

離散化手法による群杭基礎の動的解析法と動特性評価

DISCRETE NUMERICAL ANALYSIS OF GROUP PILES AND THEIR DYNAMIC CHARACTERISTICS

竹宮宏和*・角谷 務**・佐伯光昭***

By Hirokazu TAKEMIYA, Tsutomu KADOTANI and Mitsuaki SAEKI

This paper is concerned with the three-dimensional dynamics of group piles in layered soils with emphasis on the pile-soil-pile interaction. The analysis, based on the substructure technique, is made by the finite element method for piles and the Green function method for soils which makes use of the thin layer formulation. Points for investigation is placed on the pile head impedance function and their group effect. The engineering aspect is also addressed to compare the present solution with the current design formula with respect to the pile head spring constant.

Keywords : group piles, dynamics, pile head impedance, group effect

1. 緒 言

最近の橋梁基礎の建設では、軟弱地盤層へ深い杭基礎を採用することが多い。杭基礎は、一般に、群杭形式をとる。現行の道路橋示方書では、杭基礎の耐震設計手順は弾性支承上の単杭の静的解析に基づいて杭頭ばねを算定している(Chang 公式)¹⁾。そして同下部構造系のばね評価と併せた上部構造系の多質点系モデルに対して地震応答解析を実施する。しかし地震外力を受ける地盤-杭系の応答は、そもそも動的な問題であり、上記の杭頭ばね、同減衰効果は杭と地盤との間の動的相互作用場の解析を通して把握される必要がある。

地盤と杭の動的解析の理論的研究で、単一杭を対象とした研究は数多くあるが、現実の杭基礎が通常は群杭形式をとっているため、特にこれらに関してレビューすると、離散化手法としての多質点系モデル解²⁾、有限要素モデル解³⁾⁻⁵⁾と、連続体手法としての近似三次元波動論解⁶⁾、およびそれらの伝達マトリックス法⁷⁾、有限要素法と境界要素法のハイブリッド解⁸⁾⁻¹⁰⁾に分類される。いずれの手法においても地盤を弾性体、杭をはりで扱っている。

杭基礎は、一般に複数本の杭体から成り、それらが打設されているような地盤は層状地盤であることに注目すると、同状況下の杭-地盤-杭の解析が群杭効果の評価の点から重要となる。本研究は、この目的のために、杭解析には有限要素法、地盤解析には境界要素法を適用して、両者の連成系の定式化をサブストラクチャ法からまず与えている。ただしサブストラクチャ化において、接触面モデルは複数の杭キャビティを有する地盤となり解析が困難となるので、グリーン関数を変位に関するものだけに限る接触体法¹¹⁾を適用している。数値計算では、群杭の動的特性である杭頭インピーダンスおよび群杭効果を評価し、それらの振動数依存性の程度を明らかにしている。さらに橋梁の群杭基礎の耐震設計を規定する道路橋示方書による結果について、本解との比較から言及している。

2. 杭-地盤系の定式化

(1) サブストラクチャ化

地盤-杭系の動的相互作用場を連続体力学から定式化する。地盤と群杭の動的相互作用場は Navier の式に支配される混合境界値問題である。以下では振動数 ω における調和振動状態を対象とする。まず、地盤と杭をそれぞれのインターフェイス S_q に沿って Fig. 1 (1) のようにサブストラクチャ化して、それぞれの動的場を考える。弾性体としての杭には、周辺地盤からの反力としての表面力と、物体力としての慣性力の作用があるため、応力のつり合い式を仮想仕事式で表わせば、ある任意の q -杭に

* 正会員 工博 岡山大学教授 工学部土木工学科
(〒700 岡山市津島中3-1)

** 正会員 工修 日本道路公団技術部構造技術課
(〒100 千代田区霞が関3-3-2)

*** 正会員 日本技術開発(株)地震防災室
(〒160 新宿区大久保2-2)

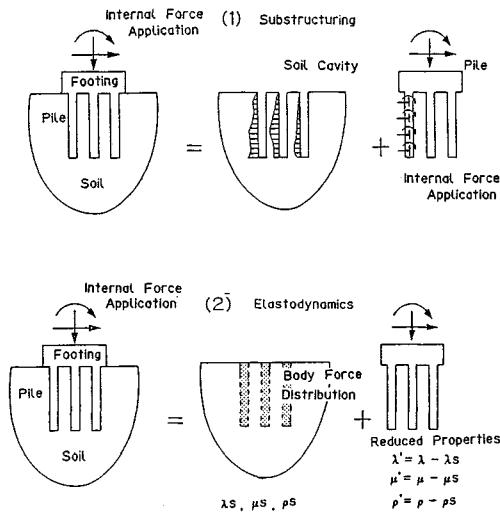


Fig. 1 Substructure Technique for Soil-Pile Dynamics.

ついて

$$\int_{V_q} \delta \mathbf{e}_q^T \boldsymbol{\sigma}_q^p dv = \int_{V_q} \delta \mathbf{u}_q^T (-\rho \omega^2 \mathbf{u}_q^p) dv + \int_{S_q} \delta \mathbf{u}_q^T \mathbf{t}_q^s ds \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\boldsymbol{\sigma}_q^p$ は q 杭体内の応力、 \mathbf{e}_q^p はひずみ、 \mathbf{u}_q^p は変位、 \mathbf{t}_q^s は表面力を、そして $\delta \mathbf{u}_q^p$ は仮想変位、 $\delta \mathbf{e}_q^p$ はそれに応じる内部仮想ひずみを定義している。 ρ^p は密度である。

一方、地盤は杭キャビティを有する状態で、同キャビティから表面力 \mathbf{t}_q^s を受けているが、杭の表面力 \mathbf{t}_q^p とつり合っており、

$$\mathbf{t}_q^s + \mathbf{t}_q^p = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

そして変形状態は

$$\mathbf{u}_q^s = \mathbf{u}_q^p \quad \dots \dots \dots (3)$$

を起こしている。この杭キャビティを有する地盤を、境界要素法の外部問題として定式化して支配方程式を表わすと、 N 本の杭キャビティより成るインターフェイス S_q 上における境界積分方程式を得て

$$\mathbf{c} \mathbf{u}_q^s(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^N \int_{S_q} \mathbf{g}_{u,i}^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mathbf{t}_q^s(\mathbf{y}) ds_q(\mathbf{y}) - \sum_{q=1}^N \int_{S_q} \mathbf{g}_{t,i}^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mathbf{u}_q^s(\mathbf{y}) ds_q(\mathbf{y}) \quad \dots (4)$$

ここに、関数 $\mathbf{g}_{u,i}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 、 $\mathbf{g}_{t,i}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は杭キャビティのない地盤で、 \mathbf{x} 位置に i 方向の単位振幅の周期加振を与えたときの \mathbf{y} 位置での j 方向の変位および表面力の応答を表わすグリーン関数をそれぞれ定義している。これらは基本的には波動方程式(Navier式)をインターフェイスを除く境界条件を導入して得られる解である。地盤の動的特性を杭キャビティの自由度に関して評価するには

\mathbf{u}_q^s と \mathbf{t}_q^s の関係を導けばよい。しかし、上式(4)のグリーン関数 \mathbf{g}_u 、 \mathbf{g}_t は加振点において特異性を有しており、そして \mathbf{g}_t は \mathbf{g}_u よりも特異性が高いため、後者を使用することは数値計算上困難を伴うことが多い。そこで本研究では、杭キャビティをもたない自然地盤を対象に q -杭とのインターフェイスに相当する位置に物体力 \mathbf{t}_q の作用状態を考える(リング加振状態)。このとき杭を除いた地盤領域 $D_{p,ext}$ の変形と杭キャビティにとって代わる地盤部分 $D_{p,int}$ 領域の変形が生じ、これら両領域のインターフェイス上における変位の適合条件、力のつり合い条件は次式でそれぞれ記述される。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{q,ext}^s(\mathbf{x}) &= \mathbf{u}_{q,int}^s(\mathbf{x}) \\ &= \mathbf{u}_q^s(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^N \int_{S_q} \mathbf{g}_u^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mathbf{t}_q^s(\mathbf{y}) ds(\mathbf{y}) \quad \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

$$\mathbf{t}_q^s(\mathbf{x}) = \mathbf{t}_{q,ext}^s(\mathbf{x}) - \mathbf{t}_{q,int}^s(\mathbf{x}) \quad \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 $\mathbf{u}_{q,ext}^s$ 、 $\mathbf{t}_{q,ext}^s$ は $D_{p,ext}$ 領域の、 $\mathbf{u}_{q,int}^s$ 、 $\mathbf{t}_{q,int}^s$ は $D_{p,int}$ 領域の変位、表面力を指し、表面力の法線方向の向きを対象領域から外向きを正としている。式(6)を式(4)に代入し、式(5)を考慮すると、

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{c}) \mathbf{u}_q^s(\mathbf{x}) &= \sum_{q=1}^N \int_{S_q} \mathbf{g}_u^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mathbf{t}_q^s(\mathbf{y}) ds(\mathbf{y}) \\ &+ \sum_{q=1}^N \int_{S_q} \mathbf{g}_u^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mathbf{t}_{q,int}^s(\mathbf{y}) ds(\mathbf{y}) \\ &- \sum_{q=1}^N \int_{S_q} \mathbf{g}_t^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mathbf{u}_q^s(\mathbf{y}) ds(\mathbf{y}) \quad \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

$$= \mathbf{u}_q(\mathbf{x}) - \mathbf{c} \mathbf{u}_{q,int}^s(\mathbf{x}) \quad (q=1 \sim N) \quad \dots \dots \dots (8)$$

上式(7)、(8)のアンダーライン部分は $D_{p,int}$ 領域に対する境界積分方程式を与えている(内部問題)。この内部問題に対する同様な定式化は杭体部の解析においても行う必要があるため、これらの計算は地盤杭として実際の杭体と併せて式(1)と一緒に考えればよい。そのときは解析対象杭は物性的に杭キャビティの埋め戻しに使われた土の物性値だけ低減した物性値をもつことになる。つまり、

$$\bar{\rho}^p = \rho^p - \rho^s \quad \bar{E}^p = E^p - E^s \quad \bar{G}^p = G^p - G^s \quad \dots (9)$$

(2) 離散化

杭を構造要素としてのはりで表わし、その離散化を有限要素法(変位法)から施す。内挿関数 $\Phi_q^i(z)$ (一様はりに対する3次式)を導入して変位を杭軸方向に

$$\mathbf{u}_q^i(z) = \Phi_q^i(z) \bar{\mathbf{u}}_q^i \quad (q=1 \sim N) \quad \dots \dots \dots (10)$$

と離散節点変位(変位と回転角より成る) $\bar{\mathbf{u}}_q^i$ から近似する。式(10)を式(11)に代入し、有限要素法の定式化に従うと、一般に、多自由度系としての運動方程式を得て、

$$(-\omega^2 M^p + i\omega C^p + K^p) \bar{u}^p = \bar{p}^s + \bar{p}^h \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 K^p , M^p , C^p はそれぞれ剛性、質量、減衰マトリックスを定義し、 \bar{p}^s は節点における地盤反力、 \bar{p}^h は杭頭作用力を定義する。これらは次式に従って各要素から計算される。

$$K^p = \sum_e \int_{v_e} B^T D B dv \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$M^p = \sum_e \int_{v_e} \rho^p \Phi^p \Phi^p dv \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$P^s = \sum_e \int_{s_e} \Phi^p t^s ds \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 B は変位-ひずみ関係マトリックス、 D は物性の式(9)で評価されるラメーの定数よりなる構成マトリックス、密度も同じく式(9)のものを採用する。減衰マトリックスは履歴減衰 ξ を物性定数に導入して $E^* = E(1 + i2\xi)$ 、 $G^* = G(1 + i2\xi)$ で評価される。杭体は、一般に円断面でとらえられることが多いが、上述の定式化では断面特性としての曲げ剛性 EI 、せん断剛性 GA 、軸力剛性 EA が規定される。ただし、 E は弾性係数、 G はせん断弾性係数、 I は断面2次モーメント、 A は断面積である。

次に地盤反力の評価において、式(7)、(8)のアンダーライン部のつり合いを考慮する。これは自然地盤内において杭の節点に相当する位置で加振力がある状態である。内挿関数 $\Phi_q^s(z)$ でその深さ方向の変化を近似する。その際、杭体に円形断面を仮定すると、地盤も円筒座標で表現するので、式(5)中の物体力は

$$t_q^s(r, \theta, z) = \Phi_q^s(z) \hat{t}_q^s(r, \theta, \bar{z}) \quad \dots\dots\dots (15)$$

グリーン関数 $g_u(x, y)$ も離散値 $\bar{g}_u(x, y)$ に内挿関数 $\Phi_q^s(z)$ を導入して表わす。

$$g_u(x, y) = \Phi_q^s(z) \bar{g}_u(R, \Theta, \bar{Z}; r, \theta, \bar{z}) \quad \dots\dots\dots (16)$$

そのとき、自然地盤の応答は式(5)の代わりに

$$u_i(R, \Theta, Z) = \sum_e \int_{s_e} g^{eT}(R, \Theta, Z; r, \theta, z) \Phi_{ut}^e t_q^s(r, \theta, z) r dr d\theta \quad \dots\dots\dots (17)$$

より計算される。ただし

$$\Phi_{ut}^e = \int_{s_e} \Phi_{ut}^{eT}(z) \Phi_t^s(z) dz \quad \dots\dots\dots (18)$$

ところで杭の周面に働く表面力が深さ方向にすでに離散化されて節点力として評価されておれば、上式(15)の内挿関数はディラックのデルタ関数としてよい。また加振力分布は、杭の自由度に対応した合力 P_q^s として与えればよいので、これに対するグリーン関数を G_u と定義する。したがって、式(17)は、Fig. 2の規約のもとに

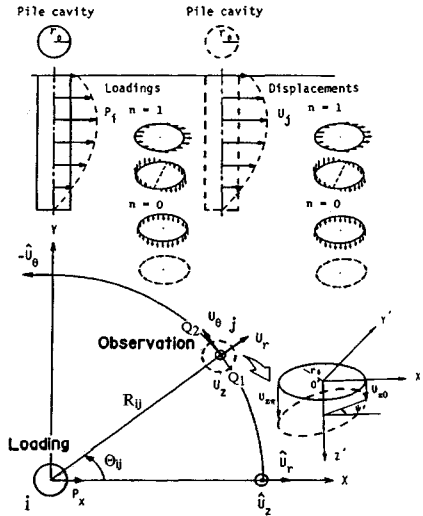


Fig. 2 Soil Flexibility Compatible with Pile Behavior

$$\bar{u}(R, \Theta, Z) = G_u^{mn}(R, \Theta, \bar{Z}; r, \theta, \bar{z}) P_q^s(r, \theta, \bar{z}) \quad \dots\dots\dots (19)$$

となつて、グリーン関数の離散点での評価となる。なお上添字の m, n はそれぞれ加振層、応答層のそれぞれの上面を指している。

三次元はりの自由度は、杭軸において並進と回転の1節点当たり6自由度で記述されるので、地盤とのインターフェイスの自由度をこれに適合するように縮合する。そのため杭体の剛性断面を仮定する。手法として次節に示すように地盤内の加振、および応答において周方向にフーリエ級数展開して $n=0, 1$ 項のリング加振を採用すればよい。そのとき式(19)から、杭の自由度における自然地盤状態でのコンプライアンスを評価できる。この逆マトリックスを計算すれば、同インピーダンス K^s となるので、変位に対応して表面力から合力を算定することができる。その結果、

$$P_q^s(R, \Theta, \bar{Z}) = G_u^{-1}(R, \Theta, \bar{Z}; r, \theta, \bar{z}) u_q(r, \theta, \bar{z}) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$= K^s(R, \Theta, \bar{Z}; r, \theta, \bar{z}) u_q(r, \theta, \bar{z}) \quad \dots\dots\dots (21)$$

よつて、式(11)の群杭に対するマトリックス式へ代入して、

$$(-\omega^2 M^p + i\omega C^p + K^p + K^s) \bar{u}^p = \bar{p}^h \quad \dots\dots\dots (22)$$

と地盤-群杭系の支配方程式を得ることができる。

3. 地盤の三次元インピーダンス

地盤の三次元グリーン関数(式(19))の評価のため、本研究では深さ方向に変位関数を導入して離散化する薄

層要素法を用いる。Kausel, Waas の準解析解^{12),13)}としてのグリーン関数を利用するが、杭(円断面で半径 r)の自由度に対応した地盤反力の合力(モーメントも含めて)は円筒座標系における表面力 \hat{t}_q^s から計算される。直交座標系において

$$\begin{Bmatrix} P_{xyz} \\ M_{xyz} \end{Bmatrix} = \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} R_1(\theta) \\ R_2(\theta) \end{bmatrix} \hat{t}_q^s(r, \theta, \bar{z}) r d\theta \dots (23)$$

ただし、 R_1, R_2 は円筒座標系から直交座標系への変換マトリックスであり、

$$R_1(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \\ & & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (24)$$

$$R_2(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r \sin\theta \\ 0 & 0 & r \cos\theta \\ 0 & r & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

ところで杭の周面上の表面力をフーリエ級数展開しているところ

$$\hat{t}_q^s(r, \theta, \bar{z}) = \sum_{n=0,1}^{s,q} H^{s,a}(n\theta) \hat{t}_{qn}^s(r, z) \dots\dots\dots (26)$$

ただし、

$$H(n\theta) = \begin{cases} H^s(n\theta) = \text{diag}(\cos n\theta & -\sin n\theta & \cos n\theta) \\ & \text{対称項} \\ H^a(n\theta) = \text{diag}(\sin n\theta & \cos n\theta & \sin n\theta) \\ & \text{逆対称項} \end{cases}$$

よって上式(23)の積分結果を、表面力のフーリエ振幅 \hat{t}_{qn}^s により表わすと

$$\begin{Bmatrix} P_{xyz} \\ M_{xyz} \end{Bmatrix} = \sum_{n=0,1}^{s,q} T_n^{s,a} \hat{t}_{qn}^s(r, \theta) \dots\dots\dots (27)$$

ここで $T_n^{s,a}$ は剛体断面の場合の挙動を記述できる $n=1, 0$ のフーリエ項による係数マトリックスで、容易に求まる。加振による応答状態とフーリエ級数項との関係は、水平 x 方向の力 P_x と y 軸まわりのモーメント M_y には $n=1$ の対称項、 y 方向の力 P_y と x 軸回りのモーメント M_x には $n=1$ の逆対称項、鉛直 z 方向の力 P_z には $n=0$ の対称項、そして z 軸回りのモーメント M_z には $n=0$ の逆対称項が対応する。しかし、地盤杭への加振分布を一様とすると近似解とはなるが、解析は容易になる。そして表面力のフーリエ振幅と直交座標系における加振合力との関係が導けて

$$\hat{t}_{qn}^s(r, \bar{z}) = S_n P_{xyz} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 S_n は 1 節点当たり (3×6) のマトリックスで、対称モード、逆対称モードに対応するものがあり、単位の大さの加振力に対してそれぞれ記述される。

次に、 i -地盤杭の加振による j -地盤杭の応答計算について述べる。その場合、 j -杭の応答もその周方向にもフー

リエ級数展開を仮定し、同方向での平均値を採用する。その結果、並進応答には各地盤杭の中心位置の応答を、回転には Fig. 2 に示すように同周面の特定の 2 点 Q_1, Q_2 から次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} \bar{u}_r(r_j, \theta_j, \bar{z}_j^n; r_i, \theta_i, \bar{z}_i^m) &= u_r(R_{ij}, \Theta_{ij}, \bar{z}_j^n, \bar{z}_i^m) \\ \bar{u}_\theta(r_j, \theta_j, \bar{z}_j^n; r_i, \theta_i, \bar{z}_i^m) &= u_\theta(R_{ij}, \Theta_{ij}, \bar{z}_j^n, \bar{z}_i^m) \\ \bar{u}_z(r_j, \theta_j, \bar{z}_j^n; r_i, \theta_i, \bar{z}_i^m) &= u_z(R_{ij}, \Theta_{ij}, \bar{z}_j^n, \bar{z}_i^m) \\ \bar{\phi}_r(r_j, \theta_j, \bar{z}_j^n; r_i, \theta_i, \bar{z}_i^m) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_r &= \frac{r_j}{2} [u_z(\sqrt{R_{ij}^2 + r_j^2}, \Theta_{ij} + \tan^{-1}(r_j/R_{ij}), \bar{z}_j^n, \bar{z}_i^m) \\ &\quad - u_z(\sqrt{R_{ij}^2 + r_j^2}, \Theta_{ij} - \tan^{-1}(r_j/R_{ij}), \bar{z}_j^n, \bar{z}_i^m)] \end{aligned}$$

$$\bar{\phi}_\theta(r_j, \theta_j, \bar{z}_j^n; r_i, \theta_i, \bar{z}_i^m) = \frac{r_j}{2} [u_z(R_{ij} - r_j, \Theta_{ij}, \bar{z}_j^n, \bar{z}_i^m) - u_z(R_{ij} + r_j, \Theta_{ij}, \bar{z}_j^n, \bar{z}_i^m)]$$

$$\bar{\phi}_z(r_j, \theta_j, \bar{z}_j^n; r_i, \theta_i, \bar{z}_i^m) = 0 \dots\dots\dots (29)$$

各次フーリエ応答から直交座標系への変換は、

$$\begin{Bmatrix} u_{xyz} \\ \phi_{xyz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1(\theta_{ij}) \\ R_2(\theta_{ij}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{r\theta z} \\ \phi_{r\theta z} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (30)$$

ただし、 R_1, R_2 はそれぞれ式(25)、(30)において $\theta = \Theta_{ij}$ とした値である。各次フーリエ応答は記述された各加振状態に対して式(28)の変換を介して与えられる。以上より、加振と応答との関係式を三次元直交座標系においてとらえることができる。

$$\begin{Bmatrix} u_{xyz} \\ \phi_{xyz} \end{Bmatrix} = F_{xyz} \begin{Bmatrix} P_{xyz} \\ M_{xyz} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (31)$$

と表わす。ここに F_{xyz} は杭節点に関する地盤フレキシビリティを評価している。よって、同インピーダンスは

$$K_{xyz} = F_{xyz}^{-1} \dots\dots\dots (32)$$

4. 杭基礎インピーダンス

杭基礎の定式化は、杭をはりととらえて、周辺地盤のインピーダンスとの連成振動を三次元マトリックス構造解析法から行い、下部構造の動特性として、杭頂版の自由度に応じた杭頭インピーダンスを評価する。その際、使用する杭の物性値は、前述した物性の重ね合わせ則から、杭の根入れ部について埋め戻し地盤のそれだけ低減した値となっていることに注意されたい(式(9))。このとき、離散化された群杭の支配方程式は式(22)で与えられるが、いま、杭の節点を杭頭(下添字 h)とそれ以外の節点(下添字 i)に区別して分割マトリックスで表わすと、

$$\begin{bmatrix} K_{hh}^p & K_{hi}^p \\ K_{hi}^p & K_{ii}^p + \text{Re}(K_{ii}^s) \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{hh}^p & C_{hi}^p \\ C_{hi}^p & C_{ii}^p + \text{Im}(K_{ii}^s/\omega) \end{bmatrix}$$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} M_{hh}^p & \\ & M_{ii}^p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_h \\ u_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_h \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (33)$$

杭ははり要素として1節点6自由度を有するが、地盤部において回転自由度は並進自由度に比較して無視できる程度のものであるので、上式(33)において、前者はギアン縮合から並進のみの1節点につき3自由度に縮小される。ここで動的剛性マトリックス

$$D = K + i\omega C - \omega^2 M \quad \dots\dots\dots (34)$$

を導入すると、式(33)は

$$\begin{bmatrix} D_{hh} & D_{hi} \\ D_{ih} & D_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_h \\ u_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_h \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (35)$$

さらに杭頭の自由度のみ残して他の自由度を縮合操作から消去すると、

$$\hat{D}_{hh} u_h = p_h \quad \dots\dots\dots (36)$$

と表現できる。ただし、

$$\hat{D}_{hh} = D_{hh} - D_{hi} D_{ii}^{-1} D_{ih} \quad \dots\dots\dots (37)$$

ここで、式(37)は杭頭インピーダンスを定義している。頂版が剛体とすると、その重心変位 u_F と各杭頭の変位 u_h との間に拘束条件が課せられて、

$$u_h = a u_F \quad \dots\dots\dots (38)$$

したがって、頂版からの作用力とつり合う力は

$$p_F = \alpha^T p_h \quad \dots\dots\dots (39)$$

で計算され、式(36)、(38)をこれに代入すると、群杭として総合された杭頭インピーダンスが

$$K_F = \alpha^T \hat{D}_{hh} \alpha \quad \dots\dots\dots (40)$$

と定義される。ただし α は各杭頭と頂版の底面中央を結ぶ剛体結合マトリックスである。

5. 数値解析例とその考察

本研究では、例題解析に橋梁の下部構造としての2基の杭基礎の解析を行った。1つは軟らかい地盤(卓越周期 $T_g=1.31$ 秒、地盤ケース1とよぶ)と他は比較的硬い地盤($T_g=0.78$ 秒、地盤ケース2とよぶ)で、それらの各地盤に打設された群杭はそれぞれ4本($\phi=3.0$ m)のリバース杭と9本杭($\phi=1.2$ m)のベノト杭配置である。Fig. 3 はそれらを示したものである。Table 1 に各地盤の物性を、Table 2 に各杭の諸元を載せてある。

Fig. 4, 5 は解析結果の杭頂版の底面中央における杭頭インピーダンス関数を描いたものである。同関数は複素数の形で得られるが、その実数部はばね効果を、虚数部は減衰効果を表わす。これらの図からは、杭頭はね、減衰効果、ともに振動数に依存して変化する様相がわかる。特に、水平並進、回転との連成分、ねじれにおいて顕著である。一方、回転、鉛直並進成分に対しては対象とした振動数領域では緩やかである。しかし、前者においても、地盤の卓越振動数以下の領域では、それほど大きな変化はない。Fig. 4, 5 において近似波動論解を利用しての伝達マトリックス法による解⁷⁾と、本解析結果と比較しているが、その精度はおおむねよい一致を示している。また、単杭解析結果を杭の本数倍した結果とも比較しているが、杭-地盤-杭の動的相互作用を考慮したものからかなり離れた値となっている。これは、いわゆる群杭効果とよばれる現象のためである。そこでこれについて、次式で定義される群杭効率を調べた。

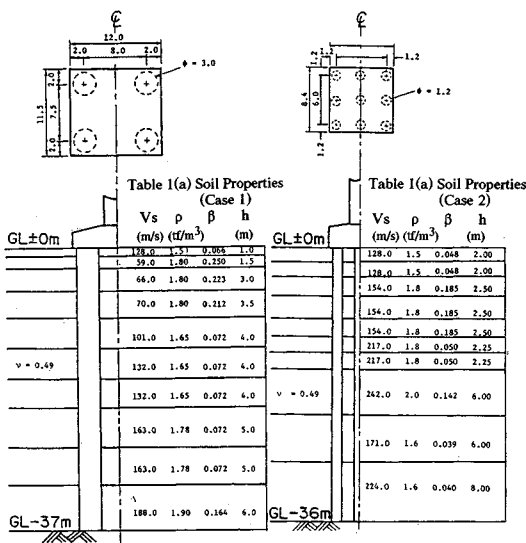


Fig. 3 Pile Foundations for Analysis and Table 1 Soil Properties.

Table 2 Pile Dimensions.

Properties	Foundation	4-Piles Case	9-piles Case
Yongs' Modulus (t/m ²)		2.70 x10 ⁷	2.70 x10 ⁷
Shear Modulus (t/m ²)		1.16 x10 ⁶	1.16 x10 ⁶
Sectional Area (m ²)		7.685	1.131
Unit Weight (t/m ³)		2.5	2.5
Sectional Moment of Inertia (m ⁴)	I _x	1.767	0.1018
	I _y	1.767	0.1018
	I _z	3.534	0.2036
Damping Ratio		0.03	0.03

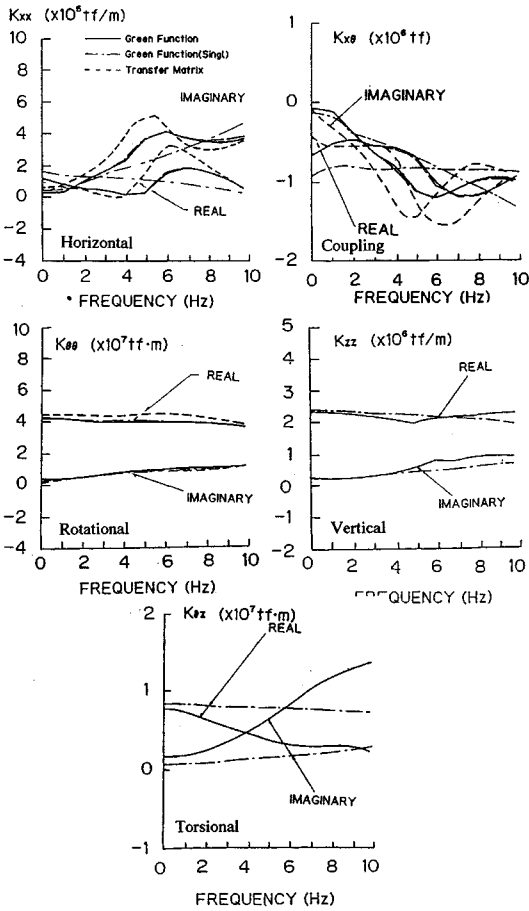


Fig. 4 Pile Head Impedance Functions, 4 Group Piles in Case 1 Soil.

$$e_R^R = \frac{\sum_{q=1}^N Q_q}{NQ_0}, \quad e_M^R = \frac{\sum_{q=1}^N M_q}{NM_0} \dots\dots\dots (41)$$

ここに、 $\sum_{q=1}^N Q_q$, $\sum_{q=1}^N M_q$ はそれぞれ N 本杭の場合の杭頭せん断力、曲げモーメントの総和を、 Q_0 , M_0 は単杭としてのそれぞれの値である。上記の群杭効率、一般に複素数で得られるので、ここでは絶対値をとった結果を Fig. 6 に示す。杭には通常、水平方向の挙動が卓越する。群杭効率もこの応答成分に、解析対象ケースのある場合においては顕著に現われている。同図より、地盤ケース 1 の 4 本杭では、軟らかい地盤中に大口径の杭基礎のため、加振振動数が数 Hz のとき各杭の応答間に位相差が生じ、群杭効率は 1 を越すこともみられるが、同地盤に小口径の 9 本杭では、杭の剛性が低いため、そのような現象が起こるのはさらに高い振動数領域である。地盤ケース 2 の地盤が比較的硬い場合、小口径の 9 本杭はもちろんのこと、大口径の 4 本杭でも群杭効率はかなりの振動

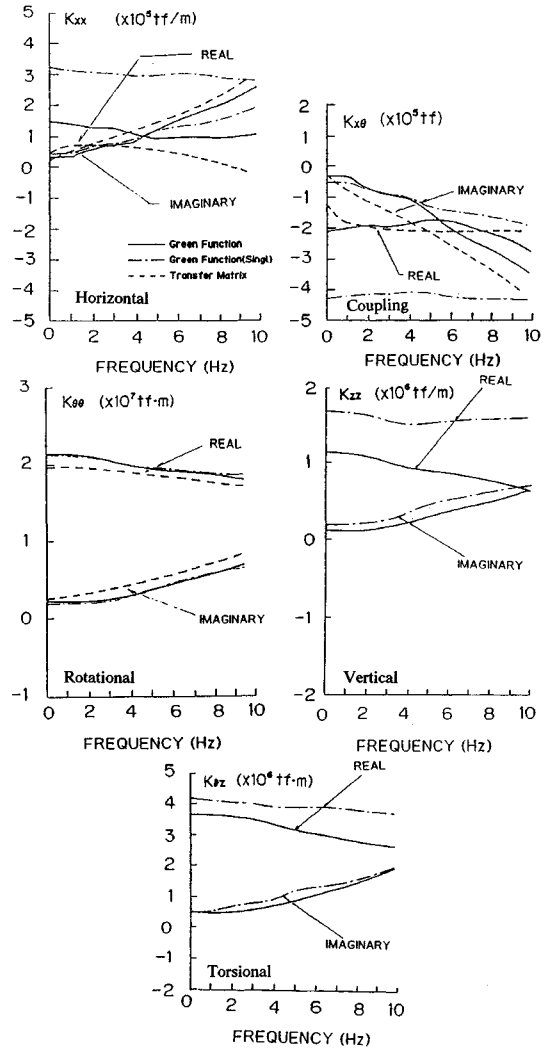


Fig. 5 Pile Head Impedance Functions, 9 Group Piles in Case 2 Soil.

数領域にわたって静的群杭効率近傍の値を保っている。
次に、道路橋示方書(J.R.A.)との比較を試みた。道路橋の下部構造としての杭基礎の設計は、同示方書に従ってなされることから、本解析結果を踏まえて、その杭頭ばねの算定値の精度を検討する。道路橋示方書の算定式は、 N 値に基づく地盤の変形係数から評価した単杭の静的解析結果に杭頂版における杭頭の幾何学条件を導入するのみであり、杭-地盤-杭の動的相互作用を反映した群杭効果を考慮できない。杭基礎の地震時の応答は、一般に、地盤振動に追随した様相を呈するので、振動数に依存する本解析結果を地盤の卓越振動数で固定化した地盤インピーダンスからの杭頭ばねを評価してみた。まず、単杭の場合、Table 3 から示方書の値は杭頭ばね効果を

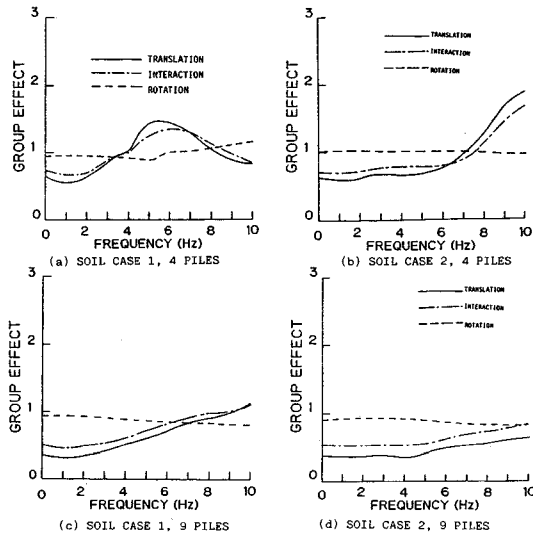


Fig. 6 Group Piles Effect.

過小評価する傾向にある。この傾向は、これまでも有限要素法による静的解析との比較において指摘されてきている。同表では、道路橋示方書による値で正規化した値も示してある。かなり前者の値が後者の値を上回っている。ところが、複数の杭間での動的相互作用を考慮することによって現われる群杭効果は、地盤振動の卓越する低振動数領域では静的状態での値からそれほどかけ離れず 1 より小さい。この群杭としての杭頭ばねの低減率によって、Table 3 でみるように道路橋示方書の過小評価値を結果的にうまく説明できることになっている。

6. 結 論

本数値解析例を通して、以下の事柄がいえる。

(1) 杭-地盤-杭の三次元応答を考慮しての群杭解析により、杭頭インピーダンス関数を杭頂版(剛体)の自由度で評価して、それらの振動数依存の程度の様相を調べた。その変化は、特に杭基礎の応答において卓越する水平振動において顕著である。

(2) 本解析と近似波動論解による伝達マトリックス法との比較により、後者の精度の検討を行った。両者は、傾向的にはよい一致を示すが、数値的には多少の差がみられた。しかし、地盤の卓越振動数付近では両者にはかなりよい一致がみられる。このことは、杭頭インピーダンスを同振動数で固定して上部構造物との連成振動解析をするうえで有用な知見である。

(3) 群杭の評価をした結果では、軟らかい地盤で小断面の杭を本数多く打設している状態では、動的値は静的値とほぼ同じ値を示すが、大断面の杭を小本数打設する状態では、動的値はかえって 1 を越すことになる振動

Table 3 Pile Head Spring Constants.

for Soil Case 1, 4 Piles.

	Single Pile		Group Piles	
	Present Solution	J.R.A.* Specification	Present Solution	J.R.A. Specification
Horizontal [t_f/m]	3.80×10^4 (2.6)	1.48×10^4 (1.0)	8.56×10^4 (1.4)	5.91×10^4 (1.0)
Coupled [t_f/rad]	2.00×10^5 (1.9)	1.06×10^5 (1.0)	5.58×10^5 (1.3)	4.24×10^5 (1.0)
Rotational [$t_f \cdot m/rad$]	2.22×10^5 (1.4)	1.56×10^5 (1.0)	4.14×10^7 (1.1)	3.93×10^7 (1.0)
Vertical [t_f/m]	5.84×10^5 (1.1)	5.16×10^5 (1.0)		

for Soil Case 2, 9 Piles.

	Single Pile		Group Piles	
	Present Solution	J.R.A. Specification	Present Solution	J.R.A. Specification
Horizontal [t_f/m]	3.49×10^4 (3.3)	1.04×10^4 (1.0)	1.15×10^5 (1.2)	0.93×10^5 (1.0)
Coupled [t_f/rad]	4.62×10^4 (1.7)	2.74×10^4 (1.0)	2.14×10^5 (0.87)	2.46×10^5 (1.0)
Rotational [$t_f \cdot m/rad$]	1.72×10^5 (1.3)	1.29×10^5 (1.0)	1.29×10^7 (2.2)	0.57×10^7 (1.0)
Vertical [t_f/m]	1.82×10^5 (2.1)	0.85×10^5 (1.0)		

* Ref.1

数領域がある。しかし、これは地盤卓越振動数よりは一般にかなり高い領域で起こる。

(4) 実務設計における橋路橋示方書は、杭頭ばねの評価で、単杭の場合は過小評価となっているが、軟らかい地盤で杭本数が多くなると本解の動的解析結果に近づく傾向にある。

最後に本研究の遂行にあたって、鹿島財団から昭和 62, 63 年度研究助成金を受けたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 道路橋示方書IV, 下部構造編, 日本道路協会, 昭和 55 年.
- 2) Penzien, J., Scheffey, C.F. and Parmelee, R.A.: Seismic Analysis of Bridges on Long Piles, J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 90, No. EM3, pp. 223~254, 1964.
- 3) Wolf, J.P. and von Arx, G.A.: Impedance Functions of a Groupe of Vertical Piles, Proc. ASCE Specialty Conf. on Earthq. Eng. and Soil Dyn., Vol. 2, pp. 1024~1041, 1978.
- 4) Takemiya, H.: Ring-Pile Analysis for a Grouped Pile Foundation Subjected to Base Motion, Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE, Vol. 3, No. 1, pp. 195s~202s, 1986.
- 5) Waas, G. and Hartman, H.G.: Analysis of Pile Foundation Under Dynamic Loads, Trans. of Struc. Mech. in Reactor Tech., Paris, K5/2, 1981.
- 6) Novak, M. and Aboul-Ella, F.: Impedance Functions of Piles in Layered Media, J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 104, No. EM3, pp. 643~661, 1978.
- 7) Takemiya, H. and Yukawa, Y.: Dynamic Analysis

- of Grouped Pile Foundation in Layered Soils, Structural Eng./Earthq. Eng., JSCE, Vol. 3, No. 1, pp. 183s~193s, 1986.
- 8) Kaynia, A.M. and Kausel, E.: Dynamic Behavior of Pile Groups: 2nd Int. Conf. Num. Meth. in Offshore Piling, pp. 509~532.
- 9) Sen, R., Kausel, E. and Banerjee, P.K.: Dynamic Analysis of Piles and Pile Groups Embedded in Nonhomogeneous Soils, Int. J. Num. Anal. Method in Geomechanics, Vol. 9, pp. 507~524, 1985.
- 10) Chapel, F. and Crepel, J.M.: 3-D Analysis of a Group of Piles in a Multilayered Soil Submitted to a Seismic Field-Comparisons with Experiments, Proc. 5th Int. Conf. Num. Meth. Geomech. 1-5, pp.867~873, 1980.
- 11) 竹宮宏和：地盤-基礎-上部構造物系の地震応答解析—動的サブストラクチャー法の適用—, 土と基礎, Vol. 29, No. 9, pp. 27~34, 1981.
- 12) Waas, G., Riggs, H.R. and Werkle, H.: Displacement Solutions for Dynamic Loads in Transversely-Isotropic Stratified Media, Earthq. Eng. and Struct. Dyn., Vol. 13, pp. 173~193, 1985.
- 13) Kausel, E. and Peek, R.: Dynamic Loads in the Interior of a Layered Stratum: An Explicit Solution, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 72, No. 5, pp. 1459~1481, 1982.

(1989.4.22・受付)
