

三次元境界要素法による地盤掘削解析手法に関する研究*

STUDY ON APPLICATION OF THREE DIMENSIONAL BOUNDARY ELEMENT METHOD IN ANALYSIS OF GROUND EXCAVATION

門田 俊一**

By Shunichi KADOTA

This study was conducted with the aim of applying three dimensional Boundary Element Method in analysis of ground excavation. The methods studied were dead load analysis for evaluating initial ground pressure and stage excavation analysis which permits consideration of construction schedule. And a tunnel intersection problem and a shaft excavation problem were analysed using these methods.

Following results were obtained.

- (1) By supplying dead load analysis method, it is possible to obtain three dimensional initial ground pressure accurately.
- (2) Accurate analysis of three dimensional stage excavation is possible with Boundary Element Method.
- (3) These methods can be applied to practical problems for three dimensional underground excavation.

Keywords: BEM, three dimensional problem, ground excavation

1. はじめに

トンネル・地下空洞等の地盤構造物における形状複雑化や建設地点の多様化に伴い、これらの構造物を安全にかつ経済的に設計・施工するためには、掘削に伴う地盤挙動を三次元的に把握する必要性が生じてきた。地下空間利用の積極的活用が叫ばれている昨今において、この課題の解決は急務である。

最近、このような地盤掘削問題は、大型電子計算機を利用した種々の数値解析手法により取り扱われることが多いが、適用される解析手法においては、特に以下に示す基本的機能を有している必要がある。

- 1) 初期地圧を評価するための自重解析。
- 2) 建設手順に応じた地盤挙動を把握できる段階掘削解析。
- 3) 自重解析から評価した初期地圧に基づく段階掘削解析。
- 4) 支保部材の考慮。

従来、このような条件を満足する数値解析手法として

実務計算で多用されてきた手法は有限要素法である。この方法による掘削解析は、掘削部分の要素を取り去り掘削相当外力を評価することによって容易に実施できる。さらに、有限要素法は、地盤の非線形な力学特性や複雑な地質条件を扱うことが可能な汎用数値解析手法であることは周知の事実である。しかしながら、上述した三次元掘削問題への適用は、解析に必要なデータ作成が煩雑であること、計算機の記憶容量や計算時間が膨大となることから、実務計算においては一般的でない。

一方、最近、工学の各分野における境界値問題の近似解法として、境界要素法が盛んに適用されつつある^{1),2)}。この理由は、境界要素法においては、無限遠方の境界条件が導入しやすいことや、領域境界の数値積分のみで境界値問題の解を得ることが可能なことなどである。特に後者の理由から、境界要素法では、有限要素法に比較して計算に必要なデータ作成量を大幅に減じることが可能なため、三次元解析に適するものと考えられる。ただし、境界要素法は、非線形問題に対して有限要素法ほどの汎用性はなく、領域積分をいとわなければ非線形解析も可能であるが、むしろ線形問題を精度よく効率的に解く方法であると考えられる。

このような特長を生かして、Crouch³⁾、桜井⁴⁾らは、境界要素法を地盤の掘削解析に適用している。しかし、

* 本論文の一部は、文献13)~15)においてすでに発表している。

** 正会員 工修 フジタ工業(株)技術研究所第一研究部岩盤研究室室長(〒223 横浜市港北区大圃町74)

これらの方法においては、いずれも基本的に初期地圧を全領域一定と仮定した全断面掘削を扱っており、前記した掘削解析の基本的機能をすべて満足するものではない。また、最近では、地盤の複雑な力学特性や支保部材の導入が可能な有限要素法の利点と、解析データ作成時の省力化が可能な境界要素法の利点を組み合わせた融合解析手法⁵⁾が提案されており、特に非線形問題への適用の有効性が示されている⁶⁾。ところで、三次元非線形解析は、用いる構成式のパラメーターを決定することが困難であることや、繰り返し計算等の計算量が膨大となることから、実務で実施されることはきわめて少ない。むしろ実務における三次元掘削解析では線形解析を用いることが多いが、これは、解析に必要な材料定数がヤング率やポアソン比等、比較的簡単に評価できる物性値から巨視的に地盤挙動を評価できるからである。したがって、線形解析から問題解決できる情報が十分に得られるのであれば、境界要素法のみで掘削解析を実施する有用性は十分に認められる。

以上に述べた地盤掘削解析の現状の問題点と境界要素法の適用に関する従来の研究を踏まえて、本論文では、実用面を重視する観点から、三次元地盤掘削解析の単純化、および、境界要素法を用いて有限要素法と同等な機能を有する掘削解析手法の確立を目的として、以下について論じる。

- 1) 数値計算で初期地圧を評価するための自重解析について、領域表面の要素分割のみで解析可能な Galerkin テンソルを用いる方法の概要と解析精度を示す。
- 2) 段階掘削解析手法について2つの方法(内点法、異領域分割法)を提案し、その解析精度について示す。
- 3) トンネル交差部、および、立坑の三次元掘削解析を実施し、本論文で提案する手法の実務問題への適用性を示す。

2. 境界要素法による弾性基礎方程式の定式化

本論文で対象とする地盤掘削問題等、連続体力学で扱う線形応力・変形問題に対する支配方程式は、Navier の方程式として知られる弾性基礎方程式⁷⁾である。本章では、後述する理論展開の理解を容易にするために、境界要素法による弾性基礎方程式の定式化を略述する。なお、本論文では直接法を用いて定式化するものとする。

(1) 弾性基礎方程式と境界条件

弾性基礎方程式は、次式に示すように、平衡方程式に Hooke の法則およびひずみ・変位関係を代入して得ることができ、図-1 に示すように領域 Ω で定義される。

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \rho \mathbf{b} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 \mathbf{u} 、 \mathbf{b} 、 ρ はそれぞれ変位ベクトル、物体力ベクトル、密度、 μ 、 λ は Lamé の定数、 ∇ は勾配演算子で

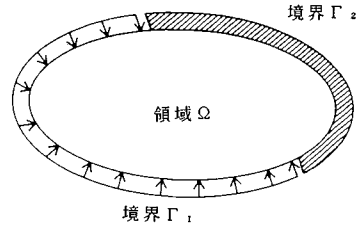


図-1 解析領域と境界条件

ある。この問題の境界条件は、図-1 を参照して、以下のように定めることができる。

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}; \Gamma_1 \text{ 上 (変位境界条件)} \dots\dots\dots (2)$$

$$\mathbf{t} = \bar{\mathbf{t}} = \mathbf{n} \cdot \{ \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu (\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla) \}; \Gamma_2 \text{ 上 (応力境界条件)} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\bar{\mathbf{u}}$ は Γ_1 上の変位ベクトル、 $\bar{\mathbf{t}}$ は Γ_2 上の応力ベクトル、 \mathbf{n} は境界における外向き単位法線ベクトルである。

(2) 境界要素法による定式化

式(1)~(3)で示される境界値問題を境界要素法で定式化するために、重み付き残差法(Galerkin法)に基づく偏微分方程式の近似解法の出発点として、変位の近似解 \mathbf{u} 、任意関数 \mathbf{w} から、境界値問題の弱形式⁸⁾を次式のように評価する。ただし、 $\hat{\mathbf{u}}$ は後述する境界の離散化や要素分割数の相違により種々生ずる数値解析上の誤差を含むものとする。なお、 \langle, \rangle は、領域内、境界上における関数の内積記号である。

$$\begin{aligned} &\langle \mu \nabla^2 \hat{\mathbf{u}} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} + \rho \mathbf{b}, \mathbf{w} \rangle_{\Omega} \\ &+ \langle \hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}, \mathbf{n} \cdot \{ \lambda \nabla \cdot \mathbf{w} + \mu (\nabla \mathbf{w} + \mathbf{w} \nabla) \} \rangle_{\Gamma_1} \\ &+ \langle \bar{\mathbf{t}} - \mathbf{n} \cdot \{ \lambda \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} + \mu (\nabla \hat{\mathbf{u}} + \hat{\mathbf{u}} \nabla) \}, \mathbf{w} \rangle_{\Gamma_2} = 0 \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここに、 $\hat{\mathbf{u}}$ は、数値解析に用いる変位の境界条件値である。

境界要素法においては、任意関数 \mathbf{w} に弾性基礎方程式の基本解を用いるが、三次元問題の基本解は、次式に示す Kelvin 解である。

$$\mathbf{w} = \frac{1}{16 \pi G(1-\nu)} \{ (3-4\nu) \mathbf{I} + \nabla \mathbf{r} \nabla \mathbf{r} \} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 G 、 ν はせん断弾性係数およびポアソン比であり、 \mathbf{I} は単位マトリックス、 \mathbf{r} は任意点と考慮中の定点との距離である。

式(5)に式(4)を代入し、Greenの定理を用いて部分積分を実行すると、領域内部の任意点Pにおける変位近似解 $\hat{\mathbf{u}}_p$ が次式のように求まる。

$$\hat{\mathbf{u}}_p = \langle \mathbf{w}, \hat{\mathbf{t}} \rangle_{\Gamma_1} - \langle \hat{\mathbf{u}}, \mathbf{q} \rangle_{\Gamma_1} + \langle \mathbf{w}, \hat{\mathbf{t}} \rangle_{\Gamma_2} - \langle \hat{\mathbf{u}}, \mathbf{q} \rangle_{\Gamma_2} + \langle \rho \mathbf{b}, \mathbf{w} \rangle_{\Omega} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$\mathbf{q} = \mathbf{n} \cdot \{ \lambda \nabla \cdot \mathbf{w} + \mu (\nabla \mathbf{w} + \mathbf{w} \nabla) \} \dots\dots\dots (7)$$

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{n} \cdot \{ \lambda \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} + \mu (\nabla \hat{\mathbf{u}} + \hat{\mathbf{u}} \nabla) \} \dots\dots\dots (8)$$

次に、式(6)について、領域内部から領域境界に移

行させる極限操作を行い、領域 Γ 、領域内部 Ω を離散化したうえで数値積分を実行すると、境界上の近似解である変位ベクトル \hat{u} 、応力ベクトル \hat{t} に関する連立一次方程式が次式のように求まる。

$$H \cdot \hat{u} = G \cdot \hat{t} + B \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 H 、 G は領域境界 Γ 上の表面積分に関連するマトリックスであり、 B は領域内部 Ω 内の体積積分に関連する列ベクトルである。

なお、式 (4)~(9) の導出過程および式 (9) を解き、 \hat{u} 、 \hat{t} により領域内部の内点における変位ベクトルや応力テンソルを求める方法については、文献1)、2) が詳しい。

3. Galerkin テンソルを用いた自重解析

地盤の掘削解析においては、外力となる初期地圧の評価が重要な課題である。初期地圧は、地形・造構運動等の影響により複雑な分布を示すことが多いが、その評価方法には、1) 実測による方法、2) 地形の影響を考慮し数値解析により求める方法等がある。これらの方法のうち、実測による方法は、多大な費用を要することから、比較的大規模なプロジェクトを除き実施される機会は少なく、通常の実務計算では数値解析による方法が多用される。

境界要素法による自重解析から初期地圧を求める場合、式 (9) に示す定式化に従えば領域 Ω に関する体積積分が必要となり、有限要素法と同様な三次元領域における要素分割が必要となる。この煩雑さを避けるために、Danson は、式 (9) の定式化を一部修正し、解析領域表面の要素分割のみで自重解析を実施する方法として Galerkin テンソルを用いる方法をすでに提案している⁹⁾。本章では、この方法の概要を示すと同時に、解析精度を検証しておく。

(1) 定式化

解析領域表面の要素分割のみで解析を実施するために、式 (9) 中 B で示した物体力項 $\langle \rho b, w \rangle_a$ を表面積分に変換することを考える。このため、まず、次式 Ga で示される Galerkin テンソル

$$Ga = \frac{1}{8\pi G} rI \dots \dots \dots (10)$$

を用いて弾性基礎方程式の基本解 w を次式のように表現した。

$$w = \nabla^2 Ga - \frac{1}{2(1-\nu)} \nabla \cdot \nabla Ga \dots \dots \dots (11)$$

次に、式 (11) の w を物体力項に代入する。

$$\langle \rho b, w \rangle_a = \int_a w \cdot \rho b d\Omega \dots \dots \dots (12)$$

式 (12) で、密度 ρ 、物体力ベクトル b が領域内で一

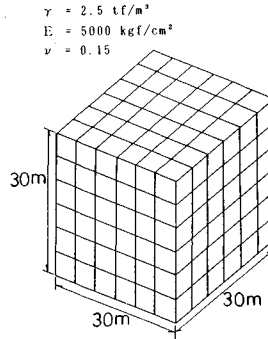


図-2 自重解析モデル

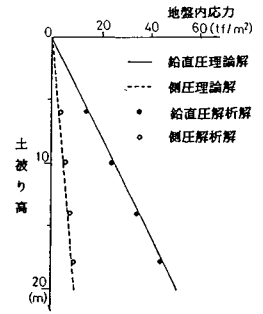


図-3 理論解との比較

定の場合、 ρb を積分記号の外に出すことができ、さらに、Gauss の発散定理を用いると式 (13) を得る。

$$\langle \rho b, w \rangle_a = \rho b \int_r w \cdot n d\Gamma \dots \dots \dots (13)$$

この式より、式 (9) 中の体積積分が表面積分に変換される。

(2) 解析精度の検討

前節で示した定式化による解の精度を検証する目的で、図-2 に示すように、半無限水平地盤より取り出した 30 m 立方の領域に対する自重解析を実施し、領域中央部の鉛直圧・側圧に対する理論解と解析解を比較した。解析には一定要素を使用し、数値積分は 5 次のガウス積分を採用し全 9 点積分で実施した。境界条件は、下端部を完全固定、側面部を水平方向固定の変位境界とした。理論解と解析解の比較を図-3 に示すが両者はよい一致を示している。なお、図中の理論解には下記の値を用いている。

$$\text{鉛直圧 } \sigma_v = \gamma h,$$

$$\text{側圧 } \sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu} \gamma h$$

ここに、 γ は単位体積重量、 h は土波り高である。

4. 段階掘削解析手法

実務における地盤掘削解析においては、施工過程に応じた地盤挙動を把握するために、建設手順を考慮した段階掘削解析 (たとえば、トンネルにおける上半・下半掘削等) を実施できることが基本的機能として必要である。本章では、境界要素法のみでこのような段階掘削解析を実施する方法を 2 種類提案し、従来の解析手法と比較しつつ解析精度を示す。

(1) 提案する手法の位置付け

まず、図-4 に示すように、掘削により外向き法線ベクトルが n で表現される面を考える。この場合、点 P における応力テンソルを σ とすると、この面は掘削以前においては次式で示される応力ベクトルにより周囲との平衡を保っている。

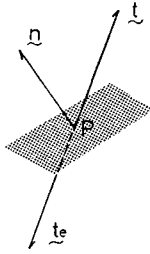


図-4 掘削相当応力ベクトル

$$t = \sigma \cdot n \dots\dots\dots (14)$$

掘削によりこの面が境界面となると、掘削を表現するためには、自由面としての条件、すなわち、面上の応力ベクトルをゼロにする必要がある。これは、

$$t_e = -\sigma \cdot n \dots\dots\dots (15)$$

なる応力ベクトルを面に作用させることと等価である。本論文では、式 (15) で示される応力ベクトル t_e を掘削相当応力ベクトルと名付けることにする。

境界要素法を地盤の掘削解析に適用した手法について、Crouch³⁾ らは式 (15) の応力テンソル σ を初期地圧にとり、対象断面を全断面掘削する方法を提案している。しかし、Crouch らの方法によれば、基本的に段階掘削する機能が満足されていない。また、桜井⁴⁾ は、計測管理への適用を主目的として、計測データから地山の巨視的な初期地圧やヤング率を、建設手順を考慮した三次元境界要素法により逆解析する方法を提案している。しかしながら、桜井らの方法においては、巨視的な地盤挙動の把握を主目的としているため、地盤内すべての領域において式 (15) を評価する σ を一定としているが、現実には、掘削により構造物周辺地山の応力が地点ごとに異なっているのが一般的である。また、これらの方法においては、自重解析から評価した初期地圧に基づく段階掘削解析機能については考慮されていない。しかし、この機能については、特に地表面付近の構造物掘削問題を扱う場合に実用上有用である。

これらを踏まえて、本論文で提案する解析手法は、従

来の解析手法をさらに発展させ、1. で述べた掘削解析の基本的機能の 1), 2), 3) を満足する手法に拡張したものである。すなわち、自重解析による初期地圧の評価が可能であり、掘削途中の地盤内地圧の変化に対応しながら建設手順に従った段階掘削解析を連続して実施できる手法である。なお、以下に示す各手法の説明では、理解を容易にするために、上半・下半掘削される二次元トンネルを例にとるものとする。

(2) 内点法

提案する第一の方法は、領域内部の応力テンソルや変位ベクトルを求めるために用いられる内点を利用する方法である (内点法と仮称する)。以下に、この方法による内点の応力テンソル σ_i 、変位ベクトル u_i および、境界面の変位ベクトル u_B を求める手法を説明する。なお、本解析手法では、一定要素を対象としているため、変位ベクトル等は、要素重心で評価されるものとする。

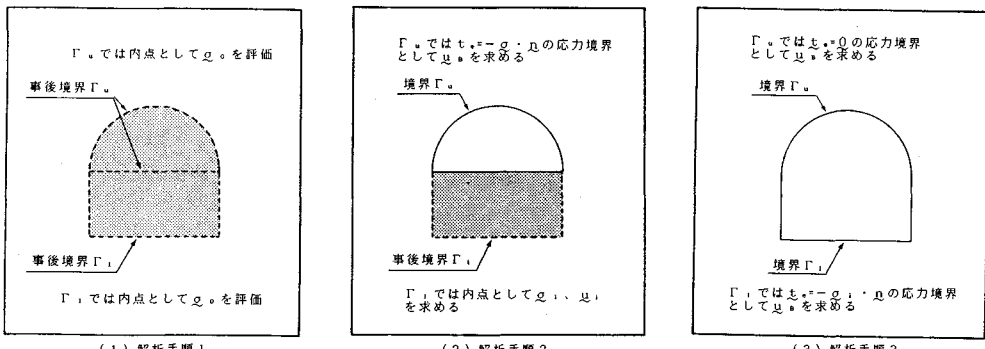
(解析手順 1)

通常の境界要素解析に必要なデータ入力と同時に、事後掘削面となる要素群を入力しておく。すなわち、図-5 において、上半部境界を Γ_u 、下半部境界を Γ_l とし、これらの要素群を通常の境界要素解析で実施される形に要素分割しておく。しかし、これらの要素群については、掘削により境界面となるまで、要素重心位置で内点として σ_i, u_i を求めるものとする。

次に、領域の初期地圧 σ_0 を評価する。評価方法は実測値を用いる方法、あるいは、3. で述べたように Galerkin テンソルによる方法を用いる。

(解析手順 2)

まず、上半掘削を表現するために、解析手順 1 で入力した境界 Γ_u を通常の境界要素法解析と同様な要素群として定義する。このとき、新たに境界面となった境界 Γ_u については初期地圧 σ_0 と式 (15) に従って掘削相当応力ベクトル t_e を評価し、この値を式 (3) で示される応力境界条件値とし、その他の境界条件を考慮して式 (9) より支配方程式 (1) を解く。

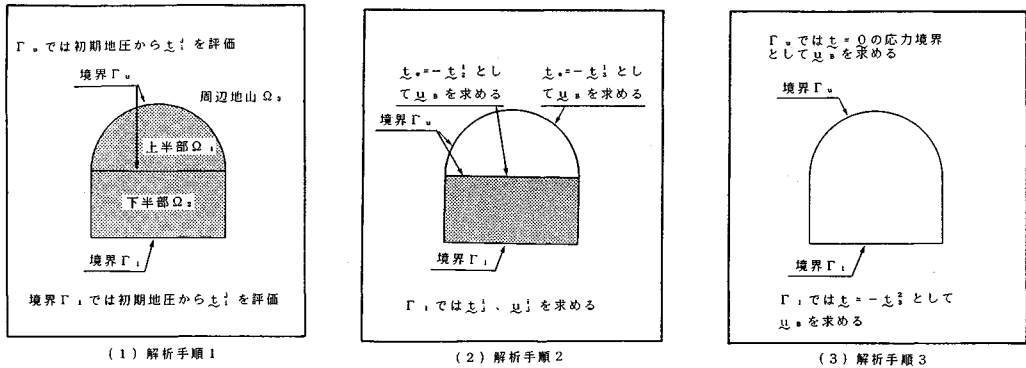


(1) 解析手順 1

(2) 解析手順 2

(3) 解析手順 3

図-5 内点法の解析手順



図一6 領域分割法の解析手順

この手順により上半掘削から生ずる増分変位ベクトル Δu_i , Δu_B , 増分応力テンソル $\Delta \sigma_i$ が求められる。

また、前掘削段階までの応力テンソル、変位ベクトルをそれぞれ σ^0 , u^0 とすると、現掘削段階までの全応力テンソル σ , 全変位ベクトル u は、次式で求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_i^0 + \Delta \sigma \\ u_i &= u_i^0 + \Delta u_i \\ u_B &= u_B^0 + \Delta u_B \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

(解析手順3)

下半掘削を表現するために、下半部境界 Γ_i を通常の境界要素法解析と同様な要素群として定義し、 Γ_i 上の応力境界条件値として式 (16) における Γ_i 上の σ_i と式 (15) から掘削応力ベクトルを求め、解析手順2と同様な手順に従い、支配方程式 (1) を解く。このとき、上半部境界 Γ_u については、すでに掘削面となっていることを考慮し、境界条件値ゼロの応力境界として境界変位 u_B のみを求める。

(解析手順4)

以下、必要掘削段階が終了するまで、解析手順2,3と同様な操作を繰り返す。

(3) 領域分割法

境界要素法では、材料定数の異なる領域を解析する場合に異領域分割法を用いる。本論文で提案する第二の方法は、この方法に若干の修正を加え掘削解析に適用するものである(以下、領域分割法と仮称する)。

(解析手順1)

掘削する領域を異領域として要素分割する。すなわち、図一6を参照し、上半部 Ω_1 , 下半部 Ω_2 , および、トンネル周辺地山 Ω_3 の3領域に分割する。次に、初期地圧を評価する。評価方法は、内点法と同様である。

なお、各分割領域境界では、平衡条件を満足させるために、変位 u , 応力ベクトル t に関して、次の関係式が成り立つことに注意する。

$$\left. \begin{aligned} t_j^i &= -t_j^i \\ u_j^i &= u_j^i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

ここに、上添字 i は属する領域を示し、下添字 j は境界を共有する隣接領域を示している。

(解析手順2)

上半掘削を表現するために、領域 Ω_1 を削除する。このとき、掘削を表現するために、掘削された領域に接する境界について、 Ω_2 に接する境界では $t_e = -t_e^1$, Ω_3 に接する境界では $t_e = -t_e^1$ により掘削相当応力ベクトルを評価し、この値を応力境界条件値 (3) とし他の境界条件を考慮して式 (9) より支配方程式 (1) を解く。

(解析手順3)

下半掘削を表現するために、領域 Ω_2 を削除し、境界 Γ_i 上の掘削相当応力ベクトルを評価することによって解析手順3と同様な方法で支配方程式を解く。なお、このとき、上半部境界 Γ_u については、すでに掘削面となっていることを考慮し、境界条件値ゼロの応力境界として境界変位 u_B のみを求める。

(解析手順4)

以下、必要に応じて解析手順2,3と同様な操作を繰り返す。

(4) 解析精度の検証

(1), (2) で示した解析手法の精度を検証するために、同一問題を内点法、領域分割法、および有限要素法で比較解析した。解析モデルはヤング率 $E = 10000 \text{ kgf/cm}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.3$ の等方等質な地盤中に、いずれも直径 10 m, 長さ 30 m の円柱形空洞が掘削された場合である。まず、図一7は、開領域問題への適用例として、この空洞が静水圧を示す初期地圧 $P_0 = 100 \text{ kgf/cm}^2$ の地下深部に掘削された場合を想定したものであり、空洞長手方向に 10 m ごとの段階掘削解析を実施したケースである (CASE-1)。また、図一8は、閉領域問題への適用例として、水平地盤より取り出した直径 60 m, 高さ 60 m 円柱形地盤を解析領域とし、地表面か

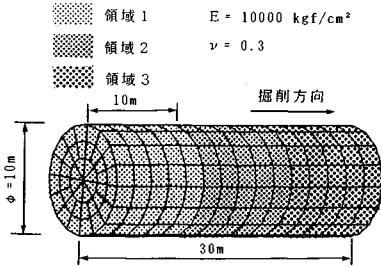


図-7 CASE-1 解析モデル図 (円柱形地下空洞)

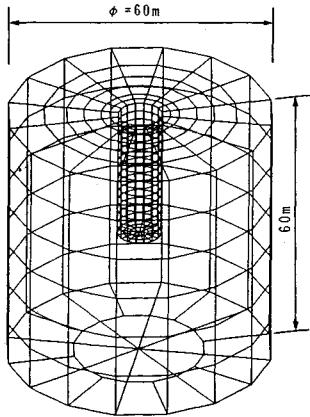


図-8 CASE-2 解析モデル図 (円柱形地盤中の立坑)

ら図-7と同様な円柱形空洞が立坑として掘削された場合を想定したものであり、地表面から鉛直下方10mごとの段階掘削解析を実施したケースである (CASE-2)。なお、CASE-2では、初期地圧は3.で示した Galerkin テンソルを用いた自重解析から評価しており、境界条件は、下端部を完全固定、側面を水平方向固定の変位境界とした。なお、使用した要素は一定要素であり、数値積分は5次のガウス積分を採用し全9点積分で実施した。また、有限要素解析では、両ケースとも境界要素法と同様な解析条件となるモデルを設定し、全断面軸対称掘削解析を実施した。

解析結果として、空洞長手方向中央部における空洞軸と垂直な面内の地山内半径方向変位と主応力について、各解析手法の結果を比較して図-9~12に示した。これらの図より、本論文で提案する掘削解析手法は、有限要素法と同程度の解が得られることが確認できた。なお、有限要素解と境界要素解が異なる理由は、両解析手法の境界条件の導入方法の相違によるものと考えられる。すなわち、図-8に示す閉領域問題では、両解析手法の境界条件の導入方法が同一であり、解析結果はほぼ一致している。しかしながら、図-7に示す開領域問題では、境界要素法による解は無限遠方の境界条件が導入可能なため、有限領域を仮定した有限要素法との解に相違が生ずるものといえる。

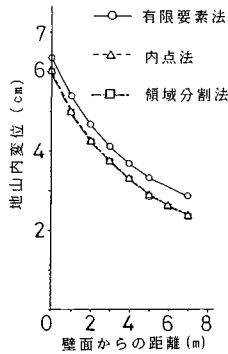


図-9 地山内変位比較 (CASE-1)

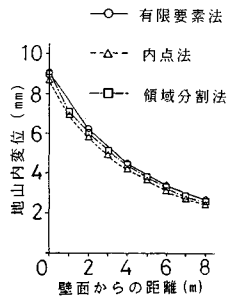


図-11 地山内変位比較 (CASE-2)

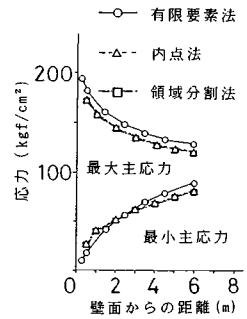


図-10 地山内主応力比較 (CASE-1)

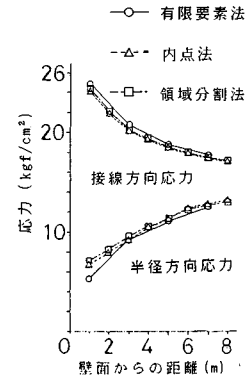


図-12 地山内主応力比較 (CASE-2)

表-1 計算時間比の比較

	内点法	分割法
CASE-1	1.00	1.50
CASE-2	1.00	1.32

注) 計算時間比は、内点法の計算時間を1とする。

(5) 内点法と領域分割法の計算効率

図-9~12より、本論文で提案した内点法と領域分割法はほぼ同様な解を得ることが確認できた。しかしながら、両解析法においては、定式化の方法が異なることから解析法にそれぞれ特長を有している。まず、内点法では、事後掘削される地点の応力テンソルや変位ベクトルを内点として評価する必要があるため、内点の数値積分に要する計算時間が多大となることが予想される。一方、領域分割法では、領域共有部の未知数が増加するために、解くべき連立一次方程式の次数が多くなることが予想される。そこで、ここでは両解析法の計算効率を比較するために、(3)で検討したCASE-1,2の計算時間について検討した。その結果を表-1に示すが、図-7,8に示した解析モデル程度の範囲内では、開領域、閉領域問題両者について内点法の方が有利であった。しかし、

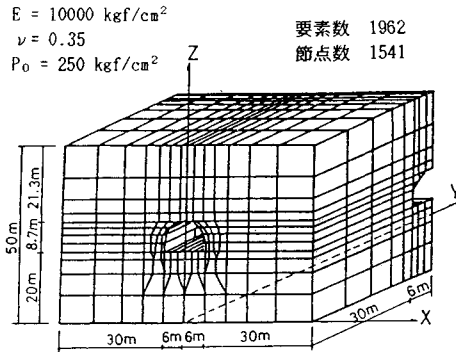


図-13 有限要素法による要素分割図

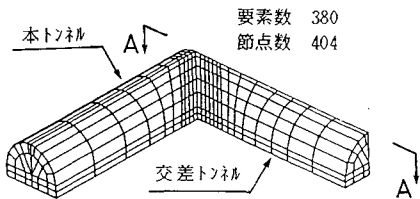


図-14 境界要素法による要素分割図

このような計算効率については、対象とする問題に応じて種々状況が変化するものと考えられるため、表-1に示した計算時間比や上述した両解析法の一般的特長を考慮したうえで解析法を選択することが必要であると思われる。

5. 実務問題への適用性の検討

本章では、トンネル交差部の問題と立坑掘削の問題を解析し、検討してきた解析手法の実務問題への適用性について検討する。なお、本章では、4.で示した内点法を利用して解析を実施している。

(1) トンネル交差部問題への適用

トンネル交差部の解析事例として、文献10)より同規模なトンネルが直交する場合の三次元有限要素解を取り上げ、同一条件下で比較解析した。図-13, 14に解析モデルと要素分割図を示した。なお、これらのモデルはいずれの場合も対称解析²⁾を実施し、対称面は図-14に示すA-A面である。また、使用した要素、積分点については、有限要素法においては8節点直方体要素であり、3次のガウス積分を採用し全8点積分で実施した。境界要素法においては一定要素を使用し、5次のガウス積分を採用し全9点積分で実施した。解析の方法は、全領域一様な初期地圧 $P_0=250 \text{ kgf/cm}^2$ を設定した後、まず本トンネルを掘削し、次に、直交する交差トンネルを掘削する段階掘削とした。解析結果として、初期地圧で無次元化した最大主応力の値を、交差トンネル壁面に沿う交差部中心からの距離に対して図-15に示した。また、

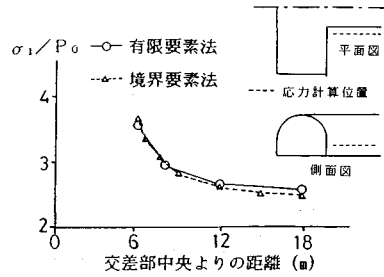


図-15 交差部付近の応力集中比較

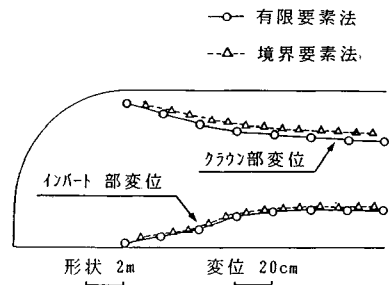


図-16 交差トンネルの増分変位比較

交差トンネルクラウン部の増分変位の比較を図-16に示した。なお、境界要素解では、この問題を開領域問題として扱っているために、本線トンネルおよび交差トンネルの切羽は、交差部よりトンネル直径の3倍隔てた地点で閉合させた。この解析の目的は、交差部周辺の挙動を把握することであるため、このようなモデル化は、実用上許容できるものであると考えられる。図より、両解析による解析結果はほぼ一致していることがわかる。以上から、本解析手法を適用することにより、有限要素法で実施した検討を少量の要素分割で解析可能であることが確認できた。計算時間の比較については、両解析で使用した計算機機種や連立一次方程式の解法が異なるために厳密な比較は不可能であるが、一般的な換算法に従い算出した結果、境界要素法の計算時間を1とした場合、有限要素法のそれは1.2であった。

(2) 立坑掘削問題への適用(実測値との比較検討)

事例として取り上げた立坑は、粘板岩と砂岩の互層で構成される山間部の岩盤斜面下にNATM工法で掘削されたものであり、立坑規模は、長径18m、短径8mの楕円形断面、深さ15mである。立坑、および支保規模を図-17に示す。対象とした工事では、立坑掘削による周辺地盤の安定性と同時に、岩盤斜面の安定性が問題となった。このため、従来多用されてきた有限要素法による二次元解析手法を用いて事前検討したところ、過分に安全側の評価が得られた。そこで、さらに現実に近いモデルで安定性を検討するために、本論文で提案する三次元掘削解析を適用することとした。なお、岩盤斜面に

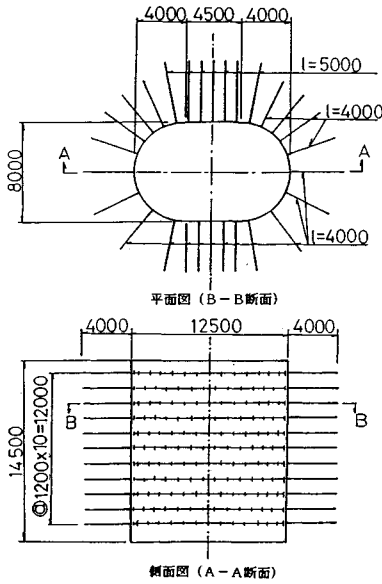


図-17 立坑の支保規模

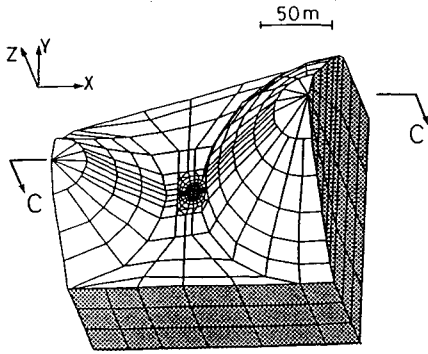


図-18 要素分割図(全体図)

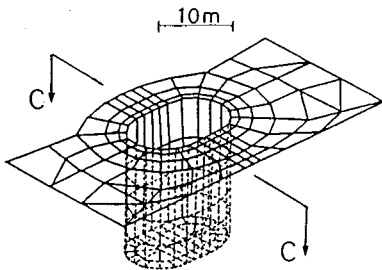


図-19 要素分割図(立坑掘削部詳細図)

掘削された立坑の二次元，三次元掘削解析結果の相違については，文献11)において，二次元解析では，変形は過大に，破壊安全率は過小に評価されることが指摘されている。

解析方法は，まず，地形の影響を考慮し，3.で示した Galerkin テンソルによる自重解析手法を用いて初期地圧を評価した後，立坑部を段階掘削解析した。解析に

表-2 解析に用いた材料定数

	室内試験結果	解析使用値
単位体積重量 (tf/m ³)	2.6	2.6
ヤング率 (kgf/cm ²)	100,000	10,000
ポアソン比	0.25	0.25
内部摩擦角 (deg)	40.0	40.0
粘着力 (kgf/cm ²)	40.0	4.0

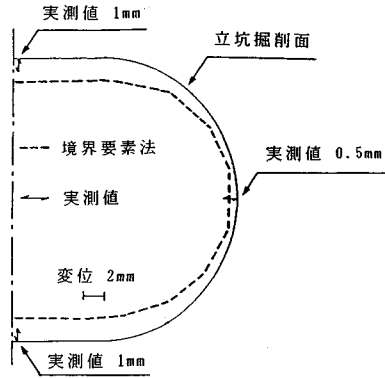


図-20 内空変位比較

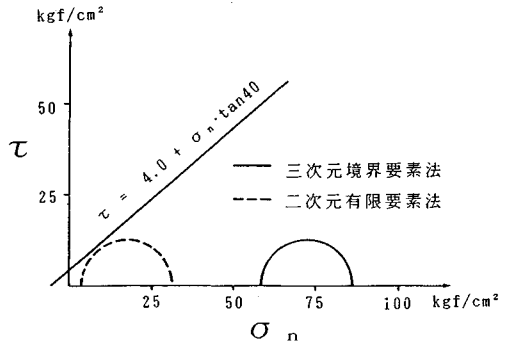


図-21 立坑周辺岩盤内の主応力比較

使用した要素分割図を図-18に，同図中の立坑掘削部要素分割詳細図を図-19に示す。ただし，実際には，トンネル交差点問題と同様に図-18, 19に示す C-C 面に基づく対称解析を行っている。解析に使用した岩盤の材料定数は，岩石の室内試験結果，および，文献12)を参考に表-2に示すように設定した。表中，岩盤のヤング率は，安全側の評価として，岩石コアの1/10を与えた。なお，自重解析では，斜面形状に応じた応力流れを表現するためにポアソン比 $\nu=0.45$ を用いた。解析結果として，地表部より深さ 8 m 地点の立坑壁面の内空変位を実測値と比較したものを図-20に示した。また，同深度における壁面より斜面側 10 m 地点の応力について，図-18の C-C 断面で実施した二次元解析と比較したものを図-21に示した。

検討した解析事例から、提案する手法の実務問題への適用性は次のように考察できる。対象とした立坑は、図一17に示すように吹付けコンクリート、ロックボルトで支保されており、また、立坑周辺岩盤においては、不連続面の影響による異方性や非線形性、発破工法で掘削されたことによる緩みの影響等を考慮する必要がある。ところで、上記した解析では、提案した掘削解析手法を用い、地山の力学モデルを等方等質を仮定したうえで、素掘り掘削を実施しているため、前述した支保部材や地盤特性をすべて考慮していない。しかしながら、図一20から、実測値と同様なオーダーで壁面変位を予測できたことなどから、本解析手法を用いて、三次元的な挙動把握が必要な構造物の概略設計に、本解析手法を有効に適用できるものと考えられる。なお、表一2の材料定数を用い、図一18のC-C断面における二次元平面ひずみ解析を実施した変位計算結果は、図一20に示す三次元境界要素解の約10倍であった。

(3) 実務問題への適用性

(1)、(2)の解析事例から、本論文で提案する解析手法の実務問題への適用性は、以下に示すように要約することができる。

a) 解析の迅速性

一般に、境界要素法は、有限要素法に比較して同一問題を解析する場合に解析データ作成量をきわめて少量に低減できることが可能であるが、(1)に示したトンネル交差部事例から、掘削問題についても同様な特性を有することが確認できる。したがって、本解析手法は実務の三次元掘削解析を迅速に実施可能である。

b) 数値実験手法としての有用性

(1)に示したトンネル交差部問題から、交差角度の相違による地盤挙動の相違等の問題に本解析手法を適用するものとすれば、要素分割や要素分割の変更が容易であることから、多数のケースを短期間に比較検討できる可能性があり、数値実験手法として実務上有用である。

c) 概略設計への適用性

(2)に示した立坑解析事例から、実測値と解析値が実用上許容できる範囲内の差で予測できたことから、形状が複雑な場合や地形構造上三次元問題として扱う必要のある構造物に対し、本解析手法を用いて地盤挙動を巨視的に把握し、解析結果を構造物の概略設計に反映させることが可能である。

d) 適用限界

本解析手法においては、支保部材が考慮できないことや地盤の非線形性が考慮できないことから、構造物の詳細設計に適用することは適切でない。

6. 結 論

境界要素法を三次元地盤掘削解析に適用する手法について種々検討した結果、以下が明らかとなった。

(1) Galerkin テンソルによる定式化に従う自重解析手法の精度を検討し、掘削解析に必要な三次元初期地圧解析が解析領域表面のみの要素分割で実施可能であることを示した。

(2) 境界要素法のみで建設手順を考慮した三次元段階掘削解析を実施する方法として内点法、異領域分割法を提案し、その精度等を検討した。その結果として、両掘削解析手法は、従来用いられてきた三次元有限要素法による方法とほぼ同様な解が得られることや、計算効率の点では内点法が有利であることなどを示した。

(3) 提案した手法をトンネル交差部、岩盤斜面下の立坑掘削問題に適用し、実務問題への適用性を検討したところ、本解析手法は、解析の迅速性、数値実験手法としての有用性、概略設計への良好な適用性等を有することが確認できた。ただし、支保部材や地盤の非線形性を考慮できないことから、詳細設計には適用できない。

最後になりましたが、本論文作成に際し、有益なご助言をいただいた名古屋大学工学部地盤工学教室 川本勝万教授に深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Brebbia, C.A. and Walker, S.: Boundary Element Techniques in Engineering, Butterworth & Co., 1980.
- 2) Banerjee, P.K. and Butterfield, R.: Boundary Element Methods in Engineering Science, McGraw-Hill, 1981.
- 3) Crouch, S.L. and Starfield, A.M.: Boundary Element Methods in Solid Mechanics, George Allen & Unwin, London, 1983.
- 4) 桜井・清水・壺内: 地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析法, 土木学会論文報告集, No.382/Ⅲ-7, pp.55~61, 1987.
- 5) Zienkiewicz, O.C., Kelly, D.W. and Bettess, P.: The Coupling of the Finite Element Method and Boundary Solution Procedures, Int. J. Numer. Meth. Engg., Vol.11, pp.355~375, 1977.
- 6) 久武・伊藤: 境界要素法と有限要素法による三次元弾塑性融合解析, 土木学会論文報告集, No.358/Ⅲ-3, pp.77~84, 1986.
- 7) Mase, G.E.: Continuum McGraw, McGraw-Hill, 1970.
- 8) 原平八郎: エンジニアサイエンスのための有限要素法, 理論編, 森北出版, 1983.
- 9) Danson, D.J.: A Boundary Element Formulation of Problems in Linear Elasticity with Body Forces, Boundary Element Method, Ed. Brebbia, C.A., Springer-Verlag, Berlin, 1981.

- 10) 伊藤・竹田・亀村：斜交トンネルが本線トンネルに与える影響，第17回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp. 261～265，1985.
- 11) 尾原・京谷・市川・川本：岩盤斜面に掘削された立孔の数値解析—平面ひずみと3次元モデルによる比較—，第15回岩盤力学に関するシンポジウム講演概要集，pp. 141～145，1983.
- 12) 桜井：原位置岩盤の試験とその評価，材料，第31巻，第347号，1982.
- 13) 門田・石井・鎌田：三次元境界要素法の地盤掘削問題への適用，土木学会第40回年次講演会講演概要集(Ⅲ)，pp. 389～390，1985.
- 14) 門田・石井・和久：三次元境界要素法による掘削解析手法の実務問題への適用性について，土質工学会第22回研究発表会概要集，pp. 234～235，1987.
- 15) 門田・和久：三次元境界要素法による領域分割法を用いた掘削解析，土木学会第42回年次講演会講演概要集(Ⅲ)，pp. 454～455，1987.

(1989. 6. 7・受付)
