがって，念を入れて $T_1=0$ なる条件を追加しておくことが間違いのないところである．なお，λ に関し，式(14)と式(9)，(10)，(12)のそれらを同じにしたが，これは，ネットワーク日数が作業日数の和であるから，本来的に作業日数の推定に依存するものであること，現実には Z よりも作業日数推定の確からしさに積極的意味があり，Z を最小にすることは単なる目標に過ぎないことを考慮してのことである．

ここで問題は，Z_1, Z_u をいかに設定するかである．1つの便法は，あいまい推定の t_{ij} に関し $t_{ij}=d_{ij}$ とおいて従来型PERTによる最早プランを求め，そのときのネットワーク日数を Z_1 とすることである．また，Z_u に関してはあいまい推定の作業要素に関し $t_{ij}=D_{ij}$ とおいて従来型PERT最遅プランを求め，そのときの Z の値を用いる．これら Z_1, Z_u は所与のネットワークにおいて最大限考えられる Z の最小値および最大値であり，Z_1 に関しては過小評価，Z_u に関しては過大評価になることもあり得るが，これらはあくまでも解析上の目標に過ぎないところから問題はない．

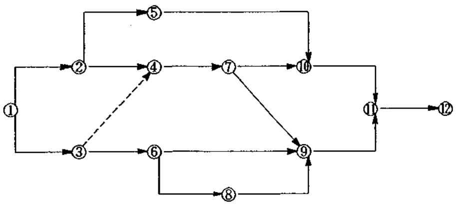

Fig. 3　**Example for computation.**

以上の諸内容から，FPERT最早プランの数学モデルを求めれば次の諸式で与えられる．ただし，タイプ2，3およびタイプ4の作業要素に関しては，式(13)第1式の関係を他の諸式に代入して t_{ij} を消去し簡略化している．また，式(13)第2式は，式(1)，(2)が成立するとき自動的に成り立つので除外している．

Maximize　$Z_0=\lambda$

subject to　$T_1=0,\ T_i\leqq S_{ij},\ T_j\geqq F_{ij}\ ((i,j)\epsilon W)$

$F_{ij}-S_{ij}=\tau_{ij}$　　　(for jobs of type 1)

$$1-\frac{D_{ij}-F_{ij}+S_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda \text{ (for jobs of type 2)}$$

$$1-\frac{F_{ij}-S_{ij}-d_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda,\ F_{ij}-S_{ij}\geqq d_{ij}$$

(for jobs of type 3)

$$1-\frac{\tau_{ij}-F_{ij}+S_{ij}}{\tau_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda \text{ (for jobs of type 4)}$$

$$1-\frac{\sum_{i\epsilon N}T_i+\sum_{(i,j)\epsilon W}(S_{ij}+F_{ij})-Z_1}{Z_u-Z_1}\geqq\lambda$$

and $S_{ij}\geqq0,\ F_{ij}\geqq0\ ((i,j)\epsilon W);\ T_i\geqq0\ (i\epsilon N);\ \lambda\geqq0$
　　　　……………………………………………(15)

(2)　FPERT最遅プラン

$T_n=T^*$ のもとでネットワーク日数 Z をできる限り大きくすることを考えながら最早プランの場合と同様の考察を行うことにより，最遅プランの数学モデルが得られ，結果のみ示せば次のとおりである．

Maximize　$Z_0=\lambda$

subject to　$T_n=T^*,\ T_i\leqq S_{ij},\ T_j\geqq F_{ij}\ ((i,j)\epsilon W)$

$F_{ij}-S_{ij}=\tau_{ij}$　　　(for jobs of type 1)

$$1-\frac{D_{ij}-F_{ij}+S_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda \text{ (for jobs of type 2)}$$

$$1-\frac{F_{ij}-S_{ij}-d_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda,\ F_{ij}-S_{ij}\geqq d_{ij}$$

(for jobs of type 3)

$$1-\frac{\tau_{ij}-F_{ij}+S_{ij}}{\tau_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda \text{ (for jobs of type 4)}$$

$$1-\frac{Z_u-\sum_{i\epsilon N}T_i-\sum_{(i,j)\epsilon W}(S_{ij}+F_{ij})}{Z_u-Z_1}\geqq\lambda$$

and $S_{ij}\geqq0,\ F_{ij}\geqq0\ ((i,j)\epsilon W);\ T_i\geqq0\ (i\epsilon N);\ \lambda\geqq0$
　　　　……………………………………………(16)

Table 1　**Estimated data of job times.**

job	type	d_{ij}	τ_{ij}	D_{ij}	job	type	d_{ij}	τ_{ij}	D_{ij}
1, 2	1		10		6, 8	2	3		7
1, 3	2	25		35	6, 9	2	8		15
2, 4	3	2		7	7, 9	4	10	14	17
2, 5	1		20		7, 10	2	5		8
3, 4	1		0		8, 9	1		4	
3, 6	3	9		15	9, 11	2	6		13
4, 7	3	15		24	10, 11	3	7		9
5, 10	4	14	16	21	11, 12	1		6	
			(day)						(day)

5．適　用　例

Fig. 3に示すネットワークに関し，式(15)，(16)を適用する．各作業要素の τ_{ij}, d_{ij} および D_{ij} の各値と，そのあいまいさがいずれのタイプであるかがTable 1のように与えられるものとする．

$t_{ij}=d_{ij}$ のもとで従来型PERT最早プランを求めればFig. 4(a)のとおりであり，これより $Z_1=1\,480$ を得る．また，$t_{ij}=D_{ij}$ のもとで従来型PERT最遅プランを求めれば(Fig. 4(b))，$Z_u=2\,568$ を得る．これらの結果を用いて式(15)に基づくFPERT最早プランの数学モデルを作成すれば次のとおりである．

Maximize　$Z_0=\lambda$

subject to　$T_1=0$

$T_1\leqq S_{12},\ T_2\geqq F_{12},\ F_{12}-S_{12}=10$

$T_1\leqq S_{13},\ T_3\geqq F_{13},\ -10\lambda+F_{13}-S_{13}\geqq 25$

$T_2\leqq S_{24},\ T_4\geqq F_{24},\ 5\lambda+F_{24}-S_{24}\leqq 7,\ F_{24}-S_{24}\geqq 2$

$T_2\leqq S_{25},\ T_5\geqq F_{25},\ F_{25}-S_{25}=20$

$T_3\leqq S_{34},\ T_4\geqq F_{34},\ F_{34}-S_{34}=0$

$T_3\leqq S_{36},\ T_6\geqq F_{36},\ 6\lambda+F_{36}-S_{36}\leqq 15,\ F_{36}-S_{36}\geqq 9$

$T_4\leqq S_{47},\ T_7\geqq F_{47},\ 9\lambda+F_{47}-S_{47}\leqq 24,\ F_{47}-S_{47}\geqq 15$

$T_5\leqq S_{5,10},\ T_{10}\geqq F_{5,10},\ -2\lambda+F_{5,10}-S_{5,10}\geqq 14$

$T_6\leqq S_{68},\ T_8\geqq F_{68},\ -4\lambda+F_{68}-S_{68}\geqq 3$

$T_6\leqq S_{69},\ T_9\geqq F_{69},\ -7\lambda+F_{69}-S_{69}\geqq 8$

$T_7\leqq S_{79},\ T_9\geqq F_{79},\ -4\lambda+F_{79}-S_{79}\geqq 10$

$T_7\leqq S_{7,10},\ T_{10}\geqq F_{7,10},\ -3\lambda+F_{7,10}-S_{7,10}\geqq 5$

$T_8\leqq S_{89},\ T_9\geqq F_{89},\ F_{89}-S_{89}=4$

$T_9\leqq S_{9,11},\ T_{11}\geqq F_{9,11},\ -7\lambda+F_{9,11}-S_{9,11}\geqq 6$

$T_{10}\leqq S_{10,11},\ T_{11}\geqq F_{10,11},$

$2\lambda+F_{10,11}-S_{10,11}\leqq 9,\ F_{10,11}-S_{10,11}\geqq 7$

$T_{11}\leqq S_{11,12},\ T_{12}\geqq F_{11,12},\ F_{11,12}-S_{11,12}=6$

$$1\,088\lambda+\sum_{i=1}^{12}T_i+\sum_{(i,j)\epsilon W}(S_{ij}+F_{ij})\leqq 2\,568$$

and $T_i\geqq 0(i\epsilon N)\,;\,S_{ij}\geqq 0,\ F_{ij}\geqq 0((i,j)\epsilon W)\,;\,\lambda\geqq 0$

上記数学モデルをシンプレックス法により解けば Fig. 5(a)の結果が得られる．$Z_0^*=\lambda^*=0.72$ であり，また，工期 $T_{12}^*=77.11$, ネットワーク日数 $Z^*=1\,785.1$ を得る．なお，ここでは t_{ij} したがって T_i, S_{ij}, F_{ij} が連続量であるとして解いたが，これらが整数でなければならない場合についても分技限定法などにより解くことが可能である．

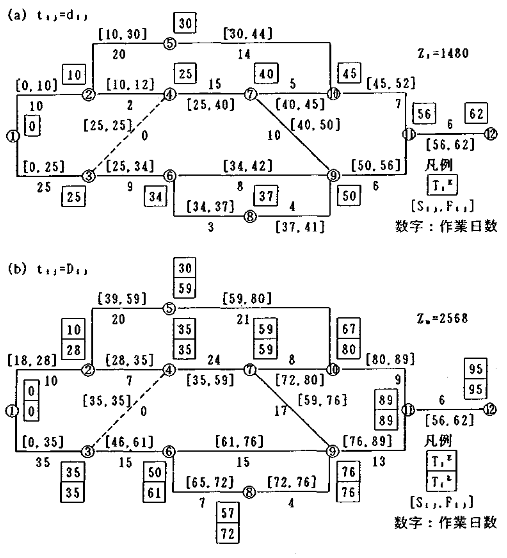

Fig. 4　Calculation of Z_l and Z_u.

一方，最遅プランは，$T_{12}=77.11$ として式(16)を解けばよいが，そのときの解が Fig. 5(b)である．この解では $T_1^*=2.49$, $\lambda^*=0.60$ であり，T_1^* が必ずしも 0 でなく，λ^* も最早プランのそれより小さい．これは Z の妥協性に関与する Z_l, Z_u とりわけ Z_u の設定の仕方に関係してこのような結果が得られたものである．なお，従来型 PERT では t_{ij} が確定値であるから 3 .の最遅プランに対する数学モデルの解がそのまま $T_1^*=0$ を満足しこのような事態にはならない．

最遅プランにおいて $T_1=0$ を満足させせつつ λ^* をより大きくするには，Z_u をより小さい値に設定して妥協を図ればよく，$Z_u=2\,568$ から試行錯誤的にその値を減じながら計算を繰り返せば，$Z_u=2\,338.6$ のとき Fig. 5(c)の結果を得る．すなわち，$T_{12}=77.11$, $T_1=0$ の内容で Z の値をできる限り大きくするものである．また，このとき $\lambda^*=0.72$ となり，最早プランのそれに一致し，したがって，t_{ij}^*も同じ値になる．なお，この事実から，FPERT 最遅プランは，わざわざ FPERT モデルを適用して解くまでもなく，FPERT 最早プランにより得られた t_{ij}^*の値を用いて従来型 PERT 最遅プランの計算方法を適用すればよいことになり，実用上好都合である．

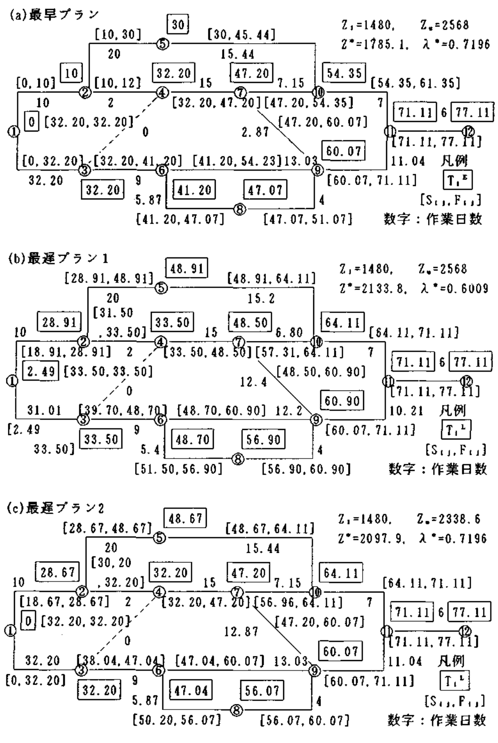

Fig. 5　Earliest and latest schedules calculated by Eqs. (15) and (16).

Table 2 t_{ij} and $m(t_{ij})$ of jobs.

job	t_{ij}	$m(t_{ij})$	job	t_{ij}	$m(t_{ij})$
1, 3	32.20	0.72	6, 9	13.03	0.72
2, 4	2.00	1.0	7, 9	12.87	0.72
3, 6	9.00	1.0	7, 10	7.15	0.72
4, 7	15.00	1.0	9, 11	11.04	0.72
5, 10	15.44	0.72	10, 11	7.00	1.0
6, 8	5.87	0.72		(day)	

6．実行可能性あるいは工期を考慮したFPERT

Fig. 5(a)，(c)の最早プラン，最遅プランに関し，作業日数があいまい推定であるもののメンバーシップ関数の値を計算すればTable 2のとおりである．これよりλ^*はそのプランにおける作業日数推定のあいまいさの最小値を与えるものであるが，これは線形計画モデルによる必然的結果である．したがって，λ^*の値が余りにも小さいと，そのメンバーシップ関数の値にλ^*と同じ値をもつ作業要素を，計算された作業日数で完了する度合いは小さいと解釈でき，それだけプランの実行可能性が不確かなものになる．一方，λ^*の値が大きく1.0に近いほどプランの実行可能性はより確かなものになるが，その場合には作業日数および工期が延び，場合によってはこれらの値が必要以上あるいは限度以上のものになることもある．

こうしたことを考え合わせると，単にZをZ_lにできるだけ近づけつつ$Z_0=\lambda$を最大にするということだけでFPERTを用いるのでなく，いっそのことλの値や工期をも適当にコントロールしつつ最早プラン，最遅プランを立てるといったより積極的なFPERTの活用が提案できる．

式(15)の最早プランモデルにおいて，Maximize $Z_0=\lambda$におけるλを変化させるには，要はZおよびZ_0の2目的間で妥協を図るという考えにたって，Z_l，Z_uの値を変動させればよい．すなわち，Z_0の最大化は積極的な意味があるが，Zの最小化はとりあえずのZ_l，Z_uの設定に

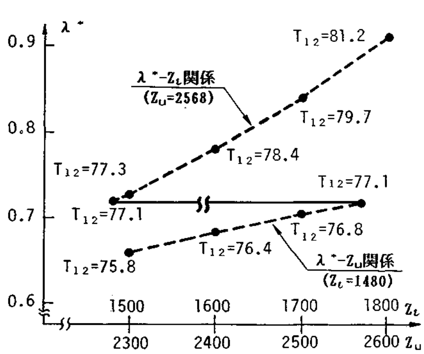

Fig. 6 λ^* - Z_u, Z_l curves for the ealiest schedule.

基づく目標に過ぎないから，Z_0に応ずるZの犠牲のうえでZ_0の値を改善するという考え方である．たとえばFig. 5(a)において，Z_u=2 568をそのままとし下限値Z_lを1 480より順次増大させれば，Fig. 6のλ^* - Z_l関係を得る．Z_lが大きくなるに従ってλ^*の値は増大するが，その分，工期T_{12}およびZの値が犠牲になり大きくなる．同様に，Z_l=1 480をそのままにして，Z_uの値を2 568から順次減ずれば同図のλ^* - Z_u関係が得られる．Z_uが小さくなるにつれλ^*の値も小さくなるが，それだけ工期およびZの値は小さくなる．

こうしたZ_l，Z_uとλ^*との関係を踏まえれば，実行可能性の1指標ともいえるλ^*の値を配慮しつつ最早プラン，最遅プランを立案する手法が次のように提案できる．すなわち，まずはFPERT最早プランとして式(15)を解き，そのときのλ^*の値が所与の基準λ_0であるか否かを判断する．その結果，λ^*が基準から大きく乖離していれば，その基準になるようにZ_lまたはZ_uの値を修正して解き直せばよい．

先の例題で，Z_l=1 480，Z_u=2 568のもとで解けばλ^*=0.72である．工期は犠牲になるもののこれを大きくしてλ^*を0.8になるように修正したい場合には，Fig. 6より判断してZ_lの値を1 630程度にすればよいといえ，これをもとに試行錯誤を繰り返せば，Z_l=1 634.5，Z_u=2 568のときFig. 7(a)の結果が得られる．また，これに対する最遅プランは前章に提案する方法で求められ，同図(b)のとおりである．反対に，λ^*を0.65程度に下げたい場合にはZ_uを2 200～2 300程度に下げて計算をやり直せばよい．

以上は最早プランに基づいてλ^*の値をコントロールする方法を述べた．これとは別に，式(16)の解に基づい

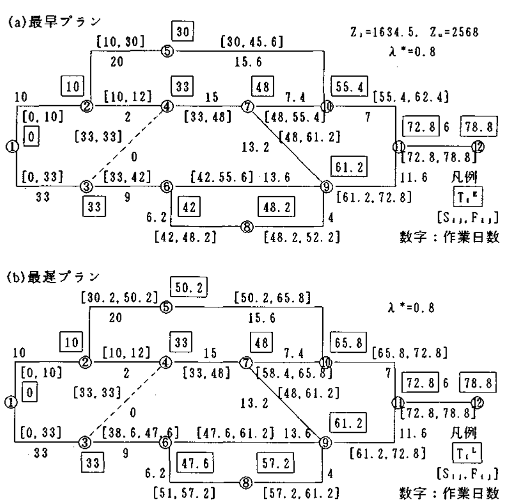

Fig. 7 Earliest and latest schedules controled with λ^*=0.8.

て Z_l, Z_u を変化させ λ^* をコントロールする方法も考えられる．しかしその場合は，工期を $T_n=T^*$ に固定して行うところから，最早プランのように自由な λ^* のコントロールは難しい．たとえば，Fig. 5(b)に示すように，$T_{12}=77.11$ として式(16)を解けば $\lambda^*=0.60$ を得るが，これをもとに Z_l または Z_u を変動させて解き直せば Fig. 8のとおりである．Z_l の変動に対しては λ^* は比較的大きく変動するが，一般に Z_l を増大させると λ^* は小さくなる．一方，Z_u を減ずれば λ^* はより大きくなるが，最大で0.72であり，それ以上にはなり得ない．

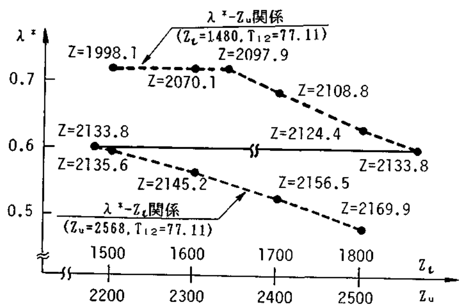

Fig. 8　λ^* - Z_l, Z_u curves for the latest schedule.

このように，$T_{12}=77.11$ に固定したままでは λ^* を自由に操作することは困難であり，したがって，T_{12} をも変化させながら λ^* をコントロールしなければならなくなる．すなわち，Z_l または Z_u と T_{12} の２者の組合せを種々考えて λ^* をコントロールする必要があり計算が繁雑になる．この意味で最遅プランに基づく λ^* のコントロールは望ましいとはいえず，むしろ前述の最早プランによるコントロールを推奨するものである．

なお，λ^* の基準はたとえば0.8程度，0.75～0.85などであるが，具体的な設定は工事内容や工事の納期などを勘案して計画者が判断すべきことであり，また，工事の実績データの蓄積を得て求めるべきものである．

以上は λ^* のコントロールについてであるが，工期 T_n をコントロールすることも可能である．すなわち，λ^* の場合と同様に，Z_l, Z_u のいずれか一方を操作しながら目標の工期 $T_n^*=T_0$ が得られるよう試行錯誤を繰り返すことが提案できる．あるいは，式(16)を $T_n=T_0$ のもとで解いたうえで，前述のように $T_1^*=0$ になるよう調整する方法も考えられる．

7．あとがき

従来の PERT では，作業日数の推定を１点見積りあるいは３点見積りによっているが，実際の現場でそうした推定は必ずしも適当であるとはいえないことも多々ある．そこで現場の判断に即した新たな工程計画手法を確立することが求められ，その一法として作業日数のあいまい推定に基づくファジィ PERT (FPERT) の開発を行い提案した．本法は作業日数の推定における１点見積りに加えて，３つのタイプのあいまい推定にも対処し，それぞれに対するメンバーシップ関数を用いて，節点日時，作業の開始日，完了日および作業日数を構造変数とする線形計画モデルとして定式化のうえ解析する内容である．その結果，作業日数のあいまい推定を直接的にモデルに組み込むことが可能になった．

また，メンバーシップ関数の最小値 λ^* をコントロールすることにより，単に工期のみならず作業の実行可能性をも配慮した工程計画を立案することが可能になった．あるいは，工期をコントロールしながら工程計画を立てることも可能である．こうした本法の利用をも含めて要約し結論づける意味で，FPERT に基づく演算システムを整理し示せば Fig. 9 のとおりである．

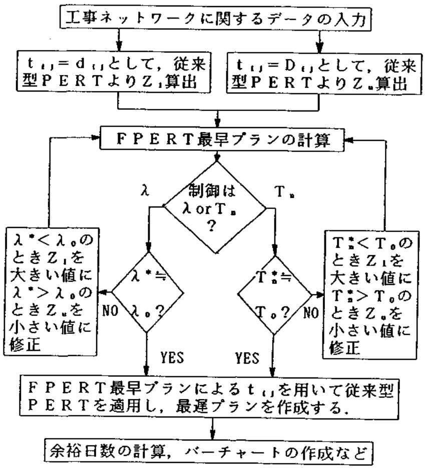

Fig. 9　FPERT system.

本研究では，従来型 PERT に関し，一般的な線形計画モデルの定式化を行い．そのうえで作業の中断を考えない場合の FPERT の提案を行った．このことはさらに作業の中断を許す FPERT や PERT/MANPOWER, CPM など同種の工程計画手法への展開や作業の順序関係のあいまいさの問題の扱いを可能にするものであり，また，工期とコストの両者を考慮した最適スケジューリング問題への応用を可能にする汎用性をもつものである．

参考文献

1) 北野　章 編：1集 土木工事施工計画書の作り方と実例，近代図書，1978.
2) 荻原　浩 編：土木工事ネットワーク工程表の作り方と

実例，近代図書，1984.
3) 吉川和広：土木計画と OR，pp.198～229，丸善，1969.
4) Charnes, A. and Cooper, W.: A Network Interpretation and a Directed Subdual Algorithm for Critical Path Scheduling, J. of Industrial Engineering, Vol. 13, No. 4, pp.213～219, 1962.
5) H.M.ワグナー（森村英典ほか訳）：オペレーションズ・リサーチ入門2，pp.69～72，培風館，1976.
6) 村瀬安彦・山本幸司：線形計画法による拡張型 Precedence Network モデルの解析，土木学会第44回年次学術講演会講演概要集第4部，pp.372～373，1989.
7) 榑木　武・渡辺義則：土木計画数学2，pp.102～103，森北出版，1983.
8) Ayyub, B.M. and Halder, M.: Project Scheduling Using Fuzzy Set Concepts, J. Constr. Engrg. and Mgmt., ASCE, 110(2), pp.189～204, 1984.
9) Smith, G.R. and Hancher, D.E.: Estimating Precipitation Impacts For Scheduling, J. Constr. Engrg. and Mgmt., ASCE, 115(4), pp. 552～566, 1989.

(1990.2.1・受付)