

掃流から浮遊への遷移の出現機構とその流砂過程における役割

TRANSITION FROM BED-LOAD MOTION TO SUSPENSION AND ITS ROLE ON BED MATERIAL LOAD TRANSPORT

中川博次*・辻本哲郎**・村上正吾***・後藤仁志****

By Hiroji NAKAGAWA, Tetsuro TSUJIMOTO, Shogo MURAKAMI and Hitoshi GOTOH

Bed material load is composed of bed-load motion and suspension interacted each other, and the interaction is represented by transition from saltation to suspension, of which quantitative evaluation must support a reasonable description of bed material load transport process. The trajectory of a saltation particle is rather deterministic though it fluctuates due to turbulence. When such a shift of particle's position from the deterministic trajectory is larger than a threshold value, it brings a transition from saltation to suspension. Such an event is explained by a kind of logistic equation deduced from the equation of particle's motion. The probability that the shift of the particle's position from the deterministic trajectory overcomes the threshold value expresses the probability of transition. The probability density per unit time for a bed-load particle to turn into suspension is reasonably calculated and a convenient mathematical expression of the relation between bed shear stress and it is proposed.

Keywords: bed material load transport, bed load, suspended load, saltation, sediment suspension, transition from saltation to suspension

1. ま え が き

流砂は bed material load と wash load に分類され、前者は水流の掃流力と対応づけられるため、運動形態によって掃流砂と浮遊砂とに分類してその機構に基づいて流砂量を推定しようとする試みが古くよりなされて来、おのおのについてむしろ独立に比較的合理的なモデルがいくつか提案されている(たとえば1,2)参照)。ところが、たとえば Einstein³⁾の考え方によると掃流砂濃度が浮遊砂濃度の底面近傍値を規定するなど両者は共存し、実際常時両者の交換が行われていると考えるのは自然であるし、実験室での観察によってもそれが支持されている。

こうした事実より、掃流から浮遊への遷移をモデル化し、これに対して何らかの定量的評価を与えることは、流砂過程における掃流と浮遊の本質的相違を明確にするだけでなく、全流砂量とそれに対する掃流・浮遊の貢献

度を合理的に評価することに役立つ。なお、これまでの流砂機構そのものの研究が、実際に生じる河床形態の効果を考慮しては展開されなかったように、ここでも平坦河床上でその基礎的検討を行う。

このように遷移現象を明確にして bed material load を取り扱おうとする試みはすでに辻本・中川⁴⁾によって始められた。もっとも、遷移という概念をそれほど明確にしてはいないものの、浮遊砂の底面濃度を決定するモデル(Lane and Kalinske⁵⁾、芦田・道上⁶⁾、板倉・岸⁷⁾、芦田・岡部・藤田⁶⁾のいくつかにこうした考え方のひな型があったということではある。辻本・中川⁴⁾は、ビデオ画像解析を用いた観察から掃流運動の代表例である saltation 運動が乱れによって、その確定論的軌跡から“異常な逸脱”を生じると浮遊へ遷移することに着目し、この“異常な逸脱”が砂粒運動軌跡にもたらされる確率から、掃流から浮遊への遷移確率の算定を試みた。このような“異常な逸脱”の限界値はビデオ画像解析法を用いた砂粒運動の計測から実験的には決められたが⁸⁾、こうした“閾値”(threshold)は、粒子運動の力学的挙動から必然的に決まるものなのだろうか。現象論的にはどうということなのだろうか。本研究では、こうした点に、粒子軌跡の“不安定”という概念を持ち込んで⁹⁾現象論的に説明すると同時に、その“閾値”を確定することを

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野2-40-20)

*** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

**** 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科 博士課程
土木工学専攻(同上)

第一の目的とした。また、それに基づいて掃流から浮遊への遷移確率密度の評価も試みる。

さらに、遷移機構のモデル化に先立って、遷移確率密度の評価が bed material load transport の記述にあたって占める位置を明確にするため、それが陽に含まれる形での bed material load transport の記述について説明をし、また遷移現象が掃流・浮遊運動のおおのに及ぼす効果についても考察する。

2. Bed material load 流送過程の記述

Fig. 1 に示すように bed material load 粒子の運動を追跡すると、それは、①河床からの砂粒子の離脱、②掃流運動、③掃流から浮遊への遷移、④浮遊運動の4つのサブシステムからなっている。すなわち河床から離脱した砂は最初掃流砂として挙動し（最初の掃流距離をゼロとすることで河床砂が直接浮遊状態に入ることも記述可能である）、遷移が生じれば浮遊状態で運ばれる。浮遊運動は水流の乱れと砂の沈降性に依存して確率的な excursion length を移動した後河床に再接触し、掃流運動または停止の状態に戻る（浮遊砂の性質として河床への再接触まで表現するので、浮遊から掃流への遷移は別個のサブシステムとして考えなくてよい）。それぞれのサブシステムを代表する量としては、① pick-up rate (p_s)、② step length の確率密度関数 ($f_x(x)$)、掃流砂の粒子速度 (u_g)、掃流砂濃度 (C_b)、③ 掃流状態の砂粒子が浮遊状態に遷移する単位時間当たりの確率密度 (p_T 、以下単に遷移確率密度とよぶ)、④ 浮遊粒子の鉛直方向の存在確率密度 ($f_s(y)$ 、濃度分布にほぼ相似と考えられる)、excursion length の確率密度関数 ($f_{xs}(x)$) である。①については河床粒子の初期移動機構、②については掃流機構、④については浮遊機構として従来より研究が蓄積されており（たとえば文献1,2)), 本研究の焦点は③に絞られている。

さて、掃流と浮遊の両方の形態をとりながら流送される bed material load について、中川・辻本¹⁰⁾が掃流砂についての非平衡過程を記述したモデルを拡張した形での定式化¹¹⁾を考える。

位置 x より ξ だけ上流における河床からの砂粒の離脱、浮遊状態から掃流状態への遷移またその逆を考える

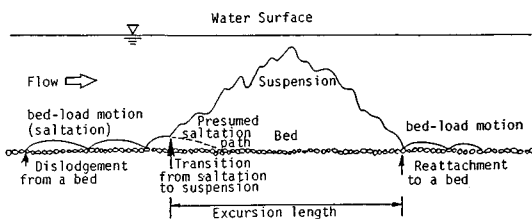


Fig. 1 Illustration of bed-material load motion.

と、単位時間、単位幅当たりの掃流砂量 $q_b(x)$ 、浮遊砂量 $q_s(x)$ は次のように与えられる。

$$q_b(x) = \frac{A_3 d}{A_2} \int_0^\infty [p_s(x-\xi) + p_{as}(x-\xi)] \int_\xi^\infty f_x(\xi) d\xi \cdot F_{TR}(\xi) d\xi \dots \dots \dots (1)$$

$$q_s(x) = \int_0^\infty \left[\frac{q_b(x-\xi)}{u_g(x-\xi)} \right] p_T(x-\xi) \int_\xi^\infty f_{xs}(\xi) d\xi d\xi \dots \dots \dots (2)$$

ただし、 A_2, A_3 : 砂の形状係数、 p_{as} : 単位時間当たり浮遊粒子が河床に再接触して掃流砂に戻る個数、 $F_{TR}(x)$: 掃流砂が河床からの離脱後浮遊砂に遷移せず距離 x 以上移動する確率、 u_g : 掃流粒子の速度である。 $p_{as}(x)$ は次のように書ける。

$$p_{as}(x) = \frac{A_2}{A_3 d} \int_0^\infty \left[\frac{q_b(x-\xi)}{u_g(x-\xi)} \right] p_T(x-\xi) f_{xs}(\xi) d\xi \dots \dots \dots (3)$$

また $F_{TR}(x)$ は、掃流から浮遊への遷移確率密度が流下方向に変化しない場合は次のように表わされる。

$$F_{TR}(x) = \exp(-p_T x / u_g) \dots \dots \dots (4)$$

簡単のため固定床に接続する平坦移動床を考え、その上の流れを等流とした場合、非平衡掃流砂量は、掃流砂の step length が平均値 Λ の指数分布に従うとして、

$$q_b(x) = \frac{A_3 d}{A_2} \int_0^\infty [p_s(x-\xi) + p_{as}(x-\xi)] \cdot \exp\left(-\frac{\xi}{\Lambda_{BS}}\right) d\xi \dots \dots \dots (5)$$

と書ける。ここに、

$$\Lambda_{BS} = \Lambda [u_g / (u_g + p_T \Lambda)] \dots \dots \dots (6)$$

である。十分下流での平衡状態では、

$$q_{be} = (A_3 d / A_2) (p_s + p_{ase}) \Lambda_{BS} \dots \dots \dots (7)$$

$$p_{ase} = (A_2 / A_3 d) (p_T / u_g) q_{be} \dots \dots \dots (8)$$

$$q_{se} = (p_T / u_g) \Lambda_s q_{be} \dots \dots \dots (9)$$

である。ただし、添字 e は平衡状態を表わすものとし、また簡単のため浮遊砂の excursion length の分布を平均値 Λ_s の指数分布と近似した。このとき、

$$q_{be} = \frac{A_3 d}{A_2} p_s \Lambda_{BS} \left(\frac{u_g}{u_g - p_T \Lambda_{BS}} \right) = \frac{A_3 d}{A_2} p_s \Lambda \dots \dots \dots (10)$$

であるから、平衡掃流砂量は浮遊砂への遷移がない場合も、途中で浮遊砂に遷移したり浮遊砂から逆戻りした掃流砂があっても不変であることが確認される。またそれゆえ、全流砂量は確かに掃流砂量と浮遊砂量の和として表わされる。

とにかく、非平衡状態の bed material load 流送の記述において、また平衡状態でも特に浮遊砂量の決定にあたって掃流から浮遊への遷移現象を表わすパラメーター p_T の評価の重要性が指摘される。

なお、上述のモデルでは、浮遊砂が水深方向にわたって分布しているにもかかわらず流砂量だけを一次的に扱ったが、浮遊砂では非平衡状態で濃度分布形も平衡状態のそれから変質するため^{1),2)}、二次元的なモデルが必要となることはいうまでもない。

3. 掃流から浮遊への遷移に影響される浮遊砂過程

掃流から浮遊への遷移が浮遊砂量源であるとすれば、平衡状態の浮遊砂の濃度分布を決定する基礎式には、次式のように遷移による浮遊砂の生成項を加味しなければならない (Fig. 2 参照)。

$$w_0 C_s + \epsilon_s \frac{dC_s}{dy} = \int_y^h S_s(y) dy \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 w_0 : 砂の沈降速度、 C_s : 浮遊砂濃度分布、 ϵ_s : 浮遊砂の拡散係数、 y : 河床からの高さ、 h : 水深、 S_s : 単位時間当たり、単位体積の水中で掃流から浮遊へ遷移する砂の実質体積である。浮遊から掃流への遷移は河床への再接触で定義しているから、河床を除く $y > 0$ で適用する上式においては浮遊砂の消滅項を考慮しなくてよい。このような非同次拡散方程式は Murphy の論文¹²⁾ にみられるし、辻本¹³⁾ は通常の同次拡散式による濃度分布式を用いた場合こうした非同次性によって生じる浮遊砂の拡散係数の見掛け上の変化を検討している。

浮遊砂の拡散係数の水深方向の変化を無視した場合 (たとえば水深にわたっての平均値を用いる)、式 (11) の解は次のように表わされる。

$$C_s(\eta h) / C_s(0) = \gamma \cdot \phi_1(\eta) + (1 - \gamma) \cdot \phi_2(\eta) \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$C_s(0) \equiv C_1 + C_2 = C_1 + \frac{\int_0^h S_s(y) dy}{w_0} \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi_1(\eta) = \exp\left(-\frac{w_0 \eta}{u_* \epsilon_{s*}}\right) \dots\dots\dots (14)$$

$$\phi_2(\eta) = \frac{\left[\int_\eta^1 \Psi_s(\eta) d\eta + \phi_1(\eta)\right] \int_0^\eta \left[\Psi_s(\eta) / \phi_1(\eta)\right] d\eta}{\int_0^1 \Psi_s(\eta) d\eta} \dots\dots\dots (15)$$

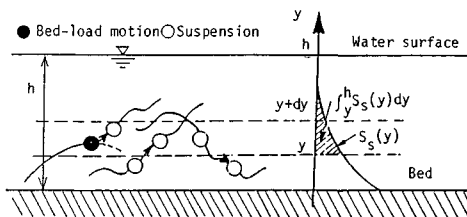


Fig. 2 Schematic figure of transition from bed-load motion to suspension.

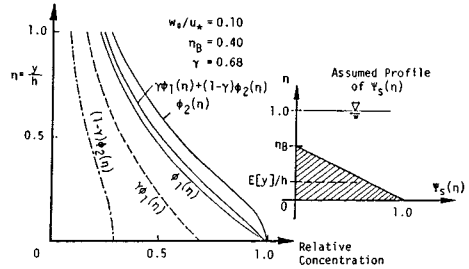


Fig. 3 Effect of transition from bed-load motion to suspension on concentration-distribution profile of suspended sediment.

であり、また $\gamma \equiv C_1 / (C_1 + C_2)$; $\eta \equiv y/h$; $\epsilon_{s*} \equiv \epsilon_s / (u_* h)$; $\Psi_s(\eta) \equiv S_s(y) / S_s(0)$; u_* : 摩擦速度である。

式 (13) が示すように、浮遊砂の底面濃度は、その一部分が掃流から浮遊への遷移によって決まっている。 ϕ_1 は、同次拡散方程式の解であり、非同次の (遷移の) 効果が含まれる ϕ_2 との濃度分布形状への貢献割合がパラメーター γ で決められる (Fig. 3 参照)。遷移を考慮しない場合、濃度分布形は ϕ_1 で与えられるが、このとき底面濃度は遷移と無関係の積分定数 C_1 で決定されることになり、従来試みられたような、 ϕ_1 を用いながら遷移機構に基づいて底面濃度を決定しようとすることは論理的でないといえよう。 C_2 は明らかに遷移と関係しており、遷移確率密度 p_r が知られば、次のように決定される。

$$C_2 = \frac{\int_0^h S_s(y) dy}{w_0} = \frac{p_r q_B}{w_0 u_g} \dots\dots\dots (16)$$

浮遊砂濃度分布に流速分布 (正確には浮遊粒子の流下方向速度の水深方向分布) を乗じ、水深にわたって積分することから、次の式を得る。

$$q_s / (u_* h) = C_1 I_1 + C_2 I_2 \dots\dots\dots (17)$$

ただし、

$$I_1 \equiv \int_0^1 \phi_1(\eta) \frac{u(\eta)}{u_*} d\eta; I_2 \equiv \int_0^1 \phi_2(\eta) \frac{u(\eta)}{u_*} d\eta \dots\dots\dots (18)$$

であり、 u は局所流速を表わす。よって、 C_1 は式 (9) を用いて次のように表わされる。

$$C_1 = \frac{p_r q_B}{w_0 u_g} \left[\left(\frac{A_s}{h} \right) \left(\frac{w_0}{u_*} \right) - I_2 \right] \dots\dots\dots (19)$$

これは、 C_1 の決定には浮遊砂の excursion length についての情報も必要なことを表わしており、考えてみればもっともなことであるにもかかわらず従来の底面濃度決定モデリングでは考慮されることがなかった。

なおパラメーター γ は p_r の評価を待たずして次のように決められることが式 (16)、(19) からわかる¹⁴⁾。

$$\gamma = \left[\left(\frac{A_s}{h} \right) \left(\frac{w_0}{u_*} \right) - I_1 \right] / \left[I_1 + \left(\frac{A_s}{h} \right) \left(\frac{w_0}{u_*} \right) - I_2 \right] \dots\dots\dots (20)$$

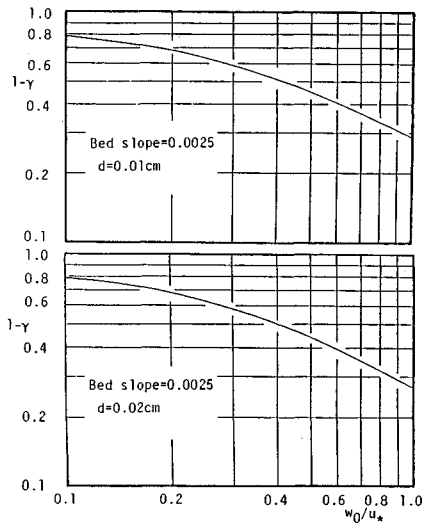


Fig. 4 Non-homogeneous index γ versus (w_0/u_*) .

辻本・山元¹⁴⁾による計算の結果、 γ は w_0/u_* の増加関数で、 w_0/u_* の0.1から1.0の範囲で0.2から0.7程度に変化する (Fig. 4 参照). 要するに、 w_0/u_* が小さい (浮遊砂である割合が大きい) ほど γ が小さく、そのようなとき濃度分布の形状は非同次方程式 (遷移現象) の効果に支配される (同次の解からずれる) が、そのときの底面濃度は遷移確率密度と容易に関係づけられる. 逆に、 w_0/u_* が大きくて掃流砂の割合が大きいときには、浮遊砂濃度分布の形状は同次方程式の解で十分近似されるものの、底面濃度はむしろ excursion length に支配される.

4. saltation 軌跡の不安定

辻本・中川¹⁾により、粒子運動の掃流から浮遊への遷移は比較的確定論的な saltation 軌跡が水流の乱れによってある限界量以上に逸脱したときに生じることがビデオ画像解析に基づいて指摘された. 辻本⁹⁾はこうした限界値 (閾値) の存在と、乱れによる軌跡の偏倚がこの限界より大きいか小さいかでその後の粒子の運動がきわめて異なることの説明を、乱れによる saltation 軌跡の擾乱の不安定事象としてとらえ、ロジスティック方程式の数学的性質との関連で論じようと試みた. 著者らは、こうした考え方を発展させて遷移事象の記述を試みてきた¹⁵⁾が、本論文ではその手法をより吟味し、より広い条件での解析結果を用いて、掃流から浮遊への遷移事象の定量的評価につなげている.

saltation 粒子は確定論的に決定される軌跡 (掃流砂としての不規則性は河床での衝突・反発の際にもたらされるもので、形式的には saltation のサイズの不規則性に帰着される¹⁶⁾) から乱れにより常にさまざまな強度の

変動を受けているものと考えられる. こうした確定論的軌跡まわりの偏倚量を ξ とするとき、その状態での粒子の鉛直方向の、確定論的軌跡からの相対的偏倚速度 v_g は、次のように形式的に ξ の関数となる.

$$v_g = d\xi/dt = f(\xi) \dots \dots \dots (21)$$

乱れによってもたらされた偏倚 (以下、初期偏倚とよぶ) が ξ_i であるとき、その後の粒子の挙動を v_g で表わすことにし、式 (21) を形式的に ξ_i まわりでテイラー展開すると、

$$v_g = f(\xi_i) + (\xi - \xi_i) f'(\xi_i) + \frac{(\xi - \xi_i)^2}{2} f''(\xi_i) + \dots \dots \dots (22)$$

であり、2次の項までとると次のようになる.

$$d\xi/dt = a + b\xi + c\xi^2 \dots \dots \dots (23)$$

ただし、 a, b, c は、 ξ_i の状態 (添字 i を付す) において次式によって与えられる.

$$a = v_{gi} \dots \dots \dots (24)$$

$$b = [(dv_g/dt)/v_g]_i \dots \dots \dots (25)$$

$$c = \left\{ \left[\frac{d^2 v_g}{dt^2} - \frac{1}{v_g} \left(\frac{dv_g}{dt} \right)^2 \right] \frac{1}{2 v_g} \right\}_i \dots \dots \dots (26)$$

式 (23) はいわゆるロジスティック方程式で、その数学的性質より ξ の閾値が次式のように与えられる.

$$\xi_c = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2c \dots \dots \dots (27)$$

すなわち $\xi_i > \xi_c$ であれば粒子は爆発的に元の軌跡から離れていくことになり、一方 $\xi_i < \xi_c$ であれば粒子は元の軌跡に戻る傾向を呈する (Fig. 5 参照). 言い換えば、前者の状況が掃流から浮遊への遷移を示す. ロジスティック方程式の場合閾値が存在し初期値がそれを越えるか越えないかで全く違った挙動を表わす. saltation 粒子の挙動はまさにロジスティック方程式で表現され、元の軌跡からある限度以上の逸脱がある場合に限って遷移が起こるというビデオ画像解析結果¹⁾と非常に良く合っている.

式 (21) は単に形式的な表示であったが、 v_g を支配する実際の運動方程式は、揚力、マグナス効果を無視し、また流下方向には流れの速度にほとんどただちになじむと仮定すると、次のように書ける.

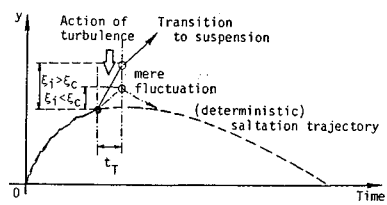


Fig. 5 Schematic figure of transition to suspension and merely fluctuation of saltation trajectory.

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_g}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho |v_g| v_g A_2 d^2 - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 g d^3 \dots (28)$$

ここに、 ρ ：流体の密度、 σ ：砂の密度、 C_M ：付加質量係数、 C_D ：抗力係数であり、次の Rubey^{1),2)} の式を用いた。

$$C_D = 24 \nu / (v_p d) + 2.0 \dots (29)$$

ここに、 ν ：流体の動粘性係数である。式(28)に基づいて式(24)~(26)を計算し、これを式(27)に代入することで、遷移現象の判定基準(閾値) ξ_c を決定することができる。

5. 掃流から浮遊への遷移確率密度

前章で掃流から浮遊への遷移が生じるための限界偏倚量 ξ_c の評価方法が確立されたが、次に乱れによってどの程度の確定論的軌跡からの偏倚 ξ_i が出現するかを調べる必要がある。

水流の鉛直方向乱れ v' が t_r 時間だけ作用して初期偏倚量が決まる場合、

$$\xi_i = k \alpha v' t_r \dots (30)$$

であり、 α は粒子の乱れに対する追従性に関する係数であり、 k は偏倚過程内の平均化のための補正係数である。 ξ_i だけ偏倚したときの粒子の鉛直方向偏倚速度は、

$$v_{gi} = \beta_1 v' \dots (31)$$

と書ける。 β_1 も粒子の乱れに対する応答特性にかかわる係数である。 v' としては、saltation 軌跡からの偏倚の出発高さでの水流の鉛直方向乱れ速度とみなすこととし、その変動の標準偏差である鉛直方向乱れ速度(v'_{rms})の水深方向分布は次式¹⁷⁾で与えられるものとした。

$$v'_{rms} / u_* = 1.27 \exp(-y/h) \dots (32)$$

掃流砂粒子(1個当たり)の単位時間当たりの浮遊への遷移確率密度 p_r は次のように評価されよう。

$$p_r = \int_{v_c}^{\infty} \frac{k \alpha v'}{\xi_c} \phi_v(v') dv' \dots (33)$$

ただし、 $\phi_v(v')$ は鉛直方向乱れ速度の確率密度関数であり、 v' は t_r 時間内の砂粒子の偏倚距離がちょうど ξ_c であるような v' の値($v_c = \xi_c / (k \alpha t_r)$)である。すなわち p_r を、saltation 軌跡を逸脱する粒子が限界偏倚量だけを運動するに要する時間の逆数の期待値とみなしている。

さて、上記の計算を行うには、上述より明らかなように水流の乱れに対する粒子の応答・追従性の検討から決定されるべき2つのパラメーター(α, β_1)の評価が残っている。

水流の乱れの作用のもとでの粒子の運動は、次式で記述される¹⁸⁾。

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho |v' - v_p| (v' - v_p) A_2 d^2 - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 g d^3 + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{dv'}{dt} \dots (34)$$

ただし、 v_p は粒子の鉛直方向速度であり、また簡単のため、流下方向の応答は十分良いとして鉛直一次元で近似し、また Basset 項は無視した。

ここで、水流の1回の乱れ作用を振幅 $\sqrt{2} v'_{rms}$ 、周期 T の正弦波変動の半周期の山でモデル化し、式(34)を初期条件 $t=0$ で $v_p=0$ のもとで解くことによって粒子の応答性を検討した。

ところで、 α は1回の乱れの作用の際の粒子の最大位置偏倚(A_{pmax})とその出発点での周囲流体の位置偏倚(A_w)との比として、一方 β_1 は粒子の応答速度の最大値(v_{pmax})と流体速度の最大値($\sqrt{2} v'_{rms}$)との比で定義できよう。 A_w は次のように容易に求められる。

$$A_w = 2 v'_{rms} T / \pi \dots (35)$$

6. モデルによる計算結果とその考察

本研究で展開した考え方に従って、掃流から浮遊への遷移基準、遷移確率密度などの計算を行った。

まず、前章の最後に説明した方法で乱れに対する砂粒子の応答性にかかわる係数 α, β_1 を評価するため、1回の乱れの作用モデルに対する粒子の偏倚と速度の最大値を計算した。その結果を Fig. 6 に示す。ここでは無次元掃流力(τ_*)に対する掃流砂の平均存在高さ^{2),16)}において乱れ強度を式(32)で与えて計算したもので、粒径と τ_* をパラメーターとして周波数($1/T$)の関数で表示した。周波数が与えられると、すなわち初期偏倚の与えられる時間スケール($t_r = T$)が与えられると、この結果を用いて α, β_1 が評価される。 β_1 が決まると式(31)で v_{gi} が決まり、3.に述べた方法で ξ_c が決定される。粒子の最大偏倚量が ξ_c と同オーダーになるよう試行錯誤的に t_r を決めるのが合理的であると考え、それについての相似基準も考慮して、結局次式を仮定した。

$$\Pi_i = t_r \sqrt{(\sigma/\rho - 1)g/d} = 1.64 \dots (36)$$

また、上記検討から、 $k=0.3$ とした。 $\sigma/\rho=2.65, d=0.015$ cmの砂を考えると、 $t_r=0.005$ 秒と相当に短い時間スケールであることがわかる。しかし実験室での観察でみられるように遷移を生じる初期偏倚の出現の仕方は非常に鋭角的であること、精密な実験をポリスチレン粒子で行った辻本・中川⁴⁾の結果($t_r=1/15$ 秒、 $\Pi_i=1.0$)とも Π_i についてはオーダー的に矛盾しないことから、妥当な評価とみなして良いと考える。

初期偏倚の時間スケールが与えられると、saltation 軌跡に沿って、 α, β_1 、したがって ξ_c 、さらに遷移確率密度 p_r が計算できる。この結果の例を Fig. 7 に示した。

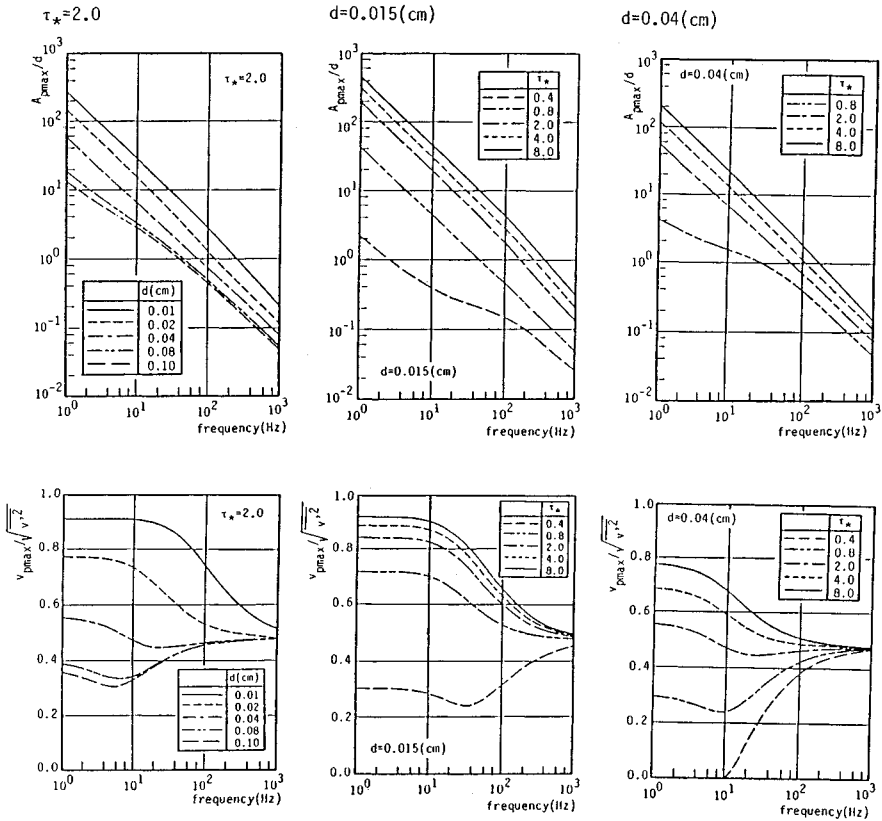


Fig. 6 Maximum displacement and responding speed of a particle for simulated turbulence.

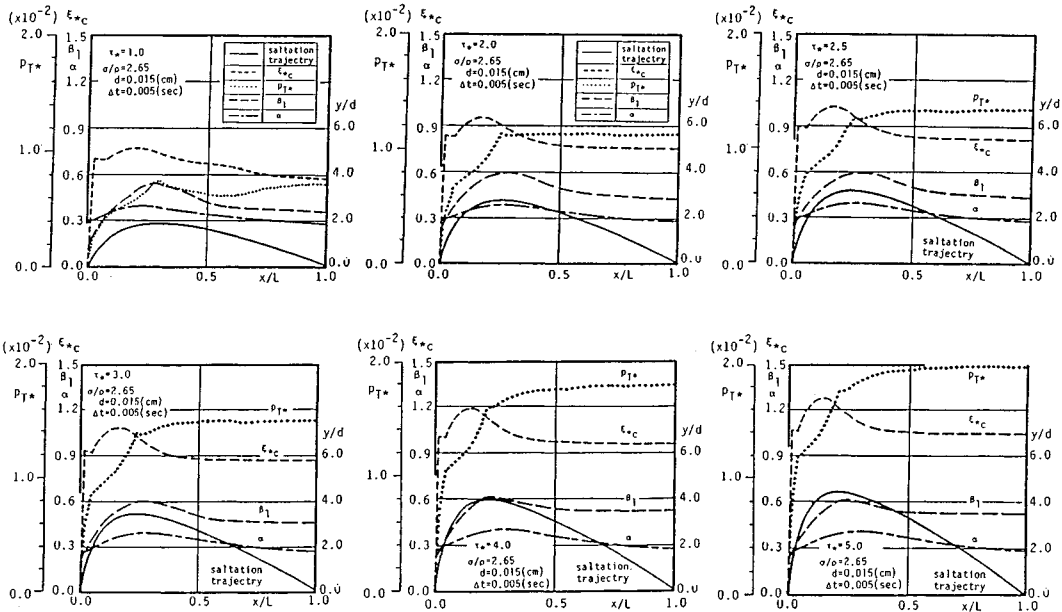


Fig. 7 Calculated results of parameters on response of particle's motion, α and β_1 ; threshold value of ξ_c ; and probability density per unit time of transition p_T , along one saltation period.

ここで ξ_c , p_T は次のように無次元化して示している。

$$\xi_{c*} = \xi_c / d; p_{T*} = p_T \sqrt{d / (\sigma / \rho - 1) g} \dots\dots\dots (37)$$

α , β_1 , ξ_{c*} , p_{T*} のいずれも saltation の上昇初期を除いて変化は緩やかで、特に下降期ではほぼ一定の傾向を示すようである。Fig. 7 では掃流力を変えて平均的な saltation についての計算例を示しているが、いずれの変化も 1 saltation 内ではほぼ相似とみられる。

Fig. 8 は 1 saltation 中の遷移確率密度の変化を示したもので、図中破線は上昇・下降の占有時間の重みづけ平均、1 点鎖線は 1 saltation の平均である。上昇・下降期を問わなければ、遷移確率の高さ方向の変化は顕著でなく、平均値の適用が可能であることがわかる（もっとも saltation のサイズが分布しているので掃流砂全体を考えると S_o は河床に向かって増加する分布を示す）。

さらに粒径 ($d=0.01, 0.02, 0.04$ cm) を変化させた同様の計算を行い、掃流から浮遊への遷移確率密度（水深方向に平均化したもの）と掃流力の関係の定式化を試みた。計算結果は p_{T*} と u_* / w_o の関係として Fig. 9 に示され、これより次式を経験式として提案した。

$$p_{T*} = p_T \sqrt{\frac{\sigma}{\rho} - 1} g / d = F_{or} \left(\frac{u_*}{w_o} \right)^n \left[1 - \frac{(u_* / w_o)_c}{u_* / w_o} \right]^m \dots\dots\dots (38)$$

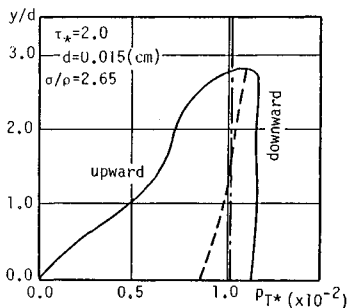


Fig. 8 Variation of transition probability with the vertical distance from the bed.

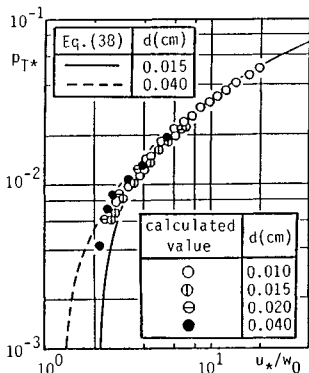


Fig. 9 Relation between transition probability density and dimensionless shear velocity (u_* / w_o).

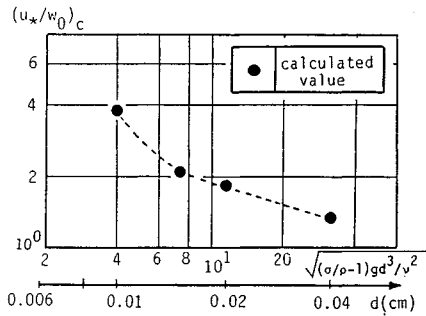


Fig. 10 Critical value of (u_* / w_o) for transition.

式中定数は次のように定められた。 $F_{or} = 0.0175$, $n = 0.4$, $m = 1.10$ 。 $(u_* / w_o)_c$ は浮遊限界での u_* / w_o の値で、粒径の減少関数となっている（たとえば $d = 0.015$ cm に対して 2.20, 0.04 cm に対して 1.34; Fig. 10 参照）。

以上のように掃流から浮遊への遷移現象が定量的に評価されると、浮遊砂の基準面濃度の議論などへ進めるとはいえ、3. で述べたように p_T のみでは議論できず、たとえば excursion length の精度良い議論が必要だし、基準面濃度については論理的な基準面と工学的に実用的な基準面が必ずしも一致しない^{1),2)} など、本研究成果の適用についてはその前に解決すべき問題とともに今後の課題とする。

7. あとがき

本論文では、掃流から浮遊への遷移現象が bed material load 流送過程において重要な役割を果たすことに着目し、その機構を明らかにし、定量的な評価を得ることを目的とした。浮遊から掃流への逆遷移は河床との再接触で定義され浮遊現象モデルの excursion length で必然的に表わされている。

bed material load の流送過程の数学的記述を得て、そこで遷移現象を代表する遷移確率密度の評価の重要性を明らかにした。

また特に浮遊砂の濃度分布・底面濃度に対する掃流から浮遊への遷移事象の影響について論じた。浮遊砂として運ばれる割合の大きい場合、濃度分布形は遷移の影響による非同次の拡散方程式に支配され、従来用いられている同次拡散方程式の解としての濃度分布形状と異なるが、底面濃度は従来考えられているように遷移現象に規定される。一方、浮遊砂の割合が少なければ、濃度分布形状は同次方程式の解に近くなるが、底面濃度は遷移事象のみでは決定されない。

掃流から浮遊への遷移は、水流の乱れによる確定的な saltation 軌跡のゆらぎの不安定として出現する。すなわち軌跡が不安定となるためのゆらぎの閾値が存在す

る。このことを、saltation 軌跡からの粒子の偏倚量についてのロジスティック方程式を導き、その数学的性質に基づいて説明した。さらにその閾値としての遷移基準となる限界偏倚量を解析的に求める方法を示した。

次に初期偏倚量を、水流の乱れに対する粒子の応答性に基づいて解析するとともに、こうした初期偏倚を生む時間スケールについても考察、これらの評価を試みた。

本研究で展開されたモデルに基づいて、掃流から浮遊への遷移確率密度を計算し、その特性、主として掃流力との関係を明らかにし、さらに計算曲線を表わす経験式の提案を行った。

上述の成果は、bed material load の流送とそれに伴う移動床過程の記述・予測に大いに役立つものと思われるが、浮遊砂の底面濃度や全流砂量の推定式という形にはあえてまとめなかった。これらにはさらに検討すべき問題があるにもかかわらずそれらがうやむやにされるのを避けたかったのが主な1つの理由で、今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) 吉川秀夫編：流砂の水理学，丸善，543 p.，1985.
- 2) 中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，新体系土木工学 23，技報堂出版，310 p.，1986.
- 3) Einstein, H. A. : The bed load function for sediment transportation in open channel flows, Technical Bulletin, No. 1026, USDA, Soil Conservation Service, 78 p.，1950.
- 4) 辻本哲郎・中川博次：掃流から浮遊への遷移機構に関する基礎的研究，土木学会論文集，第 369 号/II-5, pp. 43~50, 1986.
- 5) Lane, E. W. and Kalinske, A. A. : Engineering calculations of suspended sediment, Trans. A. G. U., Vol. 22, pp. 307~603, 1941.
- 6) 芦田和男・道上正短：浮遊砂に関する研究 (1) —河床付近の濃度—，京都大学防災研究所年報，第 13 号 B, pp. 233~242, 1970.
- 7) Itakura, T. and Kishi, T. : Open channel flow with suspended sediments, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, HY 8, pp. 1325~1345, 1980.
- 8) 芦田和男・岡部健士・藤田正治：粒子の浮遊限界と浮遊砂量に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 25 号 B-2, pp. 401~416, 1982.
- 9) Tsujimoto, T. : Sediment suspension and transition from saltation to suspension, Proc. EUROMECH 215, Mechanics of Sediment Transport in Fluvial and Marine Environments, St. Margherita, Italy, pp. 18~21, 1987.
- 10) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. : Sand bed instability due to bed load motion, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, HY 12, pp. 2029~2051, 1980.
- 11) Tsujimoto, T. : Non-equilibrium sediment transport process—General ideas, Memoirs, Faculty of Technology, Kanazawa University, Vol. 22, No. 1, pp. 1~10, 1987.
- 12) Murphy, P. J. : Equilibrium boundary condition for suspension, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 111, No. 1, pp. 108~117, 1985.
- 13) 辻本哲郎：乱流による土砂輸送—浮遊砂の拡散係数に関する検討—，第 30 回水理講演会論文集，pp. 637~642, 1986.
- 14) Tsujimoto, T. and Yamamoto, T. : Sediment suspension affected by transition from bed-load motion into suspension, Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, JSCE, Vol. 6, No. 1, pp. 35~45, 1988.
- 15) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・後藤仁志：Saltation 粒子の浮遊砂への遷移機構，第 32 回水理講演会論文集，pp. 529~534, 1988.
- 16) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子の saltation の確率過程論的解析，土木学会論文集，第 345 号/II-1, pp. 83~90, 1984.
- 17) 祢津家久：開水路乱流の乱れ強度に関する研究，土木学会論文報告集，第 261 号，pp. 67~76, 1977.
- 18) Hinze, J. O. : Turbulence, McGraw-Hill, pp. 353~354, 1959.

(1989. 7. 17・受付)