

宇佐美勉  
垣内辰雄 共著 “鋼ラーメン構造物の合理的設計式の一提案” への討議・回答  
水野克彦

(土木学会論文集, 第404号 / I-11 1989年4月掲載)

▶ 討議者 (Discussion) ——— 中井 博 (大阪市立大学) ・ 酒造敏廣 (大同工業大学) ・ 大垣賀津雄 (川崎重工業(株))  
By Hiroshi NAKAI, Toshihiro MIKI and Kazuo OHGAKI

鋼骨組構造物の耐荷力を合理的に評価する方法として、各種  $P-\Delta$  解析法<sup>1)~3)</sup>を取り上げられた著者らの論文を興味深く読ませていただきました。しかし、論文中、討議者らが提案した  $P-\Delta$  解析法<sup>1)</sup>(以下、修正  $P-\Delta$  法という)の解釈・適用ならびに解析結果の考察に関して、以下の諸点に疑問をもちましたので、ここに討議をとりまとめました。なお、以下で用いる記号および用語については、特に断らない限り著者らのものを用いております。

- (1) 修正  $P-\Delta$  法の適用方法について (Appendix II の p. 339 の右下 9 行目以後、および、本文 p. 337 の右上 4 行目~p. 338 左上 11 行目)

討議者らは、修正  $P-\Delta$  法の特徴として、SSRC<sup>2)</sup>の  $P-\Delta$  法のような逐次近似の繰り返し計算を必要とせず、解の精度は部材分割数に影響されないということを述べました<sup>1)</sup>。Appendix II の計算例において、この点が誤って解釈されています。

すなわち、著者らが Fig. 5 に示した片持ち柱の耐荷力解析に修正  $P-\Delta$  法を適用すると、片持ち柱は Fig. I (b) のようにモデル化されます。すると、弾性一次理論により、柱頭部のたわみ  $\Delta$  および柱基部の曲げモーメント

$M$  は、柱の部材軸方向の分割数に関係なく、それぞれ次のように与えられます。

$$\Delta = \frac{1+(P/H)\psi_0}{1-\beta} \cdot \frac{Hh^3}{3EI} \dots\dots\dots (I)$$

$$M = -\frac{1+(P/H)\psi_0}{1-\beta} \cdot Hh \dots\dots\dots (II)$$

上式で初期不整を考慮するための初期部材回転角  $\psi_0$  を 0 とおいて Appendix II (p. 339 の右下 9 行目以後) のように弾性域での考察を行うと、 $\Delta$  および  $M$  に対する増幅係数は、上式からも明らかのように、柱の分割数にかかわらず常に式 (A・15) で示された  $1/(1-\beta)$  となります。柱を 2 分割した場合の修正  $P-\Delta$  法の結果として、著者らは式 (A・12) および (A・13) を示されておりますが、これらは“逐次近似計算を前提としているにもかかわらず、中間分割点における  $P-\Delta$  効果を無視して得られた結果”であり、討議者らの方法とは全く相違するものです。

したがって、Appendix II をもとにして本文 p. 337 の右上 4 行目~p. 338 左上 11 行目の中で指摘された「部材分割数を多くすれば誤差がかえって大きくなる」ということはありません。

- (2) 修正  $P-\Delta$  法の精度について (Fig. 4, p. 337 の左下 3 行目~p. 338 の左上 11 行目、ならびに結言の 7) および 8))

各種  $P-\Delta$  解析法の精度を比較された Fig. 4 の結果をみる限り、討議者らは、修正  $P-\Delta$  法は細長比パラメーター  $\bar{\lambda}=0.6$  および  $0.9$  の 2 層ラーメンの FEM 解析値に対してほぼ満足できる結果を与えていると考えます。

著者らは、 $\bar{\lambda}=0.9$  の 2 層ラーメンに対して、修正  $P-\Delta$  法が危険側の耐荷力値を与える原因として、p. 337 の左下 3 行目~右上 3 行目に、中間分割点の  $P-\Delta$  効果による付加重重  $2P(\psi_1-\psi_2)$  が考慮されていないことを指摘されています。しかし、修正  $P-\Delta$  法では、分割点にお

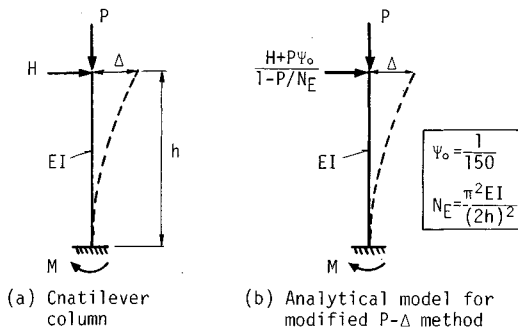


Fig. I Analysis of cantilever column by modified  $P-\Delta$  method<sup>1)</sup>.

る部材回転角  $\psi$  を求めて逐次近似の繰返し計算を避けるために上述の増幅係数  $1/(1-\beta)$  を導入しており、ご指摘の点は考慮する必要がありません。また、これに関連して、p. 334 の左上3行目～5行目の説明のように、修正  $P-\Delta$  法では中間の水平荷重による  $P-\Delta$  効果を考慮していませんが、その影響は非常に小さいということを申し添えておきます<sup>9)</sup>。p. 337 の右下2行目～p. 338 の左上11行目に指摘された分割数の影響については、上記(1)で述べたとおりです。

(3) 断面の全塑性相関曲線について (Table 1, Fig. 4)

Fig. 4 から、ECCS<sup>3)</sup>の方法は、細長比パラメーター  $\bar{\lambda}$

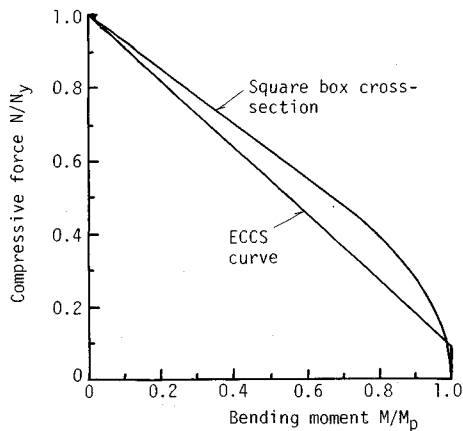


Fig. II Interaction curve for compression and bending.

が小さくなると(=0.6)、2層ラーメンに対して、かなり

▶回答者 (Closure) ————— 宇佐美勉 (名古屋大学)・垣内辰雄 (JR 西日本)・水野克彦 (大成建設)

By Tsutomu USAMI, Tatsuo KAKIUCHI and Katsuhiko MIZUNO

著者らの論文に対して貴重なご討議をいただきまして深く感謝致します。ご指摘の3点につきまして以下に著者らの考えを述べさせていただきます。

(1) この点に関しては、説明の拙さからか著者らの真意が正しく伝わらなかったものと思います。基本的には、 $P-\Delta$ 法のどの方法も部材を分割して用いるものではありません。著者らが Appendix II で用いた中間節点をもつ柱のモデル (Fig. I) は、本文中でも断つてあり、2層のラーメンを模擬するために、中間節点は、床レベル2にあたるわけです。したがって、数値計算の結果得られた著者らの結論“部材分割数を多くすれば誤差がかえって大きくなる”は、“ラーメンの階数が多くなるほど誤差が大きくなる”と読み替えられます。

著者らの論文の結論(8)すなわち、“中井・酒造の方法

安全側の結果を与えてしまうようにみえます。これは、断面の全塑性相関式として Table 1 中の式(21)を用いているためではないでしょうか。なぜなら、同式は圧縮と曲げを受ける I 形断面の強軸に関する全塑性相関曲線を近似したものであるからです<sup>3)</sup>。Fig. 4 で解析された骨組の部材断面は正方形箱形断面であり、I 形断面の全塑性相関曲線が偏平な曲線となるのに対して、箱形断面の場合には外側への膨らみが大きい曲線となります (Fig. II 参照)。

したがって、Fig. 4 で対象とされた各種  $P-\Delta$  法において、断面の全塑性相関式に同一のものを用いれば、計算値の差異は小さくなるのではないのでしょうか。

#### 参考文献

- 1) 中井 博・酒造敏廣・大垣賀津雄：鋼薄肉ラーメン構造物の限界強度の近似計算法，土木学会論文集，第 380 号 / I-7，pp. 263～272，1987 年 4 月。
- 2) Galambos, T.V. ed.: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Fourth Edition, John Wiley & Sons, 1988.
- 3) ECCS-Technical Committee 8: Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints, First Edition, N°33, Structural Stability, Technical Working Groupe 8.2., 1984.
- 4) 酒造敏廣・森下泰光・中井 博：鋼骨組構造物の終局強度の近似計算法について，土木学会関西支部年次学術講演会，講演概要 I-42，平成元年 5 月。

(1989.8.16・受付)

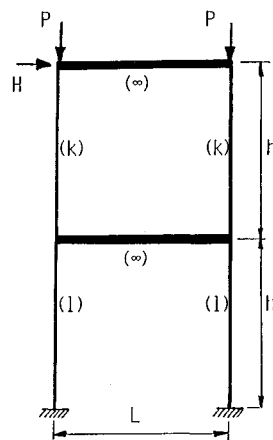


Fig. III Two-Story Frame with Rigid Floors.

(修正  $P-\Delta$  法) は  $P-\Delta$  効果の導入の考え方に難点があり、適用にあたっては注意を要する場合がある”を裏付けるために、より実際的な例として Fig. III に示す 2 層のラーメンを解析してみます。第 1 層と第 2 層の高さは等しく、第 2 層の柱の剛度は第 1 層の柱の剛度の  $k$  倍とし、さらに、計算の簡単化のために、はりの剛性は無限大とします。このような条件は問題の本質を失うものではないと考えます。未知量は各層の部材回転角 ( $\phi_1, \phi_2$ ) であり、たわみ角法を適用することにより収束計算を行うことなく閉じた解がどの  $P-\Delta$  法でも容易に得られます。解法の基本手順は本文 Appendix II に示したものと同様です。ただし、どの  $P-\Delta$  法でも部材を分割して解析するものではないことは断るまでもありません。以下に、種々の方法によって求められた解 (ただし初期部材回転角  $\phi_0$  を考えない) を示しますが、記号は次に示すとおりです。

- $\Delta$ :  $P-\Delta$  効果を考えたラーメン頂点の水平変位
- $\Delta_0$ :  $P=0$  のときのラーメン頂点の水平変位
- $M$ :  $P-\Delta$  効果を考えた第 1 層柱基部の曲げモーメント
- $M_0$ :  $P=0$  のときの第 1 層柱基部の曲げモーメント
- $EI$ : 第 1 層の柱の曲げ剛度
- $P_E$ : 第 1 層の柱のオイラー座屈荷重 ( $K=1.0$ )
- $k$ : 第 2 層の柱の剛比

$$\Delta_0 = \frac{k+1}{k} \frac{Hh^2}{24EI} \dots\dots\dots (1)$$

$$M_0 = \frac{Hh}{4} \dots\dots\dots (2)$$

(1) SSRC の方法 (SSRC)

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{k}{k+1} \left( \frac{1}{k-0.822\beta} + \frac{1}{1-0.822\beta} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1}{1-0.822\beta} \dots\dots\dots (4)$$

(2) ECCS の方法 1 (ECCS1) \*\*ただし  $\phi_0=0$

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{k}{k+1} \left( \frac{1}{k-0.986\beta} + \frac{1}{1-0.986\beta} \right) \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1+0.164\beta}{1-0.822\beta} \dots\dots\dots (6)$$

(3) ECCS の方法 2 (ECCS2) \*\*ただし  $\phi_0=0$

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{k}{k+1} \left( \frac{1}{k-\beta} + \frac{1}{1-\beta} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1}{1-\beta} \dots\dots\dots (8)$$

(4) 中井・酒造の方法 (NAKAI) \*\*ただし  $\phi_0=0$

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{M}{M_0} = \frac{k}{k-\beta} \dots\dots\dots (9)$$

(5) 厳密解 (EXACT)

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{k}{k+1} \left\{ \frac{6}{(C_2+S_2)k-4.935\beta} + \frac{6}{C+S-4.935\beta} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{C+S}{C+S-4.935\beta} \dots\dots\dots (11)$$

上式中、 $C, S$  は第 1 層の柱の安定関数<sup>9)</sup>、 $C_2, S_2$  は第 2 層の柱の安定関数である。上式を、 $k=0.5, 1.0, 2.0, 4.0$  および  $\beta=P/N_E$  を 0.1 から 0.5 に変化させて数値計算した結果を Table I に示します。

中井・酒造の方法による解を厳密解などと比較すれば、次に示す事実が気がつかれると思います。

- (a) 剛比  $k$  が 1.0 のときは、ECCS2 の解と一致し、精度はかなり良い。
- (b) 剛比  $k$  が 1.0 を離れるほど、また、 $\beta=P/N_E$  が大きくなるほど、誤差が大きくなる。

上記 (b) の事実は、鉛直荷重が作用していない床レベルにも作用させなければならない  $P-\Delta$  効果に起因する水平荷重を、中井・酒造の方法は無視しているからです。

この問題では、はりには節点回転角は生じないから、 $k=1.0$  であれば、第 1 層と第 2 層の部材回転角は等しい。したがって、このときに限って、床レベル 2 (第 1 層と第 2 層の間の床) に作用する換算水平力は  $H_2' = V_1 - V_2 = 2P(\phi_1 - \phi_2) = 0$  となり、中井・酒造の方法は他の  $P-\Delta$  法と (概念が) 同一となり、厳密解にほぼ一致することになります。しかし、剛比  $k$  が 1.0 以外では、 $V_1 = 2P\phi_1 \neq V_2 = 2P\phi_2$  であるため  $H_2' \neq 0$  となり、 $k$  が大きくなるほど  $V_1$  と  $V_2$  の差が大きくなるため、解の誤差が大きくなります。極端な場合、 $k=\infty$  では、中井・酒造の方法の解は、 $P=0$  すなわち  $P-\Delta$  効果を無視した解に一致してしまいます。さらに、はりが剛でないときは、 $k=1.0$  でも第 1 層と第 2 層の部材回転角は等しくならないため、換算水平力  $H_2'$  は零になりません。

同表をさらに検討すると、ECCS1 の方法は、全般的に非常に精度がよいことがわかります。ECCS1 と SSRC の違いは、前者では、各層の部材回転角  $\phi_i$  に 1.2 を乗じているだけです (初期部材回転角は今では考えていません)。この係数は、本文中にも触れたように、軸力による柱部材の曲げ剛性の低下を考慮したもので、軸力が大きいときは特に重要な働きをすることは、SSRC および ECCS1 の解を厳密解と比較すれば良くわかります。ECCS2 は、一般に繰り返し計算が不要な方法であり、 $\beta$  が 0.1 から 0.25 の間が適用範囲であるが、この数値計算結果をみる限り、 $\beta$  が 0.5 でもかなりの精度をもっていることがわかる。

以上の考察より、中井・酒造の  $P-\Delta$  法の考え方は、必ずしも正しいとはいえず、著者らが本文の結論の (8) で

Table I Numerical Results.

P/NE	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	
STIFFNESS RATIO $k = .5$						
$\Delta / \Delta_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.1610 1.2002 1.2037 1.2500 1.2009	1.3922 1.5161 1.5278 1.6667 1.5202	1.7579 2.1057 2.1429 2.5000 2.1258	2.4437 3.7070 3.8889 5.0000 3.8419	4.3113 48.2765 — — —
$M / M_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.0896 1.1074 1.1111 1.2500 1.0912	1.1967 1.2360 1.2500 1.6667 1.2049	1.3273 1.3926 1.4286 2.5000 1.3508	1.4899 1.5876 1.6667 5.0000 1.5449	1.6978 1.8370 2.0000 — 1.8160
STIFFNESS RATIO $k = 1.0$						
$\Delta / \Delta_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.0896 1.1094 1.1111 1.1111 1.1096	1.1967 1.2456 1.2500 1.2500 1.2465	1.3273 1.4201 1.4286 1.4286 1.4225	1.4899 1.6513 1.6667 1.6667 1.6571	1.6978 1.9724 2.0000 2.0000 1.9854
$M / M_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.0896 1.1074 1.1111 1.1111 1.0912	1.1967 1.2360 1.2500 1.2500 1.2049	1.3273 1.3926 1.4286 1.4286 1.3508	1.4899 1.5876 1.6667 1.6667 1.5449	1.6978 1.8370 2.0000 2.0000 1.8160
STIFFNESS RATIO $k = 2.0$						
$\Delta / \Delta_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.0740 1.0902 1.0916 1.0526 1.0904	1.1610 1.2002 1.2037 1.1111 1.2009	1.2651 1.3379 1.3445 1.1765 1.3397	1.3922 1.5161 1.5278 1.2500 1.5202	1.5514 1.7573 1.7778 1.3333 1.7665
$M / M_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.0896 1.1074 1.1111 1.0526 1.0912	1.1967 1.2360 1.2500 1.1111 1.2049	1.3273 1.3926 1.4286 1.1765 1.3508	1.4899 1.5876 1.6667 1.2500 1.5449	1.6978 1.8370 2.0000 1.3333 1.8160
STIFFNESS RATIO $k = 4.0$						
$\Delta / \Delta_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.0758 1.0926 1.0940 1.0256 1.0927	1.1660 1.2069 1.2105 1.0526 1.2076	1.2750 1.3520 1.3591 1.0811 1.3540	1.4098 1.5429 1.5556 1.1111 1.5476	1.5811 1.8060 1.8286 1.1429 1.8165
$M / M_a$	(1)SSRC (2)ECCS1 (3)ECCS2 (4)NAKA1 (5)EXACT	1.0896 1.1074 1.1111 1.0256 1.0912	1.1967 1.2360 1.2500 1.0526 1.2049	1.3273 1.3926 1.4286 1.0811 1.3508	1.4899 1.5876 1.6667 1.1111 1.5449	1.6978 1.8370 2.0000 1.1429 1.8160

述べた事実が裏付けられたと考えます。なお、繰り返し計算を避けるためには、ECCSの簡略法(ECCS2)がかなりの精度で使用できることもわかりました。

(2) ここでご指摘の点は、上記(1)の回答で十分であると思われます。ただ、蛇足ながら、討議者の使われている“中間分割点”は、あくまでも、“床レベル”のことであり、柱の中間ではないことを申し添えます。

(3) 討議者らの所論は多分正しいと思います。これ

については、機会がありましたら検討してみたいと思います。

#### 参 考 文 献

- a) T.V. Galambos 著 (福本 啓士・西野文雄訳)：鋼構造部材と骨組一強度と設計一，丸善，1970。  
(1989.10.20・受付)