

トンネルの切羽進行に伴う内空変位と地山の クリープ特性による変位の分離

THE SEPARATION OF THE CONVERGENCE CAUSED BY PROGRESSION OF TUNNEL FACE INTO ONE AND ANOTHER DUE TO CREEP CHARACTERISTICS OF ROCK

伊東 孝*・赤木知之**・土山茂希***

By Takashi ITO, Tomoyuki AKAGI and Shigeki TUCHIYAMA

It has been very difficult to evaluate with accuracy the behavior of rock mass around tunnel, because rock mass possesses time dependent properties. The time dependent displacement of tunnel consists of two mechanisms that are elastic one due to the progression of tunnel face and another due to the visco-plastic properties of rock mass. In this paper, it is emphasized that these mechanisms may be separated by theoretical approach. The tunnel considered is circular in shape, and is assumed to excavated in constant velocity in the isotropic linear visco-elastic homogeneous media. In addition to these assumptions the idea of equivalent initial stress is introduced. It means that the initial stress varies with time correspond to the velocity of progression of tunnel face. The exact solution of convergence is clearly obtained under these conditions using correspondence theory.

Keywords: visco-elasticity, convergence, equivalent initial stress

1. ま え が き

NATMにおいては、施工中のコンバージェンス等をたえず計測管理しながら、その挙動の変化に応じて柔軟に工法を変えてゆけることが理想とされる。しかし、現実には計測結果を正しく評価し、その結果を施工へ迅速にフィードバックする具体的方法が基準化できなかつたり、管理基準値を明確に定めることができず、NATMの本質を生かせない場合が多い。

トンネル掘削によって生じる内空変位は、一般に経時的に変化する。あるいは、切羽距離に依存するとみる場合もある。すなわち、内空変位のメカニズムには、掘削が進み変位計測点から切羽が離れるに従って初期地圧の解放率が高くなり、それに伴う弾性変位と地山のクリープ特性による非弾性変位の2つがあると考えられる。前者はまさしく切羽距離に依存した変位であり、後者はたとえ切羽の進行が停止して地山の応力状態に変化がなくなるとも、内空変位が経時的に増加する現象を呈する。した

がって両者が重なり合って現われる実際のトンネルでは、その挙動はきわめて複雑なものとなり、正しい応答関数を導入することはほとんど不可能に近く、内空変位の収束時期および最終変位量を正確に予測することはきわめて困難なものとなっている。

本報告は、そのような問題に対処するために、これら2つのメカニズムを分離すべく、粘弾性地山中を円形トンネルが定速度で掘削される場合の内空変位を、等価初期地圧の概念¹⁾を導入して理論的に求め、さらにその解をスペクトル解析することによりトンネルが安定に向かっている場合や不安定な要素を含んでいる場合のスペクトルを種々求めた結果について検討を行うものである。

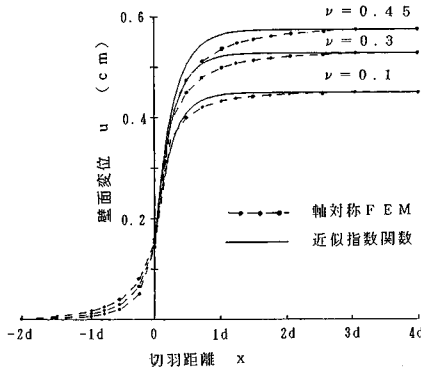
2. 切羽進行に伴う弾性地山の内空変位

切羽進行に伴うトンネル壁面の弾性変位は、三次元解析によらなければ求まらないが、もし、トンネルが円形で初期地圧が静水圧的であるならば、軸対称問題として取り扱うことができる。地山の弾性係数 E を 10^3 MPa、初期地圧 p を 2 MPa、トンネル直径 d を 12 m として、ポアソン比 ν を 3 種類に変えた場合の解析結果を図-1に示す。この図より、ポアソン比に関係なく変位 u は切羽距離 x に対して次式のような指数関数で近似でき

* 正会員 工修 豊田工業高等専門学校助手 土木工学科
(〒471 豊田市栄生町 2-1)

** 正会員 工博 豊田工業高等専門学校教授 土木工学科
(同上)

*** 正会員 工修 中部電力(株)奥美濃水力建設所
(〒501-15 岐阜県本巣郡根尾村東板屋跡路 192)



図一 切羽進行に伴う内空変位

ることがわかる²⁾。

$$u(x) = u_0 + u_1(1 - e^{-x/f}) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 u_0 は切羽距離 x が 0 のときの変位量、 u_1 はそれ以後に生じる全変位量、 f' は収束係数とよばれる変形の遅れを表すパラメーターである。図中に式 (1) を用いて近似した曲線を実線で示す。

一方、平面ひずみにおける厚肉円筒理論を用いると、円形トンネルの掘削による壁面の弾性変位は次のように表わされる。

$$u = \frac{d(1+\nu)}{2E} p \dots\dots\dots (2)$$

式 (1) と式 (2) はどちらもトンネル掘削により生じる壁面の弾性変位であり、これらの式が等しくなるためには、式 (2) における初期地圧 p が次式のように表わされればよいことがわかる。

$$p(x) = p_0 + p_1(1 - e^{-x/f'}) \dots\dots\dots (3)$$

また、切羽の進行速度 v が一定であるものとするとき、時間 t を用いて式 (3) は次のように書き換えることができる。

$$p(t) = p_0 + p_1(1 - e^{-t/f}) \dots\dots\dots (4)$$

式中のパラメーターは式 (1)～(3) より

$$p_0 = \frac{2E}{d(1+\nu)} u_0, \quad p_1 = \frac{2E}{d(1+\nu)} u_1, \quad f = \frac{f'}{v} \dots\dots (5)$$

として求められる。軸対称解析結果より、ポアソン比の変化に無関係に、 $u_0/(u_0 + u_1) = 0.3$ 、 $u_1/(u_0 + u_1) = 0.7$ 、 $f' = 0.25d$ という関係が求まり、これより式 (5) のパラメーターには次の関係を満足する必要があることがわかる。

$$\frac{p_0}{p_0 + p_1} = 0.3, \quad \frac{p_1}{p_0 + p_1} = 0.7, \quad f = 0.25 \frac{d}{v} \dots\dots (6)$$

以上のことは、切羽の進行に伴って変位計測点の応力解放率が変化することにより変位が増加してゆく三次元的な挙動を、最初から開削されているトンネルに対して、そこに働く地圧が式 (4) のように変化することに置き換え、平面ひずみとして解析できることを示している。

式 (4) で表わされる地圧 p のことを等価初期地圧とよんでいる。

3. 切羽進行に伴う粘弾性地山の内空変位

コンプライアンスのせん断成分 $c (= 2(1+\nu)/E)$ を用いると、式 (2) は次のように書き換えられる。

$$u = dcp/4 \dots\dots\dots (7)$$

粘弾性地山に対する解は、対応原理³⁾を上式に適用することにより、ラプラス変換形で

$$\bar{u}(s) = \frac{d}{4} s\bar{c}(s) \cdot \bar{p}(s) \dots\dots\dots (8)$$

と表わされる。この逆変換は次式となる。

$$u(t) = \frac{d}{4} \left\{ \int_0^t c(t-\tau) \frac{dp(\tau)}{d\tau} d\tau + p(0)c(t) \right\} \dots\dots (9)$$

ここに、 $c(t)$ はクリープ関数のせん断成分であり、いま、三要素モデルによって次式で表わされるものとする。

$$c(t) = c_0 + c_1(1 - e^{-t/T_c}) \dots\dots\dots (10)$$

c_0 は瞬間弾性変形、 c_1 はクリープ変形に関する材料定数であり、 T_c はクリープ変形の遅延時間である。

式 (4) および式 (10) にラプラス変換を施し、それらを式 (8) に代入すると、

$$s\bar{c}(s)\bar{p}(s) = \frac{(c_0 + c_1)(p_0 + p_1)}{s} + \frac{c_1 p_1 T_c / (f - T_c) - c_1 p_0}{s + 1/T_c} + \frac{c_1 p_1 f / (T_c - f) - c_0 p_1}{s + 1/f} \dots\dots (11)$$

となる。この式の逆変換をとると、粘弾性地山におけるトンネル壁面変位の時間依存性が次式のように得られる。

$$u(t) = \frac{dc_0}{4} [p_0 + p_1(1 - e^{-t/f})] + \frac{dc_1}{4} \left[p_0(1 - e^{-t/T_c}) + p_1 \left\{ 1 - \frac{1}{T_c - f} (T_c e^{-t/T_c} - f e^{-t/f}) \right\} \right] \dots\dots (12)$$

特別な場合として、 $t=0$ 、すなわちトンネル掘削直後の内空変位量は次式となり、弾性変位のみであることがわかる。

$$u(0) = dc_0 p_0 / 4 \dots\dots\dots (13)$$

また、 $t=\infty$ の場合は、変形は収束しており弾性変位およびクリープ変位の和となっている。

$$u(\infty) = d(c_0 + c_1)(p_0 + p_1) / 4 \dots\dots\dots (14)$$

さらに、クリープ変形の遅延時間 T_c と f が等しい場合、式 (12) を直接用いることはできないが、 $T_c = f$ という条件を付け加えることにより次式のように導くことができる。

$$u(t) = \frac{d}{4} \left\{ c_0 p_0 + (c_0 p_1 + c_1 p_0 + c_1 p_1)(1 - e^{-t/T_c}) - \frac{p_1 c_1 t}{T_c} e^{-t/T_c} \right\} \dots\dots (15)$$

表一 掘削速度が内空変位に与える影響

掘削速度	普通地山 c1/c0=0.2, Tc=6日		膨張性地山 c1/c0=16, Tc=30日	
	λ=2d	λ=4d	λ=2d	λ=4d
	Y=2m/day (f=1.5日)	0.70	0.72	3.53
Y=1m/day (f=3日)	0.72	0.72	5.55	8.11
Y=0.5m/day (f=6日)	0.72	0.72	6.01	8.92

単位 (cm)

式 (12) を用いることにより、切羽の進行速度が地山の内空変位に及ぼす影響をみる事ができる。c₀=10⁻³ (MPa)⁻¹, p₀+p₁=2 MPaの地山に直径 d=12 m のトンネルを掘削したとき、最終変位量が 1 cm 程度の場合 (ここではこれを普通地山とする) と 10 cm 程度の場合 (これを膨張性地山とする) の 2 種類のモデルを考え、切羽距離が 2 d および 4 d における変位を計算した結果を表一に示す⁴⁾。3 種類の掘削速度に対して計算されているが、普通地山の場合、クリープ変形の遅延時間 T_c を 6 日としたことから早い時期に変位が収束し、ほとんど掘削速度の影響を受けていない。一方、膨張性地山の場合、T_c を 30 日としたことから、変位の収束時期が遅れ掘削速度が遅くなるにつれて所定の切羽距離における変位に影響を及ぼしていることがわかる。

4. 内空変位の遅延スペクトル解析

式 (10) におけるクリープ変形の遅延時間 T_c は、変形を遅延させるメカニズムを特性づけるもので、一般的にはこのようなメカニズムが連続的に存在するものとして考え、クリープ関数を次式のように表わす。

$$c(t) = \int_0^\infty \Phi(T)(1 - e^{-t/T})d(\ln T) \dots (16)$$

この Φ(T) を遅延スペクトル⁶⁾とよび、連続的な遅延時間 T に対するコンプライアンス (c) の分布強度を表わすものと考えることができる。式 (16) を Φ(T) について解くと、次式のような漸近式が得られる。

$$\Phi(T) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{(-1)^{K+1}}{(K-1)!} (KT)^K \frac{d^K c(KT)}{dT^K} \dots (17)$$

上式は K が大きいほど近似度の高い式であるが、いま、K=1 の最も近似度の低い場合について考えると、便宜的に T=t とおいて次式が得られる。

$$\Phi(t) = t \cdot \frac{dc(t)}{dt} \dots (18)$$

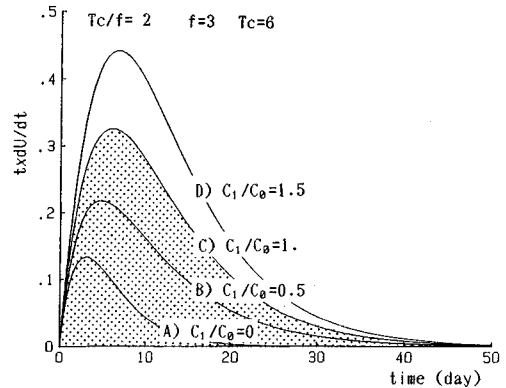
すなわち、クリープ関数を微分することによって近似的な遅延スペクトルが得られる。クリープ関数とは外力に対する変位の応答関数であるから、実際的には、観測される経時変位を微分することによっても遅延スペクトル

が得られることになる。

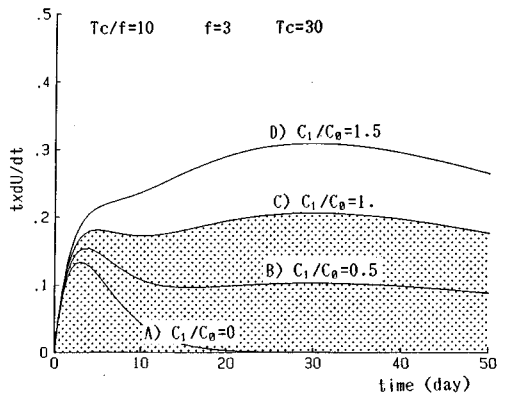
以上のことを広義に解釈して、本研究における内空変位に適用する。式 (12) で表わされた内空変位に対し、Φ(t)=t・du/dt なる演算を実行すると次式が得られる。

$$\Phi(t) = \frac{dt}{4} \left\{ \left(\frac{c_0 p_1}{f} - \frac{c_1 p_1}{T_c - f} \right) e^{-t/f} + \left(\frac{c_1 p_0}{T_c} + \frac{c_1 p_1}{T_c - f} \right) e^{-t/T_c} \right\} \dots (19)$$

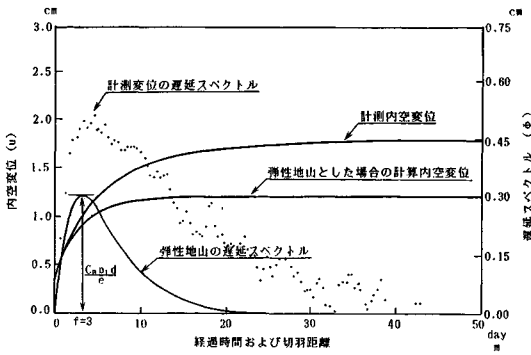
トンネル径 d=12 m, c₀=10⁻³ (MPa)⁻¹, 地圧 (p₀+p₁)=2 MPa, f=3 day として、パラメーター c₁, T_c に種々の値を代入し式 (19) を計算した結果を図一2 および図一3 に示す。図一2 は T_c/f=2 とそれぞれのメカニズムが近接している場合で、図一3 は T_c/f=10 と比較的離れている場合である。いずれも粘性特性の卓越度を表わす c₁/c₀ をパラメーターとして示してある。これらの結果によれば、2 つのメカニズムが近接している場合は、スペクトルは分離されずに 1 個の山を示し、粘性特性が顕著になるにつれてその値が大きくなる傾向を示す。一方、T_c/f=10 の場合は、2 つのメカニズムが明確に分離されており、それぞれ与えた f および T_c の値で極値を示している。すなわち、観測変位速度から遅延



図一2 遅延スペクトル曲線 (T_c/f=2)



図一3 遅延スペクトル曲線 (T_c/f=10)



図—4 遅延スペクトル解析例

スペクトルを計算すれば極値を示す位置およびその大きさから、メカニズムの特性である f および T_c の値を推定できることがわかる。しかし、 $T_c/f=10$ の場合でも、 c_1/c_0 の値の大きさにより、極値の値の大きさに変化がみられ、 c_1/c_0 の特に小さい値のスペクトルでは T_c の位置を示す極値が消滅してしまっている。

$c_0=10^{-3}$ (MPa) $^{-1}$ 、地圧 (p_0+p_1)=2 MPa の地山中を直径 $d=12$ m の円形トンネルが掘削速度 $v=1$ m/日で進行する場合の遅延スペクトル解析例を図—4 に示す。ただし、非弾性特性値は未知とする。弾性地山中を円形トンネルが定速度で進行する場合の内空変位は図—1 に示したように解析的に求められるので、本トンネルの場合の結果とその遅延スペクトルが図のように示される。円形トンネルの場合は $f'=0.25 d$ となることより $f=3$ 日となり、スペクトルは3日のところでピークを示し、高さは $c_0 p_1 d / e$ となっている。同図に計測内空変位の全過程をプロットし、それらをディジタイザーによって読み取ることにより求めた遅延スペクトルが点でプロットされている。計測変位のうち弾性地山の計算変位を越えた部分は地山の非弾性的性質によるものである。同様のことが遅延スペクトルにもいえる。そして、両者の違いは内空変位よりも遅延スペクトルの方により敏感にかつ早期に現われていることである。したがって、地山の弾性コンプライアンス (c_0)、初期応力 (p_1)、トンネル直

径 (d) と掘削速度 (v) によって決まる基本的な遅延スペクトルをプロットしていけば、その逸脱の程度を把握することによって、近い将来に変位が収束するかどうかを比較的早期に推定することができるものと思われる。

5. あとがき

本研究は、粘弾性地山中の円形トンネルの壁面変位に対して、切羽進行に伴う応力解放による弾性変位と地山の粘性特性による変位を理論的に求め、さらに、その解を用いて遅延スペクトルを求め、その特性をパラメトリックに探ったものである。ここで提案している遅延スペクトル解析手法を用いることにより、たとえば、図—2 および図—3 に示した種々の遅延スペクトルの中で網掛けを施した範囲を管理基準と決めることができれば、ここに計測変位から得られるスペクトルをプロットすることによりトンネルの施工における計測管理に有効な手段となるものと思われる。

参考文献

- 1) Sakurai, S. : Approximate time-dependent analysis of tunnel support structure considering progress of tunnel face, Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 2, 1978.
- 2) 伊東 孝・土山茂希・赤木知之：コンバージェンスの経時変化とその評価について、第20回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp. 249~253, 1988.
- 3) Schapery, R.A. : A Method of viscoelastic Stress Analysis using Elastic Solution, Jour. of Franklin Ins., Vol. 279, No. 4, pp. 208~289, 1965.
- 4) 伊東 孝・土山茂希・赤木知之：トンネル内空変位の経時変化と遅延スペクトル解析, 第23回土質工学研究発表会, 724, 1988.
- 5) 赤木知之・伊東 孝・土山茂希：トンネル内空変位の遅延スペクトル解析と計測管理, 第21回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp. 276~280, 1989.
- 6) 山本三三三：材料科学のための物体の変形学, 誠堂新光社, pp. 150~219, 1972.

(1989. 5. 18・受付)