

礫床流路における非定常掃流砂量

UNSTEADY BED-LOAD TRANSPORT IN GRAVEL-BED OPEN CHANNEL

辻本 哲郎*

By Tetsuro TSUJIMOTO

Bed-load transport at unsteady flow is studied. In gravel-bed streams, the direct effect of flow unsteadiness on bed-load motion promotes the transport discharge and brings positive or negative phase shift. Meanwhile, in sand beds with dunes, the relaxation effect suppresses the sediment discharge and causes the phase lag. Particularly in gravel beds, steep hydrograph often appears, and the former effect dominates. The linear analysis reveals that the amplification of bed-load discharge is reversally proportional to the dimensionless time scale of hydrograph, and that it is correlated to the intensity of phase shift. With the increase of the Froude number and the ratio of bed slope to the relative flow depth, the phase shift increases to become positive. The analytical results are qualitatively well consistent with the flume experiments, and they are helpful to obtain semi-empirical predicting formula for unsteady effect of bed-load transport.

Keywords : bed-load transport, unsteady sediment transport, unsteady flow, transient process, gravel bed, linear analysis

1. ま え が き

近年、より高度な河川管理が求められるとき、より複雑な条件での流砂および移動床現象についての理解、説明そして予測が要請されるようになってきている。従来の流砂量式は定常等流状態の流れに対し平衡状態に達した河床での流砂量を予測するもので、これまでは、少なくとも第一次近似的にはそれが流砂の運動方程式として代用できるとし、流砂の連続式と連立させてさまざまな移動床現象を説明・予測しようとしてきた。しかし、こうした近似が十分でない場合や、より精度良い予測の必要性が指摘される場合がある。流れの非定常性や不等流効果、あるいは流砂・移動床現象の緩和過程（応答遅れ）に起因する非平衡効果が、流砂が時間的・場所的に変わる過程（transient process of sediment transport）に及ぼす影響は、最近の移動床水理学の分野で特に注目され、また研究の必要性が強く指摘されているトピックスの1つであろう^{1)~5)}。本研究は⁶⁾、何らかのハイドログラフをもった開水路非定常流れに対する掃流砂量の非定常性を検討するものであり、特に礫床急勾配水路で鋭いハイドログラフを対象とした（本論文ではスイス連邦工科

大学ロザンヌ校で行われた Suszka⁸⁾による水路実験の結果を主たる検討素材とする）。なお、これと比較する形で緩勾配砂床水路で緩い変化のハイドログラフに対する掃流砂量の非定常性についても簡単に述べる。

非定常開水路流れについては、古典的な水理学の手法（一次元解析）で導かれたいわゆる Saint-Venant 方程式に基づく議論が古くからなされており^{9)~11)}、特に興味ある結果として洪水の最高水位、最大流速、最大流量の到達順位についての予測・説明などがされている。しかし、非定常開水路流れの構造（たとえば流速分布や乱れ特性）についての議論¹²⁾は最近緒についたばかりといってよいほどである。

非定常流の条件での流砂量の変化についての基礎的知見も、必ずしもこれまで十分には得られていない、特に浮遊砂やウォッシュロードを含む場合に、洪水のピークの前に流砂量のピークが観測されることなどが指摘されている^{13),14)}のもの、こうした効果の出現機構についての

注1) 本論文の一部（特に2.で非定常効果を2種類に分類している部分）は第32回水理講演会⁹⁾および第6回国際水理学会・アジア太平洋会議⁷⁾で発表しているが、本論文では、特に礫床水路での鋭いハイドログラフ下での非定常流砂量に焦点を絞って議論を発展させ、またそれについての実験結果との対照を拡充している。

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野2-40-20)

研究はこれまでほとんどないし、一方掃流砂についてはその効果が一般には小さいため研究例は少ない。

Phillips and Sutherland^{15),16)}と Graf and Suszka^{8),17),18)}は実験水路で非定常流量に対する掃流砂量の時間的変化を詳細に調べている。Phillipsら^{15),16)}は砂を用いた実験を行って河床の変化（上流端洗掘や河床波の発達）を許しているのに対し、Grafら^{8),17),18)}は礫を用い短い時間内（鋭いハイドログラフ）に実験を終え、平坦河床の条件となっている。前者ではむしろ河床の変形の遅れを本質とする緩和過程が現われているようであり、実際顕著な非定常効果が出現している。こうした遅れ現象は移動床では重要な働きをすることから、主としてdunesを伴う移動床流れの非定常特性が検討されているが¹⁹⁾⁻²¹⁾、それらと本質的に同一の機構に基づくものと推測される。これに対し Graf らの実験では、河床波の効果を除去し、掃流機構そのものにかかわるものを抽出しようとしているが、それゆえ非常に鋭いハイドログラフの場合に限って非定常効果が出現される結果となっている。しかし、山間部などでこのような鋭いハイドログラフが実際に出現していることが、例を挙げて示されている⁸⁾。

Graf and Suszka^{17),18)}は、次元解析的検討から、流砂量に対する非定常効果を表わす無次元指標をまず定義し、これを規定する無次元パラメーターを選びそしてこれらの間に回帰式を求めた。非定常効果の出現機構に対する見通しはこうした研究方法では得られないが、水理学的に合理的にこの種の問題にアプローチした最初のものとして評価される。Graf らのこの回帰式が現地データをもほぼ説明することが Paul and Dhillon¹⁹⁾によって報告されている。一方、Tingsanchali and Rana²⁰⁾は Graf らの手法をそのまま掃流砂量に対する不等流効果の評価

に適用している（が、不等流効果については問題がより容易であるためむしろ解析的手法がとられるべきだろう）。

本研究では、掃流砂を対象にし、非定常開水路流れに対応する流砂量の時間的変化について検討する。掃流砂量は底面せん断応力（掃流力）で規定されるが、定常等流下で掃流力と水深は一対一に対応づけられ、それゆえ与えられた河床材料と勾配に対しては、流砂量は水深の関数として書ける。非定常流とそれに対する流砂量の変化の性質を、水深の時間的変化を表わすハイドログラフと流砂量の時間的変化の比較という形で検討を進める。

2. 掃流過程に対する2種類の非定常効果^{注2)}

掃流砂量に対する非定常効果を実験的に調べた2つの典型的な例^{8),15)}を比較してみよう。Fig. 1, 2にこれらの実験結果の例を、ハイドログラフに対して各時刻で定常等流を仮定して計算される流砂量の時間的変化と、実際の流砂量の時間的変化の比較で示した。

Fig. 1の例は Graf and Suszka によるもので(a)では流砂量の変化がハイドログラフより遅れており、(b)では先行しているものの、洪水期の累積流砂量は定常等流として予測されるものより常に大きい。一方、Fig. 2の例は、Phillips and Sutherland によるもの¹⁵⁾で、常に実際の流砂量はハイドログラフに対して遅れを呈し、累積流砂量は定常等流を仮定したものに比べ小さくなっている。Graf and Suszka⁸⁾の実験は礫($d=12.2, 23.5$ mm；

注2) 本章の内容については、第32回水理講演会⁹⁾で発表済みであるが、礫の流送における非定常効果の特徴を浮き彫りにするため、2種類の非定常効果の分類と比較について説明した。

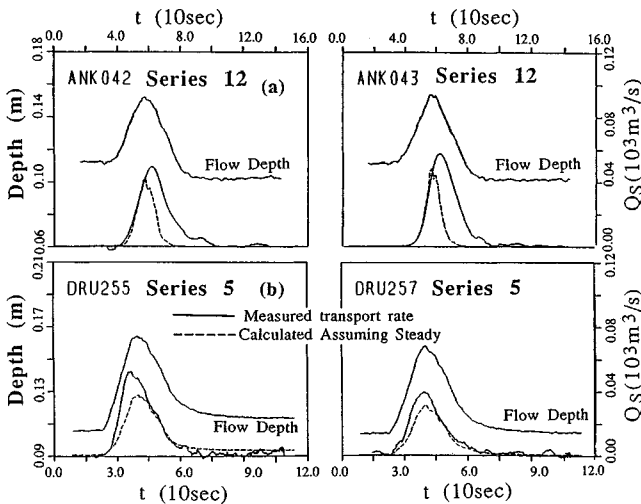


Fig. 1 Time variation of bed-load discharge in flat gravel bed (Graf et al.).

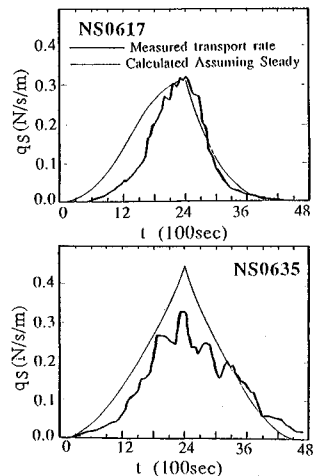


Fig. 2 Time variation of bed-load discharge in sand bed with dunes (Phillips et al.).

d : 粒径) を用いた鋭いハイドログラフに対する (実験中において平坦河床が保たれている) 流砂量の変化であるのに対し, Phillips and Sutherland¹⁵⁾のそれは河床波の発達時間程度の時間スケール (中川・辻本²⁰⁾あるいは Yalin and Bishop²⁴⁾の研究より類推される) のハイドログラフに対する砂 ($d=1.8\text{ mm}$) を用いた実験で, 河床変形固有の緩和過程が現われていると考えられるものである。こうした条件の違いが, 掃流砂量の時間的な変化に上述の違いをもたらしたことは, 定性的に次のように説明される⁹⁾。

いま, 簡単のため水深の変化を次のような正弦波で表わし, 変動振幅を微小量として線形近似で解析的に検討を進めることとする。

$$h(x, t) = h_0 + h' = h_0[1 + \eta_0 \sin(\omega t - \alpha x)] \quad \dots\dots (1)$$

ここに, h : 水深, ω : 変動の角周波数, α : 角波数であり, また添字 0 は非擾乱値を示す。流砂量 q_s の変化も線形近似下では次のように書ける。

$$q_s(x, t) = q_{s0}[1 + \alpha\beta\eta_0 \sin(\omega t - \alpha x - \phi)] \quad \dots\dots (2)$$

ここに, ϕ は流砂量変化のハイドログラフに対する位相差である。掃流砂量は河床材料が与えられているとき掃流力の関数となるが, 水路勾配が一定のとき定常等流下では掃流力は水深と一対一に対応するから, 水深の関数と考えてもよい。このとき非定常効果を無視すれば, 流砂量の変化は次のように書ける。

$$q_s(x, t) = q_{s0}[1 + \beta\eta_0 \sin(\omega t - \alpha x)] \quad \dots\dots (3)$$

ただし, β は,

$$\beta = (dq_s/dh)_0 \cdot (h_0/q_{s0}) \quad \dots\dots (4)$$

のように, 定常等流下の平衡流砂量式 ($q_s \sim h$ 関係) によって決まる。言い換えれば式(2)における α, ϕ が非定常効果を表わしている。

掃流砂量に対する水流の非定常効果は, $dh/dt = \partial h/\partial t + c\partial h/\partial x$ と書けるから, 形式的に,

$$q_s(x, t) = q_s(h, dh/dt) = q_s(h, \partial h/\partial t, c \cdot \partial h/\partial x) \quad \dots (5)$$

と書け ($c = \omega/\alpha$: 変動の伝播速度), 線形化すると次のように表わされる。

$$q_s(x, t) = q_{s0} \left[1 + \beta \left(\frac{h'}{h_0} + p_1 \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{p_2}{u_{*0}} \frac{\partial h}{\partial t} \right) \right] \quad \dots (6)$$

ここに, u_* : 摩擦速度であり, p_1, p_2 は非定常流れの運動方程式により決定されるはずのものである。水深の変化が式(1)のように表わされるとき流砂量変化は, 次のようになる。

$$q_s(x, t) = q_{s0}[1 + \alpha_1\beta\eta_0 \sin(\omega t - \alpha x - \phi_1)] \quad \dots\dots (7)$$

ただし,

$$\alpha_1 = \sqrt{1 + \lambda_0^2} > 1 \quad \dots\dots (8)$$

$$\phi_1 = \arctan \lambda_0; \quad \lambda_0 = (p_1\alpha - p_2\omega/u_{*0})h_0 \quad \dots\dots (9)$$

であり, この結果は, 非定常効果として流砂量振幅の増幅 ($\alpha_1 > 1$) が生じること, ハイドログラフとの位相差は

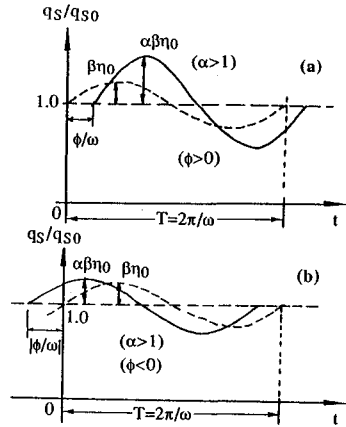


Fig. 3 Direct effect of flow unsteadiness on bed-load transport.

$p_1, p_2\omega/u_{*0}$ に応じて正にも負にもなることを表わしており (Fig. 3 参照), 河床変形の効果を除去した Graf and Suszka の実験結果⁹⁾ (Fig. 1) を定性的に説明している。

河床変形に時間を要することによる遅れ現象は, インパルス応答を用いて巧みに表現される^{9), 20)}。水理条件としての水深変化に対する掃流砂量変化のインパルス応答を $g_R(\tau)$ と書くと, 任意の水深変化に対する流砂量の応答の変化は次のように表わされる。

$$q_s(x, t) = q_{s0} \left[1 + \int_0^\infty \frac{h(x, t-\tau)}{h_0} g_R(\tau) d\tau \right] \quad \dots\dots (10)$$

式(1)で表わされるような正弦波状の水深変化に応答する流砂量変化は, 結局次のようになる。

$$q_s(x, t) = q_{s0}[1 + \alpha_2\beta\eta_0 \sin(\omega t - \alpha x - \phi_2)] \quad \dots\dots (11)$$

ただし, 緩和過程が指数関数的に表わされるものとし, 次のようにインパルス応答を定式化した。

$$g_R(\tau) = (1/\Lambda_T) \exp(-\tau/\Lambda_T) \quad \dots\dots (12)$$

ここに, Λ_T は緩和の時間スケールで, 河床波の発達時間スケール^{20), 24)}に相当する。このとき,

$$\alpha_2 = 1/\sqrt{1 + (\omega\Lambda_T)^2} < 1 \quad \dots\dots (13)$$

$$\phi_2 = \arctan(\omega\Lambda_T) \quad \dots\dots (14)$$

であり, 掃流砂量の変動振幅は常に抑制され, また常に第 1 象限に属する位相遅れが出現することとなり (Fig. 4 参照), Phillips and Sutherland¹⁵⁾の実験結果 (Fig. 2)

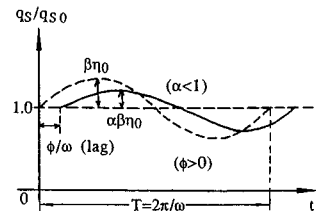


Fig. 4 Relaxation effect bed-load transport.

を定性的に良く説明している。

上に簡単化して述べた2つの非定常効果は、一般に重畳することが多いが、Graf and Suszka⁸⁾および Phillips and Sutherland¹⁵⁾の実験ではおのおののタイプがうまく卓越して抽出された。以上の結果、一般的に次のような推測ができよう。緩勾配の砂河床では第2のタイプが卓越し、河床波の発達時間に匹敵するような時間スケールのハイドログラフに対して流砂量変化は顕著な遅れを呈し、変動強度は抑制される。これに対し急勾配の礫床では、一般にハイドログラフが鋭いため河床変形が顕著でなかったり対象とする短時間の間では無視されることが多く、また水流の非定常効果が強くなって、第1のタイプの効果が卓越、すなわち条件によっては流砂量のピークがハイドログラフのそれより先行したり遅れたりするが、変動強度は常に増幅される。

3. 非定常流れによる礫の掃流量

本章では、礫の掃流に及ぼす水流の非定常性の影響について、前章の第1のタイプについての解析をさらに進める。すなわち、式(6)に含まれるパラメーターを水流の条件および河床材料の性質と結びつける。

β については、式(4)で与えられるが、たとえば掃流砂量式として Meyer-Peter and Müller²⁵⁾の式を採用すると、次のように水路勾配をパラメーターとした相対水深の関数として決定される。

$$\beta = (3/2)(h_0/d) / [(h_0/d) - 0.047(\sigma/\rho - 1)/S_0] \dots (15)$$

ここに、 σ : 礫の密度、 ρ : 水の密度である。

p_1, p_2 の決定には、水流の非定常の運動方程式が必要であるが、ここでは一次元化された式である次の Saint-Venant 方程式を用いる(広幅一様水路)。

$$\beta_0 \partial U / \partial t - g S_0 + g \partial h / \partial x + a_0 U \partial U / \partial x + g S_f = 0 \dots (16)$$

$$\partial h / \partial t + U \partial h / \partial x + h \partial U / \partial x = 0 \dots (17)$$

ここで、 U : 断面平均流速、 S_f : 摩擦勾配、 a_0 : エネルギー係数、 β_0 : 運動量係数、 g : 重力加速度である。

式(1)で表わされる水深の微小変化を考え、流速も次のように微小変動をしているとする。

$$U(x, t) = U_0 [1 + a_U \eta_0 \sin(\omega t - \alpha x - \phi_U)] \dots (18)$$

式(17)を線形化して用いると、次の関係が得られる。

$$\phi_U = 0; \quad a_U = \gamma - 1; \quad \gamma = c/U_0 \dots (19)$$

このとき、 $\partial U / \partial x, \partial U / \partial t$ は容易に $\partial h / \partial x, \partial h / \partial t$ を用いて書き直すことができ、式(16)は次のように摩擦勾配の変化を表わす式として書き改められる。

$$S_f = S_0 \left[1 + \left\{ -(\alpha_U Fr_0^2 + 1) \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\alpha_U Fr_0^2}{U_0 u_{*0}} \frac{1}{u_{*0}} \frac{\partial h}{\partial t} \right\} \frac{1}{S_0} \right] \dots (20)$$

ところで、底面せん断応力 τ_b は $\rho g h S_f$ と表わされるか

ら、水深の微小変化に対する底面せん断応力の変化は次のようになる。

$$\frac{\tau_b}{\tau_{b0}} = 1 + \frac{h'}{h_0} + p_{01} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{p_{02}}{u_{*0}} \frac{\partial h}{\partial t} \dots (21)$$

ただし、

$$p_{01} = -(\alpha_U Fr_0^2 + 1) / S_0 \dots (22)$$

$$p_{02} = -\alpha_U Fr_0^2 (u_{*0} / U_0) / S_0 \dots (23)$$

で与えられ、ここに $Fr_0 \equiv U_0 / \sqrt{g h_0}$ (フルード数) である。流砂量が底面せん断応力と一対一に関係づけられるならば、 $p_1 = p_{01}, p_2 = p_{02}$ となり、式(9)の λ_0 は次のように評価されることになる。

$$\lambda_0 = [h_0 \omega / (\gamma u_{*0})] [(\alpha_U Fr_0^2 - 1) / (S_0 C / \sqrt{g})] \dots (24)$$

ここに、 C は Chezy 係数である。上式の概略を Fig. 5 に示した。[$h_0 \omega / (\gamma u_{*0}) / (S_0 C / \sqrt{g})$] が一定のとき、流砂量変化の水深変化に対する位相差はフルード数の増加関数となり、フルード数が $1/\alpha_U$ より大きいとき位相差が正となる(遅れ)。礫床流れの抵抗則を、

$$C / \sqrt{g} = A_0 (h/d)^m \dots (25)$$

と表わすと、式(19)より次の関係が得られる。

$$\alpha_U = m + 0.5; \quad \gamma = m + 1.5 \dots (26)$$

Manning-Strickler 式によると $A_0 = 7.66, m = 1/6$ であるが、急勾配礫床ではその適用性は必ずしも保証されない⁸⁾。

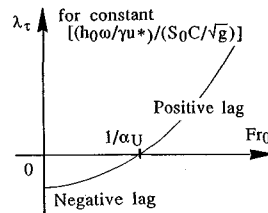


Fig. 5 Phase shift of bed shear stress.

さて、非常に鋭いハイドログラフで、しかも礫のように質量の大きい流砂では、慣性効果が無視できない場合も考えられる。慣性力の効果をも考慮した掃流力相当分を τ_{bE} と書くと、

$$\frac{\tau_{bE}}{\tau_{b0}} = 1 + \frac{h'}{h_0} + p_{01} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{p_{02}}{u_{*0}} \frac{\partial h}{\partial t} + \phi_1 - \phi_2 \dots (27)$$

で、ここに、 ϕ_1, ϕ_2 はそれぞれ流体と礫の加速にかかわる慣性力の抗力に対する比で、次のように表わされる。

$$\phi_1 = \rho C_M A_3 d^3 \frac{\partial u_b}{\partial t} / \left(\frac{1}{2} C_D \rho u_b^2 A_2 d^2 \right) \dots (28)$$

$$\phi_2 = \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{\partial u_g}{\partial t} / \left(\frac{1}{2} C_D \rho u_b^2 A_2 d^2 \right) \dots (29)$$

ここで、 C_M, C_M' : 仮想質量に関する係数、 A_2, A_3 : 礫の形状係数、 C_D : 抗力係数、 u_b : 河床近傍流速、 u_g : 礫

の移動速度で、 $A_b \equiv u_{b0}/u_{*0}$ とおくと、慣性力の効果は次のようにまとめることができる。

$$\phi \equiv \phi_1 - \phi_2 = -\varepsilon_0 \left(\frac{C}{\sqrt{g}} \right)^2 \frac{\alpha_U}{A_b} \frac{d}{h_0} \frac{1}{u_{*0}} \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots (30)$$

ここに、 $\varepsilon_0 = [2A_3/(C_D A_2)] [(\sigma/\rho + C_M) - C_M]$ である。なお式(30)を得るにあたっては、線形近似による関係、 $\partial U/\partial t = (\alpha_U U_0/h_0)(\partial h/\partial t)$ を用い、また $u_\theta = u_b$ と近似した。

τ_{bE} が掃流砂量を規定するとすると、 ϕ_1 、 ϕ_2 について、 $\phi_1 = \phi_{01}$ 、 $\phi_2 = \phi_{02} - (\varepsilon_0 \alpha_U / A_b)(d/h_0)$ 、すなわち、

$$\phi_1 = -(\alpha_U Fr_0^2 + 1) / S_0 \dots\dots\dots (31)$$

$$\phi_2 = -[\alpha_U Fr_0^2 / (C/\sqrt{g}) + (\alpha_U / A_b) \varepsilon_0 (S_0 d / h_0)] S_0 \dots\dots (32)$$

となる。よって、流砂量の位相差にかかわるパラメーター λ_0 は、

$$\lambda_0 = \frac{\omega h_0}{\gamma u_{*0}} \left\{ \alpha_U^2 Fr_0^2 - \left(1 - \frac{\alpha_U \varepsilon_0 C}{\gamma A_b \sqrt{g}} \frac{S_0 d}{h_0} \right) \right\} \frac{\sqrt{g}}{S_0 C} \dots\dots\dots (33)$$

となる。すなわち、位相差を決定する無次元パラメーターは、 $\omega h_0 / u_{*0}$ 、 Fr_0 および $S_0 d / h_0$ であるということが出来る。式(33)の概略を Fig. 6 に示す。流砂量の位相差が負である場合と正である場合とはフルード数で分かれるが、この限界フルード数は $S_0 d / h_0$ が大きくなるにつれて(勾配が大きくなり相対粗度が大きくなるにつれて)小さくなり、位相差は正となる場合が多くなる。また、 Fr_0 が一定ならば、位相差は $S_0 d / h_0$ の増加関数となる。

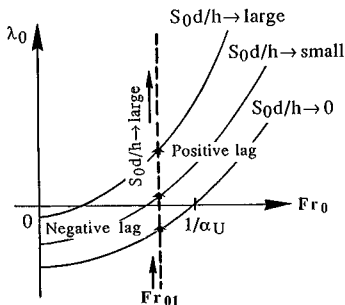


Fig. 6 Phase shift of effective tractive force on bed-load motion.

4. Graf and Suszka の実験的研究の概要^{注3)}

Graf and Suszka⁸⁾は、長さ 17 m、幅 0.6 m の可変勾配水路に、中央粒径 12.2, 23.5 mm の 2 種のほぼ均一な礫を平坦に敷いたところへ、ほぼ二等辺三角波形のハイドログラフをもつ非定常流れを導き(電磁流量バルブをパソコンで制御する方法)、下流端に設けられた自動重量測定機能(金網製バスケットをワイヤで吊るしその上端に貼付けられたストレインゲージを利用したもの)のある採砂箱にて流砂量の時間的変化を測定した。水路勾配(S_0)は 0.005~0.025 と変化させ、また洪水継続時間

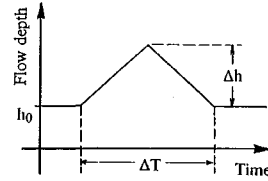


Fig. 7 Schematic figure of hydrograph in laboratory experiments by Graf and Suszka.

Table 1 Experimental condition (Graf and Suszka).

Series	Number of cases	d (cm)	S_0	h_0 (cm)	Δh (cm)	ΔT (sec)
1	6	12.2	0.0050	18.9-19.4	5.1-6.8	38.3-266.8
2	6	12.2	0.0075	13.3-13.7	6.0-7.8	40.9-270.6
3	6	12.2	0.0090	11.1-11.8	6.1-8.0	39.1-273.0
4	6	12.2	0.0100	10.4-10.8	6.2-8.1	38.7-271.0
6	6	12.2	0.0125	7.3- 7.6	6.1-8.0	37.5-270.9
7	3	12.2	0.0150	6.4- 6.6	4.9-5.4	55.5-273.3
11	6	23.5	0.0150	15.0-15.2	5.5-5.9	35.5-266.9
12	6	23.5	0.0200	11.1-11.6	4.1-5.3	33.2-252.0
13	6	23.5	0.0250	9.2- 9.7	2.3-3.0	29.9-244.3

(ΔT)は、約 33~270 秒の間で変化させた。実験は各 run について 6 回繰り返して再現性の確認を行うとともに、これらの平均値を用いた。この程度の通水時間では、初期に平坦にならされた河床は実験中平坦に保たれる。モデルとする洪水(Fig. 7 参照)は、限界掃流力をわずかに越えた状態を base-flow とし(その水深を h_0 で表わす)、ピークの状態は掃流力が base-flow の 1.5 から 2.0 倍程度に設定している(Table 1 参照)。現象を支配する要素は、base-flow の水深(h_0)とその付加分(Δh)、base-flow の摩擦速度(u_{*0})、水路勾配(S_0)、洪水継続時間(ΔT)および礫の粒径(d)である。

実験の結果は先に Fig. 1 に示したように、(1)実測流砂量は定常等流を仮定して求めたものより増幅され、(2)粒径が大きく勾配が大きいほど流砂量のピークはハイドログラフのそれより遅れる傾向にあり、2., 3. で得られた解析結果と定性的に一致している。

Graf and Suszka¹⁷⁾は上述の特性のうち(1)に着目し、流砂量の増分についての検討を行った。すなわち次のような非定常指標を定義し、その特性を次元解析的に検討した。

$$\varepsilon \equiv (V_s - V_{s0}) / V_{s0} \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 V_s は洪水期間中の累積流砂量の実測値、 V_{s0} は定常等流を仮定して計算された累積流砂量である。Graf and Suszka は、この無次元指標と先に述べた支配要素から作られる無次元量との相関を検討することから、 $u_{*0} \Delta T / \Delta h$ と $S_0 d / \Delta h$ の 2 つを抽出し、次の回帰式を得た。

注 3) 第 32 回水理講演会論文集⁹⁾でも Graf and Suszka のデータに言及しているが、本論文では礫の流送時の慣性力の効果を考えることで、現象のより良い説明を可能にしている。

$$\epsilon = 115(\Delta h/u_{*0}\Delta T)^{0.5}(S_0d/\Delta h)^{0.5} - 0.3 \dots\dots\dots (35)$$

このとき、 Δh の効果は事実上消滅している。

5. 線形解析結果と Graf and Suszka の実験の比較

実現象や Graf and Suszka の実験⁸⁾では非線形効果の卓越が明らかに予想され、線形解析の結果をそのまま適用してこの現象を定量的に記述するのは無意味であるが、線形解析結果が定性的には現象論的説明に役立つことはすでに前章でも述べたし、定量的に線形計算が実現象とどのように懸隔しているかを知ることの意義、線形解析で予測される事柄の積極的利用で半経験的には（単に次元解析の手法を用いるよりは有利に）現象予測を進められるであろうという利点に鑑みて、本章では 2., 3. の線形解析結果を Graf and Suszka の実験結果^{8),17)}にあてはめて比較的検討を進める。

さて、2. の線形正弦波モデルの半周期分をこの実験の三角波状ハイドログラフの近似として適用すると (Fig. 8 参照、 $\Delta T = \pi/\omega$, $\Delta h/h_0 = \eta_0$)、式(34)の V_s , V_{s0} は、非定常効果を受けた流砂量、式(3)および各時刻で定常等流を仮定して得られる流砂量、式(7)の積分によって次のように解析的に求められる。

$$V_{s0} = q_{s0}\Delta T(1+2\beta\eta_0/\pi) \dots\dots\dots (36)$$

$$V_s = q_s\Delta T(1+2\alpha_1\beta\eta_0/\pi) \dots\dots\dots (37)$$

よって、 ϵ は次のように求められる。

$$\epsilon = 2\beta\eta_0(\alpha-1)/(\pi+2\beta\eta_0) \dots\dots\dots (38)$$

この ϵ を、

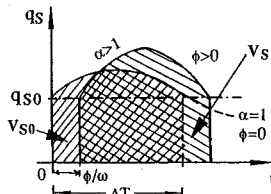


Fig. 8 Model hydrograph.

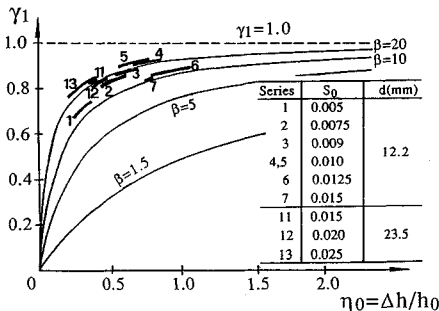


Fig. 9 Relation between γ_1 and η_0 .

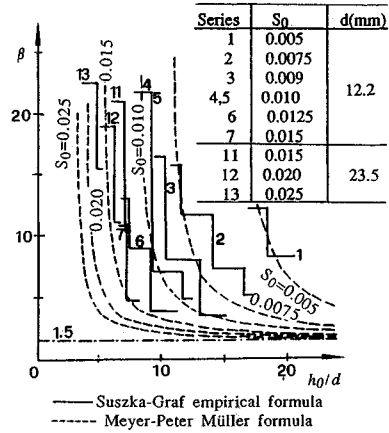


Fig. 10 Relation between β and h_0/d .

$$\epsilon = \gamma_1\gamma_2 \dots\dots\dots (39)$$

$$\gamma_1 = 2\beta\eta_0/(\pi+2\beta\eta_0) \dots\dots\dots (40)$$

$$\gamma_2 = \alpha - 1 = \sqrt{1 + \lambda_0^2} - 1 \dots\dots\dots (41)$$

と 2 つの成分に分割すると、 γ_1 は (β を規定する) h_0/d と η_0 に支配され、他方 γ_2 は 3. の結果 (式(24)) より主として $u_{*0}\Delta T/h_0$, S_0d/h_0 , Fr_0 に支配される。

γ_1 と η_0 の関係を Fig. 9 に示した。Graf らの実験条件から推定される γ_1 の範囲を太線で示したがシリーズ 1 を除いて 0.8~0.9 程度と η_0 に対しほぼ一定となっている。すなわち、このため Graf らの回帰式から Δh は消滅する (式(35)) もと推定される。ところで β は式(15) のようにも与えられるが、 $q_{s0} = Ah_0^3$ のような簡単な式を想定すると $\beta = B$ で、実際 Suszka⁸⁾ は自らの水路で同じ河床材料を用いた定常等流下での実験によりこのかたちで β を調べており、その結果は水路勾配の大きいとき式(15)と異なる (Fig. 10 参照)。これは Meyer-Peter Müller 式²⁵⁾における限界掃流力の設定がもはやここで用いているような礫に対しては適切でない⁸⁾ ことによるものと考えられる。ここでは、Suszka⁸⁾ によって決められた β の値を用いた。

γ_1 が Graf らの実験ではほぼ一定値であることがわかったので、式(35)に示した ϵ についての回帰式は γ_2 についても同じ傾向を示す。先にも述べたように式(35)で Δh は消滅するからこれを h_0 と置き換えても変わりなく、このとき式(35)より Graf らの実験結果は、 γ_2 が $u_{*0}\Delta T/\Delta h$, $S_0d/\Delta h$ の 2 つのパラメーターに支配されていることと理解され、3. の議論の適用結果と定性的に一致する (Graf らの実験では Fr_0 はほぼ一定でこの効果は顕著には現われていない)。Graf and Suszka¹⁷⁾ は、次元解析の手法で支配パラメーターを予想し、相関解析から最終的に式(35)を得たのであるが、 $u_{*0}\Delta T/\Delta h$ はともかく、 $S_0d/\Delta h$ 支配の物理的意味は見出せなかったし、

$\Delta h/h_0$ の重要性が現象論的には重要視されるにもかかわらず最終的に回帰式から消滅したことなどの問題点がここに示した線形解析で解消されたことがわかる。

式(33)を、ここでの対象に対して書き直すと、

$$\Psi \equiv \frac{u_* \Delta T}{h_0} \lambda_0 = K_1 \left\{ K_2 \frac{S_0 d}{h_0} - (1 - \alpha_0^2 F \gamma_0^2) \right\} \dots (42)$$

ただし、

$$K_1 = (\pi/S_0)/(C/\sqrt{g})/\gamma \dots (43)$$

$$K_2 = (\alpha_0 \varepsilon_0 / A_b)(C/\sqrt{g})\gamma \dots (44)$$

となる。

Graf and Suszka の実験データ⁸⁾より、ハイドログラフのピークと流砂量のピークの時間差(δt)から位相差 ϕ_1 を読み取って検討した。 ΔT がせいぜい数 100 秒で、特に実際非定常効果の出現しているものは数 10 秒のものであることから δt を正確に求めることが難しく、読み取られたデータはばらつきも大きく精度が悪いのはやむを得ない。得られた位相差はただか 0.15π 、ほとんどが 0.1π 以下であるから $\lambda_0 = \phi_1$ と近似される。このようにして得られる Ψ に相当する値を $S_0 d/h_0$ に対してプロットしたのが Fig. 11 である。式(42)と定性的に一致していることは容易にわかる。係数 K_1, K_2 やそれにかかわる諸係数の正確な値はいまのところ評価できないがオーダー的には、 $K_1 \cdot K_2 = 5 \sim 10$ 程度であり、本解析では位相

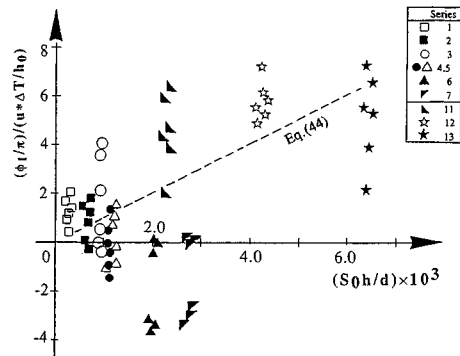


Fig. 11 Relation between $(\phi_1/\pi)(u_* \Delta T/h_0)$ and $S_0 d/h_0$.

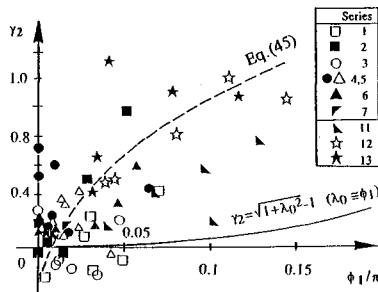


Fig. 12 Relation between γ_2 and ϕ_1 .

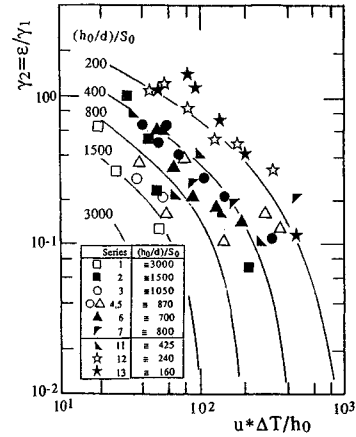


Fig. 13 Relation between γ_2 and $u_* \Delta T/h_0$.

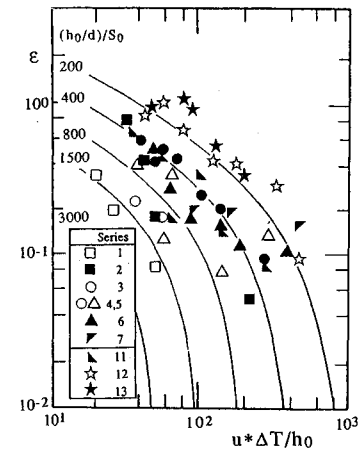


Fig. 14 Relation between ε and $u_* \Delta T/h_0$.

差が相当に過小評価されることがわかる。

また、位相差 ϕ_1 と Graf and Suszka¹⁷⁾ が導入したパラメーター ε の 1 成分である γ_2 との関係のプロットしたのが Fig. 12 である。定性的にこれらが式(41)と同様に強い正の相関を有することは検証されるものの、定量的には今回用いた線形関係式は使用に耐えない程度に過小評価することがわかり、この点でも非線形性を考慮した取扱いが望まれよう。

上記の検討の結果、線形解析結果は支配パラメーターと、それが現象に正に相関するか負に相関するかは論じられても、定量的評価としてはかけ離れたものとなる。このことは理論的には非線形解析の必要を意味するが、工学的にはこうした線形解析結果の長所を積極的に利用して実験データの回帰を図るのが有利と考える²⁴⁾。

Graf and Suszka の実験⁸⁾では大きな ε は流砂量が正の位相差をもっているときに出現していることから、第

0次近似的に式(42)と Fig. 11 とから、

$$\phi_1/\pi = K_3(S_0d/h_0)/(u_{*0}\Delta T/h_0) \dots\dots\dots (45)$$

ただし $K_3=1000$ 程度とする。次に、位相差の小さいデータは負の位相のものも含むことからたとえば $\phi_1/\pi < 0.01$ の領域を度外視して、Fig. 12 より γ_2 と ϕ_1/π の間に次のような実験式を作るとする。

$$\gamma_2 = K_4\sqrt{\phi_1/\pi} - 0.3 \dots\dots\dots (46)$$

ここで $K_4=4.0$ 程度である。このとき、 γ_2 について次の式が得られる。

$$\gamma_2 = K_5(S_0d/h_0)^{0.5}(u_{*0}\Delta T/h_0)^{-0.5} \dots\dots\dots (47)$$

なお、 $K_5=125$ 程度である。この式を実験データとともに示したのが Fig. 13 である。Graf らの実験では、先に述べたように γ_1 がほぼ一定で 0.9 程度であることを考慮すると、この式から得られる ε の推定式は Graf and Suszka¹⁷⁾ が提案した式(35)にほとんど一致することになる (Fig. 14 参照)。厳密には、実験式(45)、(46)の定式化をより丁寧に行うべきであろうが、ここではあえて Graf and Suszka の実験式¹⁷⁾への帰着を優先した。Graf らのデータ⁹⁾は、 γ_2 がほとんど一定になること、base-flow のフルード数がほぼ一定であることなど、条件が限られており、ここではそれに限って議論したが、線形理論ですら異なる条件では異なる性状の現われることが推測される。逆にいえば、線形理論は Graf and Suszka の回帰式の適用限界を示唆するものでもあると理解できる。

6. あとがき

本研究で得られた結果を要約すると次のとおりである。

(1) 本研究で扱う鋭いハイドログラフに対する平坦礫床での掃流砂量の非定常特性は、緩い勾配の砂河床のそれと大きく異なることを従来の典型的な実験例から指摘した。前者は主として流れの非定常性の掃流機構に対する直接作用であるのに対し、後者は河床の変形に要する時間遅れが卓越した現象である。このことを水深の正弦波状時間・空間変化に対する線形解析で明確に示した。前者では、流砂量変化は水深の時間的変化に対しまたは負の位相を示して量的には増幅されるのに対し、後者では流砂量は抑制され常に位相が遅れる。

(2) 非定常流れを一次元運動量方程式で記述し、さらに水と礫の運動に対する慣性力を考慮して、線形解析の枠組みの中で、さらに詳しく礫の流砂量に対する非定常効果を調べた。この結果、勾配と相対水深の比およびフルード数が大きいほど正の位相差(遅れ)が出現しやすい。また位相の正・負にかかわらず、非定常現象の時間スケールの無次元量と位相差の絶対値は反比例する。これらの結果は礫床での実験結果と定性的に一致する。

(3) 非定常流れのもとでの流砂量の増幅効果を表わすパラメーターを Graf and Suszka^{9),17)} に倣って定義し、線形解析の枠組みのもとで評価した。この結果、増幅効果(ε)には定常流砂量式の関数形の効果(相対水深の効果として現われる)を表わす γ_1 と、(2)で検討した位相差にかかわる分(位相差の絶対値とともに増加する分)を表わす γ_2 とに区分して検討するのが適当であることがわかった。前者については水深の変動振幅の無次元値とともに増加する。

(4) 正弦波の1つの山(半周期分)を1つの洪水のハイドログラフの近似とみなして、線形解析結果と Graf and Suszka の実験結果^{9),17)} との比較を行った。線形解析は次のような実験結果と定性的に一致する。非定常効果 ε のうち γ_1 は Graf らの実験ではたまたま一定値をとる。 γ_2 は流砂量の位相差の絶対値の増加関数となる。位相差の絶対値は洪水の無次元化された時間スケールに反比例する。流砂量の位相は、Graf らの実験では base-flow のフルード数がほぼ一定であったため、水路勾配と相対水深の比に比例して増加、この比の小さいときは負の値をとる (Graf らのデータは base-flow のフルード数が大きいいため、負の位相の出現例は比較的少なかった)。

(5) 上述の実験結果と解析結果を比較したとき、 γ_2 について定量的には解析結果がかなりの過小評価となっている。

(6) 非線形現象が線形解析で定量的に予測できないことは当然であるが、現象に潜む機構の記述として支配パラメーターとその定性的支配動向が保証されることを積極的に利用し、必要な定量評価は経験的に定式化するというアプローチを提案した(純粹に次元解析と相関解析手法による Graf らの研究¹⁷⁾では、支配パラメーターの抽出理由が単に高相関であることのみによっていたり、実験条件の特殊性などが系統的に明らかにならず、得られる回帰式は内挿でしかなくなる)。この手法で、限られた条件で Graf らが自ら示した回帰式¹⁷⁾を得ることが可能であったし、条件の異なる場合への外挿の予測も可能と考えられる。

注4) 以下の近似的あるいは便宜的な非定常効果の予測方法については、第32回水理講演会⁶⁾で提案しているが、ここではそれを詳細な線形解析を行った結果と絡めて位置づけたものである。

謝 辞：本研究は、主として著者がスイス連邦工科大学ローザンヌ校(E.P.F.L.)に滞在中(1987年度)に行ったもので、E.P.F.L.に招へいし、この研究の機会を与えて頂いたW.H. Graf教授にまず深甚の謝意を表わす。本研究はE.P.F.L.でのL. Suszka氏(現・ポーランド科学アカデミー研究員)を中心として行われた実験的研究を補完するもので、その意味では、Graf教授、Suszka氏との共同研究の一部である。Graf教授からはさまざまな有益な助言を頂いた。また実験・データ処理の詳細について教示いただき、再実験や、本解析にかかわるデータ解析に協力いただいたSuszka氏およびE.P.F.L.水理実験室(LHYDREP)のスタッフ一同にも深く感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Jain, S.C.: Sediment transport under nonequilibrium conditions, Proc. NATO Workshop on Movable Bed Physical Models, De Voorst Laboratory, Delft Hydraulics, The Netherlands, 1987.
- 2) Di Silvio, G.: Adaptation process through the surface of sedimentary streams, Euromech 215, Mechanics of Sediment Transport in Fluvial and Marine Environments, St. Margherita, Italy, 1987.
- 3) Yen, B.C.: Significance of nonuniform, unsteady and nonequilibrium conditions in fluvial channels, Proc. Int. Conf. on Fluvial Hydraulics, Budapest, Hungary, pp. 112~118, 1988.
- 4) Klaassen, G.J.: On time scales of transient processes in rivers, Proc. Int. Conf. on Fluvial Hydraulics, Budapest, Hungary, pp. 343~360, 1988.
- 5) 辻本哲郎・森 明巨・岡部健士・大本照憲：流砂の非平衡の論理とその応用，第33回水理講演会論文集，pp. 445~461, 1989.
- 6) 辻本哲郎・W.H. Graf：流れの非定常性の掃流砂量への影響，第32回水理講演会論文集，pp. 395~400, 1988.
- 7) Tsujimoto, T., Graf, W.H. and Suszka, L.: Bed-load transport in unsteady flow, Proc. 6th Cong. APD-IAHR, Kyoto, Vol. II, pp. 15~22, 1988.
- 8) Suszka, L.: Sediment transport at steady and unsteady flow; A laboratory study, Doctoral Thesis, No. 704, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 1988.
- 9) Henderson, F.M.: Open Channel Flow, Macmillan, London, 1966.
- 10) 本間 仁・安芸咬一編：物部水理学，岩波書店，1962.
- 11) 日野幹雄：明解水理学，丸善，1983.
- 12) 林 泰造・大島正憲：Kinematic waveとしての洪水の非定常性が水流の乱れ構造に及ぼす影響の研究，第32回水理講演会論文集，pp. 607~612, 1988.
- 13) Nordin, C.F.: Aspects of flow resistance and sediment transport, Rio Grande near Bernallillo, New Mexico, USGS Water Supply Paper, 1498-H, 1964.
- 14) Guy, H.P.: An analysis of some storm-period variables affecting stream sediment transport, US Geol. Surv. Prof. Pap. 462-E, 1964.
- 15) Phillips, B.C. and Sutherland, A.J.: Spatial and temporal lag effects in bedload transport, Res. Rep. No. 84-10, University of Canterbury, New Zealand, 339p., 1984.
- 16) Phillips, B.C. and Sutherland, A.J.: Numerical modelling of spatial and temporal lag effects in bed load transport, Proc. 21st Cong. IAHR, Melbourne, Australia, Vol. 3, pp. 571~576, 1985.
- 17) Graf, W.H. and Suszka, L.: Unsteady flow and its effect on sediment transport, Proc. 21st Cong. IAHR, Melbourne, Australia, Vol. 3, pp. 539~544, 1985.
- 18) Suszka, L. and Graf, W.H.: Sediment transport in steep channels at unsteady flow, Proc. 22nd Cong. IAHR, Lausanne, Switzerland Fluvial Hydraul., pp. 166~170, 1987.
- 19) Fredsøe, J.: Unsteady flow in straight alluvial streams—Modification of individual dunes, J. Fluid Mech., Vol. 91, pp. 497~512, 1979.
- 20) 中川博次・辻本哲郎：Lower regimeにおける非定常移動床流れの抵抗の遅れ性状，第25回水理講演会論文集，pp. 1~7, 1981.
- 21) Tsujimoto, T. and Nakagawa, H.: Unsteady behaviour of dunes, Channels and Channel Control Structures (edited by K.V.H. Smith), Springer-Verlag, Berlin, pp. 85~99, 1984.
- 22) Paul, T.C. and Dhillon, G.S.: Effect of unsteady flow on sediment transport, Proc. 22nd Cong. IAHR, Lausanne, Fluvial Hydraul., pp. 148~153, 1987.
- 23) Tingsanchali, T. and Rana, M.Y.: Sediment bed load in steady non-uniform flow, Proc. 22nd Cong. IAHR, Lausanne, Fluvial Hydraul., pp. 171~176, 1987.
- 24) Yalin, M.S. and Bishop, C.T.: On the physical modelling of dunes, Proc. 17th Cong. IAHR, Baden-Baden, F.R.G., Vol. 1, pp. 25~32, 1977.
- 25) Meyer-Peter, E. and Müller, R.: Formulas for bed-load transport, Proc. 2nd Cong. IAHR, Stockholm, Sweden, pp. 39~64, 1948.

(1989.7.17・受付)