

軟岩トンネルの非線形弾塑性挙動

NON-LINEAR ELASTO-PLASTIC BEHAVIOUR OF SOFT ROCK TUNNEL

久武勝保*・桜井春輔**・伊藤富雄***

By Masayasu HISATAKE, Syunsuke SAKURAI and Tomio ITO

A non-linear analysis for a circular soft rock tunnel in a hydrostatic stress field has been performed theoretically, in order to make squeezing characteristics clear. The material behaviour is described by a non-linear elasto-plastic stress-strain model and a non-linear failure criterion proposed by Brown. The ratio of strength and initial tangent modulus of a stress-strain curve is thought to be independent of confining pressure. Closed form solutions of stresses, strains and displacements have been obtained. By performing parametric studies, effects of the non-linearity of stress-strain relationships on a stress pass, squeezing characteristics and relationships between internal pressure and displacement have been made clear.

Keywords : tunnel, soft rock, theoretical solutions, non-linear elasto-plastic, squeezing

1. 緒論

地山強度比が小である軟岩中のトンネルは、たとえ地山材料が時間依存性を有しない場合でも、膨張性を呈しやすく、したがって難工事を強いられる場合がよくある。しかし、地山強度比の大小のみによって、膨張の大小が決定できるわけではない¹⁾。そこで、久武ら²⁾は、膨張特性を力学的に解明するために、以下の材料特性を考慮して、軟岩トンネルの非線形理論解析を行った。1)応力・ひずみ関係が非線形性を示す、2)降伏条件式が非線形性を示す、3)初期接線せん断弾性係数は拘束圧の影響を受ける、4)初期接線せん断弾性係数と強度の比は拘束圧の影響を受けない。

上記理論によって計算される応力、変位分布は、応力-ひずみ関係の非線形性が顕著な地山において、Kastnerの弾塑性解析結果³⁾と大きく異なり、したがってこのような地山に対して、弾塑性解析を無条件に適用できないことが、模型実験結果および上記非線形理論結果よ

り明らかとなった²⁾。

そこで、本研究では、軟岩トンネルの膨張特性をさらに究明するために、上記非線形理論を発展させた非線形弾塑性理論解析を行い、応力、変位、ひずみ等の閉じた解を導くこととする。そして、本理論解に基づいてパラメトリックスタディーを行い、地山強度比、非線形特性等、膨張性に及ぼす種々の因子について考察を加える。また、本理論解を実際の軟岩トンネルの設計・施工に生かすための指針を与えることとする。

2. 軟岩トンネルの非線形弾塑性理論解析

図-1に示す等方初期応力(P)下で二次元平面ひずみ円形トンネルを掘削する場合を想定して解析を行う。ただし、地山強度に比べて P が大なる場合には、トンネル周辺地山は降伏するので、1)で示した1)から4)に加えて、以下では地山が降伏する場合についても考慮する。

(1) 解析条件

軟岩の応力-ひずみ関係の非線形性を表現するために、八面体平面上のせん断応力 τ_{oct} とせん断ひずみ γ_{oct} の関係を双曲線で近似し、図-2に示すような構成関係を仮定する。

* 正会員 工博 近畿大学助教授 理工学部土木工学科
(〒577 東大阪市小若江3-4-1)

** 正会員 工博, Phd 神戸大学教授 工学部土木工学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

*** 正会員 工博 大阪工業大学 学長
(〒535 大阪市旭区大宮5-16-1)

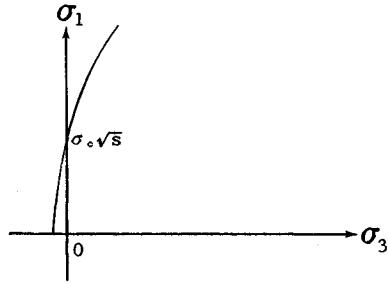
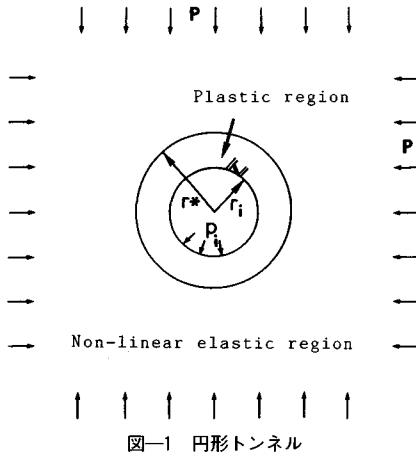


図-3 地山の非線形降伏条件

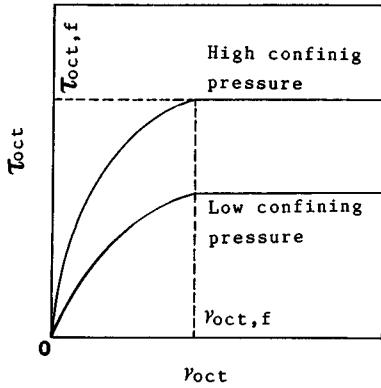


図-2 地山の非線形構成関係

$$\tau_{oct} = \frac{\gamma_{oct}}{a + b \cdot \gamma_{oct}} \quad (1)$$

ここに、

$$a = \frac{1}{G_t}, \quad b = \frac{R_f}{\tau_{oct,f}}, \quad R_f = \frac{\tau_{oct,f}}{\tau_{oct,ult}}$$

G_t は初期接線せん断弾性係数、 $\tau_{oct,f}$ は測定される最大応力、 $\tau_{oct,ult}$ は双曲線モデルでの終局最大応力である。

また、岩に対する降伏条件式も普通非線形で表わされるので、以下では Hoek と Brown⁴⁾ が示した次式を採用することとする（図-3 参照）。

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} \quad (2)$$

ここに、 σ_1 、 σ_3 は最大、最小主応力、 σ_c は一軸圧縮強度、 s と m は岩の特性に応じて決まる材料定数である。

(2) トンネル周辺地山が降伏する場合

a) 降伏域内の応力解析

本問題でのつり合い式は、

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \quad (3)$$

ここに、 σ は応力、 θ 、 r はトンネルの円周方向と半径方向の座標である。式 (2) において、 σ_1 、 σ_3 はそれぞ

れ σ_θ 、 σ_r に対応するから、式 (2) を変形して得られる主応力差を式 (3) の右辺に代入し、 σ_r について解いた後、トンネル内面 ($r = r_i$) で内圧 p_i が作用するという条件より降伏域内の応力 σ_r^p を求めれば、

$$\sigma_r^p = \frac{m\sigma_c}{4} [\ln(r/r_i)]^2 + \sqrt{m\sigma_c p_i + s\sigma_c^2} \cdot \ln(r/r_i) + p_i \quad (4)$$

円周方向応力 σ_θ^p は、式 (4) と式 (2) から求められる。

$$\sigma_\theta^p = \sigma_r^p + \sqrt{m\sigma_c\sigma_r^p + s\sigma_c^2} \quad (5)$$

b) 非降伏域内の応力解析

全領域で体積変化なしの条件を仮定し、式 (1) なる構成式を用いる場合において、非降伏域内の応力 σ_r 、および半径方向変位 u の一般解は、以下のとおりである²⁾。

$$\sigma_r = \frac{1}{m \cdot \sigma_c} \left[-s\sigma_c^2 + c^2 - c \cdot \frac{m \cdot \sigma_c}{2R_f} \cdot \ln \left(\frac{A}{dr^2} + 1 \right) + \left[\frac{m\sigma_c}{4R_f} \cdot \ln \left(\frac{A}{dr^2} + 1 \right) \right]^2 \right] \quad (6)$$

$$u = A/r \quad (7)$$

ここに、

$$d = \frac{\sqrt{6} \cdot \tau_{oct,f}}{4R_f \cdot G_t}$$

A 、 c は今のところ未知の積分定数である。

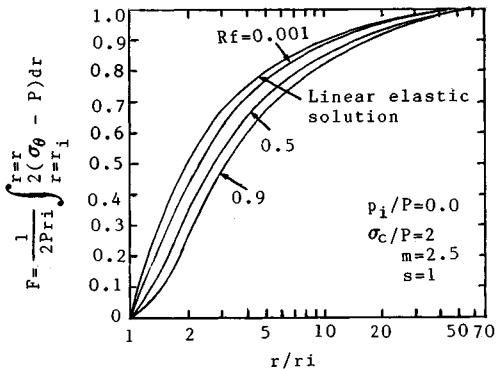
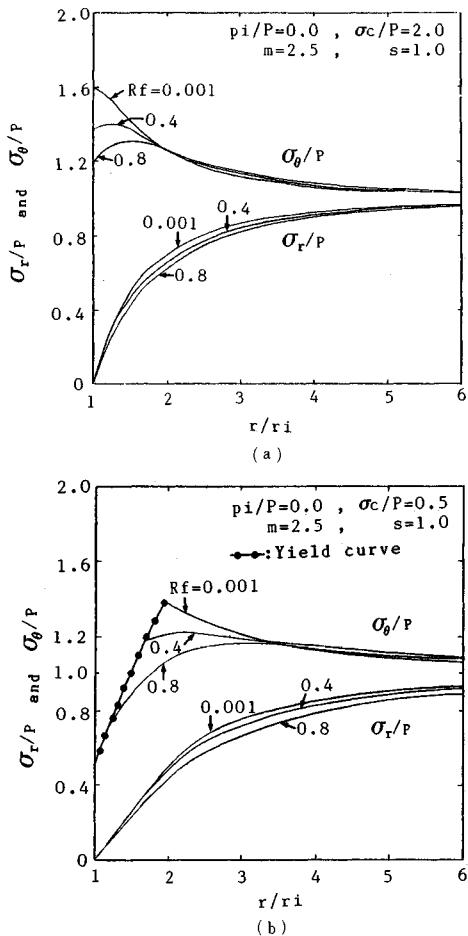
σ_r は、 $r = \infty$ で P に一致すべきであり、この条件より c を決定すると、 σ_r は、

$$\sigma_r = P - \frac{\sqrt{m\sigma_c P + s\sigma_c^2}}{2R_f} \cdot \ln \left(\frac{A}{dr^2} + 1 \right) + \frac{m\sigma_c}{16R_f^2} \cdot \left[\ln \left(\frac{A}{dr^2} + 1 \right) \right]^2 \quad (8)$$

ところで、降伏領域と非降伏領域との境界 ($r = r^*$) では、 γ_{oct} は降伏ひずみ $\gamma_{oct,f}$ に一致すべきである。 $\gamma_{oct,f}$ は式 (1) より

$$\gamma_{oct,f} = \frac{4R_f \cdot d}{\sqrt{6} \cdot (1 - R_f)} \quad (9)$$

また、平面ひずみと体積変化なしの条件より、 $\gamma_{oct,r}$ と $\epsilon_{\theta,r}$ には以下の関係がある。

図-5 変動応力($\sigma_\theta - P$)積分値の収束状況図-6 応力分布に及ぼす非線形パラメーター(R_f)の影響

除き、この影響をあまり大きく受けず、トンネル壁面から離れるに従って単調に増加するが、 σ_θ/P はこの影響を強く受ける。すなわち、 σ_θ/P は、地山強度比が小の場合には、トンネル壁面に近づくに従ってある位置から減少し、その最大値は壁面でなく地山中で生じる。これ

は線形弾性論から得られる結果と本質的に異なる。また、掘削の影響を遠くまで受け、トンネルから遠く離れてもなかなか初期応力に一致しない。

なお、線形的な地山 ($R_f=0.001$)において、地山強度比を大にしていくと、 σ_θ/P および σ_r/P の分布は、線形弾性理論結果に漸近する。また、掘削に起因する応力増分 ($\sigma_\theta - P$)を、 $r=r_i$ から $r=\infty$ まで積分した値の2倍は、掘削時に取り除いた鉛直方向の力 (= $2Pr_i$)と一致し、本理論解が力のつり合い条件を満足していることが確認できた。この場合について、図-5は、トンネル壁面から任意の距離 ($r=r$)まで $2(\sigma_\theta - P)$ を積分したもので $2Pr_i$ で除した値 F の収束状況を示したものである。非線形性が卓越するに従って、トンネル近くで σ_θ が減少する分、 F の収束が遅くなり、したがって、掘削の影響が遠くまで及ぶことがわかる。

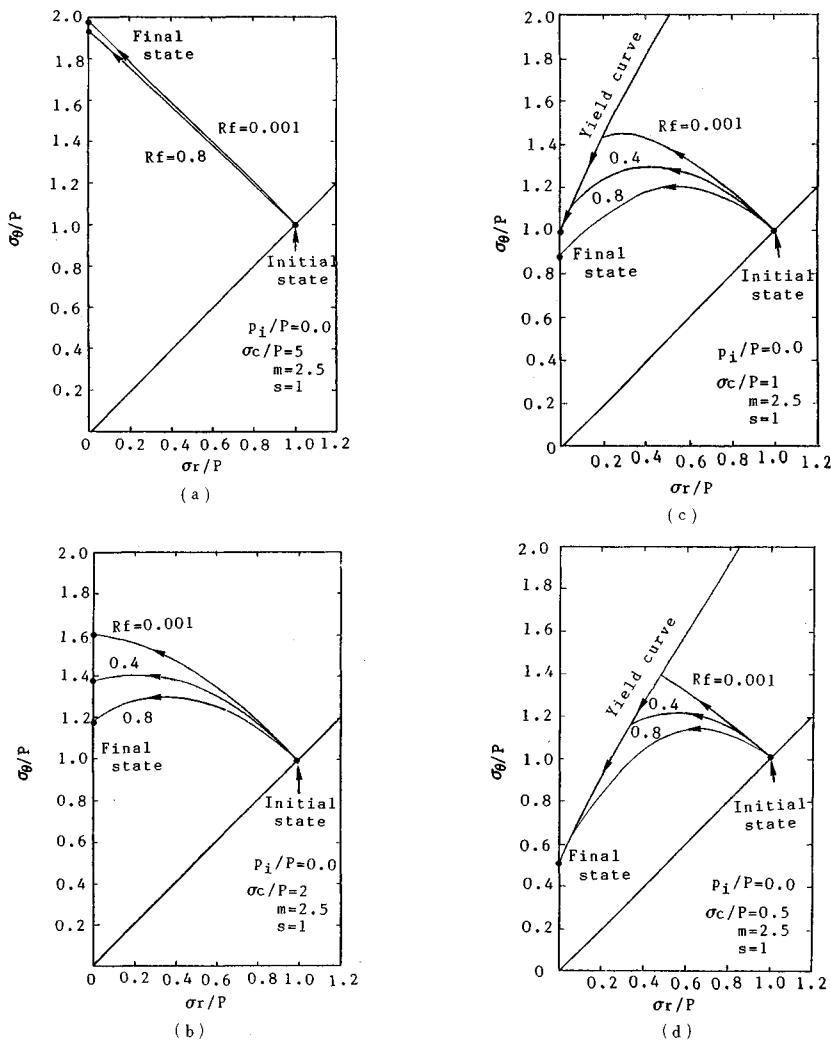
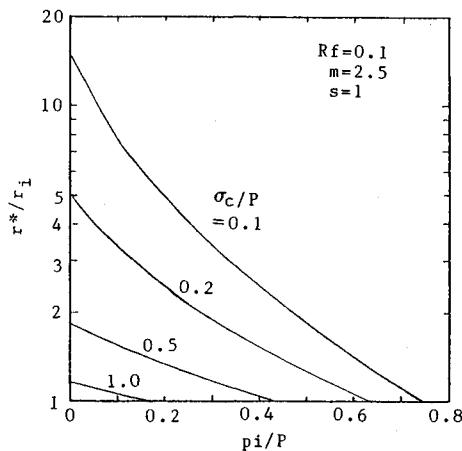
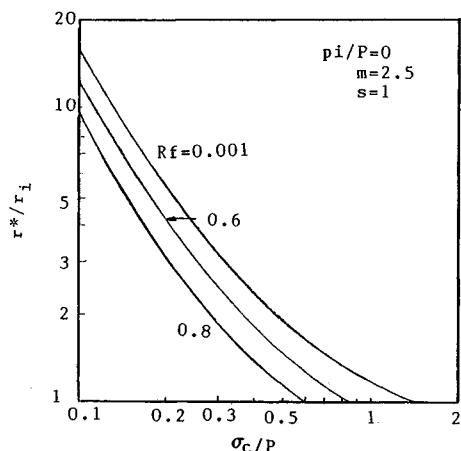
図-6は、 R_f を変化させた場合の応力分布を示したものである。図より σ_θ/P のピーク値は地山が非線形的であるほど小であり、ピーク値を与える位置がトンネル壁面から離れる。また、地山強度比が小の場合(図-6(b))には、線形的な地山ほど降伏しやすく、降伏領域が広いことがわかる。

図-7は、トンネル壁面半径方向初期応力が掘削に伴って徐々に減少したと仮定した場合について、壁面地山の応力経路を示したものである。これより、応力経路は、地山強度比が大であれば、 R_f の影響を余り受けずほぼ線形弾性理論から得られるものに近いが、地山強度比が小さくなるに従って、非線形性の違いによって応力経路が相当異なり、さらに地山強度比がある値より小であると、線形的な地山ほど降伏しやすく、また降伏域は広い。

図-8は、トンネル壁面に作用さす内圧(p_i)と、降伏域半径(r^*)との関係をみたものである。これより、地山強度比が小なる地山ほど、内圧による降伏域の減少域が広く、また内圧の小なる場合ほど、その効果率は大である。図-9は、 R_f をパラメーターとして、地山強度比による r^* の違いを示したものであるが、当然のことながら、地山強度比が小であれば、また線形的な地山ほど降伏域は広い。ただし、曲線が横軸と交わる値以上の地山強度比では、地山は降伏しない。

(2) 変位

図-10は、トンネル壁面変位に及ぼす内圧比(p_i/P)、地山強度比(σ_c/P)の影響を示したものである。これから、当然のことながら、地山強度比が小なるほど、変位は大であり、また内圧による変位拘束効果は地山強度比が小である場合ほど大である。そこで、図-11は、地山強度比の種々異なる地山において、トンネル内壁の変位拘束効果に及ぼす内圧の影響をみた図である。ここで、

図-7 応力経路に及ぼす地山強度比(σ_c/P)、非線形パラメーター(R_f)の影響図-8 降伏域半径(r^*)に及ぼす地山強度比(σ_c/P)、内圧比(P_i/P)の影響図-9 降伏域半径(r^*)に及ぼす非線形パラメーター(R_f)、地山強度比(σ_c/P)の影響

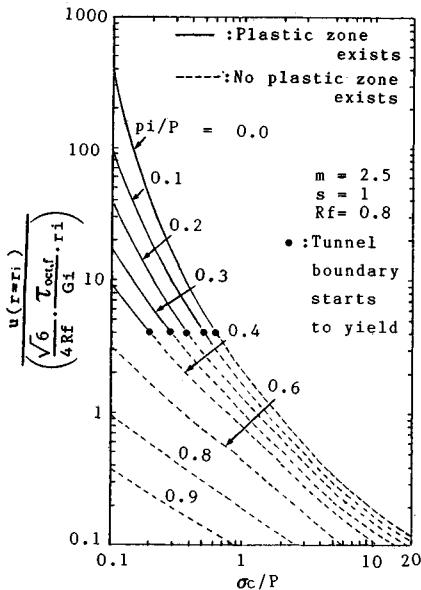


図-10 トンネル壁面変位に及ぼす内圧比(p_i/P)、地山強度比(σ_c/P)の影響

変位拘束効果とは素掘り時変位($u(r=r_i, p_i/P=0)$)と内圧作用時変位($u(r=r_i, p_i/P)$)の差を素掘り時変位で除したものである。変位拘束効果は、同一内圧であっても、 σ_c/P の違いにより大きく異なり、 σ_c/P が小なるほど大である。また、たとえ地山強度比が2以上であっても、非線形性を示す地山では吹付けコンクリートや支保工の変位拘束効果を、線形弾性解析で定量的に説明できないことがわかる。ただし、 $\sigma_c/P \geq 10$ の場合には、図中に示す線形弾性解析結果にほぼ一致するので、この場合の内圧の変位拘束効果は、非線形性を呈する地山でも、線形弾性地山程度であることがわかる。

(3) 現場適用について

トンネル工事では、地山強度を十分利用するとともに、地山はできるだけ緩めずに施工する必要がある。この場合、ひずみ軟化を呈する地山では、地山のひずみはピーク強度発揮までのひずみにとどめる必要があるが、ひずみ軟化を示さない地山に対しては、このような明確な施工指針を与えることはできないことになる。しかし、ひずみ軟化を呈しない場合でも、非線形パラメーター R_f や地山強度比などの値により、トンネルは明らかに膨張性を示す。そこで、膨張性に及ぼす種々のパラメーターの影響を、トンネル内壁変位に着目して評価できれば好都合である。上記理論解は、非常に限られた条件下で導かれたもので、これをそのまま複雑な条件下の現場に適用できないことは明らかであるが、しかし、理論解の限界を知って利用すれば、地山強度比のみを指標とする従来の場合よりも、膨張性評価の精度は高いものと思われ

表-1 E_{50}/σ_c に基づく岩石の工学的分類⁶⁾

記号	分類	E_{50}/σ_c
H	高い	500以上
M	中程度	200-500
L	低い	200以下

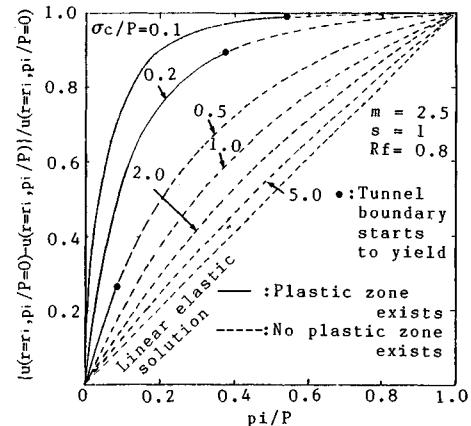


図-11 トンネル壁面の変位拘束効果に及ぼす内圧比(p_i/P)の影響

る。

さて、実際の地山材料の R_f 値は普通、0.05~0.85程度の範囲であり一軸圧縮強度の低下とともに大きくなる傾向にある⁵⁾。すなわち、岩石に対しては0.05~0.6、土や軟岩に対しては0.2~0.85程度の範囲にある。軟岩地山の R_f は拘束圧の影響をあまり受けないので、一軸圧縮試験結果から求められる R_f を本理論に適用してもよいものと思われる。

Deere と Miller は岩石の弾性係数と σ_c の関係が一般にある幅で直線関係にあることから岩石の工学的分類を行った（表-1）⁶⁾。いま、一軸圧縮試験結果を利用するため、式(23)を変形すると次式を得る。

$$u = \sqrt{2s} \cdot (1 - 0.5R_f) \cdot \frac{\sigma_c}{E_{50}} \cdot (\exp(\alpha) - 1) \cdot \frac{r_i^2}{r} \quad \dots \dots \dots (29)$$

ここで、 E_{50} は一軸圧縮試験の応力-ひずみ曲線において、強度の50%点と原点を結んだ傾きである。また、地山に降伏域が生じる場合についても、上式と類似の関係が式(17)から得られる。すなわち、変位 u は σ_c/E_{50} に比例することがわかるが、他のパラメーターの値を一定とし、表-1を参考にして E_{50}/σ_c の最大と最小の比を2.5程度と考えると、 u の比も2.5程度となる。

ところで、図-10より明らかなように、地山に降伏域が生じると変位は急増することから、当然のことながら、変位を小とするために、内圧を作成するなど、地

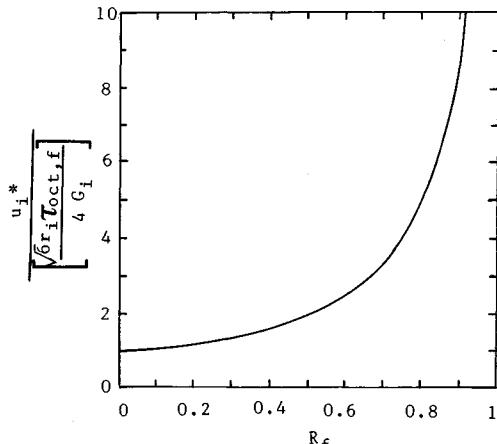


図-12 トンネル壁面が降伏し始めるときの壁面変位 u_i^* と非線形パラメーター R_f の関係

山を降伏させない工夫が必要になる。トンネル壁面が降伏し始めるときの壁面変位 u_i^* と地山パラメーターの関係は次式で示すとおりであり、この関係を示せば図-12のようになる。

$$u_i^* = \frac{\sqrt{6}}{4(1-R_f)} \cdot \frac{\tau_{0ct,f}}{G_i} r_i \quad \dots \dots \dots (30)$$

これより、 R_f の小なる線形的な地山ほど、降伏させないための許容壁面変位は小である。また壁面変位の計測値から、地山が降伏したか否かが判定できる。

一方、許容壁面変位 u_a を設定できる場合には、素掘り時の壁面変位 u_i を式(17) (または式(23)) から求め、この値と u_a を比較し、 u_i の方が大なる場合には、 u_a を式(17) (または式(23)) に適用して p_i について解けば、壁面変位を u_a 以内にとどめるに必要な内圧が決定できる。

$$p_i = [\sqrt{m\sigma_c P + s\sigma_c^2} - m\sigma_c \cdot \ln A / (4R_f)]^2 - s\sigma_c^2 / (m\sigma_c) \quad \dots \dots \dots (31)$$

ここに、 $A = 1 + u_a E_{so} / (r_i \sigma_c \sqrt{2s}) (1 - 0.5 R_f)$

4. 結 論

軟岩トンネル挙動に及ぼす諸因子の影響を明らかにするために、非線形弾塑性解析を理論的に行い、閉じた解を導いた。本理論解は、Hoek ら⁴⁾が提案している岩石の強度基準式、および Kondner⁷⁾の双曲線型応力-ひずみ関係式で用いられるパラメーターにより表現されており、パラメーター決定のための新たな試験法を必要とせず、従来の試験結果を容易に利用できる特徴がある。

本研究により得られた成果を列挙すれば、下記のとおりである：

(1) 応力-ひずみ関係が線形的な地山において、地山強度比 (σ_c/P) を大にしていくと、本理論解は線形彈

性理論結果に漸近する。

(2) トンネル半径方向応力は地山強度比が 0.1 のように極端に小さい場合を除き、この影響をあまり大きく受けず、トンネル壁面から離れるに従って単調に増加するが、円周方向応力はこの影響を強く受ける。すなわち、円周方向応力は、地山強度比が小の場合には、トンネル壁面に近づくに従ってある位置から減少し、また、掘削の影響を遠くまで受け、トンネルから遠く離れても初期応力になかなか一致しない。

(3) 応力-ひずみ曲線の非線形性を表わすパラメーター R_f が大である非線形性の強い地山ほど、円周方向応力のピーク値は小であり、ピーク値を与える位置がトンネル壁面から遠い。また、トンネル壁面の円周方向応力は、地山強度比が小なるほど小であり、また R_f が大なるほどこの傾向が著しい。

(4) トンネル掘削による壁面地山の応力経路は、地山強度比が大であれば、 R_f の影響を余り受けないが、地山強度比が小さくなるに従って、応力経路に及ぼす R_f の影響は大になる。また、地山強度比がある値よりも小であると、線形的な地山ほど降伏しやすく、また降伏域は広い。

(5) たとえ地山強度比および他のパラメーターの値が同一であっても、応力-ひずみ関係の非線形性や、強度と初期接線せん断弾性係数の比の違いにより、トンネル変位は相当異なる。したがって、膨張性を表示するパラメーターとして、従来使われている地山強度比だけでは不十分であり、非線形パラメーター、および強度と初期接線せん断弾性係数の比も加える必要がある。

(6) トンネル壁面変位を小にする内圧の効果は、非線形性が大なるほど、また地山強度比が小なるほど大である。

(7) 地山強度比が小なる地山ほど、内圧による降伏域の減少域が広く、また内圧の小なる場合ほど、その効果率は大である。

(8) 吹付けコンクリートや支保工によってもたらされる内圧の変位拘束効果は、地山強度比の違いにより大きく異なり、同一内圧であっても、地山強度比が小なるほど大である。また、たとえ地山強度比が 2 以上であっても、応力-ひずみ関係が非線形性を示す地山では、吹付けコンクリートの変位拘束効果を線形弾性解析で定量的に評価できない。ただし、地山強度比が 10 以上の場合における内圧効果は、線形弾性解析で得られる結果とほぼ同程度であり、この場合の変位の算出に非線形解析をする必要はない。

(9) 応力-ひずみ関係が線形的な地山ほど、地山を降伏させないための許容変位は小である。

(10) 本手法のトンネル現場への適用例が示され、ト

ンネル壁面変位を許容変位以内にとどめるのに必要な内圧の算定式が示された。

謝 辞：本論文の計算を手伝って頂いた、近畿大学研究生、地崎工業 村上敏夫氏に感謝します。

参考文献

- 1) 土質工学会：NATM 工法の調査・設計から施工まで, p. 31, 1986.
- 2) 久武勝保・伊藤富雄・朝倉俊弘：軟岩の非線形力学特性を考慮したトンネル理論解析, 土木学会論文集, 第 400 号／Ⅲ-10, pp. 39~43, 1988 年 12 月.
- 3) Kastner, H. (金原 弘 訳)：トンネルの力学, 森北出版, pp. 44~48, 1976.
- 4) Hoek, E. and Brown, E. T. : Underground excavation in rock, The institute of Mining and Metallurgy, pp. 99 ~133, 1980.
- 5) 桜井春輔：トンネル工事における変位計測結果の評価法, 土木学会論文報告集, 第 317 号, pp. 93~100, 1982 年 1 月.
- 6) 土質工学会編：岩の工学的性質と設計・施工への応用, pp. 236~239, 1985.
- 7) Kondner, R. L. : Hyperbolic stress-strain response : Cohesive soils, J. Soil Mech. Fdns. Div. ASCE, 89, SM1, pp. 115~143, 1963.

(1989. 6. 7・受付)