

# 構造物の最適観測-最適制御システムのロバスト性

## ROBUSTNESS OF OPTIMAL OBSERVER/OPTIMAL CONTROL SYSTEM OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURES

森本俊昭\*・二宮公紀\*\*・馬場俊介\*\*\*

By Toshiaki MORIMOTO, Kohki NINOMIYA and Shunsuke BABA

A refined control scheme with an optimal observer is presented for active optimal control of civil engineering structures. The purpose is to increase the accuracy and robustness of the control system. The structural stiffness and mass distribution cannot be evaluated with 100% accuracy, because there is gradual (aging, shift of live and dead load, etc.) or abrupt (plasticity due to extraordinary external force) change in structural behavior. In the proposed control scheme, stable control is achieved in an asymptotic manner, if there is large mass variation. However, the proposed scheme is not applicable for decrease of stiffness; and it is concluded that the use of servo-control scheme is recommendable in that occasion.

*Keywords*: control, observer, vibration

### 1. はじめに

動的最適制御の概念が土木・建築分野に初めて適用されてから10年余が経過し、数多くの論文が輩出している。Soongの紹介論文によれば<sup>1)</sup>、制御アルゴリズムは、①古典的な線形制御、②極配置原理による制御、③モード分解による制御、④瞬間(全時点)制御、⑤境界状態制御(パルス制御)などに分類できるとし、そのうち①を非現実的とみなしている。また、より現実的な面への拡張として、(a)構造物のモデル化の誤差とそれによる制御不能現象、(b)制御遅れ、(c)観測装置・制御装置の配置と個数、(d)パラメーターの不確実性と同定(最適オブザーバ)、(e)デジタル制御、(f)信頼性などが紹介されている。

著者らは、刻一刻の外力の変動に対処するよう動的制御するためにはデジタル方式がベストである、との認識に立って、上記③と(e)を組み合わせたシステムを採用してきた<sup>2)-5)</sup>。さらに、上記(a)の構造物のモデル化の誤差とそれによる制御不能現象に注目し、同時に

(d)のパラメーターの不確実性と同定問題をも扱うために、最適オブザーバを用いた最適観測-最適制御システムをとり入れることにした<sup>6),7)</sup>。

本研究の特徴は、構造物の振動状態を把握するための観測値が、外力(加速度計)と応答変位(変位センサー)の2本立てとなっている点である(Balas<sup>8)</sup>のように一種類だけの観測値を用いた例は多い)。土木・建築構造物のように多くの部材が集積して造られた大型構造物の場合、外力が正確にわかっているにもかかわらず計算どおりの応答変位を生ずる保証はない。それは、構造物が100%正しくモデル化されているとは限らないし(Udwadia<sup>9)</sup>のように剛性の不確実性を分散の形で評価し最適化に組み入れた例もある)、供用状態の変化により構造物の剛性や質量分布が変動することも起こり得るからである。そうした場合システムに求められることは、予想外の応答に対しても対応できるようなロバスト性の高い(ある意味で柔軟な)アルゴリズムであり、これが観測値を2本立てにする理由である。

本論文の目的は、本システムのロバスト性を定量的に評価するとともに、前述の(c)の観測装置・制御装置の個数の影響についても調べることにある。構成は、2.「制御システムの構築についての概説」、3.「最適オブザーバに関する諸式」(論文<sup>5)</sup>の収束性を改良)、4.「5

\* 正会員 工修 三井物産

\*\* 正会員 工博 川内職業訓練短期大  
(〒895-02 川内市高城町 2526)

\*\*\* 正会員 工博 名古屋大学助教授  
(〒464-01 名古屋千種区不老町)

層と10層のラーメンを対象としたオブザーバの効果分析」, 5. 「サーボ系への言及」, 6. 「結論」である。

### 2. 制御システムの構築

図一は、制御システムを組み込んだ構造物の概念図である。制御力は特定の階に置かれた制御装置(加振機)によって発生され、外力は加速度計によって測定され、変位は観測装置(レーザー方式の変位センサー)によって測定されるものとする。2種類の観測値のうち第1の加速度は外力に換算して用いるので、観測値というよりは外力値と解すべきである。そこで第2の変位が、最適オブザーバの対象となる、いわゆる観測値である。

2つの観測値のうち、変位が得られなくても最適制御は実行できる。しかし、「外力→制御力→応答」という一方通行のシステムでは、構造物が制御システムの筋書どおりに制御されているかどうか保証はない。制御システムの方では「制御しているつもり」でも、構造物は「制御されていない」という危険な状態が生じ得る。ところが、観測値を2本立てにして応答変位を掌握していると、実際の応答と計算値との間の誤差がシステムに入力されるため、強制的な振動の取れんが可能となる。

観測値を2本立てとするメリットが最も発揮されるのは、構造物の剛性・質量特性に変動をきたす場合である。こうした特性は、構造物を有限要素法で離散化する場合、系の剛性・質量マトリックスに相当するが、その数値は構造物の「経年変化」によって変動する。たとえば、強い加振を受けて塑性化したり、老化により材料が劣化したり、部材が補強や改修を受ければ、剛性マトリックスも変動する。また、構造物内部の重量物品の場所移動や機種変更などによって、質量マトリックスも変動する。こうした経年変化による剛性・質量マトリックスの変動に対して、第2の観測値である応答変位を最適オブザー

バとして用いるわけであるが、その効果については4. で示す。

### 3. オブザーバの構成

#### (1) 最適制御の状態方程式

電気・機械の分野でみられる自由度の少ないシステムに対して提唱されているデジタル制御方式を、そのままの形で骨組構造物のような自由度の多いシステムに適用すると、計算時間が自由度数の増加に伴い極端に長くなる。そこで、状態方程式を複素固有モードに分解(制御方程式を対角化)し、大幅な計算時間の短縮を図る<sup>3)-7)</sup>。状態方程式は、次のような形式をとる。

$$Q_i^{*i+1} = A^* Q_i^* + C^* U_i + D^* F_i \dots\dots\dots (1)$$

$$Q_i^* = [Q_i^R ; Q_i^I]$$

ここに、 $Q^*$ は状態変数としての一般化変位、 $U$ は制御力、 $F$ は外力であり、その他の係数は付録に示す。また、下添字“ $i$ ”は時間ステップを、上添字“ $R$ ”と“ $I$ ”は、それぞれ相当するマトリックスの実部と虚部を表わす。

最適制御力の算定にあたって、本論文では最適オブザーバと組み合わせるにあたって式表現のシンプルなレギュレータ制御を採用した<sup>6),7)</sup>。この場合、制御力  $U$  は次式により与えられる(係数は付録参照)。

$$U_i = -E_A Q_i^* - E_B F_i \dots\dots\dots (2)$$

#### (2) オブザーバの存在を前提とした状態方程式

最小次元オブザーバが適用可能であるためには、観測値が状態変数の一部となっていることが必要である。それは、推定値の一部に観測値を充当することが、推定精度の向上につながるからである。ところが、式(1)中の状態変数  $Q^*$  (大きき2mのベクトル)は一般化変位すなわち固有モードの重みであり、観測値で直接充当することはできない。そこで、観測値が状態変数の一部となるように線形変換  $S$  (定義は付録参照)を行う<sup>7)</sup>。

$$Q_i^s = S Q_i^* \dots\dots\dots (3)$$

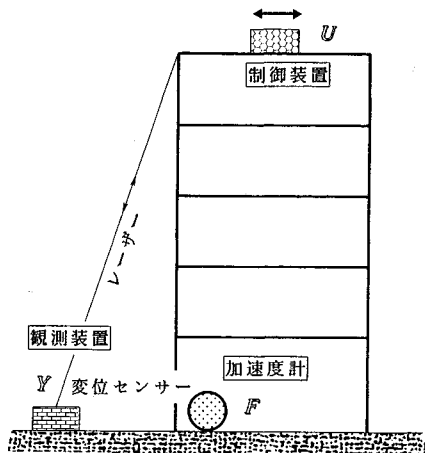
この変換により、状態方程式(1)は上添字“ $*$ ”を“ $s$ ”で置き換えた形で表わされる。

$$Q_i^{s,i+1} = A^s Q_i^s + C^s U_i + D^s F_i \dots\dots\dots (4)$$

$$A^s = S A^* S^{-1}, \quad C^s = S C^*, \quad D^s = S D^*$$

#### (3) 経年変化の影響

構造物に経年変化のない場合には、式(4)が最小次元オブザーバを構成するときの基本状態方程式となる。ところが、2. で指摘したように、構造物の剛性・質量マトリックスに変動が生ずると、状態方程式の表わす振動状態と構造物の真の挙動とが必ずしも一致しない。制御システムによって求められる制御力では、経年変化後の構造物の振動を的確に減衰させられないというわけだが、これは観測値を導入することで補正可能となる。この状態を数式的に記述するためには、真の挙動に相当す



図一 制御システムを組み込んだ構造物の概念図

る状態方程式(未知)を対比のために用意しておくとう  
 利である。すなわち、システム側では制御力  $U$  と外力  
 $F$  を受けて応答  $Q^s$  を与えるのに対し、真の構造物は、  
 $U$  と  $F$  に対して異なる応答  $Q^r$  を示すことから、次の  
 状態方程式を導入する。

$$Q_{i+1}^s = A^s Q_i^s + C^s U_i + D^s F_i \dots \dots \dots (5)$$

ここに、経年変化後の構造特性  $A^s, C^s, D^s$  が未知量  
 であることからわかるように、式(5)は全く仮想的  
 な式にすぎない。システムが把握できる量は、式(5)  
 に従って振動している構造物中の特定の点で観測される  
 $Y$  だけである。

(4) 最小次元オブザーバ

経年変化後の構造物の状態を的確に把握するため  
 には、観測値  $Y$  を用いて真の状態変数  $Q^s$  を推定する必  
 要があることはすでに述べた。そこで、 $Y_i = G x_i$  の代  
 わりに

$$Y_i = G^* Q_i^s \dots \dots \dots (6)$$

を定義する。ここに、 $G^*$  は成分が0と1からなる観測  
 マトリックスである。式(6)のままでは  $Q^s$  を逆推定  
 することができないので、 $G^*$  の可逆化を目的として適  
 当な  $W^*$  を付加し、次のマトリックス  $S^*$  を用意する<sup>7)</sup>。

$$S^* = [G^* \ ; \ W^*]^T$$

この変換  $S^*$  と3.(2)の変換  $S$  とは、1つにまとめ  
 てもオブザーバの構築は可能であり、また従来のオブ  
 ザーバがそうであった。本論文で2つに分離した理由は、  
 オブザーバの最適解を得るために必要な収束計算の実現  
 性を高めるためである(さもないと収束性がきわめて悪  
 い<sup>7)</sup>)。変換  $S^*$  は0と1からなるマトリックスだが、変  
 換  $S$  は固有ベクトルを含んでおり、 $S$  の精度は固有値  
 解析の精度によって決まってしまう。そして収束計算は  
 場合により数千回の繰返しが必要なため、 $S$  に付随す  
 る誤差の累積が最大の問題となる。そのためには、収束  
 計算に  $S$  を持ち込まないようにすればよいが、 $S, S^*$   
 と二分することでそれが可能となる。

状態方程式(4)に変換  $S^*$  を作用させて整理すると

$$S^* Q_{i+1}^s = S^* A^s S^{*^{-1}} S^* Q_i^s + S^* C^s U_i + S^* D^s F_i$$

$$= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \dots & \dots \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} S^* Q_i^s + \begin{bmatrix} C_1 \\ \dots \\ C_2 \end{bmatrix} U_i + \begin{bmatrix} D_1 \\ \dots \\ D_2 \end{bmatrix} F_i$$

となるので、観測結果  $Y$  を踏まえて修正された状態変  
 数  $\bar{Q}^s$  ( $Q^s \rightarrow \bar{Q}^s$  となることが期待される)は、次のよ  
 うに表わされる(係数は付録参照)<sup>6),10)</sup>。

$$\bar{Q}_i^s = S^{**} Q_i + L^{**} Y_i \dots \dots \dots (7 \cdot a)$$

$$Q_{i+1}^s = A^{**} Q_i + B^{**} Y_i + C^{**} U_i + D^{**} F_i \dots \dots \dots (7 \cdot b)$$

上式中、 $Q$  は状態変数  $Q^s$  (の一部)の推定値であり、  
 この導入により  $Q^s$  に関する微分方程式が  $Q$  に関する微  
 分方程式に変換させられる。また、 $L$  は推定誤差を最

小にする係数マトリックスである(誘導は次節)。

式(3),(6),(7)には観測値  $Y$  が含まれている。  
 ここで注意すべきことは、 $Y$  には実部と虚部とが存在  
 するにもかかわらず実際には実部  $Y^R$  しか観測できない  
 点である。そのため虚部  $Y^I$  を式(6)から算出するが、  
 $Q_i^s$  が未知なので、代わりにその推定値  $\bar{Q}_i^s$  を用いる。  
 さらに、 $\bar{Q}_i^s$  自身も未確定なので、式(4)を用いて  
 $\bar{Q}_{i-1}^s$  から  $\bar{Q}_i^s$  を推定することになる。これらの関係を含  
 め制御の全ルーチンを、図-2<sup>9)</sup>に示す。

最小次元オブザーバを組み込んだときの制御力  $U$  の  
 評価式は、式(2)に準じて次のように与えられる(係  
 数は付録参照)。

$$U_i^s = -E_i^s \bar{Q}_i^s - E_b^s F_i \dots \dots \dots (8)$$

(5) オブザーバによる評価関数の修正

オブザーバを考慮した制御評価関数は、できる限り真  
 の状態に近づけるように構成すべきである。すなわち、  
 真の応答量  $Q^s$  と、観測値によって真の値に近づいてゆ  
 く制御力  $U^s = -E_i^s \bar{Q}^s$  (外力項は不要、 $E_i^s$  は未知量)  
 を用いて、次式のように与えることが望ましい。

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{\infty} (Q_i^{sT} R_0 Q_i^s + U_i^{sT} R_1 U_i^s) \dots \dots \dots (9)$$

式(9)中の  $Q^s$  はそのまま残し、 $\bar{U}^s$  は  $\bar{Q}^s$  で置換  
 後に式(7)を代入し、さらに  $\bar{Q}^s$  と  $Q^s$  の誤差(実際  
 には  $E^{**} \bar{Q}^s$  と  $E^{**} Q^s$  の差)を表わすパラメーターと  
 して

$$e_i = Q_i - E^{**} \bar{Q}_i^s \dots \dots \dots (10 \cdot a)$$

$$e_{i+1} = A^{**} e_i \dots \dots \dots (10 \cdot b)$$

を導入し整理すると、評価関数は次のように表わされる。

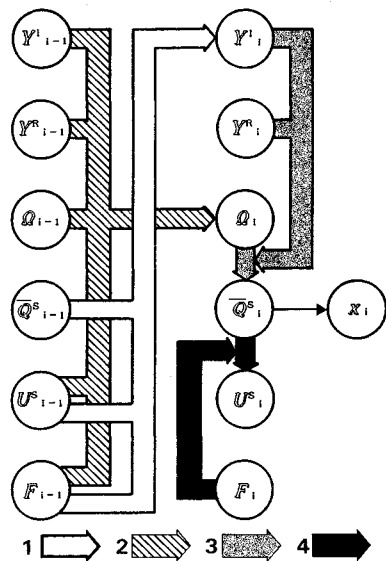


図-2 最適観測-最適制御システムのルーチン

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} [Q^{sT} : e^T]_i \begin{bmatrix} R_0 + E' & E'S^{**} \\ S^{**T}E' & S^{**T}E'S^{**} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q^s \\ e \end{bmatrix}_i$$

ここに、 $E' = E_A^{sT} R_0 E_A^s$  である。上式は  $i=0 \sim \infty$  の和について求める必要がなく、Ljapunov 方程式を利用して次の形式に変換することができる<sup>6),10)</sup>。

$$\bar{J} = (1/2) \{ (Q_0^s)^T P^s (Q_0^s) + e_0^T \Pi e_0 \} \dots \dots \dots (11)$$

$$= J_0 + (1/2) \Delta J(e_0, \Pi)$$

式中  $P^s$  は、Riccati 方程式 (付録の式 (A・1)) の上添字 “\*” を “s” で置き換えたときの解で、現実には未知量である。また、新しいパラメーター  $\Pi$  は、次式を満たす。

$$\Pi = \Pi_0 + A^{**T} \Pi A^{**} \dots \dots \dots (12)$$

$$\Pi_0 = S^{**T} E_A^{sT} (R_0 + C^{sT} P^s C^s) E_A^s S^{**}$$

(6) 評価関数の劣化の最小化

最適な制御力は、式 (11) の評価関数  $\bar{J}$  を最小化することで与えられる。これは、最適レギュレータの評価関数  $J$  (付録の式 (A・2)) に、オブザーバの存在による不確定因子として、 $\Delta J$  に関する第 2 項が追加されたものと考えればよい。第 1 項の  $J_0$  は固定値なので、最適オブザーバは「式 (12) を満たす  $\Pi$  に対して  $\Delta J(e_0, \Pi)$  を最小化するような  $e_0$ 」を求めることで与えられる。

式 (11) の  $\Delta J$  は、式 (10・a) を用いて

$$\Delta J = e_0^T \Pi e_0$$

$$= (\Omega_0 - E^{**} Q_0^s)^T \Pi (\Omega_0 - E^{**} Q_0^s)$$

と変形される。ここで、 $e_0$  は一種の誤差であるから、 $\Delta J$  をその平均値  $E[\Delta J]$  で代表させると<sup>6),10)</sup>

$$E[\Delta J] = E \{ [(Q_0^s)^T E^{**T} \Pi E^{**} (Q_0^s)] \}$$

$$= \text{tr } E^{**T} \Pi E^{**} \dots \dots \dots (13)$$

となる。ここに、 $\Omega_0 = 0$ 、 $E \{ [(Q_0^s)^T (Q_0^s)] \} = 1$  と仮定する (これらは相対量にすぎない)。

式 (12) の条件下での式 (13) の最小化を、Lagrange の未定乗数法により行う。新しい評価関数を  $J^*$  とおくと

$$J^* = \text{tr } E^{**T} \Pi E^{**} + \text{tr } \Lambda^T (\Pi_0 + A^{**T} \Pi A^{**}) \dots \dots (14)$$

ここに、 $\Lambda$  は未定乗数マトリックスである。式 (14) に含まれる  $E^{**}$  と  $A^{**}$  は、式 (7・b) によればともに  $L$  の関数であることから、上式中の独立変数は  $\Pi$  と  $L$  の 2 つだけとなる ( $\Pi_0$  は確定量)。

式 (14) で、 $\partial J^* / \partial \Pi = 0$ 、 $\partial J^* / \partial L = 0$  とおいて整理すると、 $L$  が次のように確定する ( $\Lambda$  の漸化式は論文<sup>9)</sup> に比べて簡易化しており、収束性の向上につながっている<sup>7)</sup>)。

$$L = A_{22} \Lambda A_{12}^T (I_{2m-2k} + A_{12} \Lambda A_{12}^T)^{-1} \dots \dots \dots (15 \cdot a)$$

$$\Lambda = I_{2m-2k} - \Lambda_{22} + L A_{12} \Lambda A_{12}^T \dots \dots \dots (15 \cdot b)$$

これにより、式 (7)、(8) を用いることで、最適観測-最適制御システムが実行可能となった。

最適オブザーバを実現する  $L$  は、式 (15) の導出過程から明らかなように、経年変化後の構造特性 ( $A^s$ 、 $C^s$ 、 $D^s$ ) が未知量であっても最適推定を与える。このことは、経年変化前の構造特性 ( $A^s$ 、 $C^s$ 、 $D^s$ ) を用いても、経年変化後の構造物に対して最適オブザーバを構成できるということを示している。

4. 構造物への応用数値計算

(1) 経年変化の計量的評価

構造物の剛性・質量に変化が生じて、構造物の応答を観測して状態変数を推定するオブザーバがあれば、ある程度の変化に対しては制御可能となる。ここでは、1 層～5 層のラーメンに衝撃力として El Centro で記録された地震波 (加速度波) が作用する場合を例にとり、剛性・質量変化の影響を個別にとらえることで、オブザーバの適用限界を定量的に評価する。

図-3(a) は制御性能に及ぼす剛性変化の影響を、図-3(b) は質量変化の影響を示す。いずれの場合も、制御装置と観測装置は 1 か所 (最上階の天井部) で、加速度波に相当する水平力を各層天井部に作用させるものとする。図の横軸は、制御システムの剛性・質量の変動幅 (%) を、縦軸は制御力の最大値を示す (経年変化=0%、制御・観測とも 1 か所の 1 層ラーメンの最大制御力で正規化)。

図-3 より、次の結論を得る。

- ① 剛性の変化、特に弱体化に対しては、オブザーバの効果が乏しく、-10% 程度の剛性低下により制御不能になる場合がある。多層構造では変形が大きいため、不可制御域が広がる。
- ② 質量の変化に対しては、オブザーバの存在によりいかなる場合も制御可能である。ただし、質量増加によって制御力がほぼ線形に増加する。
- ③ 層数のいかににかかわらず制御装置が 1 か所なのに、層数が増加しても最大制御力は比例的に増加しない (5 層でも 2 倍以内)。

オブザーバの導入により、質量変化に対してロバスト性は飛躍的に増大することが確認されたが、剛性変化に対してはロバスト範囲が狭い領域に限定されてしまう。この現象は、次のように解釈される。すなわち、質量変化は振動数に影響を与えるだけなので、オブザーバの役割は波のずれを修正するだけでよかった。それに対して、剛性変化は振幅にも影響を与えるため、剛性が低下すると振幅は拡大する。観測変位が増大するとオブザーバは外力を上回る制御力を指令し、その結果変位が一層増大すると、それを打ち消すためにさらに大きい制御力を指令する、というような悪循環につながる。これが、発散振動を励起して制御不能領域を生む原因である。

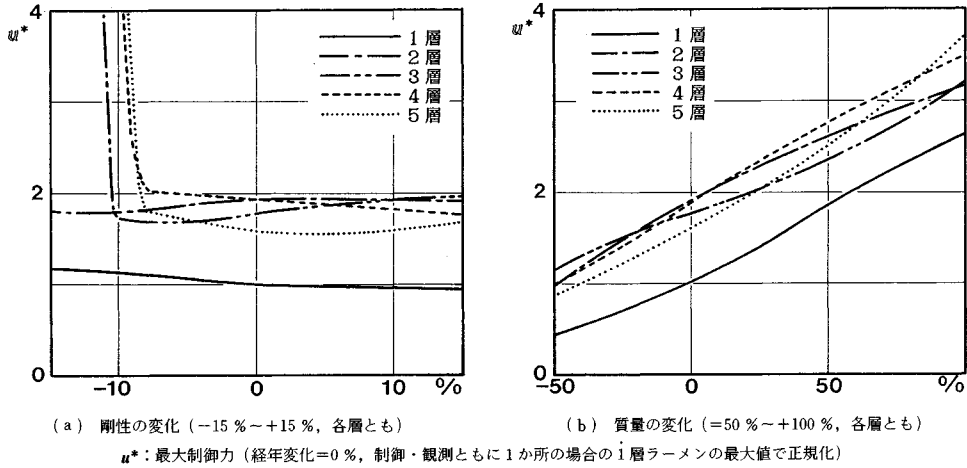


図-3 経年変化と制御可能性 (1~5層, 制御・観測装置=1か所)

(2) オブザーバと制御装置の効果

制御可能な場合でも, 制御装置と観測装置の個数によって制御効果に差が生ずる. ここでは, 10層の高層ラーメンに限定して, 制御装置・観測装置の個数が振動状態 (水平変位) に及ぼす影響について検討する.

図-4(a), (b) は, 経年変化として+30%の質量を付加し, 制御装置については

- ① 1か所 (第10層)
- ② 2か所 (第5, 10層)

という2種類を考えた場合の, 変位, (第5, 10層)の経時的な変化を示したものである. ここに, 図(a)は観測装置2か所 (第5, 10層)の場合, 図(b)は観測装置5か所 (第2, 4, 6, 8, 10層)の場合である. 横軸は地震発生後の時間 (秒) を, 縦軸は一定時間 (4秒) ごとの水平変位の最大値を示す (付加質量=+30%, 無制限の場合の第10層の最大変位で正規化).

図-5(a), (b) は, 制御装置を第10層に1か所だけ設置し, 観測装置については

- ① 0か所
- ② 1か所 (第10層)
- ③ 2か所 (第5, 10層)
- ④ 5か所 (第2, 4, 6, 8, 10層)

の4種類を想定し, 第10層における変位の経時的な変化を示したものである. ここに, 図(a)は経年変化として+30%の質量を, 図(b)は+50%の質量を付加した場合である. 横軸・縦軸とも図-4と同一量だが, 縦軸については付加質量=+30%もしくは+50%, 制御1か所, 無観測の場合の第10層の最大変位で正規化する. なお図中には, 付加質量の影響をあらかじめ状態方程式に取り入れて計算した「真の最大変位」の推移を点線で示してある (観測装置なし).

図-4, 図-5より, 次の結論を得る.

- ① 制御装置の増加は振動の収れんを早め, 特に強震部で効果が大きい (1つの制御装置に発生できる制御力には上限があり, 強震部では絶対量が多いほど制御効果は大きい).
- ② 観測装置の増加は振動の収れんを早め, 特に弱震部でその効果が著しい (システムにより算出される系の応答と現実の構造物の応答との相違は, 自由振動が卓越する弱震部で最もはっきりする). 隔層ごとに観測装置を設置すると, ほぼ完全に質量変化を掌握できる (図中点線と一致する).

以上のうち, ①の結果は, 図-3の結論③と結びつけると, 制御装置は5~10層程度では最上階に1か所程度で十分で, かつ効率も高いという知見を導くことができる.

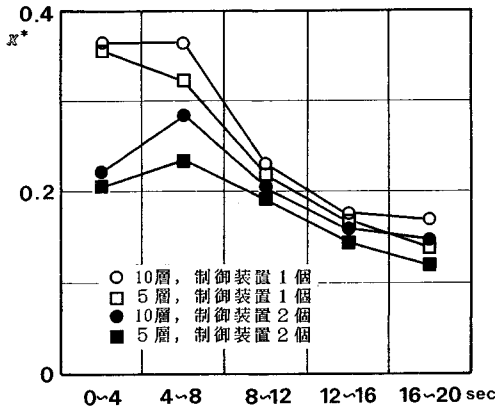
5. 最適サーボシステム

(1) 最適観測-最適制御システムの不安定性

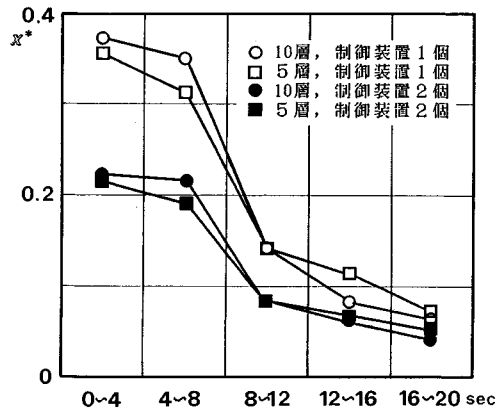
図-3は, 剛性の低下が起こった場合, 剛性変化前の構造物に対して設定された最適制御システムでは, いくら最適オブザーバによって実変位を調べても, 制御不能になる場合があることを指摘していた. その理由は, 制御力の設定式(2)もしくは(8)が, 制御力がオブザーバによって予想される真の変位状態  $Q^*$  (もしくは  $\hat{Q}^*$ ) の倍数として, 与えられる点にあった. この関係を打破するには, 制御力を全く異なる方式で設定する必要がある. それがサーボ制御で, 以下剛性低下に対するサーボ制御の有効性を示す.

(2) サーボ制御の定式化

サーボ制御は, 制御力が観測変位と目標値の誤差量によって算定されるシステムである<sup>(10)~(13)</sup>. 本論文の目的



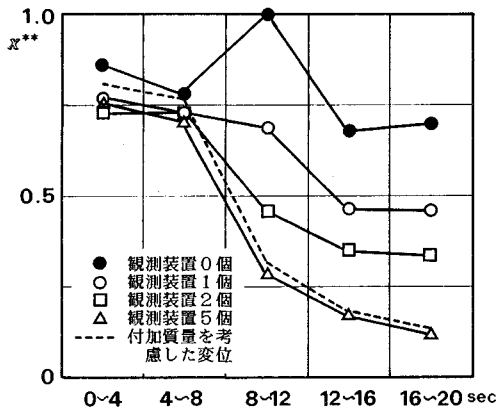
(a) 観測装置2か所 (第5, 10層)



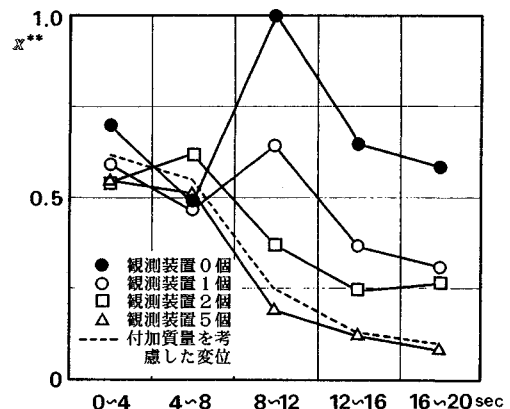
(b) 観測装置5か所 (第2, 4, 6, 8, 10層)

$x^*$ : 水平変位 (質量変化=+30%, 無制御の場合の第10層の最大変位で正規化)

図-4 経年変化と制御装置の個数の関係 (10層, 質量変化=+30%, 制御装置=1, 2か所)



(a) 質量変化=+30%



(b) 質量変化=+50%

$x^{**}$ : 水平変位 (質量変化=+30, 50%, 制御1か所, 無観測の場合の第10層の最大変位で正規化)

図-5 経年変化と観測装置の個数の関係 (10層, 制御装置=1か所, 観測装置=1, 2, 5か所)

は、最適観測-最適制御システムの制御効率の検証にあり、サーボ制御は不可制御な事態に対する回避法の提言にすぎないので、ここでは基礎式と、適用結果の計算例を示すにとどめる。

サーボ制御では、制御力  $U$  は、観測変位  $Y^R$  と目標値  $r$  の差により

$$U_i = -E(Y_i^R - r_i) \dots \dots \dots (16)$$

のように設定される。最も簡単な1型サーボ制御の場合、式(16)は、観測変位の定義式

$$Y_i^R = G \phi^R Q_i^*$$

を考慮し、さらに目標値設定のためのパラメーター  $z^{(0)}$

$$r_i = G^T z_i, \quad z_{i+1} = z_i - (Y_i^R - r_i)$$

を導入すると、 $Q_i^*$  と  $z$  を用いて表示できる。すなわち

$$U_i = -E_i^T Q_i^* + E_i^T z_i \dots \dots \dots (17)$$

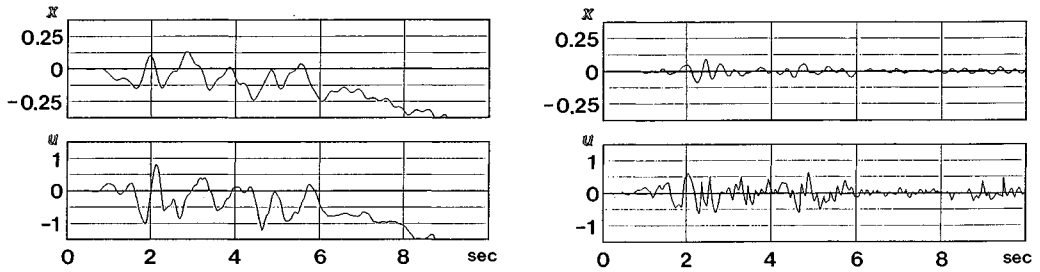
最適サーボは、状態方程式(1)で表わされる振動系に

おいて、式(17)中の係数  $E_i^T$ ,  $E_i^T$  の最適解を求めることで実現する。なお、目標値  $z_i = 0$  とする<sup>7)</sup>。

(3) 最適サーボ制御の適用例

ここでは3層ラーメンで-15%の剛性低下があるときの制御状態について検討する。計算の条件は図-3と同一とする。

まず、比較のために、最適観測-最適制御システムの場合の応答変位と制御力の経時変化を、図-6(a)に示す(上図は変位、下図は制御力)。結果は発散傾向となっており、このシステムが剛性の低下という不測の事態には向かないことを示している。これに対して、同じ条件下で最適サーボシステムを適用すると、図-6(b)のような経時変化を示す。急速な振動の収れんが行われており、サーボの広い適用性を示唆する結果となった。



(a) 最適観測-最適制御システム (b) サーボ制御システム  
 $x$ : 水平変位 (剛性変化=0%, 無制御の場合の最大値で正規化),  $u$ : 制御力 (外力の最大値で正規化)

図-6 剛性低下と制御状態 (3層, 剛性変化=-15%, 制御・観測装置=1か所)

### 6. 結 論

土木・建築構造物の耐震・耐風性向上を目的として最適制御を導入しようとする場合、システムの絶対的な安全性が最重要の問題となる。構造物が長期間にわたって使われる土木・建築分野の場合、その経年的な変化も制御の信頼性に大きな影響を及ぼす。制御システムの側に登録されているのは、設計段階で想定された剛性と質量評価にすぎず、供用状態の変化により構造物の真の剛性や質量分布も変化してゆくからである。

本論文では、上記の主旨に沿って最適オブザーバと最適制御とを組み合わせた制御システムを構築し、かつ構造物の経年変化に対する適用性の限界を、数値計算によって調べた。10層程度の簡単な鋼骨組み構造という前提ではあるが、結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 最適観測-最適制御システムは、質量の変動に対しては高いロバスト性を示す (可制御である)。
- (2) 制御装置の個数は、多に越したことはないが、1か所でも十分な制御が可能である。
- (3) 観測装置の個数も、多に越したことはないが、1か所でもかなりの効果が期待できる。
- (4) 最適観測-最適制御システムは、剛性の低下に対しては不適合であり、不可制御領域が存在する。
- (5) 参考にした最適サーボシステムは、剛性の低下に対しても高いロバスト性を示す。

本稿では、一部の不可制御領域に対する対処法という位置付けで、最適サーボ制御の簡単な応用例を示した。1型サーボ系では、制御力の算定がわずか1~数点の観測値だけによって左右されるという欠点もあり、その改良が今後の検討課題であろう。

### 付 録

式 (1):

$$\hat{A}^R = \cos(\hat{\omega}'\Delta t), \hat{A}' = \sin(\hat{\omega}'\Delta t)$$

$$\hat{B}^R = M^* \{ (I - \hat{A}^R) \hat{M}^R - \hat{A}' \hat{M}^* \}$$

$$\hat{B}' = M^* \{ \hat{A}' \hat{M}^R + (I - \hat{A}^R) \hat{M}^* \}$$

$$M^* = [2(\hat{\omega}')^2 \{ (\hat{M}^R)^2 + \hat{M}^* \}]^{-1}$$

$$\hat{C}^R = [\hat{B}^R(\phi^R)^T + \hat{B}'(\phi^R)^T] I_u$$

$$\hat{C}' = [-\hat{B}'(\phi^R)^T + \hat{B}^R(\phi^R)^T] I_u$$

$$\hat{D}^R = [\hat{B}^R(\phi^R)^T + \hat{B}'(\phi^R)^T] I_f$$

$$\hat{D}' = [-\hat{B}'(\phi^R)^T + \hat{B}^R(\phi^R)^T] I_f$$

ここに、 $\hat{\omega}$  は系の複素固有値からつくられた対角マトリックスを (“” はマトリックスの対角性を意味する)、 $\Delta t$  はデジタル化するときの時間間隔を、 $\hat{M}$  は系の質量マトリックスを、 $\phi$  は系の複素固有ベクトルを、 $I_u$  と  $I_f$  はサイズを合わせるためのダミー・マトリックスである<sup>5)</sup>。

式 (2):

$$E_a = EA^*, E_b = ED^*$$

$$E = (R_v + C^* P C^*)^{-1} C^{*T} P$$

ここに係数中の  $P$  は、定常 Riccati 方程式<sup>10)</sup>

$$P = R_0 + A^{*T} P A^* - A^{*T} P C^* (R_v + C^* P C^*)^{-1} C^{*T} P A^* \dots \dots \dots (A \cdot 1)$$

の正定解  $P$  に相当し、 $R_0$  と  $R_u$  は、次の二次形式で表わされる評価関数  $J$  の重みである。

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{\infty} (Q_i^* R_0 Q_i^* + U_i^T R_u U_i) \dots \dots \dots (A \cdot 2)$$

式 (A・2) 中の  $Q_i^*$  は式 (1) で置き換えられるが、そこに含まれている外力項は、 $F_i = 0$  とすればよい (過去の  $F_i$  は確定量のため定数、現時点の  $F_i$  は与量のためやはり定数であり、 $J$  になら影響を及ぼさないため)。

式 (3):

$$S = [G\phi^{Ri} : W^R : G\phi^{iR} : W^i]^T$$

$$\phi^{Ri} = [\phi^R : -\phi^i], \phi^{iR} = [\phi^i : \phi^R]$$

ここに、 $\phi$  は固有マトリックス<sup>5),6)</sup>、 $G$  は観測点  $Y_i$  (大きさ  $2k$ ) と全節点  $x_i$  (大きさ  $n$ ) とを  $Y_i = Gx_i$  のように結びつける係数である。 $W$  は  $|S| \neq 0$  となるように適当に選ぶ。

式 (7):

$$S^{**} = S^{*-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ I_{2m-2k} \end{bmatrix}, \quad L^{**} = S^{*-1} \begin{bmatrix} I_{2k} \\ \dots \\ L \end{bmatrix}$$

$$A^{**} = A_{22} - LA_{12}$$

$$B^{**} = A^{**}L + A_{21} - LA_{11}$$

$$C^{**} = C_2 - LC_1 = E^{**}C^s$$

$$D^{**} = D_2 - LD_1 = E^{**}D^s$$

$$E^{**} = [-L : I_{2m-2k}]S^*$$

ここに  $I_{2m-2k}$  と  $I_{2k}$  は、それぞれ、大きさ  $(2m-2k)$  と  $(2k)$  のベクトルである。

式 (8)：

$$E_A^s = E^s A^s, \quad E_D^s = E^s D^s$$

$$E^s = (R_v + C^{sT} P^s C^s)^{-1} C^{sT} P^s$$

ここに、 $P^s$  は Riccati 方程式 (A・1) の上添字 “\*” を “s” で置き換えたときの解である。

#### 参 考 文 献

- 1) Soong, T. T. : Active Structural Control in Civil Engineering, Eng. Struct., 10(4), p.74, 1988.
- 2) Baba, S., Ninomiya, K. and Kajita, T. : Servo-Strengthening System in Large-Scale Suspension Bridge, Proc., 13th Int. Symp. on Modelling and Simulation, Lugano, Italy, p.341, 1985.
- 3) Baba, S., Ninomiya, K. and Kajita, T. : Active Control of Bridge Structures based on Modal Analysis, Final Rep. of IABSE Symp., Tokyo, Japan, p.82, 1986.
- 4) Baba, S., Ninomiya, K. and Kajita, T. : Active Optimal Control of Steel Frame Structures under Earthquake Motion, Proc., Int. Conf. on Steel Structures, 3, Budva, Yugoslavia, p.779, 1986.
- 5) 馬場俊介・二宮公紀・梶田建夫：鋼構造物のデジタル最適自動制御，土木学会論文集，No.380，p.375，1987.
- 6) Baba, S., Ninomiya, K. and Hayashi, Y. : Active Optimal Control of Structure using an Optimal Observer, J. Eng. Mech., ASCE, 115(11), p.2564, 1989.
- 7) 森本俊昭・二宮公紀・馬場俊介：最適自動制御オブザーバの改良とそのロバスト性，土木学会第44回年次学術講演会講演概要集，p.760，1989.
- 8) Balas, M.K. : Feedback Control of Flexible System, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-23(4), p.673, 1978.
- 9) Udawadia, F.E. and Flashner, H. : Trade-Offs Between Identification and Control in Dynamic Systems, J. Applied Mech., 55(12), p.939, 1988.
- 10) 美多 勉：デジタル制御理論，昭晃堂，255p., 1984.
- 11) 古田勝久・原 辰次：サーボ技術と現代制御理論，計測と制御，19(10)，p.953，1978.
- 12) 木村英紀・井上雄二郎・藤井隆雄：多変数制御系の理論と応用Ⅲ・Ⅵ～Ⅷ，システムと制御，22(7，10～12)，1978.
- 13) 美多 勉・向田昌幸：デジタル制御系における最適サーボ系の設計，計測自動制御学会論文集，19(3)，p.193，1983.

(1989.1.16・受付)