

ARMA モデルによる既存構造物の動特性の同定

IDENTIFICATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF EXISTING STRUCTURES
BY MULTIVARIATE ARMA REPRESENTATION

丸山 収*・相沢 旬**・星谷 勝***

By Osamu MARUYAMA, Jun AIZAWA and Masaru HOSHIYA

The problem of system identification has become increasingly important in the area of structural engineering, particularly in connection with the assessment of damage and deterioration of existing structures.

In this paper, a method is presented to identify natural frequencies and critical damping ratios of existing structures on the basis of a multivariate ARMA model by applying the Kalman Filter incorporated with a global iteration.

The method is verified by applying it to microtremor records which are measured on a four story reinforced concrete building.

Keywords: system identification, ARMA model, EK-WGI procedure, microtremor records, kalman filter, dynamic parameters

1. はじめに

既存構造物の維持管理の必要性が強く認識されるようになり、健全度評価に関する研究が盛んに行われている。一方パラメーター同定に関する研究は、既存構造物の健全度を評価するうえで、重要なデータを収集する手段として再認識されている。このような背景のもとで、システムのパラメーター同定に関する数多くの研究^{1)~6)}が発表されている。

実観測データによる同定では、対象とする構造系ごとに、最も適する手法の選択が必要である。その際重要なことは、実観測データに対する同定結果の精度と安定性である。

本研究では、実観測データに対して比較的安定した同定結果を得るパラメーター同定手法について検討している。ここで対象とするのは、線形多自由度系でモデル化される既存 RC 構造物である。

すでに著者らは、EK-WGI 法^{7),8)}を開発し線形多自由

度系の動特性同定手法を提案し、RC 4 階建校舎の常時微動計測データを用いた解析を行っている。その際、拡張カルマンフィルタに対して、2通りの定式化を行っている。それらは、基本運動方程式をフーリエ変換して得られる周波数伝達関数による定式化⁹⁾と線形加速度法により基本運動方程式を離散化する定式化^{10),11)}である。前者は周波数領域同定手法、後者は時間領域同定手法である。

上述の研究から得られた主な知見として、周波数領域同定手法に関しては、計測データの時系列から求められる周波数応答関数の形状が複雑となり、特に減衰定数の一義的な同定が困難となる⁹⁾。一方時間領域同定手法については、実観測データによる同定の際に複雑な状態方程式および観測方程式の定式化を拡張カルマンフィルタに組み込み、直接パラメーターを同定することの難しさがある¹²⁾。

本手法は EK-WGI 法による時間領域の同定手法であるが、前述の知見から複雑な支配方程式から直接パラメーターを同定することを避け、構造系の基本運動方程式を多変量 ARMA モデルに表現し、はじめに観測データの時系列から ARMA モデルの係数行列を同定する。次に、係数行列と動特性を結ぶ関係式を用いて、間接的に動特性を同定する方法を採用している。本研究は 2 段

* 正会員 工博 武蔵工業大学講師 土木工学科
(〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

** 正会員 工修 鹿島建設(株)土木設計本部(前・武蔵工業大学大学院生)(〒107 港区赤坂 6-5-30)

*** 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学教授 土木工学科
(〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

ここで,

$$L = \begin{bmatrix} C \\ C\Phi \\ C\Phi^2 \\ \vdots \\ C\Phi^{s-1} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} C\Delta & & & 0 \\ C\Phi\Delta & C\Delta & & \\ C\Phi^2\Delta & C\Phi\Delta & C\Delta & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ C\Phi^{s-1}\Delta & C\Phi^{s-2}\Delta & \cdots & C\Delta \end{bmatrix}$$

ここで, $L\Phi L^{-1}=G$ とおくと,

$$Y(s+1) = GL\Phi X(k) + GL\Delta f(k+1) + HF(s+1) \quad \dots\dots\dots(12)$$

また, $Y(s) = L\Phi X(k) + HF(s)$ となる¹³⁾ことを用いれば, 最終的に次式を得る.

$$Y(s+1) = GY(s) + RF(s+1) \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここで,

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_s & R_{s-1} & R_{s-2} & \cdots & R_1 \end{bmatrix}$$

R_i : 配列 ($r \times k$) の係数行列 R の小行列である.

式 (13) より係数行列 G に注目して具体的に示すと次式となる.

$$\begin{bmatrix} y(k+2) \\ y(k+3) \\ \vdots \\ y(k+s) \\ y(k+s+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I \\ G_s & G_{s-1} & \cdots & G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+s-1) \\ y(k+s) \end{bmatrix} + RF(s+1) \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここで, G_i : 配列 ($r \times r$) の係数行列 G の小行列, I : 配列 ($r \times r$) の単位行列である.

式 (13) は, 構造系の基本運動方程式を多変量 ARMA モデルに表現した形となっている. ここで入力時系列 $F(s)$ は白色雑音である必要はないが, 特定の周波数帯域が励振されないように, 鋭いスペクトルのピークがなく, 十分なパワーを有する不規則波であることが望ましい.

係数行列 G の固有値解析を行うことで, 固有値 α_i を得る. 固有値解析から動的パラメーターを求めるためには, 次のような固有値 α_i と動的パラメーターの関係式¹³⁾

$$\begin{bmatrix} y_1(k+s+1) \\ y_2(k+s+1) \\ \vdots \\ y_r(k+s+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{s11} & G_{s12} & \cdots & G_{s1r} & G_{s-111} & G_{s-112} & \cdots & G_{s-11r} & G_{s-111} & G_{s-112} & \cdots & G_{s-11r} \\ G_{s21} & G_{s22} & \cdots & G_{s2r} & G_{s-121} & G_{s-122} & \cdots & G_{s-12r} & G_{s-121} & G_{s-122} & \cdots & G_{s-12r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{sr1} & G_{sr2} & \cdots & G_{srr} & G_{s-1r1} & G_{s-1r2} & \cdots & G_{s-1rr} & G_{s-1r1} & G_{s-1r2} & \cdots & G_{s-1rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+s) \end{bmatrix} + [R_s \ R_{s-1} \ R_{s-2} \ \cdots \ R_1]F(s+1) \quad \dots\dots\dots(17)$$

式 (16) および式 (17) は, r 変量の自己回帰移動平均 (ARMA) モデルである. ここで ARMA モデルの同定に際して, 観測データと入力データの組合せによりいくつかの定式化が考えられる. たとえば, 式 (17)

を解けば良い.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \exp(\eta_i \omega_i + j \omega_i \sqrt{1 - \eta_i^2}) T \\ \alpha_i^* &= \exp(\eta_i \omega_i - j \omega_i \sqrt{1 - \eta_i^2}) T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15 \cdot a)$$

ここで, α_i, α_i^* は係数行列 G の固有値である.

$$\left. \begin{aligned} -\eta_i \omega_i &= (1/2 T) \ln(\alpha_i \alpha_i^*) \\ \omega_i \sqrt{1 - \eta_i^2} &= (1/T) \tan^{-1} \left| \frac{\alpha_i - \alpha_i^*}{\alpha_i + \alpha_i^*} \right| \\ &= (1/T) \left(\pi - \tan^{-1} \left| \frac{\alpha_i - \alpha_i^*}{\alpha_i + \alpha_i^*} \right| \right) \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} & \text{ここに } \alpha_i + \alpha_i^* < 0 \\ & \dots\dots\dots(15 \cdot b) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_i &= \sqrt{-(\eta_i \omega_i)^2 + (\omega_i \sqrt{1 - \eta_i^2})^2} \\ \eta_i &= |-\eta_i \omega_i| / \omega_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15 \cdot c)$$

したがって, 係数行列 G が求めれば, 係数行列 G の固有値解析を行い, 式 (15) より構造系の動特性を同定できる.

3. カルマンフィルターへの定式化

本研究では, 拡張カルマンフィルターアルゴリズムに重み付きグローバルな繰り返しを併用した EK-WGI 法を用いる. ここで用いるカルマンフィルターおよび EK-WGI 法に関する詳細な説明は参考文献 7), 8) および 15) に委ねることとするが, これを適用するためには問題ごとに最も合理的な状態方程式および観測方程式の定式化を行うことが必要である. 同定すべき特性値を要素に含んだ状態方程式と観測に関する観測方程式が導かれれば, EK-WGI 法のアルゴリズムにより自動的に最適推定値を求めることができる.

本研究では, カルマンフィルターを用いて ARMA モデルの係数行列 G および R を同定する. さて係数行列 G および R の小行列に注目すると, 式 (14) より次式を得る.

$$\begin{aligned} y(k+s+1) &= G_s y(k+1) + G_{s-1} y(k+2) + \cdots \\ &+ G_1 y(k+s) + R_s f(k+2) + R_{s-1} f(k+3) \\ &+ \cdots + R_1 f(k+s+1) \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

さらに係数行列 G の小行列 G_s, G_{s-1}, \dots, G_1 を要素で示すと次式を得る.

を直接カルマンフィルターに組み込んで, r 変量の ARMA モデルとして同定する方法がある. しかしながら式 (17) を直接用いた定式化では, カルマンフィルターの逐次処理の各ステップにおいて, 逆行列の計算を行わ

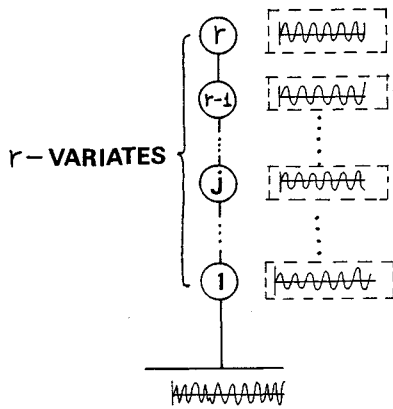


図-1 データの処理方法

なければならない。解析上逆行列の計算精度が、同定結果の精度および安定性に影響する。そこで本研究では、 r 個のそれぞれの観測点の出力時系列データを 1 変量 ARMA モデルとして r 回同定するように定式化する

さらに観測方程式は、

$$y_r(k+s+1)=[y_1(k+1) \ y_2(k+1) \cdots y_r(k+1)|y_1(k+2) \ y_2(k+2) \cdots y_r(k+2)|\cdots|y_1(k+s) \ y_2(k+s) \cdots y_r(k+s)| \\ y_r(k+s)|f_1(k+1) \ f_2(k+1) \cdots f_m(k+1)|\cdots|f_1(k+s) \ f_2(k+s) \cdots f_m(k+s)]Z(k)+W(k) \\ W(k): \text{ガウス白色雑音} \cdots \cdots \cdots (19)$$

ここで、係数行列 G および R の要素の同定を行うように定式化しているが、実際に構造系の動特性を求めるには式 (2) および式 (15) に対して、係数行列 G の同定結果のみ用いることになる。

また本研究では対象としないが、式 (1) から明らかのように、本手法は多入力多出力の構造系に適用可能である。

4. 常時微動記録を用いた動特性の同定

測定対象建物は、武蔵工業大学の 8 号館である (図-2)。この建物は、鉄筋コンクリート 4 階建の校舎である。また、基礎は木杭に支持されたフーチング基礎である。計測には、サーボ型加速度変換器を 4 台用いている。そ

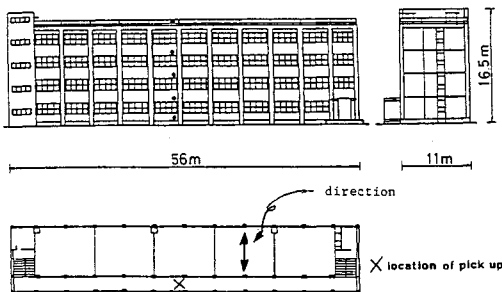


図-2 測定対象構造物

(図-1)。つまり、それぞれの観測点の時系列データと式 (17) の対応する行の式と組み合わせることで、順次係数行列 G および R の行成分ごとにパラメータを同定する。この定式化によれば、逆行列の計算は、スカラー量の逆数として処理することができる。

ここで係数行列 G および R の小行列 $G_s, G_{s-1} \cdots G_1$ および $R_s, R_{s-1} \cdots R_1$ の要素が同定されれば、各係数行列の規則性から ARMA モデルの構造を決定できる。

j 観測点の観測データに対して状態方程式は次式となる。

$$Z(k)=[G_{sj1} \ G_{sj2} \ \cdots \ G_{sjr} | \cdots | G_{1j1} \ G_{1j2} \ \cdots \ G_{1jr} | \\ |R_{sj1} \ R_{sj2} \ \cdots \ R_{sjm} | \cdots | R_{1j1} \ R_{1j2} \ \cdots \ R_{1jm}] \\ ; \text{at } k \\ = [G_{sj1} \ G_{sj2} \ \cdots \ G_{sjr} | \cdots | G_{1j1} \ G_{1j2} \ \cdots \ G_{1jr} | \\ |R_{sj1} \ R_{sj2} \ \cdots \ R_{sjm} | \cdots | R_{1j1} \ R_{1j2} \ \cdots \ R_{1jm}] \\ + \varepsilon(k-1); \text{at } k-1$$

ここで、 $\varepsilon(k-1)$: ガウス白色雑音、 $j=1 \sim r$ である。

..... (18)

して、サーボ型加速度変換器から得られる加速度に比例したデータは、30 Hz のローパスフィルターを介し増幅器を通して、デジタルレコーダに収録する。計測位置は、各階廊下の中央とし、計測方向は図-2 に示すように短辺方向とする。

本研究では、1 階床上の記録を入力波形とする。加速度変換器は、入力波形である 1 階に固定し、残りの 3 台を用いて各階の応答の時系列波形を同時刻にサンプリングする。

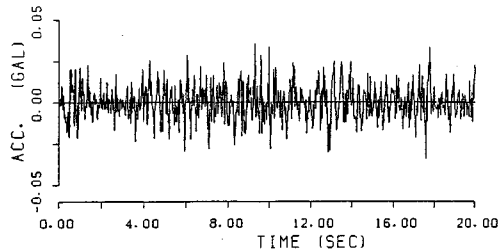
文献 11) では、同じ建物に対する長辺方向の動特性の同定を試みているが、本研究では地震力に対しては短辺方向の振動性状を調べることが重要と考えて、短辺方向の動特性を同定することとしている。

図-3 は測定データの 1 サンプル波形である。図-3 において、(a) は入力波形、(b)、(c) および (d) はそれぞれ 3 階、4 階および 5 階 (屋上) の速度応答波形である。なお測定データは、時間刻み 0.01 (s)、継続時間 20 (s) としてサンプリングしている。

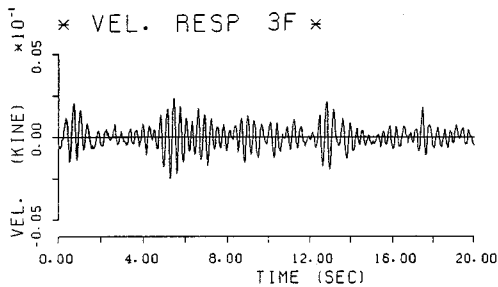
ここで同定に際し、構造系の自由度 n と観測点数 r の組合せにより式 (10) における S のいくつかの選択方法が考えられる。

一般に常時微動記録では高次振動モードが励振されることはまれであること、また中高層建物のすべての階で観測データを得ることは困難である。そこで本研究では

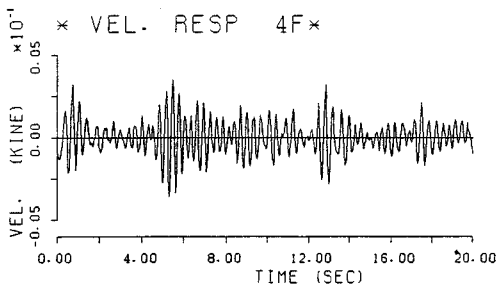
対象構造系を等価な3自由度系としてモデル化する。ここで式(10)において $n=3$ および $r=3$ より $S=2$ となる。また図-3に示した観測データを用いると等価な3自由度系においてすべての観測点でのデータが得られていることになる。本研究では対象としないが、等価な構造系へのモデル化および観測点配置による同定結果の



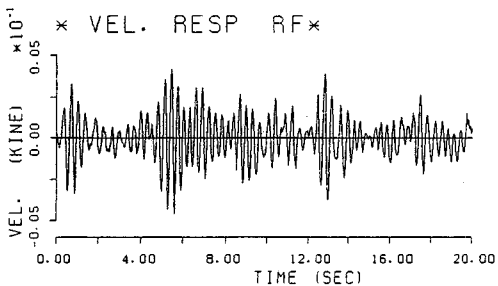
(a) 入力波形



(b) 3階の相対速度波形



(c) 4階の相対速度波形



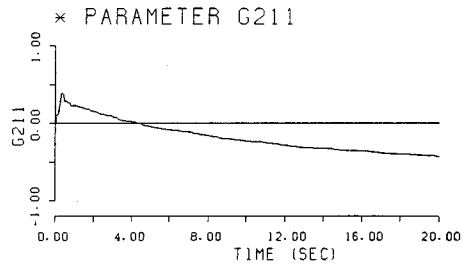
(d) 屋上 (RF) の相対速度波形

図-3 観測データのサンプル波形

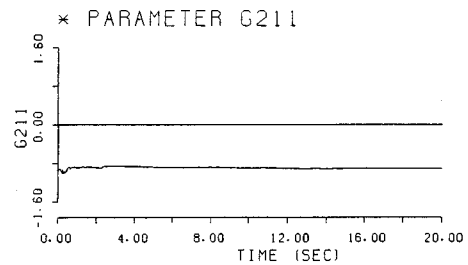
検討が必要である。

図-3に示したサンプル波形を用いて同定を行い、一例として係数行列 G のパラメーター G_{211} の同定結果を図-4に示す。図-4(a)は、EK-WGI法による1回目のグローバルな繰り返し時における G_{211} の収れん過程であり、図-4(b)は、5回目のグローバルな繰り返し時におけるパラメーターの収れん過程である。図-4より、1回目のグローバル繰り返し時には、パラメーター G_{211} は変動しているが、5回目の繰り返し時には時間方向に一定の値として同定されている。また図-5に各グローバルな繰り返しにおけるパラメーターの収れん過程を示す。図-5から、2回程度のグローバルな繰り返しにより安定した結果が得られていることがわかる。あらかじめ行った試算から、他のパラメーターについても同様の結果が得られている。本研究では安定したARMAモデルの係数行列を同定するために、3回のグローバルな繰り返し計算を用いることとする。

今回の計測では、図-3と同様な観測データが15組得られている。次に、それら15組の観測データに対して、EK-WGI法により係数行列 G および R の同定を行い



(a) 1回目のグローバルな繰り返し



(b) 5回目のグローバルな繰り返し

図-4 グローバルな繰り返しによるパラメーターの変動

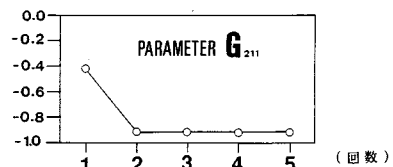


図-5 グローバルな繰り返しによるパラメーターの収れん過程

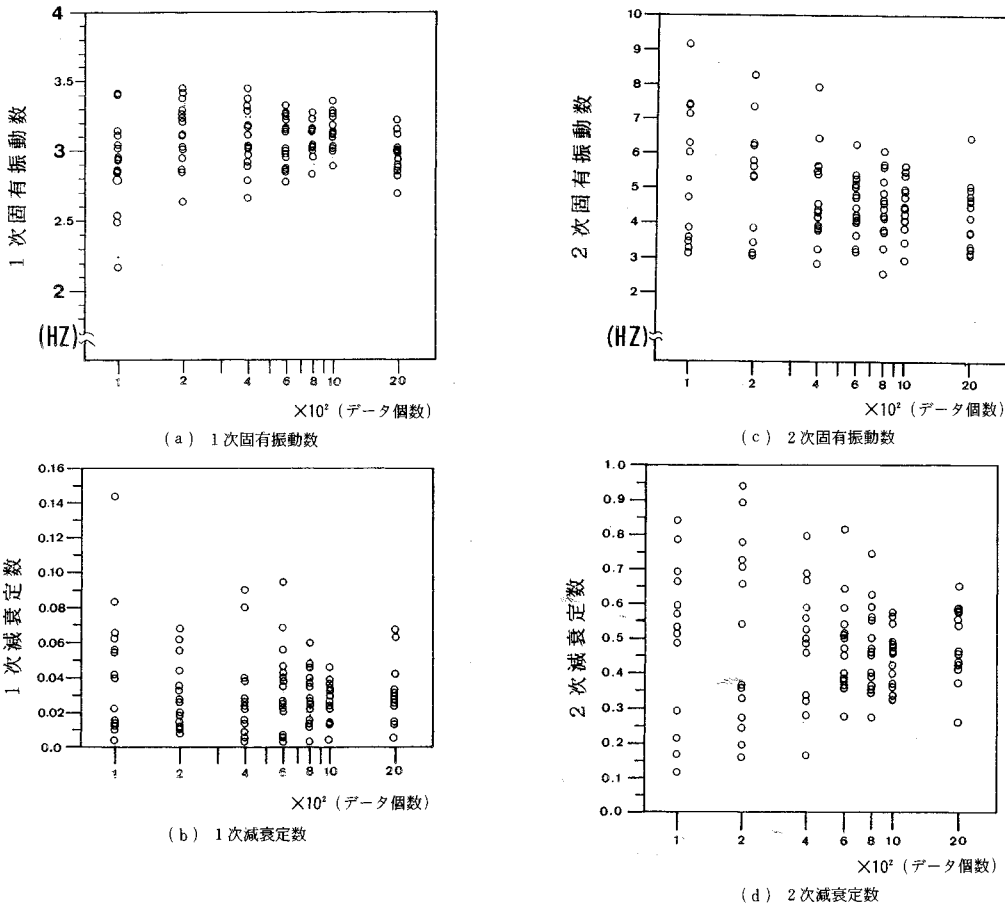


図-6 EK-WGI 法による同定結果

ARMA モデルの構造を決定し、同定された係数行列 G の固有値解析を行い、式 (15) から固有振動数および減衰定数の同定をしている (図-6)。図-6において、(a) は1次固有振動数の同定結果であり、(b) は1次減衰定数の同定結果である。さらに図-6の(c) および(d) は、本手法による2次の固有振動数および減衰定数の同定結果である。また図-6では、同定に用いるデータ個数の違いによる結果の変動を示している。ここで横軸に示すのは同定に用いるデータ個数であり、それぞれの波形で0時刻からの同定に用いるデータ個数としている。

また図-7に同じ15組のデータに対して、PIら(文献13))のバッチ型同定手法によって求めた結果を示す。

図-6(a)より、1次固有振動数の同定結果は3.0 Hz付近に集中しており、観測データの時系列の処理する個数が増すにつれて、同定結果のばらつきが小さくなる傾向にあることがわかる。また1次減衰定数(図-6(b))については、観測データ個数が1000個および2000個の場合において、およそ0.02~0.04の間に同定されている。たとえば、観測データ個数が2000個の場合に、

本手法による同定結果の分布を図-8に示す。図-6および図-8より、1次の動特性については精度良く同定されているものと思われる。

またPIらのバッチ処理法による1次固有振動数の同定結果(図-7(a))では2.0~3.0 Hz付近の値として同定されている。15組の観測データについて2000個処理した場合の同定結果の分散を求めると、EK-WGI法の0.15に対し、PIらの方法では0.36となる。また1次減衰定数の同定結果(図-7(b))は、0.1付近および0.7~1.0付近の2つのグループに分かれていることがわかる。バッチ型のデータ処理では観測データを一括して処理する。そのため観測データの時系列方向でノイズの割合が高いサンプルの影響を強く受けることになる。この点がデータを逐次処理し、同定結果を更新する適合型処理とは異なる。

また2次の動特性については、EK-WGI法による同定では、そのばらつきが大きくなっており、PIらの手法では固有振動数は1次と同様に3.0 Hz付近に同定されている。減衰定数については1次と同様に不安定なも

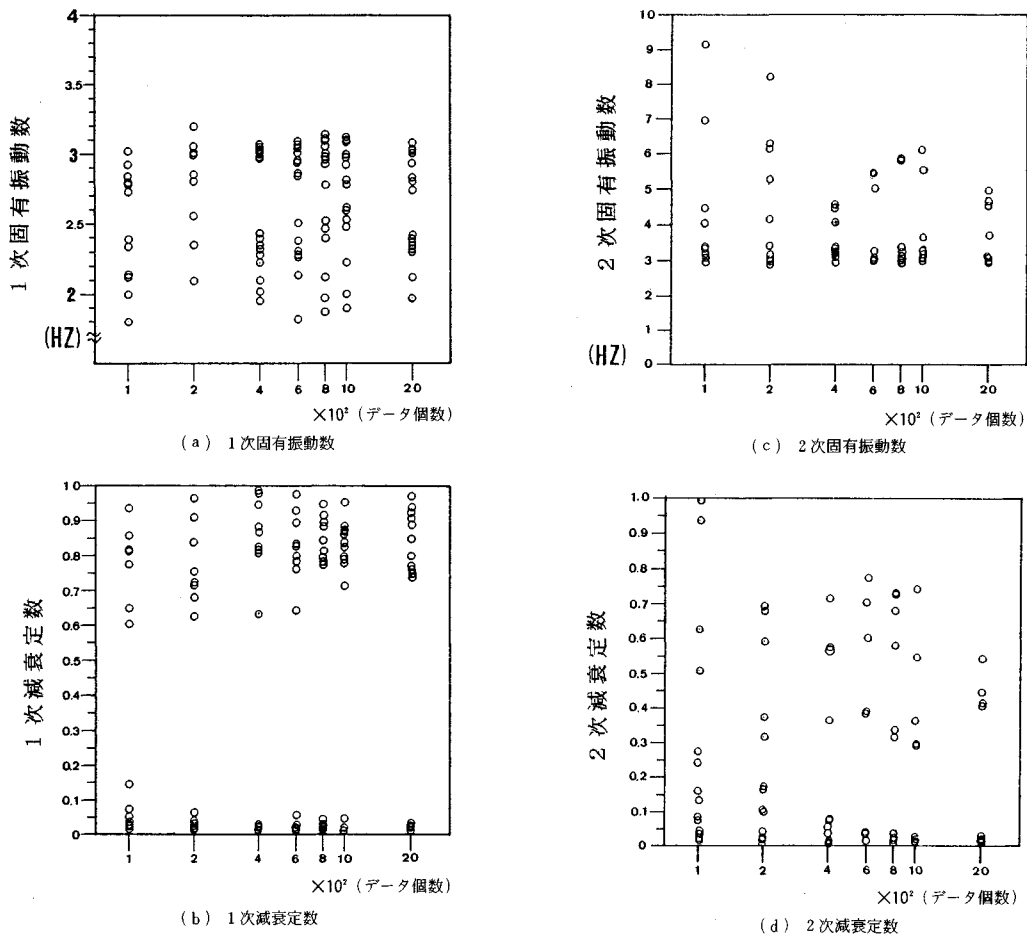


図-7 PIらの手法による同定結果

のとなっている。本研究での同定結果から判断すると、常時微動記録を観測データとして、2次の動特性を一義的に同定することは難しいものと思われる。

以上の ARMA モデルを用いた同定では、同定を行ううえで数値の発散等の計算が不可能となる現象は起こらず、同定に用いるモデルとして ARMA 型モデルの有効性が認められる。また、同定結果の一義性という点では、本研究で行った定式化を組み込んだ EK-WGI 法の優位性が認められる。

5. 同定結果の確認

本研究では実観測データを対象としているので、数値シミュレーションのように同定結果の精度を明確に確認することは困難である。そこで一般的なスペクトル解析法から得られる情報と比較することにより同定結果の検討を行う。

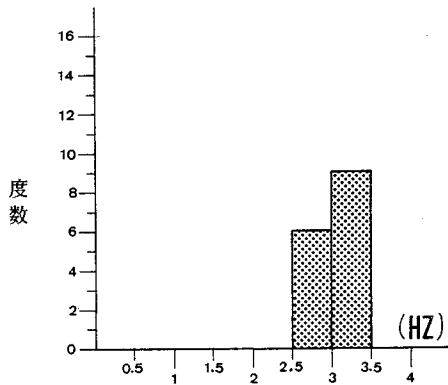
図-9(a) に 1 サンプル波形の入力のフーリエスペクトルを示す。さらに 1 サンプル波形から求めた 1 階～3

階の伝達関数 (図-9(b))、1 階～4 階の伝達関数 (図-9(c)) および 1 階～5 階 (屋上) の伝達関数を図-9(d) に示す。

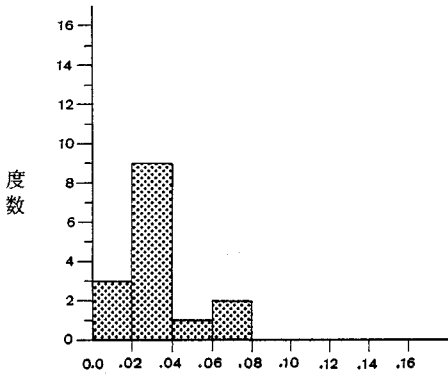
入力とした 1 階床のフーリエスペクトルは、3.0 Hz 付近に卓越成分を有している。また伝達関数は、3.0 Hz 前後の成分のみ卓越していることがわかる。これらのスペクトルは Hamming ウィンドウを 1 回施している。図-8 のいずれの伝達関数においても、明確に 2 次と認められるような成分は確認されない。入力波形の用い方についての検討も必要であるが、入力波形が構造系の 1 次固有振動数付近の卓越成分を有していること、構造系が十分に加振されていないことなどが 2 次以上の動特性の同定を困難にしているものと思われる。

また本手法による 1 次の動特性の同定結果について、固有振動数の同定結果は、伝達関数 (図-9) が示すピーク振動数との比較により妥当な値と思われる。

一般にスペクトル解析法により減衰定数を求めると、スムージングの掛け方により恣意的に変動する⁹⁾ので、



(a) 1次固有振動数 (データ個数: 2000個)



(b) 1次減衰定数 (データ個数: 2000個)

図-8 EK-WGI 法による同定結果の分布

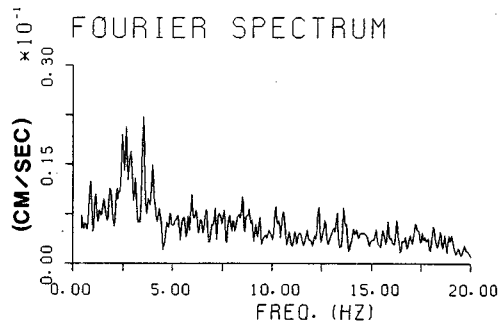
定量的な評価が困難となる。しかしながら、本研究で得られた同定結果の収束性から判断して、本手法によると常時微動記録を用いても基本振動モードの減衰定数については、時系列波形から定量的に求められるものと思われる。さらに強震観測等により対象構造物のデータを蓄積していくことで、動特性の変動を評価することも可能である。

6. まとめ

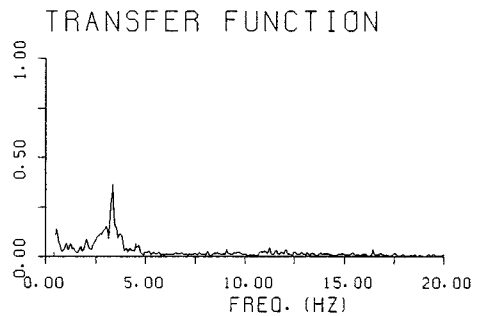
本研究では、実観測データに対して比較的安定した同定結果を得るパラメーター同定手法について検討している。対象としたRC4階建校舎の常時微動記録を観測データとして、提案する手法の検討を行っている。

その結果、構造系の1次の固有振動数および減衰定数については精度良く同定されている。1次振動モードにおける減衰定数については、時系列観測データからの定量的な評価が可能と思われる。

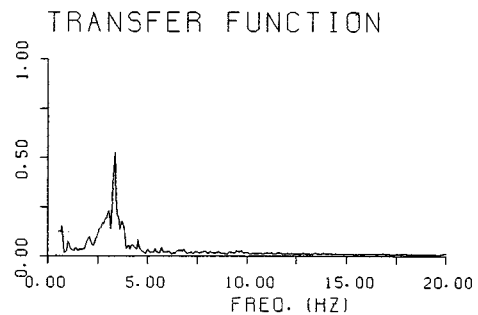
また、2次の動特性については良好な結果が得られていない。しかしながら、スペクトル解析結果から、観測波形に2次以上の高次振動成分がほとんど含まれていな



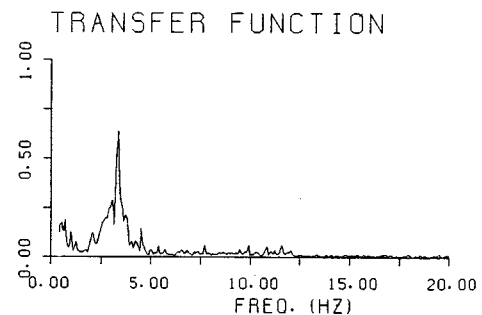
(a) 入力の一階エスペクトル (1階)



(b) 1階~3階の伝達関数



(c) 1階~4階の伝達関数



(d) 1階~屋上 (RF) の伝達関数

図-9 スペクトル解析結果

いことを確認している。この点については地震観測記録および十分なパワーを有する起振器試験等によれば解決される問題と考える。

本手法は、多入力および多出力系にも適用可能であるので、実観測データに対して安定した同定結果を得る線形構造系の動特性同定手法として、一般的な同定システムへと改良していく予定である。

本研究では、丸山がカルマンフィルターに対する定式化および数値解析を、相沢が常時微動記録の整理およびパッチ処理による解析を、星谷は、実測データによる同定の重要性について示唆し、本研究の全体的な指導をしている。

参 考 文 献

- 1) Ljung, L. : System Identification—Theory for the User, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
- 2) Natke, H.G. and Yao, J.T.P. : System Identification Approach in Structural Damage Evaluation, ASCE Structures Congress '86, Preprint 171.
- 3) Hart, G.C. and Yao, J.T.P. : System Identification in Structural Dynamics, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.103, No.EM6, pp.1089~1104.
- 4) Kozin, F. and Natke, H.G. : System Identification Techniques, Structural Safety, Vol.3, pp.269~316.
- 5) Imai, H., Yun, C-B., Maruyama, O. and Shinozuka, M. : Fundamentals of System Identification in Structural Dynamics, Technical Report National Center for Earthquake Engineering Research (NCEER-89-0008), 1989.
- 6) Maruyama, O., Yun, C-B., Hoshiya, M. and Shinozuka, M. : Program Exkal 2 for Identification of Structural Dynamic Systems, Technical Report National Center for Earthquake Engineering Research (NCEER-89-0014), 1989.
- 7) Hoshiya, M. : Application of the Extended Kalman Filter-WGI Method in Dynamic System Identification, Stochastic Structural Dynamics—Progress in Theory and Applications, Elsevier Applied Science, pp.103~124, 1988.
- 8) Hoshiya, M. and Saito, E. : Structural Identification by Extended Kalman Filter, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.12, pp.1757~1770, 1984.
- 9) 星谷・千葉・丸山：周波数領域の観測データを用いた建物の動特性推定，土木学会第41回年次学術講演会，I-361，1986年。
- 10) 星谷・斉藤：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集，第344号/I-1，1984年4月。
- 11) 星谷・斉藤：常時微動記録を用いたEK-WGI法による建物の動特性の推定，土木学会論文集，第350号/I-2，1984年10月。
- 12) 相沢・田村：カルマンフィルタによる線形1自由度系の同定結果に与える初期条件の影響，第20回土木学会地震工学研究発表会，pp.481~484，1989年。
- 13) PI, Y.L. and Mickleborough, N.C. : Time Domain Modal Identification of a Linear Vibrating Structure, UNICIV Report No.R-249, The University of New South Wales, April 1988.
- 14) 土岐・佐藤：微動観測に基づく構造物の動特性評価，第15回土木学会地震工学研究発表会，pp.253~256，1979年。
- 15) Jazwinski, A.H. : Stochastic Processes and Filtering Theory, NY, Academic Press, 1970.

(1989.11.1・受付)