

技術展望

コンクリートのクリープと乾燥収縮の予測手法の現状

STATE-OF-THE-ART REPORT ON THE PREDICTION METHOD FOR CREEP AND SHRINKAGE OF CONCRETE

椿 龍哉*

By Tatsuya TSUBAKI

1. ま え が き

長スパンの橋梁, シェル構造物, 海洋構造物, 地下構造物, および格納容器等の最近のコンクリート構造物の設計における種々の要因の中で, クリープと乾燥収縮は予測能力の改良が必要とされる要因の1つである。多くの場合, 構造物の破壊に関する安全性には影響が少ないが, クリープと乾燥収縮は構造物の供用性, 耐久性, 長期の信頼性に対して重要な要因であり, わが国のコンクリート標準示方書にも詳しく記述されている¹⁾。したがって, この分野に関する研究は最近も活発になされており, その研究テーマには主として2つの傾向がみられる。すなわち, 確率論的モデル化と主として有限要素法を用いた数値解析用のモデル化である。これらに関する研究が RILEM (国際材料構造試験研究機関連合) の専門部会 (Technical Committee TC-69 MMC) で State-of-the-Art Report (以下, 「レポート」とよぶ) としてまとめられ, さらに出版物²⁾として刊行されている。レポートの主要部分は5つの章から構成されており, その内容の概略は以下のとおりである。

1章ではクリープと乾燥収縮の物理的機構とそれらの数学的表現を扱っている。2章では構造解析のための種々の材料モデルを示しており, 経年変化をずる粘弾性体のモデル化, 温度, 湿度およびびびわれの影響, 熱力学的要因, クリープ関数と乾燥収縮の実際の予測式に関して記述されている。3章ではコンクリートのクリープと乾燥収縮を考慮した構造解析手法について, また, 4

章では有限要素解析について述べられている。さらに, 5章ではクリープと乾燥収縮に関する確率論的モデルについて述べられている。この章は, 確率論的材料モデルと確率論的構造解析の2つの話題を扱っており, クリープの変動を確率過程としてとらえた確率論的構成モデル, 実験データの変動とその統計処理, モデル化に起因する変動を表わすモデル係数の概念, 短期実測データを利用した回帰分析と抽出法による予測手法やベイズ理論を用いた予測手法, 外部環境の湿度と温度の変動の影響を考慮したスペクトル解析, ラテン方格抽出法による構造物の統計的解析等に関して記述されている。

コンクリートのクリープや乾燥収縮に含まれる統計的変動は, 弾性係数や強度よりも大きいことが従来から指摘されており, その取扱い方に関する研究をまとめたものがこのレポートの5章である。通常のコンクリート構造物に使用されるコンクリートのクリープおよび乾燥収縮の予測式は, 現在, ACI, CEB 等で設計式の形で提案されているが, それ以外にも数多くの提案式が存在している。また, 現在提案されている設計式も種々の改良が予定されている。これらの設計に用いられる予測式は, クリープや乾燥収縮の平均値を予測するためのものであり, 統計的変動の予測値は与えないものである。このような予測式を, 以下では確定論的モデルとよび, 平均値および標準偏差等の予測値を与えるものを確率論的モデルとよぶ。確定論的モデルについては, すでに多くの予測式が提案されており, おのおの予測式については改良すべき箇所もあるが, 全体としては, 設計で必要とされる精度は満たしていると思われる。しかしながら, コンクリート構造物の設計をより合理的にするために必要と思われる, 確率論的モデルの予測式, あるいは, 統計

* 正会員 Ph. D. 横浜国立大学助教授 工学部建設学科
(〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

Keywords: concrete, creep, shrinkage, prediction

的変動を予測するその他の手法は、現在、設計に用いられる形ではまとめられていない。したがって、本文では、上記のレポートの内容を考慮しつつ、現在用いられているクリープと乾燥収縮の予測式に関する問題点と今後の方向等について述べる。

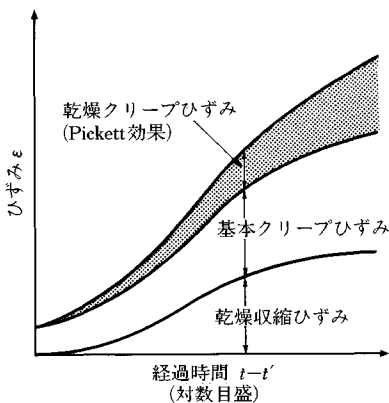
2. 設計に用いられるクリープと乾燥収縮の予測式

荷重を受けるコンクリートが乾燥状態にある場合、コンクリートのひずみは経過時間とともに増加する。このひずみは図一に示されるように、乾燥収縮ひずみ、乾燥しない状態で生じるクリープひずみ（基本クリープ）、および乾燥により増加する分のクリープひずみ（乾燥クリープ）に分けて考えられる。乾燥クリープが生じる現象は Pickett 効果とよばれる。クリープと乾燥収縮の予測式では、これらを予測することになる。現在設計で用いられているクリープと乾燥収縮の予測式は、それらの平均値のみを予測するため、確定論的モデルとよばれる。なお、設計式として用いられている予測式は、真の構成則ではなく、構造物の断面平均的な材料特性を与えるものであることは注意を要する。また、対象とするコンクリートは通常のコンクリートであり、圧縮応力を受ける場合のみを想定している。このような予測式の代表的なものとして、ACI モデル³⁾と CEB モデル⁴⁾がある。以下にその概略をまとめる。

ACI モデル

このモデルは、ACI 209 委員会により提案されているもので、Branson ら⁵⁾の研究成果に基づいている。単位応力当たりのクリープひずみを与えるクリープ関数（クリープコンプライアンス）(J) および乾燥収縮ひずみ (ϵ_s) は次式で与えられる。

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} \left[1 + \frac{(t-t')^{0.6}}{10 + (t-t')^{0.6}} C_u \right] \dots\dots\dots (1)$$



図一 乾燥状態におけるコンクリートのひずみ

$$\epsilon_s(t, t_0) = \epsilon_{su} \frac{t - t_0}{f_c + (t - t_0)} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 t' は載荷時の材令 (日)、 t は現在の材令、 t_0 は養生完了時の材令、 f_c は定数である。終局クリープ係数 C_u は無限の載荷時間に対して仮定されるクリープひずみを載荷時初期ひずみで除したものである。また、終局乾燥収縮ひずみ ϵ_{su} は無限の経過時間に対する乾燥収縮ひずみの値である。 C_u と ϵ_{su} は、外部環境の相対湿度、構造部材の最小寸法 (または、体積表面積比)、スランプ、単位セメント量、細骨材率、および空気量の 6 個の要因の関数である。各要因ごとに補正係数が定義され、それらの補正係数の積の形で C_u と ϵ_{su} が与えられる。

CEB モデル

このモデルは Rüschi ら⁶⁾の研究成果に基づくものであり、クリープ関数および乾燥収縮ひずみは次式で与えられる。

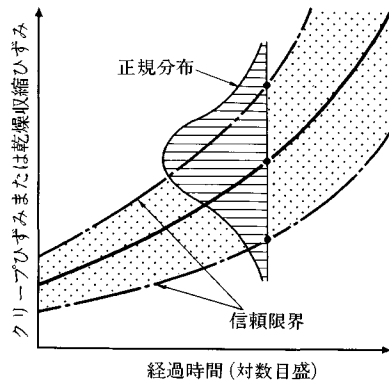
$$J(t, t') = \beta_a(t') + \frac{\phi_a \beta_a(t - t')}{E_{c28}} + \frac{\phi_r [\beta_r(t) - \beta_r(t')]}{E_{c28}} \dots\dots\dots (3)$$

$$\epsilon_s(t, t_0) = \epsilon_{s0} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 E_{c28} はコンクリートの材令 28 日の弾性係数、 ϕ_a は終局遅れ弾性ひずみを表わす係数、 ϕ_r は外部環境の湿度と部材の有効厚さに依存する係数である。 β_a は弾性ひずみと載荷後数日に生じる非可逆クリープひずみの和を表わし、載荷時材令の関数である。 β_a は遅れ弾性ひずみを表わし載荷時間の関数である。また、フローひずみを表わす β_r と乾燥収縮ひずみを表わす β_s は材令と有効厚さの関数である。

これらの予測式のほかにも、Bažant ら⁷⁾が提案している予測式 (BP モデル) 等、数多くあるが、ここでは以上の 2 つを紹介するにとどめる。

これらの予測式による予測値と、既往の多くの実測



図二 クリープひずみまたは乾燥収縮ひずみに含まれる統計的変動

表一 回帰分析に用いられる線形化された予測式の変数

	予測式	x	y
基本 クリープ	ACIモデル	$C_u [1 + 10(t-t_0)^{-0.6}]^{-1}$	$E(t')J(t, t') - 1$
	CEBモデル	$\phi_d \beta_d(t, t') + \phi_f [\beta_f(t) - \beta_f(t')]$	$E_{c28} J(t, t') - E_{c28} \beta_d(t')$
乾燥収縮	ACIモデル	$\log(f_c) - \log(t - t_0)$	$\log[(\epsilon_{su}/\epsilon_s(t, t_0)) - 1]$
	CEBモデル	$\log[\beta_s(t) - \beta_s(t_0)]$	$\log[\epsilon_s(t, t_0)/\epsilon_{s0}]$

データとを直接比較すると、平均値と信頼限界を求めることができる(図一2参照)。各データの平均値からの偏差の程度を表わす信頼限界(95%)については、ACIモデルが±77%、CEBモデルが±92%となることが報告されている。ただし、対象を乾燥クリープに限ると、95%信頼限界はACIモデルが±51%、CEBモデルが±39%である²⁾。

以上のことから、クリープと乾燥収縮の予測値に含まれる統計的変動が大きいがわかり、設計に用いられる予測式には、ある規準となる実測値のデータベースに対する統計的変動の大きさを明記しておく必要があると思われる。次の章からは、このような統計的変動の扱い方について述べる。

3. 予測式の精度に関する検討手法

前章で述べた予測値の統計的変動の原因として、クリープと乾燥収縮のデータ自体に含まれる変動が大きいが考えられ、実験室レベルのコンクリート供試体の測定値からも、これを裏付ける報告がなされている^{8)~10)}。一般に、コンクリートのクリープと乾燥収縮の統計的変動は、種々の要因によって生じると考えられるが、それらの要因は、次のように内部要因と外部要因に分類される。

内部要因

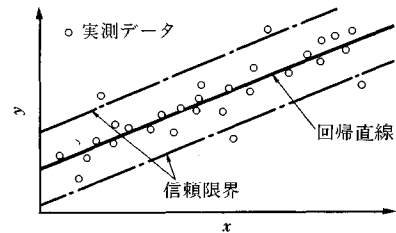
- ① クリープおよび乾燥収縮の発生メカニズムに起因する変動
- ② 配合等の材料特性に起因する変動

外部要因

- ③ 構造物周辺の湿度や温度等の環境状態に起因する変動
- ④ 外荷重に起因する変動

これらの要因の中で、コンクリート構造物の時間依存変形に大きな影響を与えるのは内部要因よりも外部要因であるといわれており、Jordaan¹¹⁾はクリープデータの統計的変動の主要な原因は、温度と湿度等の外部環境の変動と測定誤差であると指摘している。以下ではこのような統計的変動に対する予測式の精度を検討する手法について述べる。

(1) 既往の実測データに基づく回帰分析



図一3 クリープや乾燥収縮の予測式の回帰分析(概念図)

上記のような統計的変動を定量的に評価するためには回帰分析が有効である。Bažantら^{12),13)}は予測式を線形の式に変換し、回帰分析を行っている。線形化した式は一般に次のようになる。

$$y = a + bx \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 a 、 b は回帰定数、 x 、 y は線形化した予測式の項である。 x 、 y は、ACIモデルとCEBモデルについて表一にまとめられている。また、回帰分析結果の概念図は図一3に示されている。信頼できる実測データのデータベースに対して、このような回帰分析を行った場合、信頼限界の幅が小さい予測式が精度の良いものとなる。実測データと予測値を直接比較するのではなく、このような予測式の線形変換式に対して回帰分析を行うことにより、検討が容易になる。

(2) 予測式のモデル化の検討

予測式全体の精度とは別に、予測式の各項の精度を検討することも必要である。たとえば、Bažantら⁷⁾の提案するクリープ予測式では、クリープひずみが基本クリープ(J_b)と乾燥クリープ(J_d)に分けられている。Madsenら¹⁴⁾はこれらの項の精度を実測データから定められることを示している。たとえば、クリープ関数 J を次のように表わす。

$$J(t, t') = \Phi_1 J_b(t, t') + \Phi_2 J_d(t, t') \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 Φ_1 、 Φ_2 は各項の不確実性を表わすための係数で、モデル係数とよばれる。予測値におけるおのおのの項の値を既往の実測データと対応させることにより、 Φ_1 と Φ_2 の分散を定めることができる。Madsenら¹⁴⁾は $\text{Var}[\Phi_1] = 0.23$ 、 $\text{Var}[\Phi_2] = 0.13$ と報告している。一般にクリープ予測式を物理的に意味が明確な各成分に分離することは困難な場合がある。しかしモデル化に起因する

不確実性を表わすために各予測式を比較する場合、このモデル係数の考え方は必要であり¹⁵⁾、予測式にはその精度を示す指標として、モデル係数が示されているべきであろう。

(3) 予測式に含まれるパラメーターの検討

コンクリートのクリープと乾燥収縮の平均値を予測する確定論的予測式の中には、対象とするコンクリートの特性を表わすための種々のパラメーターが含まれている。それらのパラメーターとしては、コンクリートの配合、構造物の形状、外部環境の温度と湿度等が挙げられる。これらのパラメーターは統計的変動を含んでおり、それがクリープや乾燥収縮の予測値にも影響を及ぼす。一般に予測式に含まれるパラメーターの変動を除くことはできないため、各パラメーターの変動が予測値にどの程度の影響を及ぼすのかを把握する必要がある。この目的のために、感度解析の手法を用いることができる¹⁶⁾。

統計的変動を含む材料特性 (F) に関する構成則の一般的な表現は次のようになる。

$$F = \phi f(X_1, X_2, \dots, X_n) \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 f はクリープや乾燥収縮等の材料特性の構成関係、 ϕ はモデル係数、 X_i は変動要因を表わす。モデル係数は構成則のモデル化自体に起因する変動を表わし、変動要因 X_i は構成則の中で用いられる変動を含むパラメーターである。これらの変動要因の変動に応じて、 F の値が変動する。各変動要因の平均値と標準偏差が与えられると、仮定した分布に応じて各変動要因の値を抽出し、その値の組合せに対して1つの F の値が計算される。十分大きな数の変動要因の値の組合せについて F の値を計算すれば、その統計量を計算することができる。そして、その統計量から各変動要因の影響度が定量的に求められる。以上が感度解析の概略である。各変動要因の抽出と組合せには、それらを完全にランダムに行うモンテカルロ法ほかに計算効率を改善した種々の方法がある。たとえば、後者の中にはLHS (Latin Hypercube Sampling) 法という手法がある^{17), 18)}。LHS法では、各要因の累積分布関数を等しい確率の区間に分割し、それに対応する各要因の値の区間から変動要因の抽出を1回だけ行い、それらの抽出値をランダムに組み合わせる。この手法を用いてクリープに関するACIモデルとCEBモデルに対して感度解析を行った例¹⁹⁾が図-4に示されている。ここでは、変動要因として、モデル係数 (ϕ)、コンクリートの圧縮強度 (f'_c)、外部環境の温度 (T) と湿度 (h) を考えている。湿度の変動は両方のモデルに対して影響が大きいことがわかる。また、CEBモデルでは、初期では材料の変動の影響が、また、初期以降では外部湿度の変動の影響が大きいことが示されている。以上のような結果から、クリー

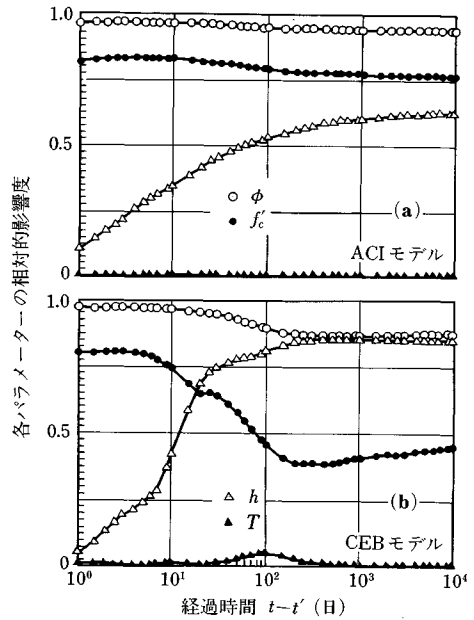


図-4 クリープ予測式の感度解析

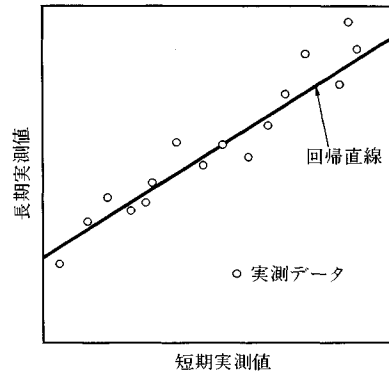


図-5 短期実測データの利用 (回帰分析)

プや乾燥収縮の予測式を用いる場合には、各予測式に含まれるパラメーターの影響の特性を把握しておくことが必要であることがわかる。

4. 予測における短期の実測データの利用

クリープや乾燥収縮の統計的変動が材料のばらつきや環境条件の変動のために避けられないものであるため、予測値にも当然ばらつきが含まれている。このばらつきをできるだけ少なくし、予測値の精度を高めるために、コンクリートの短期の実測データを利用するという手法は以前から提案されている。このような手法の中から2つの手法を以下に紹介する。

(1) 回帰分析による手法

Brooksら¹⁹⁾は7日から28日の実測データから1年後あるいはそれ以降の長期のクリープと乾燥収縮を予測す

る手法を提案している。これは、短期の実測データと長期のデータについて回帰分析を行い、回帰式を求めるというものである(図-5参照)。たとえば、基本クリープ、全クリープ、乾燥収縮については次のような回帰式を求めている。

$$\text{基本クリープ: } J_{B365} = 6.0 + 1.59 J_{B28} \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{全クリープ: } J_{365} = 18.4 + 1.70 J_{28} \dots\dots\dots(9)$$

乾燥収縮(湿潤養生):

$$\epsilon_{s365} = \begin{cases} 347 + 1.08 \epsilon_{s28} \\ 52 \epsilon_{s28}^{0.45} \quad (\epsilon_{s28} \text{ が小}) \end{cases} \dots\dots\dots(10)$$

乾燥収縮(蒸気養生):

$$\epsilon_{s365} = \begin{cases} 247 + 1.51 \epsilon_{s28} \\ 27 \epsilon_{s28}^{0.57} \quad (\epsilon_{s28} \text{ が小}) \end{cases} \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 J_t 、 ϵ_{st} は載荷時間あるいは乾燥時間 t (日) におけるクリープおよび乾燥収縮を表す。また、1年後の値をもとに、任意の t に対する算定式を提案している。短期データの実測期間については基本クリープと乾燥収縮については7日間で十分であるが、全クリープについては誤差を少なくするために28日間必要であると述べている。

(2) ベイズの定理に基づく手法

既往のデータから得られる情報〔事前〕の情報に短期実測データを新しいデータとして付加することにより、確率論におけるベイズの定理を用いて予測値の精度を向上させることができる^{20),21)}。この場合、短期実測データも用いて予測した値が〔事後〕の予測値となる。クリープと乾燥収縮の予測式が次のように線形化されている場合を考える。

$$\epsilon''(t, t') = \sum_{i=1}^{n-1} u_i x_i + u_n \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $\epsilon''(t, t')$ は載荷時材令あるいは乾燥開始時材令 t' のコンクリートの時刻 t におけるクリープまたは乾燥収縮の線形化した後の関数、 u_i は統計的変動を含む係数(確率変数)、 x_i は経過時間を表す線形化した後の変数(換算時間)である。たとえば、基本クリープを表す二重べき乗則(BPモデル)⁷⁾

$$J_B(t, t') = \frac{1}{E_0} + \frac{\phi_1}{E_0} (t'^{-\bar{m}} + \alpha)(t - t')^{\bar{n}} \dots\dots\dots(13)$$

の場合は、 $n=2$ とすると、

$$\begin{aligned} \epsilon''(t, t') &= J_B(t, t'), \\ u_1 &= \phi_1/E_0, \quad u_2 = 1/E_0, \\ x_1 &= (t'^{-\bar{m}} + \alpha)(t - t')^{\bar{n}} \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

となる。ここに、 E_0 、 ϕ_1 、 α 、 \bar{m} 、 \bar{n} は材料により決まる定数である。すると、ベイズの定理により次式が成り立つ。

$$f''(u) = k P(\epsilon_j'' | u_i) f'(u) \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 f' 、 f'' は事前および事後の確率密度関数、 u

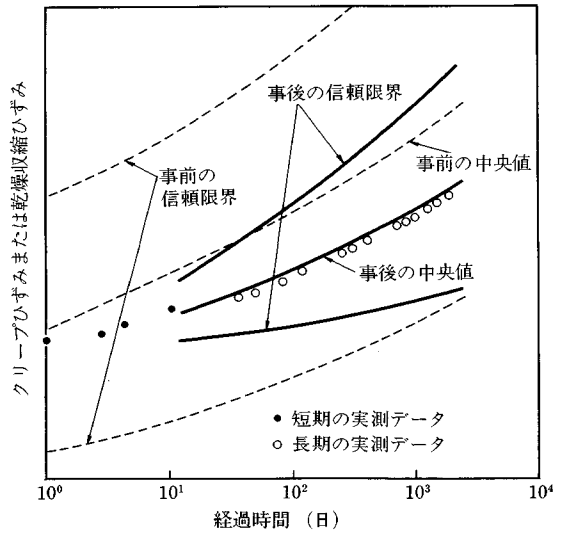


図-6 短期実測データの利用(ベイズ理論)

$=\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ は確率変数、 $\epsilon_j'' = \epsilon''(x_j)$ ($j=1, 2, \dots, N$) は j 番目の換算時間におけるクリープまたは乾燥収縮の実測値、 $P(\epsilon_j'' | u_i)$ は確率変数が u_i の値をとる条件のもので ϵ_j'' という値を測定する確率、 k は正規化定数である。確率密度関数 f' 、 f'' はクリープや乾燥収縮の統計的変動の分布を表わし、通常は正規分布関数が用いられる。また、事前情報は既往の測定データの統計的解析により求められる変動係数として与えられる。事後の中央値 $\bar{\epsilon}''(x)$ と信頼限界を求めるための $\epsilon''(x)$ がある限界値 $\hat{\epsilon}''$ よりも小さくなる確率 $P[\epsilon''(x) < \hat{\epsilon}'']$ は次式で表わされる。

$$\bar{\epsilon}''(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon''(x) f''(u) du \dots\dots\dots(16)$$

$$P[\epsilon''(x) < \hat{\epsilon}''] = \int_{-\infty}^{\hat{\epsilon}''} \Phi(y(u)) f''(u) du \dots\dots\dots(17)$$

$$y(u) = (\hat{\epsilon}'' - \sum_{i=1}^{n-1} u_i x_i - u_n) / \sigma \dots\dots\dots(18)$$

ここに、 Φ は累積正規密度関数であり、 σ は標準偏差を表わす。この手法で短期の実測データを用いることにより、各予測式による予測値の精度を高め、また、ばらつきを小さくすることができると報告されている(図-6参照)。短期データの測定期間は事前情報として用いる予測式と予測期間によるが、7日間から10日間で精度はかなり改善されている。

以上、予測精度の改善のために、短期実測データを利用する手法を紹介したが、測定期間をより短くすることにより、これらの手法は実用的になるとと思われる。

5. 確率論的モデル

クリープや乾燥収縮に含まれる統計的変動の原因の中

で、内部要因として、クリープや乾燥収縮の発生メカニズムに起因する変動を考慮することができる。これはコンクリートのランダムな微細構造や、材料の不均一性から生じるとされる。ここでは、このような考え方の1つの例として、基本クリープの発生メカニズムに起因する変動をモデル化した確率論的モデルについて述べる。このモデルは、クリープをいくつかの成分に分割し、おのおのについてその成分が生成する現象を物理的に考察することにより、それらを最適な確率過程として表わすものである。すなわち、クリープに含まれる統計的変動を、クリープを確率過程としてとらえることにより表現するものである。以下に確率過程としてマルコフ過程を用いた例を紹介する。マルコフ過程の例として、対象とする状態および含まれる変数がともに離散的な場合の概念図を図一七に示す。

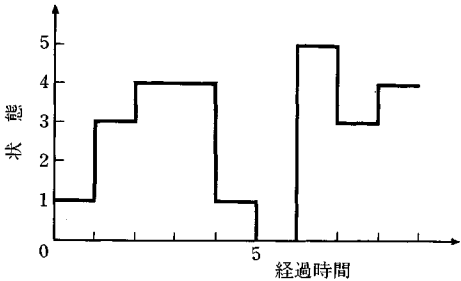
Benjaminら²²⁾の提案したモデルでは、基本クリープはフローひずみと遅れ弾性ひずみに分割され、おのおのをマルコフ出生過程で表現している。この確率過程が用いられた理由は次のとおりである。フローひずみは、コンクリート中の微細粒子間の粘性液体の移動量に比例し、この液体は個々の単位に分かれていると仮定する。すると、液体の移動は時間的にランダムに単位量の倍数ずつ増加する過程として考えられる。また、遅れ弾性ひずみは、コンクリート中の弾性的な微細骨格構造から出る粘性液体の量に比例し、この液体は単位量に分かれていると仮定する。すると、これも時間的にランダムに増加する過程として考えられる。以上の仮定のもとで、マルコフ出生過程が用いられている。すると、基本クリープひずみ J_B の期待値 $E[J_B(t)]$ と分散 $\text{Var}[J_B(t)]$ は次のようになる。

$$J_B(\tau) = J_{Bf}(\tau) + J_{Bd}(\tau) \dots\dots\dots (19)$$

$$E[J_B(\tau)] = E[J_{Bf}(\tau)] + E[J_{Bd}(\tau)] \\ = C_1 \log[(\tau + t')/t'] \\ + C_2(1 - e^{-\alpha\tau}) \dots\dots\dots (20)$$

$$\text{Var}[J_B(\tau)] = C_1 \log[(\tau + t')/t'] \\ + C_3 e^{-\alpha\tau}(1 - e^{-\alpha\tau}) \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 J_{Bf} と J_{Bd} は、おのおの、フローひずみと遅れ



図一七 確率論的モデル (マルコフ過程の例)

弾性ひずみ、 $\tau = t - t'$ 、 C_1, \dots, C_5 は材料により決まる定数である。この期待値の関数形は、Hansen²³⁾の確定論的予測式と同じ形をしている。

この確率論的モデルのほかにも、クリープ現象の解釈の仕方により別の確率過程を用いたモデルが多く提案されている。たとえば、Chowら²⁴⁾はマルコフ死亡過程、Cinlarら^{25), 26)}はガンマ過程、Ditlevsen^{27), 28)}はホワイトノイズ過程を用いており、おのおのの確率過程に含まれる定数と実際のクリープの統計的変動とを対応づけている。これらの確率論的モデルに共通な点は、確率過程の選択が現象論的かつ定性的なことである。しかし、クリープあるいは乾燥収縮のような変動の大きい物理量を扱うためには、このようなモデル化は有効であると考えられるので、実際の変動要因との定量的な対応づけがされたモデルの開発が望まれる。

6. クリープと乾燥収縮を考慮した構造解析

コンクリートのクリープと乾燥収縮による非弾性ひずみを考慮した構造解析手法には、はり構造を対象としたファイバーモデルや二次元および三次元構造物に一般的に扱える有限要素法によるものがある。クリープに関しては、その影響を有効弾性係数に換算して考慮することができる。有効弾性係数 E'' としては、次のような経年効果を考慮した式が精度が良いとされている^{29), 30)}。

$$E'' = E(t') / [1 + \chi(t, t') \phi(t, t')] \dots\dots\dots (22)$$

$$\chi(t, t') = E(t') / [E(t') - R(t, t')] - 1 / \phi(t, t') \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 t' は載荷時材令、 t は現在の材令、 ϕ はクリープ係数、 χ は経年効果を表わす係数である。 $\chi = 1$ の場合、 E'' は通常の有効弾性係数となる。

クリープと乾燥収縮を同時に考慮する場合には、それらの非弾性ひずみを初期ひずみとして、等価な荷重に変換して扱うのが一般的である。このような通常の構造解析の最近の研究については、文献³⁾等を参照されたい。

次に、クリープや乾燥収縮に含まれる統計的変動、および外部環境の温度や湿度の変動を考慮して構造解析を行う場合について述べる。

材料特性に統計的変動が含まれる場合に用いられる手法としては、確率有限要素法³¹⁾がある。これは、モンテカルロ法のように、ランダムな材料特性分布を与えて繰り返し解析し、その結果を統計処理するのではなく、1回の計算で平均値と標準偏差の空間的分布を求めるものである。クリープ特性がばらつく場合には、前述の有効弾性係数の概念を用いると、この手法が適用できる。一方、前に紹介したLHS法¹⁷⁾のような計算効率の良い手法で変動要因の値の抽出と組合せを行い、それを用いて解析し、その結果を統計処理することもできる。また、

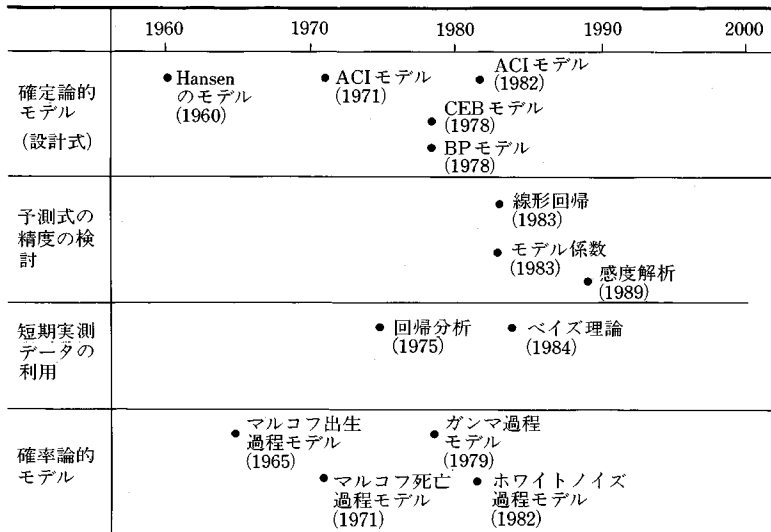


図-8 クリープと乾燥収縮の予測に関する研究の流れ

クリープや乾燥収縮の統計的変動を構造物への入力、構造物の変形を出力としてとらえ、仮定した出力の関数形に含まれる未定定数を統計的に同定するという手法も Buyukozturk ら^{32),33)}により提案されている。その他のこの種の構造解析例としては、文献³⁴⁾等を参照されたい。

外部環境の温度や湿度の変動を考慮した解析は、荷重の変動を考慮する場合と同様なスペクトル解析³⁵⁻³⁸⁾が適用できる。ただし、この場合、対象とする構造系が線形でない場合には、特別の考慮が必要である。³⁹⁾⁻⁴¹⁾外部の湿度が時間的に変動する場合について、有限要素法で解析した例は文献³⁷⁾にみられる。また、この目的のために境界要素法を用いることも可能である⁴²⁾。

以上のように、種々の方法でコンクリートのクリープと乾燥収縮を考慮した構造解析が可能である。ただし、コンクリートのクリープと乾燥収縮を考慮した構造解析の精度に関する限り、構造解析手法の改良によるよりも、材料モデルの改良によって、より大きな精度の向上が期待できると思われる。これまで述べたように、これらの材料特性は統計的変動が大きく、構造解析を行ううえでも、その点を考慮する必要がある。

7. あとがき

本文では、コンクリートのクリープと乾燥収縮の統計的変動を考慮した予測手法に関する研究を中心にその現状について述べた。クリープや乾燥収縮の現象を数学的に定式化することは、コンクリート構造物の施工時から供用期間における長期の力学的挙動を把握するうえで、設計上不可欠なことであるため、これまでに多くの研究がなされてきた。しかし、クリープや乾燥収縮に含まれ

る統計的変動については、その変動が大きいと指摘されながらも、その扱い方を具体的に示すような研究が活発に行われ始めたのは比較的最近である。このような研究の流れについてまとめたものを図-8に示す。本文で紹介した手法はそれらの研究の一部であるが、RILEM等では、今後このような統計的変動を考慮した予測手法を具体的に設計の中に取り入れられるような形にまとめる作業を進めていることでもあり、今後のクリープと乾燥収縮の予測手法の方向を示唆していると思われる。

通常、設計で用いられる確定論的予測式についても、今後種々のコンクリート構造物が作られることを考えると、荷重や外部環境条件の変動等を考慮し、さらに、普通コンクリートだけでなく種々の特殊コンクリートを対象とした予測式も必要になるとと思われる。また、従来の一次的なクリープ変形ではなく、多軸のクリープ変形⁴³⁾を考慮する必要もあると思われる。一方、設計式の検証という点からは、供試体レベルの材料特性だけではなく、実構造物のクリープ変形等も長期にわたり測定し、データを蓄積することが必要である。この点については、これまでもすでに文献としてまとめられているものもあるが⁴⁴⁾⁻⁴⁶⁾、今後さらに精度の良いデータが蓄積されることが望まれる。

参考文献

- 1) 土木学会：コンクリート標準示方書（昭和61年制定）設計編，3章 材料の設計用値，1986.
- 2) Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete, Edited by Z. P. Bazant, John Wiley & Sons Ltd., 1988.
- 3) ACI Committee 209 (Chaired by J. A. Rhodes) : Pre-

- diction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures, ACI SP-76, Designing for Creep and Shrinkage in Concrete Structures, American Concrete Institute, Detroit, Mich., pp.193~301, 1982.
- 4) CEB-FIP : Model Code for Concrete Structures, Vol. II, International System of Unified Standard Codes of Practice for Structures, Comite Enrointernational du Beton, 1978.
 - 5) Branson, D. E. and Christianson, M. L. : Time-Dependent Concrete Properties Related to Design Strength and Elastic Properties, Creep and Shrinkage, Designing for Creep, Shrinkage and Temperature, ACI SP-27, American Concrete Institute, Detroit, Mich., pp. 257~277, 1971.
 - 6) Rüsç, H., Jungwirth, D. and Hilsdorf, H. : Kritische Sichtung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke, Beton-und Stahlbetonbau, Vol. 68, No. 3, pp. 49~60, No. 4, pp. 76~86, No. 5, pp. 152~158, 1973.
 - 7) Bažant Z. P. and Panula, L. : Practical Prediction of Time-Dependent Deformations of Concrete, Materials and Structures, Parts I and II : Vol. 11, No. 65, pp. 307~328, Parts III and IV : Vol. 11, No. 66, pp. 415~434, 1978.
 - 8) Alou, F. and Wittmann, F. H. : Experimental Study of the Variability of Shrinkage in Concrete, Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete, Edited by F. H. Wittmann, Martinus Nijhoff, The Hague, pp. 75~92, 1982.
 - 9) Cornelissen, H. : Creep of Concrete—A Stochastic Quantity, Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete, Edited by F. H. Wittmann, Martinus Nijhoff, The Hague, pp. 109~124, 1982.
 - 10) Reinhardt, H. W., Pat, M. G. M. and Wittmann, F. H. : Variability of Creep and Shrinkage of Concrete, Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete, Edited by F. H. Wittmann, Martinus Nijhoff, The Hague, pp. 93~108, 1982.
 - 11) Jordaan, I. J. : Uncertainty and Models for Creep of Concrete, Cement and Concrete Research, Vol. 13, No. 2, pp. 246~258, March, 1983.
 - 12) Bažant, Z. P. and Zebich, S. : Statistical Linear Regression Analysis of Prediction Models for Concrete Creep and Shrinkage, Cement and Concrete Research, Vol. 13, No. 6, pp. 869~876, November, 1983.
 - 13) Bažant, Z. P., Wittmann, F. H., Kim, J.-K. and Alou, F. : Statistical Extrapolation of Shrinkage Data-Part I : Regression, ACI Materials Journal, Vol. 84, No. 1, pp. 20~34, January-February, 1987.
 - 14) Madsen, H. O. and Bažant, Z. P. : Uncertainty Analysis of Creep and Shrinkage Effects in Concrete Structures, American Concrete Institute Journal, Vol. 80, No. 2, pp. 116~127, March/April, 1983.
 - 15) Diamantidis, D., Madsen, H. O. and Rackwitz, R. : On the Variability of the Creep Coefficient of Structural Concrete, Materials and Structures, Vol. 17, No. 100, pp. 321~328, 1984.
 - 16) Tsubaki, T. : Sensitivity Analysis of Prediction Formulas for Creep and Shrinkage of Concrete, Trans. of the Japan Concrete Institute, Vol. 11, pp. 97~104, 1989.
 - 17) McKay, M. D., Canover, W. J. and Whiteman, D. E. : Report on the Applications of Statistical Techniques to the Analysis of Computer Codes, Los Alamos Scientific Laboratory Rep. LA-NUREG-6526-MS, NRC-4, 15p., 1976.
 - 18) Bažant, Z. P. and Liu, K.-L. : Random Creep and Shrinkage in Structures : Sampling, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 111, pp. 1113~1134, May, 1985.
 - 19) Brooks, J. J. and Neville, A. M. : Estimating Long-Term Creep and Shrinkage from Short-Term Tests, Magazine of Concrete Research, Vol. 27, No. 90, pp. 3~12, 1975.
 - 20) Bažant, Z. P. and Chern, J.-C. : Bayesian Statistical Prediction of Concrete Creep and Shrinkage, Journal of the American Concrete Institute, Vol. 81, No. 4, pp. 319~330, 1984.
 - 21) Bažant, Z. P., Kim, J.-K., Wittmann, F. H. and Alou, F. : Statistical Extrapolation of Shrinkage Data-Part II : Bayesian Updating, ACI Materials Journal, Vol. 84, No. 2, pp. 83~91, March-April, 1987.
 - 22) Benjamin, J. R., Cornell, C. A. and Gabrielsen, B. L. : A Stochastic Model for the Creep Deflection of Reinforced Concrete Beams, Proceedings, International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, American Concrete Institute, SP-12, Detroit, Mich., pp. 557~580, 1965.
 - 23) Hansen, T. C. : Creep and Stress Relaxation in Concrete, Swedish Cement and Concrete Research Institute at the Royal Institute of Technology, Stockholm, 1960.
 - 24) Chow, T. Y. and Shah, H. C. : Markov Process Model for Creep of Concrete under Sustained Compressive Stresses, Structure, Solid Mechanics and Engineering Design, Proceedings of the Southampton 1969 Civil Engineering Materials Conference, Edited by M. Te'eni, Wiley, pp. 775~787, 1971.
 - 25) Cinlar, E., Bažant Z. P. and Osman, E. : Stochastic Process for Extrapolating Concrete Creep, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM6, pp. 1069~1088, December, 1977.
 - 26) Cinlar, E. : Probabilistic Approach to Deformations of Concrete, Creep and Shrinkage in Concrete Structures, Chap. 3, Edited by Z. P. Bažant and F. H. Wittmann, John Wiley and Sons Ltd., pp. 51~85, 1982.
 - 27) Ditlevsen, O. : Stochastic Visco-Elastic Strain Modeled as a Second Moment White Noise Process, International Journal of Solids and Structures, Vol. 18, No. 1, pp. 23~35, 1982.

- 28) Ditlevsen, O. : Biaxial Isotropic Stochastic Visco-Elastic Creep, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.20, No.11/12, pp.1049~1077, 1984.
- 29) Bažant, Z.P. : Theory of Creep and Shrinkage in Concrete Structures : A Precip of Recent Developments, *Mechanics Today*, Vol.2, Pergamon Press, New York, N.Y., pp.1~93, 1974.
- 30) Bažant, Z.P. : Mathematical Models for Creep and Shrinkage of Concrete, *Creep and Shrinkage in Concrete Structures*, Chap.7, Edited by Z.P. Bažant and F.H. Wittmann, John Wiley and Sons Ltd., pp.163~256, 1982.
- 31) Tsubaki, T. : Creep Analysis of Concrete Structures by the Stochastic Finite Element Method, Preprints, Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete : Mathematical Modeling, Northwestern University, Evanston, Ill., U.S.A., pp.685~693, August 26-29, 1986.
- 32) Buyukozturk, O. and Wium, D.J.W. : Performance Evaluation of Precast Segmental Bridges for Long-Term Effects, *Proceedings of 5th ASCE, EMD Special Conference*, August, 1984.
- 33) Wium, D.J.W. and Buyukozturk, O. : Variability in Long-Term Concrete Deformations, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.111, No.8, pp.1792~1809, August, 1985.
- 34) Kristek, V. and Bažant, Z.P. : Shear Lag Effect and Uncertainty in Concrete Box Girder Creep, *Journal of Structural Engineering*, Vol.113, No.3, pp.557~574, March, 1987.
- 35) Tsubaki, T. and Bažant, Z.P. : Random Shrinkage Stresses in Aging Viscoelastic Vessel, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol.108, No.EM3, pp.527~545, June, 1982.
- 36) Bažant, Z.P. and Wang, T.S. : Spectral Analysis of Random Shrinkage Stresses in Concrete, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol.110, No.2, pp.173~186, February, 1984.
- 37) Bažant, Z.P. and Wang, T.S. : Algorithm for Aging Viscoelastic Structures under Periodic Load, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.110, No.6, pp.972~984, June, 1984.
- 38) Bažant, Z.P. and Wang, T.S. : Spectral Finite Element Analysis of Random Shrinkage in Concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.110, No.9, pp.2196~2211, September, 1984.
- 39) Bažant, Z.P. : Probabilistic Problems in Prediction of Creep and Shrinkage Effects in Structures, *Proceedings of Fourth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering*, held at University of Florence, Florence, Italy, Ed. by G. Augusti, *et al.*, Publ. by Pitagora Editrice, Bologna, pp.325~356, June, 1983.
- 40) Bažant, Z.P. : Probabilistic Analysis of Creep Effects in Concrete Structures, *Proc. of the 4th International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR 85')*, Ed. by I. Konishi, A.H.-S. Ang, and M. Shinozuka, Kobe, Japan, Vol.1, pp.I-331~I-341, May, 1985.
- 41) Bažant, Z.P. : Response of Ageing Linear Systems to Ergodic Random Input, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.112, No.3, pp.322~342, March, 1986.
- 42) Tsubaki, T. : Thermal Stresses in Concrete Subject to Periodic Temperature Change, *Trans. of the Japan Concrete Institute*, Vol.6, pp.347~354, 1984.
- 43) Meyer, H. : On Creep of Concrete under Two-Dimensional Loading and on Poisson's Ratio of Creep, *Structure, Solid Mechanics and Engineering Design*, *Proceedings of the Southampton 1969 Civil Engineering Materials Conference*, Edited by M. Te'eni, Wiley, pp.789~797, 1971.
- 44) ACI Committee 435 (Chaired by B.L. Meyers) : Variability of Deflection of Simply Supported Reinforced Concrete Beams, *American Concrete Institute Journal*, Vol.69, No.1, pp.29~35, 1972.
- 45) Zundelevich, S. and Benjamin, J.K. : Probabilistic Analysis of Deflections of Reinforced Concrete Beams, *Probabilistic Design of Reinforced Concrete Buildings*, ACI Publication SP-31, American Concrete Institute, Detroit, Mich., pp.223~246, 1972.
- 46) Javor, T. : Creep Observation of Prestressed Concrete Bridges, *Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete*, Edited by F.H. Wittmann, Martinus Nijhoff, The Hague, pp.323~338, 1982.