

時間領域 FE-BE 法を用いた弾性基礎上のフィルダムの 振動モード解析手法

MODEL ANALYSIS PROCEDURE USING A FE-BE METHOD IN TIME DOMAIN AND ITS APPLICATION TO A DAM-FOUNDATION SYSTEM

東平光生*・大町達夫**

By Terumi TOUHEI and Tatsuo OHMACHI

Response of an elastic dam-foundation system to a horizontal impulse is analyzed by a FE-BE method in time domain. The method has proved to be effective not only in calculation of the response itself but also in getting many vibration modes of the system from the response. As eigen values pertaining to the system are complex, the present procedure based on the time domain analysis seems to be superior to the determinant search procedure applied to a frequency domain analysis. From a practical point of a view, the present analysis places a main focus on effects of an impedance ratio on vibration characteristics such as radiation damping, natural frequency and vibration mode shape. The vibration shape which is obtained in a complex form is plotted in terms of its real and imaginary parts, showing interaction between the dam and foundation.

Keywords: FE-BE method in time domain, modal analysis, dam-foundation system

1. はじめに

ダムの地震時挙動を把握するためには、ダム本体の振動特性だけでなく、貯水や基礎との動的相互作用にも十分配慮しなければならない¹⁾。特に、基礎との動的相互作用が、ダムの振動特性に及ぼす影響について考えると、主として次の2つを挙げることができる。

- ① 地下逸散減衰による応答性状の変化
- ② 剛基礎を仮定した場合に比べ、固有振動数が小さくなることによる応答性状の変化

このような、動的相互作用の問題を調べるために、従来より有限要素法が多く用いられてきた。また、近年では、境界要素法によって、ダムの地震時挙動を調べることも可能になっている。こうした手法を用いた既往の研究を概観すると次のようである。

Chopra らは貯水との相互作用や基礎との相互作用を解明するために、サブストラクチャー法や周波数応答関数を用いて広範囲に研究を行っている^{1)~3)}。また、基礎を半無限弾性体とみなし、半無限弾性体の解析解を用い

て基礎との相互作用を検討し、固有振動数や逸散減衰数を調べる研究も行っている⁴⁾。この研究は境界要素法が十分進展する以前であったにもかかわらず、境界要素法的な手法を洞察していた点で先駆的であるとともに、減衰定数や固有モードに関するデータを提示したことで工学的にも重要な研究である。

Antes らは、時間領域境界要素法を用いて、やはり貯水との相互作用や基礎との相互作用を考慮した解析を進め、周波数領域から得られる解との比較を行っている⁵⁾。この研究は時間領域境界要素法を用いてダムの動的問題を扱った最初の研究であると思われる。

さらに、研究を構造物と基礎の相互作用にまで広げて概観してみると、積分方程式を用いて基礎のインピーダンスを計算している、Apsel と Luco らの研究⁶⁾も注目すべきものの1つであろう。彼らは多層弾性体上の基礎のインピーダンスなど数理解析の複雑な問題を解析し、その結果を実際の設計でも用いられる形でまとめている。また、Wolf らは比較的早期から時間領域で有限要素法と境界要素法を結合させて相互作用の研究を精力的に行い、構造物が非線形領域に入った状態についても研究を進めている⁷⁾。

さらに、第一著者も時間領域で有限要素法と境界要素法を結合させる解法（以下、時間領域 FE-BE 法）を

* 正会員 工修 佐藤工業(株)中央技術研究所
(〒243-02 厚木市三田47-3)

** 正会員 工博 東京工業大学総合理工学研究科
(〒227 横浜市緑区長津田町4259)

開発し、不整形地盤の振動特性を良く説明し得る解が得られることを示した⁸⁾。この手法の特徴は、既往の有限要素解析の時間積分スキームの中に境界要素法を合理的に組み入れたことであり、これにより有限要素法と境界要素法の結合解法による時間ステップ解析を既往の有限要素解析の延長としてとらえることが可能になった。そして、こうした点に本手法と Wolf らの手法との大きな違いがある。

なお、前述の①、②に挙げた問題は、構造物の固有振動と密接な関連があるにもかかわらず、既往の研究ではこれと結び付けて相互作用を論じているものはまだ少ない。これは、基礎の変形を許容した固有値問題そのものの難しさにも起因していると考えられ、こうした意味で基礎と構造物の相互作用に関する知見はまだ十分でないということもできる。しかし、フィルダムのように大きな基礎底面を有するものに関しては、相互作用の影響はより大きいと考えられるので、フィルダムの固有振動に関連づけて、基礎との相互作用を検討してゆくことは工学的にも重要な課題であると思われる。

ところで、前述の時間領域 FE-BE 法を用いて振動モード解析を行うことができるならば、この方法は時間領域で直接的に応答を追跡する手法としての利点ばかりでなく、上述の問題を解決することのできる有力な解法になると期待される。

本論文ではこうした点に着目し、まず時間領域 FE-BE 法を用いた振動モード解析手法を展開する。そして、ここで展開された固有値問題と従来の粘性減衰をもつ多自由度振動系の固有値問題との関連について論ずる。

次に、フィルダムと基礎の動的相互作用を検討するために、この方法を用いて振動モード解析を行い、その結果を既往の研究結果と比較するとともに、フィルダムの動的耐震設計に役立てるために、この解析から求められた逸散減衰定数、モードの振幅、固有振動数などを整理してみる。

2. 時間領域 FE-BE 法の概要

時間領域 FE-BE 法のアルゴリズムの展開過程については文献⁹⁾に詳しく述べられているので、ここではこれを簡単に記述するに止める。

時間領域 FE-BE 法のアルゴリズムの展開過程では、有限要素領域と境界要素領域の境界上の変位の適合条件と力のつり合い条件のうち、力のつり合い条件に重み付き残差法を適用している⁸⁾。すなわち、

$$\int_{t_{n-2}}^{t_n} w(t) \{P_F(t) + P_B(t)\} dt = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここで、添字の F と B はそれぞれ有限要素領域と境界

要素領域に属する量であることを示し、 $\{P\}$ はそれぞれの領域における節点力を表わす。また、 w は重み関数、 t は時間であり、 t の添字は時間のステップ数を表わす。式 (1) を有限要素領域および境界要素領域の基本式⁸⁾とともに展開してゆくことで時間領域 FE-BE 法のアルゴリズムが得られるが、ここでは特に有限要素領域と境界要素領域の境界にインパルスが作用する場合のアルゴリズムについて示しておく。この場合には式 (1) のつり合い条件の代わりに次式を力のつり合い条件とする。

$$\int_{t_{n-2}}^{t_n} w(t) \{P_F(t) + P_B(t) + P_{ij} \delta(t - \tau)\} dt = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 δ は Dirac のデルタ関数であり、 τ はインパルスを与える時刻である。また、 $\{P_{ij}\}$ はインパルスの作用位置と大きさおよび方向を表わすベクトルである。式 (2) を展開してゆくことで、次のような時間領域 FE-BE 法のアルゴリズムが得られる。

$$\begin{aligned} & [M + \beta \Delta t^2 K + 1/2 \Delta t^2 K^*] \{u\}^n \\ & = [2M - (1 - 2\beta) \Delta t^2 K - 1/2 \Delta t^2 K^*] \{u\}^{n-1} \\ & \quad + [-M - \beta \Delta t^2 K] \{u\}^{n-2} \\ & \quad + 1/2 \Delta t^2 \{F\}^n + \{F\}^{n-1} + \Delta t^2 \{\bar{P}\}_{ij} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 $[M]$ 、 $[K]$ は有限要素領域の質量および剛性マトリックス、 $[K^*]$ は境界要素領域の剛性マトリックス、 $\{u\}$ は変位、 $\{F\}$ は境界要素領域の境界値と Green 関数の合積演算で生成されるベクトルである。また、 $\{u\}$ 、 $\{F\}$ の添字は時間ステップであり、 β は Newmark の β 法の β に相当するパラメーターを表わす。さらに、 Δt は解析のための時間増分を表わし、 $\{\bar{P}\}_{ij}$ は次式で示される。

$$\{\bar{P}\}_{ij} = \frac{\int_{t_{n-2}}^{t_n} w(t) \delta(t - \tau) dt}{\int_{t_{n-2}}^{t_n} w(t) dt} \{P_{ij}\} \dots\dots\dots (4)$$

インパルスとして与える δ 関数そのものは特異性を示す関数であるが、時間領域 FE-BE 法ではこれを積分して用いるので、インパルスを有限な値として扱える利点をもっている。

なお、時間領域境界要素法で用いる剛性マトリックスは時間に依存し、変位との合積積分によって表わされる項を形成するが、著者らの展開している手法ではこの剛性マトリックスを時間方向にあらかじめ離散化している。このために、式 (3) では定数マトリックス $[K^*]$ と合積演算によって生成されるベクトル $\{F\}$ が分離して現われている。

3. 時間領域 FE-BE 法を用いた振動モード解析手法

境界要素法を用いた固有値解析手法としてはデターミナント・サーチのような手法を用いて固有値を求める解法がすでに提案されている⁹⁾。この解法は、減衰のない系で固有値が実数で与えられる場合には有効であるが、ダム-基礎系のように逸散減衰のために固有値が複素数となる場合には、固有値を正確に求めることは困難であると考えられる。

ところで前述のように、時間領域 FE-BE 法を用いてインパルス応答を求めることは比較的容易である。そして、外力として与えるインパルスは全振動数成分を一樣に含むので、インパルス応答のスペクトルのピークは固有振動に対応したものと考えて良い。さらに、これに関連してインパルス応答の Fourier 成分の複素平面上の極が見出されるならば、固有振動数ばかりでなくそのモードの逸散減衰や振動モードの形状の算定も可能となる。この方法は、複素平面上の極を見出すという意味で、複素固有値問題に対する手法であり、ダム-基礎系のように逸散減衰が生じる問題に対して有効となることが期待される。ここでは、こうしたインパルス応答を用いた振動モード解析を行う手法について示す。

まず、この手法を述べる前に 1 質点系の振動理論を概観しておく。1 質点系モデルの単位インパルス応答は、次の微分方程式の解として与えられる。

$$\ddot{x} + 2h\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \delta(t) \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 h は臨界減衰比 ($0 < h < 1$)、 ω_0 は非減衰固有円振動数、 x は変位である。

この微分方程式を解くために、両辺に Fourier 変換を施す。ここでは、 i を虚数単位として Fourier 変換と逆変換を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \\ x(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 ω は円振動数である。

この Fourier 変換によって前述の微分方程式は次のようになる。

$$[-\omega^2 + 2h\omega_0i + \omega_0^2]X(\omega) = 1 \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 $X(\omega)$ は周波数応答関数とよばれ、複素平面上で 2 つの 1 位の極をもつ。これらの極は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_+ &= h\omega_0i + \sqrt{1-h^2}\omega_0 \\ \omega_- &= h\omega_0i - \sqrt{1-h^2}\omega_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

また、上記の微分方程式に対する固有値を λ とすると、固有値 λ は次の方程式を満足する。

$$\lambda^2 + 2h\omega_0\lambda + \omega_0^2 = 0 \dots\dots\dots(9)$$

したがって、式 (9) から得られる固有値を λ_+ 、 λ_- とすれば、これらは周波数応答関数の極を用いて次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_+ &= i\omega_+ \\ \lambda_- &= i\omega_- \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

すなわち、周波数応答関数の極を見出すことができれば、固有値を決定することが可能となる。また、2 つの固有値は互いに複素共役の関係にあるが、このことに関連して、周波数応答関数の極は複素平面上で虚数軸に関して対称の位置に存在する。

ところで、周波数応答関数 $X(\omega)$ を式 (8) で示した極を用いて表わすと次式となる。

$$X(\omega) = \frac{1}{2\sqrt{1-h^2}\omega_0} \times \left[\frac{1}{\omega - \omega_-} - \frac{1}{\omega - \omega_+} \right] \dots\dots\dots(11)$$

さらにこの周波数応答関数を Fourier 逆変換することで、単位インパルス応答を求めることができる。Fourier 逆変換の結果は次のようになる。

$$x(t) = \frac{e^{-h\omega_0 t}}{\sqrt{1-h^2}\omega_0} \sin \sqrt{1-h^2}\omega_0 t \dots\dots\dots(12)$$

以上の理論を踏まえ、時間領域 FE-BE 法によって計算されたインパルス応答から固有振動数、減衰定数およびモードの振幅を算定する方法について述べる。

ここでは、ダム-基礎系のインパルス応答が固有モードに分解可能であることを前提として議論を進めてゆく。すなわち、振動モードごとにみれば、系全体に共通な振動数と減衰定数が存在するものとする。

いま、ダム頂におけるインパルス応答を $u(t)$ 、その Fourier 変換を $U(\omega)$ とする。 $u(t)$ と $U(\omega)$ の間にはもちろん式 (6) の関係が成立する。ここで、ダム頂のインパルス応答を用いる理由は、ダム頂における応答変位が、どの振動モードでも振幅が最大となる性質をもつためである。

まず、ダム頂のインパルス応答をモード分解すると次式を得る。

$$u(t) = \sum_j A_j e^{-h_j\omega_{0j}t} \sin(\sqrt{1-h_j^2}\omega_{0j}t + \phi_j) \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 j はモードの次数を表わし、 h_j 、 ω_{0j} 、 A_j は j 次のモードに対応する臨界減衰比、非減衰固有円振動数および振幅、 ϕ_j は j 次のモードの位相角である。前述のように h_j 、 ω_{0j} は系全体に共通な値であり、空間の位置に対して不変である。

なお、多自由度系の振動解析で、減衰を考慮した場合の固有値および固有ベクトルは一般に複素数となるが、これは 1 つの固有モードでも場所ごとに異なる位相で振動することを意味する。地下逸散減衰を考慮した固有値問題でも同じような現象が生じるものと考えられるので、式 (13) ではこのような意味における位相 ϕ_j を考

慮している。すなわち、式 (13) はダム-基礎系のインパルス応答を減衰を考慮した線形多自由度系のインパルス応答で表わすことを意味する。

式 (13) の $u(t)$ を式 (6) を用いて Fourier 変換すると次式となる。

$$U(\omega) = \sum_j \frac{A_j}{2} \left[\frac{e^{-i\phi_j}}{\omega - \omega_{-j}} - \frac{e^{+i\phi_j}}{\omega - \omega_{+j}} \right] \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\omega_{\pm j}$ は j 次のモードに対応する $U(\omega)$ の極であり、 ω_{-j} と ω_{+j} は 1 質点系の理論でみてきたものと同様な関係をもつ。

ここで、 $\omega_{\pm j}$ のうちどちらか 1 つが決定できれば、弾性基礎上の構造物の固有振動数、臨界減衰比を式 (8) より算定できる。たとえば、 ω_{-j} が得られたとすると、

$$\eta = \text{Im}(\omega_{-j}) / \text{Re}(\omega_{-j}) \dots\dots\dots (15)$$

を用いることで、 j 次のモードの臨界減衰比および非減衰固有円振動数が次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} h_j &= \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \\ \omega_{0j} &= \frac{\text{Im}(\omega_{-j})}{h_j} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに Re および Im は複素数の実部と虚部をとることを意味する。

さらに、 A_j が決定できれば固有振動数と臨界減衰比を用いることで、応答時刻歴を再現できる。このような意味で、 $\omega_{\pm j}$ と A_j を決定することが、結局与えられた振動系の固有値解析を行うことに相当するといえる。

ここで、 j 次のモードの ω_{-j} と A_j を決定するために $U(\omega)$ の ω_{-j} 近傍の性質についてみると次式が成立することがわかる。

$$U(\omega) \sim \frac{A_j \exp(-i\phi_j)}{2} \frac{1}{\omega - \omega_{-j}} + O(1) \dots\dots\dots (17)$$

式 (17) は $U(\omega)$ のある特定の極近傍では、その極に関連する項が卓越し、その他の極の影響を無視できることを意味する。さらに式 (17) を変形すると次のようになる。

$$U(\omega)(\omega - \omega_{-j}) - \frac{A_j}{2} e^{-i\phi_j} \underset{\omega \rightarrow \omega_{-j}}{\sim} o(1) \dots\dots\dots (18)$$

ここに、式 (17), (18) の O, o は Landau の記号である。式 (18) より、 ω_{-j} 近傍で

$$U(\omega)(\omega - \omega_{-j}) - \frac{A_j}{2} e^{-i\phi_j} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

と置くことができ、 ω_{-j} 近傍の $U(\omega)$ の値を用いて最小二乗法で ω_{-j} , A_j および ϕ_j を決定することができるようになる。すなわち、

$$B_j = \frac{A_j}{2} \exp(-i\phi_j) \dots\dots\dots (20)$$

とおき、誤差の二乗和として次式を定義する。

$$E = \sum_{\omega \rightarrow \omega_{-j}} [U(\omega)(\omega - \omega_{-j}) - B_j] \times [U^*(\omega)(\omega - \omega_{-j}^*) - B_j^*] \dots\dots\dots (21)$$

ここに、添字の * は共役複素数であることを意味し、総和記号は極近傍のみ総和をとることにここでは約束する。

この誤差の二乗和が未知量に関して停留するように次の方程式をたてる。

$$\left. \begin{aligned} \partial E / \partial \text{Re}(\omega_{-j}) &= 0 \\ \partial E / \partial \text{Im}(\omega_{-j}) &= 0 \\ \partial E / \partial \text{Re}(B_j) &= 0 \\ \partial E / \partial \text{Im}(B_j) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

これらの方程式は、他の極の影響を除去したために未知量に関する線形の連立方程式となり、簡単に解くことができる。

ところで B_j そのものについて考えてみると、極 ω_{-j} がどのように影響するかを示す複素数であることから、各節点における B_j を算定することにより固有ベクトルが求められることがわかる。ただし、これは Fourier 逆変換時に留数定理から $2\pi i$ 倍されることに注意する必要がある。すなわち、極 ω_{-j} に基づく振動モードは次のようになる。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_j}{\omega - \omega_{-j}} \exp(i\omega t) d\omega = 2\pi i B_j \exp(i\omega_{-j} t) \dots\dots\dots (23)$$

一方、極 ω_{+j} に基づく振動モードは式 (14) と式 (20) を用いることにより次のようになる。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-B_j^*}{\omega - \omega_{+j}} \exp(i\omega t) d\omega = -2\pi i B_j^* \exp(i\omega_{+j} t) \dots\dots\dots (24)$$

ここで、 iB_j と $(-i)B_j^*$ の関係についてみるとこれらは互いに複素共役の関係にあることがわかる。すなわち、この手法では互いに複素共役の関係にある固有ベクトルが得られる。また、前述の議論から明らかなように、 $U(\omega)$ の極 ω_{+j} と ω_{-j} から得られる固有値も互いに複素共役である。減衰を考慮した多自由度系の固有値問題では、固有値および固有ベクトルは一般に複素数となるが、その共役の関係にある量も固有値および固有ベクトルとしての性質をもつ。これと同様なことがこのモード解析手法にも見出せる。

4. フィルダムの振動モード解析

ここでは、Fig. 1 に示すフィルダムの水平振動モード解析を行い、フィルダムの基本的な振動性状について検討した。ダム-基礎系のモデル化に際しては、ダムの基礎は半無限弾性体として境界要素法でモデル化し、境界要素は数値計算結果に影響しない領域、すなわちのり尻

から約 100 m で打ち切った。またダム本体は有限要素法でモデル化した。

ここでは、特にダムと基礎の剛性の比が、ダムの振動特性にどのように影響するかについて検討するために、Table 1 に示す 6 ケースについて検討を行った。

(1) インパルス応答

まず、振動モード解析を行うに先立ち、インパルス応答を求める。インパルス応答解析はフィルダムの底面にインパルスを水平方向に等分布衝撃荷重として与えることを行い、衝撃荷重の合力は 3 200 kN とした。このような入力条件は地震によりダムの振動が励起される場合と同様にダム頂で最大の応答変位をもたらす。前述のよ

うに、ダム頂はどの振動モードでも振幅が最大となるので、以下でもダム頂の変位に特に注目することにする。

インパルス応答のうち、ダム頂における水平方向変位時刻歴とフーリエ・スペクトルを Fig. 2~7 に示す。ここでは、前述のモード解析によって得られた時刻歴とフーリエ・スペクトルも比較のため破線で重ね書きしている。前述のように、ここでのモード解析は、インパルス応答の Fourier 成分を多自由度振動系の伝達関数で近似することにより行っている。この近似の良否は、元の計算結果とモード解析から得られる計算結果を比較することで判断することができる。

インパルス応答の最大振幅と継続時間は、ダムと基礎

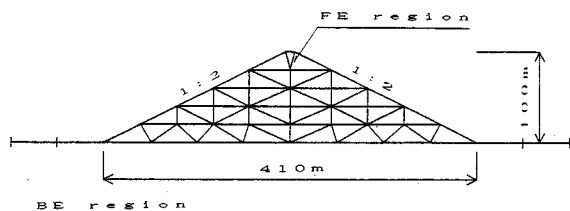
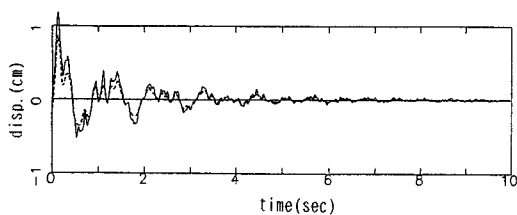


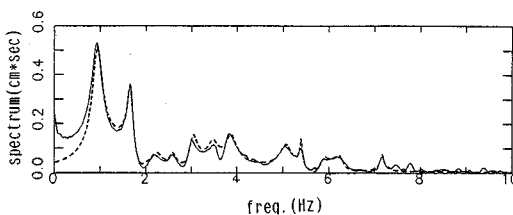
Fig. 1 Model of fill dam on elastic foundation.

Table 1 Case of analysis.

case	SHEAR WAVE VELOCITY		POISSON'S RATIO	IMPEDANCE RATIO
	DAM	FOUNDATION		
1	300m/s	1000m/s	0.30	0.30
2		2000m/s		0.15
3		3000m/s		0.10
4	500m/s	1000m/s		0.50
5		2000m/s		0.25
6		3000m/s		0.17

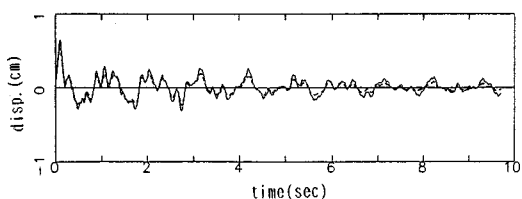


(a) Time history

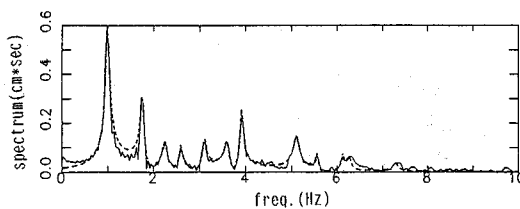


(b) Fourier spectrum

Fig. 2 Impulsive response and its Fourier spectrum (CASE-1).

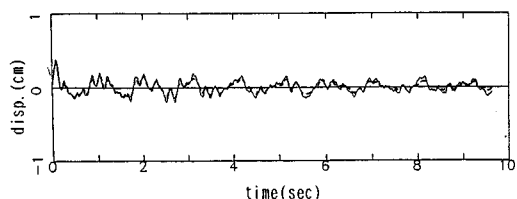


(a) Time history

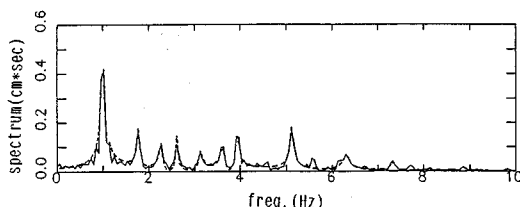


(b) Fourier spectrum

Fig. 3 Impulsive response and its Fourier spectrum (CASE-2).



(a) Time history



(b) Fourier spectrum

Fig. 4 Impulsive response and its Fourier spectrum (CASE-3).

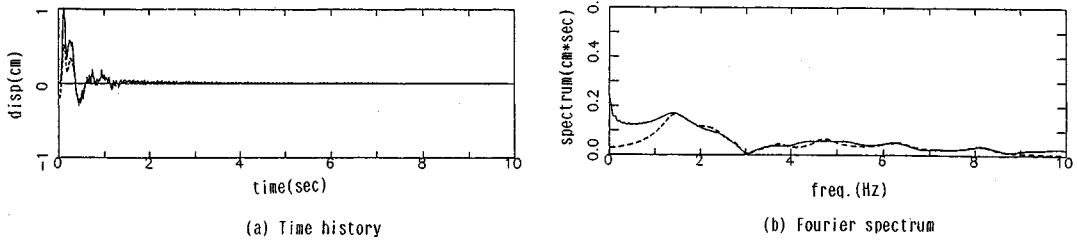


Fig.5 Impulsive response and its Fourier spectrum (CASE-4).

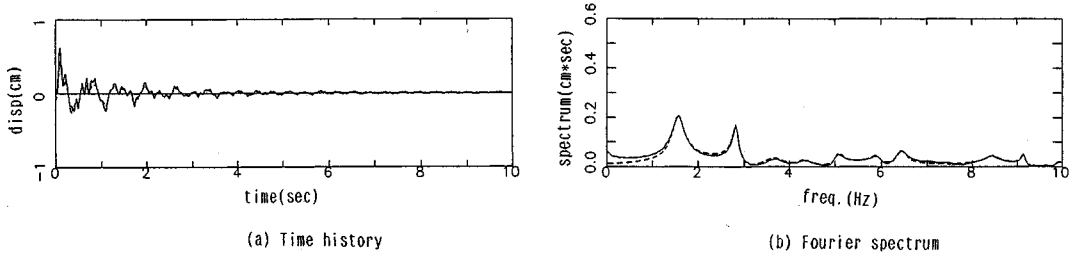


Fig.6 Impulsive response and its Fourier spectrum (CASE-5).

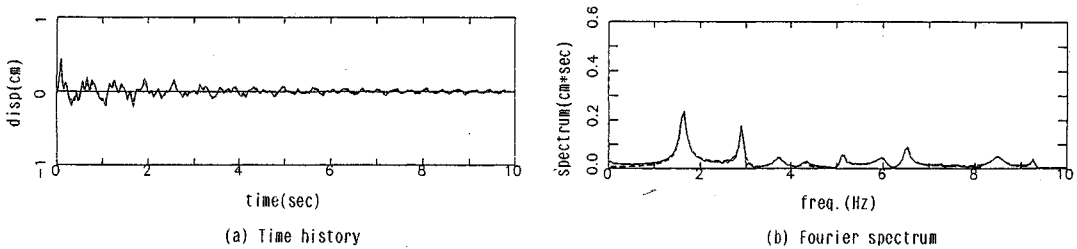


Fig.7 Impulsive response and its Fourier spectrum (CASE-6).

の剛性によって影響されていることが Fig.2~7 に明瞭に現われている。また、ダムと基礎のインピーダンス比が小さいほど、インパルス応答の減衰が小さく、フーリエ・スペクトルも離散スペクトルとしての傾向が強まるのがわかる。これは、インピーダンス比が小さい場合は、基礎の剛性がダムに比べて大きいので、ダムの振動エネルギーは基礎面で大半が反射することになり、ダムの表面や基礎面で反射した振動成分の重ね合わせで固有モードが生成されやすくなるためである。

FE-BE 法で計算されたスペクトルとモード解析で得られたスペクトルを比較すると、モード解析で得られたスペクトルのピークは FE-BE 法で計算されたスペクトルのピークと良く一致しており、伝達関数の複素平面上の極を精度良く求めている。したがって、ここから得られる固有振動数および減衰定数は信頼性があるものと考えられる。

(2) 逸散減衰量

ダム頂におけるインパルス応答のモード解析から得られた固有振動数と減衰定数ならびに各次のモード振幅を

まとめて Table 2 に示す。ただし、各次のモードの振幅は単位インパルスを与えたときの振幅に換算しており、単位は cm/kN である。また、得られた減衰定数をインピーダンス比とモード次数の関連で図化したものを Fig. 8 に示す。ただし、横軸のインピーダンス比の算定に用いる V_a , V_b は、それぞれダム本体と基礎のせん断波速度を表わしている。

Fig. 8 によれば、1 次モードの逸散減衰が高次モードの減衰よりも大きいことがわかる。これは別の視点から考えれば、低振動数の振動エネルギーはダムから基礎へ透過しやすく、高振動数の振動エネルギーは基礎面で反射されやすいことを意味し、逸散減衰の振動数依存性を物語っている。

ところで、波動が一次的に伝播する場合の地下逸散減衰のモデルとして、基礎をダッシュポットに置換する方法が提案されている¹⁰⁾。これによれば、水平 1 次と 2 次のモードに対応する逸散減衰の概略値は、インピーダンス比を α として、それぞれ、 0.4α および 0.2α で与えられる。Fig. 8 に示した結果によれば、逸散減衰の量

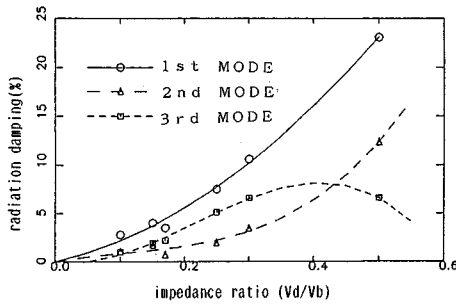


Fig. 8 Comparison of radiation damping.

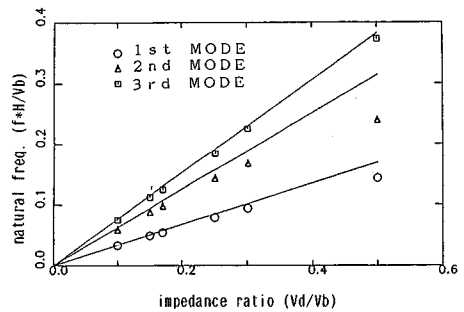


Fig. 9 Comparison of natural frequency.

Table 2 Natural frequency and radiation damping.

ORDER	impedance ratio	0.3 (case-1)	0.15 (case-2)	0.1 (case-3)	0.5 (case-4)	0.25 (case-5)	0.17 (case-6)
1st	freq (HZ)	0.94	0.99	1.00	1.43	1.57	1.63
	damp (%)	10.6	4.0	2.8	23.1	7.5	3.5
	A ₁ (cm/kN)	2.04×10 ⁻⁴	9.63×10 ⁻⁵	6.27×10 ⁻⁵	2.28×10 ⁻⁴	9.89×10 ⁻⁵	5.49×10 ⁻⁵
2nd	freq(Hz)	1.67	1.75	1.75	2.39	2.83	2.91
	damp. (%)	3.4	1.7	1.0	12.3	1.9	0.7
	A ₂ (cm/kN)	7.68×10 ⁻⁵	3.94×10 ⁻⁵	1.20×10 ⁻⁵	9.07×10 ⁻⁵	3.59×10 ⁻⁵	1.94×10 ⁻⁵
3rd	freq(Hz)	2.25	2.24	2.26	3.73	3.67	3.73
	damp(%)	6.6	1.9	1.0	6.6	5.1	2.2
	A ₃ (cm/kN)	3.94×10 ⁻⁵	2.02×10 ⁻⁵	1.11×10 ⁻⁵	3.63×10 ⁻⁵	2.48×10 ⁻⁵	1.44×10 ⁻⁵

は厳密にはインピーダンス比と簡単な線形関係にはないが、これらの概略値は1つの実用的な目安となり得ることがわかる。

(3) 固有振動数

Table 2 に示した固有振動数をインピーダンス比とモード次数の関連で図化したものを Fig. 9 に示す。ただし、図中の実線は剛基礎を仮定した場合のダムの固有振動数から求めたものであり、プロットがこの実線から離れていなければ、求められた固有振動数は剛基礎の場合の固有振動数とほとんど変わらないことを示す。また、縦軸は無次元の固有振動数を表わし、 f は固有振動数、 H はダムの高さである。この図によると、モード次数によっても異なるが、インピーダンス比が小さい場合には、ほとんど剛基礎の固有振動数と変わらない。しかし、インピーダンス比が0.25を越えるようになると、弾性基礎上のフィルダムの固有振動数は、剛基礎上のダムの固有振動数に比べて小さくなっていく。たとえば、1次モードの振動数は剛基礎のときに比べインピーダンス比が0.3のときは約10%、インピーダンス比が0.50のときは約20%低下する。このことは、10%程度の誤差を許容するならば、インピーダンス比が0.30より小さければ、剛基礎を仮定して固有振動数を求めても差し支えないことを意味する。ただし、このような固有振動数の低下分を粘性減衰を増加させることだけで補正しようとすると、これに必要な減衰定数は、インピーダンス比が0.30の場合には41%、インピーダンス比が0.10の場合

にも24%と大きな値になる。したがって、適的な減衰定数の範囲内では、固有振動数の補正は不可能と思われる。

(4) 固有振動モード形状

最後に固有振動モード形状を Fig. 10~15 に示す。固有振動モードは、時間領域 FE-BE 法で計算されたダムのインパルス応答を用いて、式 (20) の B_j をダムの全節点について計算することで求めた。ここでは、2次モードまでの実部と虚部を示した。また、この変形の倍率は全ケースを通して共通としているので、異なるケース間でも変形の様子と比較が可能である。

振動モード形状の実部と虚部は、case-4 の2次モードを除きほぼ相似な形状をしている。そして、これらの相似な形状は、剛基礎上のダムのモード形状と類似している。これらのことは、インピーダンス比が0.3以下であれば、ダムの低次モードの固有振動形は基礎を剛と仮定して求めても良いことを示している。ただし細かくみれば、インピーダンス比が0.1の case-3 においても基礎の変形がみられる。そして、基礎の変形の大きさは、インピーダンス比とモード次数で異なっていることがわかる。すなわち、基礎はインピーダンス比が大きいほど大きく変形し、モード次数でも2次より1次のモードで大きく変形する。これは、逸散減衰が1次モードで最大であることと符合する。また、最もインピーダンス比の大きい case-4 の1次モードについてみると、本来の1次モードの変形のほかに、基礎とともにダムが並進運動

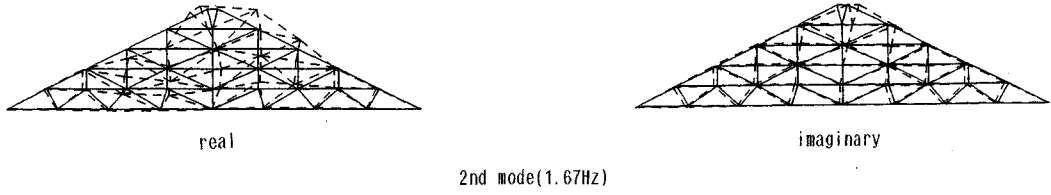


Fig. 10 Modal deformation (CASE-1).

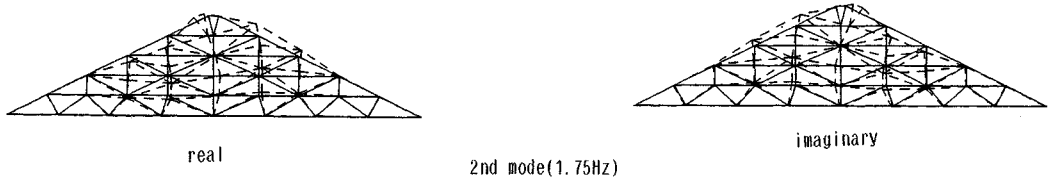


Fig. 11 Modal deformation (CASE-2).

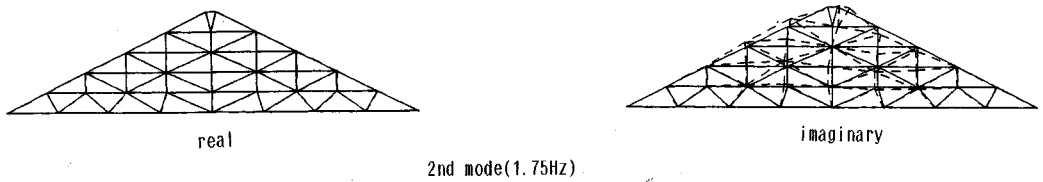
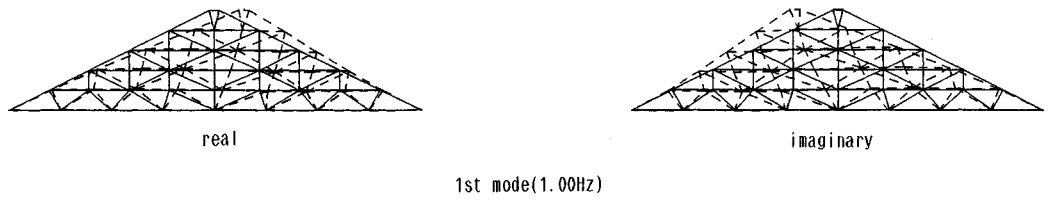
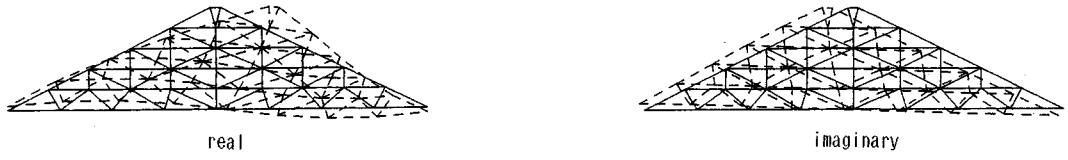
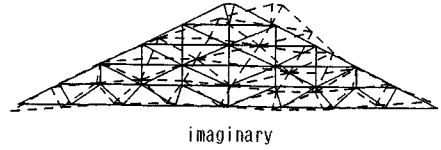
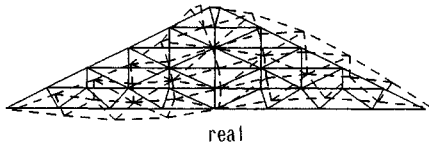


Fig. 12 Modal deformation (CASE-3).

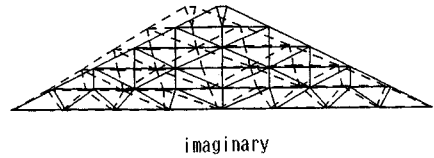
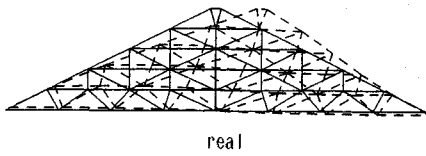


1st mode(1.43Hz)

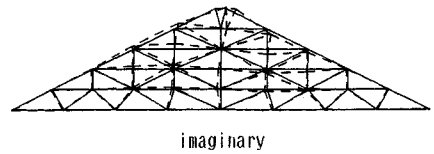
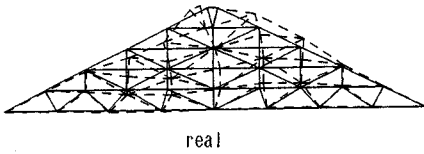


2nd mode(2.39Hz)

Fig. 13 Modal deformation (CASE-4).

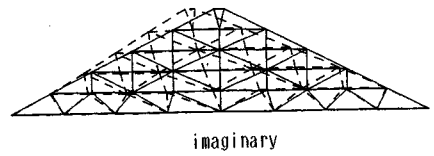
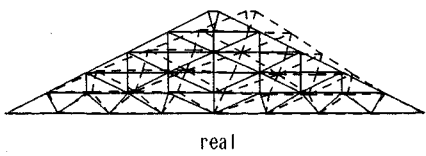


1st mode(1.57Hz)

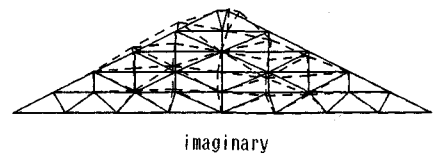
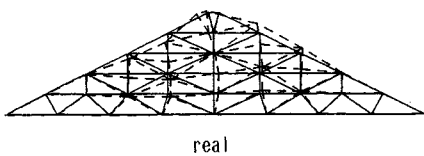


2nd mode(2.83Hz)

Fig. 14 Modal deformation (CASE-5).



1st mode(1.63Hz)



2nd mode(2.91Hz)

Fig. 15 Modal deformation (CASE-6).

をしている様子が良くわかる。さらにこのケースにおける2次のモードは、1次のモードに似た変形を含んでおり、インパルス応答のスペクトルが連続スペクトルとしての傾向を強くもっていることに対応しているものと考えられる。

このように、振動モードの形状からも、逸散減衰や固有振動数が基礎の変形性に依存していることが見て取れる。

5. 結 論

本論文では、まず始めに時間領域 FE-BE 法を用いた振動モード解析法を展開した。この方法によれば既往の粘性減衰を考慮した多自由度振動系の固有振動問題と同様に互いに複素共役の関係を有する固有値と固有ベクトルが得られることがわかった。次にこれを用いてフィルダムの水平インパルス応答解析と振動モード解析を行い、固有振動数、逸散減衰定数、各次のモードの振幅などを算定した。これから導かれる結論をまとめれば次のようになる。

(1) インパルス応答の振幅や継続時間は、ダムと基礎の剛性により大幅に変動する。この変動の状況から判断して、ここで算定したインパルス応答は適切なものと考えられる。

(2) 本論文で提示したインパルス応答から固有振動モードを抽出する手法は、ダム-基礎系の固有振動解析に有効である。この手法を用いれば、多数のモードの固有振動数、逸散減衰量、複素振動モード形を得ることができる。

(3) ダムの逸散減衰量は、1次モードで最大である。また、ダムと基礎のインピーダンス比の増加とともに逸散減衰量も単調に増加するが、単純な正比例の関係ではない。ただし、ごく大まかには、1次、2次の水平モードに対し、逸散による減衰定数はインピーダンス比の0.4倍、0.2倍程度と考えても良い。

(4) 固有振動数は、インピーダンス比が小さければ、剛基礎を仮定して算定した結果とほとんど変わらない。しかし、インピーダンス比が0.3より大きくなると、固有振動数は剛基礎を仮定して算定した結果よりも、10

%以上低振動数側へシフトする。

(5) 弾性基礎上のフィルダムの振動モード形は本来複素型ベクトルであるが、インピーダンス比が0.3以下の場合、実部と虚部は、ほぼ相似であり剛基礎上のダムの振動モード形と類似している。インピーダンス比が0.5にもなると、基礎面の変形も著しくなり、実部と虚部とで異なる形状を示す。

参 考 文 献

- 1) Fenves, G. and Chopra, A. K. : Earthquake analysis of concrete gravity dams including reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction, EESD, Vol. 12, pp. 663~683, 1984.
- 2) Fenves, G. and Chopra, A. K. : Effects of reservoir bottom absorption on earthquake response of concrete gravity dams, EESD, Vol. 11, pp. 809~829, 1983.
- 3) Fok, K. and Chopra, A. K. : Frequency response functions for arch dams : hydrodynamic and foundation flexibility effects, EESD, Vol. 14, pp. 769~795, 1986.
- 4) Chopra, A. K. and Permalswami, P. R. : Dam-foundation interaction during earthquakes, 3WCEE, A-6, pp. 37~52.
- 5) Antes, H. and Estroff, O. V. : Analysis of absorption effects on the dynamic response of dam reservoir systems by boundary element methods, EESD, Vol. 15, pp. 1023~1036, 1987.
- 6) Apsel, R. J. and Luco, J. E. : Impedance functions for foundations embedded in a layered medium : an integral equation approach, EESD, Vol. 15, pp. 213~231, 1987.
- 7) Wolf, J. P. and Oberhuber, P. : Non-linear soil-structure-interaction analysis using dynamic stiffness or flexibility of soil in the time domain, EESD, Vol. 13, pp. 195~212, 1985.
- 8) 東平光生・吉田 望 : 時間領域の有限要素法と境界要素法の結合解法による地盤振動解析, 土木学会論文集, No. 410/I-12, pp. 395~404, 1989.
- 9) 丹羽義次・小林昭一・北原道弘 : 弾性固有値問題の積分方程式による解法, 土木学会論文報告集, 第285号, pp. 17~28, 1979.
- 10) Ohmachi, T. : Simple evaluation of radiation damping of earth-dam, 8ARC, SMFE, pp. 253~256, April, 1988.

(1989. 7. 26・受付)