

# ひびわれを含む直交配筋鉄筋コンクリート平板の非線形挙動

## NONLINEAR BEHAVIOR OF CRACKED REINFORCED CONCRETE PANELS SUBJECTED TO IN-PLANE SHEAR STRESS

吉川 弘道\*・小玉 克巳\*\*・田辺 忠顕\*\*\*

By Hiromichi YOSHIKAWA, Katsumi KODAMA and Tada-aki TANABE

The tensile cracking of concrete is a major factor contributing to the nonlinear behavior of reinforced concrete elements. This motivated the writers to develop analytical models for the tension stiffening effect.

This paper deals with mechanical behavior of isotropic/nonisotropic reinforced concrete panels subjected to in-plane shear, and its characteristics are examined by numerical calculations as well as by comparisons with experimental results. Nonlinear shear deformation, rotation of principal angles of concrete stress and total strain, influence of bond stiffness, and crack widths and slip are especially discussed.

*Keywords*: tensile crack, cracked concrete, isotropic/nonisotropic reinforcement, in plane shear behavior, rotation of principal angle, crack width and slip

### 1. RC 部材の変形挙動

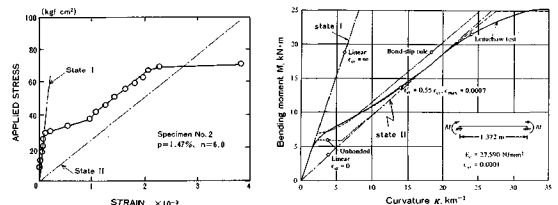
鉄筋コンクリートの非線形問題は、いわゆる材料非線形に属するものであり、これは材料の応力-ひずみ関係を表現する構成方程式のモデル化において論議されるべきものである。また、その非線形変形性状は、構成材料（コンクリートおよび鉄筋）の非線形に加えてひびわれや構成材料間の相対的変位（付着すべり）など、複数の要因による複合効果であると考えられる。

これらのうち、ひびわれに起因する非線形性が変形挙動に最も重大な影響を与え、かつ未解明な部分が多いと推察される。これは、種々の RC 部材の構造実験で観察されるように初期ひびわれの発生とその後の進展によって変形が著しく増大することからも判断されよう。そこで、これを物語る実験例を示す。

図-1 は、実験結果より得られた荷重-変形関係を、(a) 単軸引張部材<sup>1)</sup>、(b) 純曲げを受ける RC スラブ<sup>2)</sup>、(c) 純せん断を受ける RC 平板<sup>3)</sup>、および (d) ねじりモー

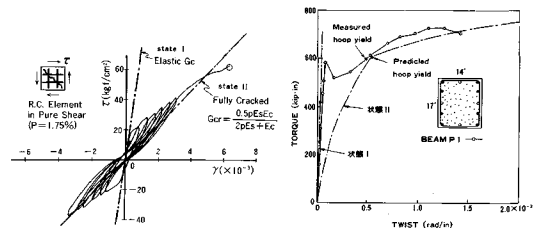
メントを受ける PC はり<sup>4)</sup>の 4 例について示したもので、いずれも RC 構造部材の基本的要素である。

図中には、おのおの 2 本の一点鎖線を併記したが、これは、全くひびわれがない純弾性状態と、コンクリート



(a) 引張力を受ける RC 単軸部材 (Rizkalla, Hwang 1984)

(b) 曲げモーメントを受ける RC スラブ (Bergan, Holand, 1979)



(c) 純せん断を受ける RC 平板 (吉川ら, 1982)

(d) ねじりモーメントを受ける PC 梁 (Collins, Mitchell, 1980)

図-1 各種鉄筋コンクリート部材の変形特性 (実験結果)

\* 正会員 工博 武蔵工業大学講師 工学部土木工学科 (〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

\*\* 正会員 工博 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科 (同上)

\*\*\* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)

の引張力だけを無視し、他は弾性とした場合(ただし、(d)はコンクリート・鉄筋両者の非線形性も考慮されている)の2つの計算値である(後述するように、これらを状態Ⅰ(stateⅠ)と状態Ⅱ(stateⅡ)と名付け、ひびわれ状態を記述する2つの両極端となる)。いずれの実験値も載荷初期では状態Ⅰに合致し、初期ひびわれの発生とともにこれより離脱し、その後の荷重増大により状態Ⅱに漸近していることがわかる。そして、状態Ⅰから状態Ⅱへの遷移区間が、引張硬化作用(tension stiffening effect)によるものであり、近年の主要な論点となっている。また、これら2本の弾性解は、構成材料である鉄筋やコンクリートの非線形性を考慮しても大きくは変化しないことが認められている。

これらのことは、まさしくひびわれの発生・進展がRC部材の変形挙動に主動的な影響を与えることを証左するもので、構成母材(鉄筋とコンクリート)の非線形性は副次的な役割を担うといっても過言ではない(ただし、終局時の耐力算定においてはこれらの役割が逆転し、最大耐力は一般にコンクリートの圧壊もしくは鉄筋の引張降伏によってほぼ決定し、コンクリートの引張ひびわれ進展の程度はあまり影響しないといえる)。

以上のような検討に基づき、著者らはコンクリートの引張硬化作用を詳細にモデル化した、鉄筋コンクリートの応力-ひずみ関係(構成方程式)に関する解析的研究を行ってきた<sup>5),6)</sup>。これらのうち、まず文献5)では、単軸引張部材を対象とし、鉄筋-コンクリート間の付着微分方程式から出発した解析モデルを導出した。次に、文献6)では、直交配筋平面部材に拡張し、その構成モデルを3成分のマトリックス表示にて提示した(この場合、主として面内せん断挙動を対象としている)。これらの単軸ならびに平面モデルは、いずれも、先に例証した状態Ⅰ、状態Ⅱをその両極端として包含するとともに、国内外の実験結果をよく説明している。

さらに、本論文では上記の平面部材に対する構成モデルを再度活用し、面内せん断力下における非線形挙動について考察し、既往研究<sup>5),6)</sup>の統論とするものである。その取り扱う内容は、圧縮コンクリートの剛性低下および付着の有無による影響、応力主軸・ひずみ主軸が回転する場合の力学挙動の再現性、ひびわれ開口・すべりの変形挙動などに及ぶ。これらは、いずれも鉄筋コンクリート平面部材の重要かつ特徴的な力学挙動であり、近年の精力的な実験活動により、多くの実験的知見が蓄積されてきた[たとえば文献3),9),14)]。著者らの提案する構成モデルは、このような非線形挙動を合理的・解析的に説明する手段を目指すものであり、本論文にてその有用性と再現精度について検証を試みるものである。

## 2. 引張硬化を考慮した構成方程式

### (1) 等価剛性マトリックス

著者らは、鉄筋とコンクリートの付着微分方程式に基づいて、単軸モデル<sup>5)</sup>および二次元平面モデル<sup>6)</sup>を対象とした鉄筋コンクリートの引張剛性に関する定式化を行ってきた。これらのうち、 $x, y$ 方向の直交する2方向配筋の鉄筋コンクリート平板について、引張剛性モデルとこれを表現する構成方程式を以下のように要約することができる。

まず、取り扱う部材の力学条件と材料特性に従って次の無次元パラメーターを算出する。

弾性係数比:

$$\left. \begin{aligned} n &= E_s/E_c, & n' &= E_s/E_c(1-\nu_c^2) \\ m &= E_s/G_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

換算鉄筋比:

$$p_0 = p_x \cdot \cos^2 \theta_{cr} + p_y \cdot \sin^2 \theta_{cr} \dots\dots\dots(2)$$

非線形指数:

$$\beta_c = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1 - (1 + np_0) f_t}{p_0 f_y - (1 + np_0) f_t} \geq 0.5 \dots\dots\dots(3)$$

正規化ひびわれ間隔:

$$\mu_c = \beta_c \cosh^{-1} \left\{ \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - (1 + np_0) f_t} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

$$\mu_x = \frac{\mu_c}{\cos^x \theta_{cr}}, \quad \mu_y = \frac{\mu_c}{\sin^x \theta_{cr}} \dots\dots\dots(5)$$

引張硬化係数:

$$\lambda_x = \frac{\tanh(\mu_x)}{\mu_x}, \quad \lambda_y = \frac{\tanh(\mu_y)}{\mu_y} \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 $E_s$ :鉄筋の弾性係数、 $E_c$ :コンクリートの弾性係数、 $G_c$ :コンクリートのせん断弾性係数、 $\nu_c$ :コンクリートのポアソン比、 $p_x, p_y$ : $x$ 方向、 $y$ 方向の鉄筋比、 $\theta_{cr}$ :コンクリートのひびわれ角度、 $\sigma_1, \sigma_2$ :部材に作用する主応力( $\sigma_1 > 0$ 引張主応力)、 $f_t$ :コンクリートの引張強度、 $f_y$ :鉄筋の降伏強度、 $x$ :定数で通例、 $x = 2$ とする( $x, y$ 方向、 $\theta_{cr}$ 方向については図-2参照)。

上式(1)~(6)の無次元諸係数のうち、式(3)を除いていずれも定式化の過程で得られた解析解であり、非線形指数 $\beta_c$ のみが付着すべりの非線形性を間接的に反映するために仮定した実験式である<sup>5)</sup>。したがって、非線形指数は、付着状況を勘案した提案式など新たな発展の余地がある。

ここで、式(3)~(6)は外力 $\sigma_1$ の増加に伴うひびわれ進展の程度を記述するものであるが、その支配パラメーターの中に鉄筋量とその剛性を含み、かつ鉄筋の存在を前提としていることが特徴的である。これは、ひびわれの開口・進展が鉄筋との相互作用(付着作用)によるものであり、これを定量的に反映したものと見える。

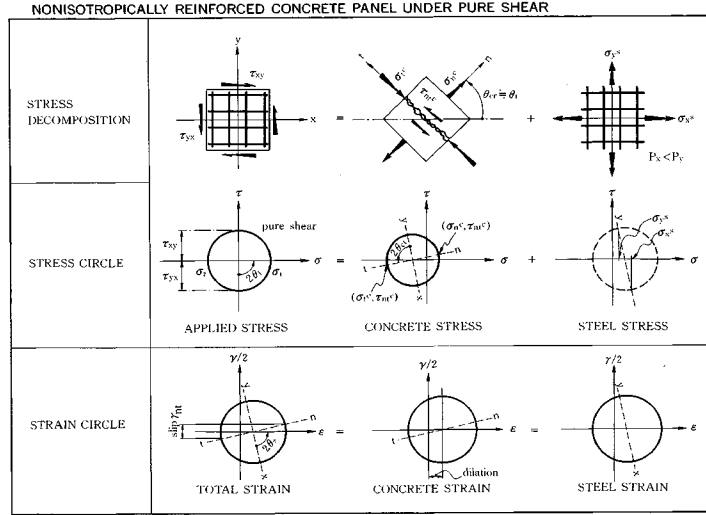


図-2 平面応力場における直交配筋 RC 平板と構成材料の応力-ひずみ状態 (縦横不等量配筋  $p_x < p_y$  の場合について示した)

鉄筋コンクリート平板を形成するコンクリート (ひびわれのない状態; Intact 部分) と縦横鉄筋の構成マトリックスを  $[D_c]$  および  $[D_s]$  とする (これらについては、非線形弾性もしくは弾塑性など既往の構成則をそのまま用いてもよい)。そうすると、ひびわれが発生・進展する部材の作用応力  $|\sigma|$  と全ひずみ (ひびわれを含んだ平均ひずみ)  $|\epsilon|$  との関係を次のように記述することができる<sup>6)</sup>。

$$|\sigma| = [D_{RC}] |\epsilon| \dots \dots \dots (7)$$

$$[D_{RC}] = [\Phi] ([D_s] + [D_c]) \dots \dots \dots (8)$$

すなわち、 $[D_{RC}]$  がひびわれを含む鉄筋コンクリート全体の変形を表現する等価剛性マトリックスであり、 $[\Phi]$  はひびわれの進展に伴う部材剛性の劣化を表わす無次元係数マトリックスにはかならない。そして、この係数マトリックスを  $nt$  座標系 (ひびわれ方向、図-2 参照) で考えると次式で与えられる。

$$[\Phi]_{nt} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 \\ \phi_2 & 1 & 0 \\ \phi_3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (9)$$

ここで、各項は次のようにして与えられる。

$$\phi_1 = \frac{1}{S_n}, \quad \phi_2 = -\frac{\nu_c S_n}{S_n + 1}, \quad \phi_3 = -\frac{S_{nt}}{S_n + 1} \dots \dots (10)$$

$$S_n = \frac{\lambda_x}{n' p_x} + \frac{\lambda_y}{n' p_y} \dots \dots \dots (11 \cdot a)$$

$$S_{nt} = -\frac{\lambda_x}{m p_x} \cdot \tan \theta_{cr} + \frac{\lambda_y}{m p_y} \cdot \cot \theta_{cr} \dots \dots (11 \cdot b)$$

ひびわれを含む剛性マトリックスは、非対称の直交異方性マトリックスとなるため、基準となる座標系によって変動する。そこで、各マトリックスの具体的な表示に際

しては、必要に応じて  $[ ]_{nt}$ ,  $[ ]_{xy}$  のごとく、その基準座標系を括弧外の下添字によって明示するものとする。

さらに、ひびわれが発生していない場合 (状態 I) およびひびわれが十分発達し、引張剛性に対するコンクリートの寄与が全くない場合 (状態 II) に対応する係数マトリックス  $[\Phi]$  は次のようになる。

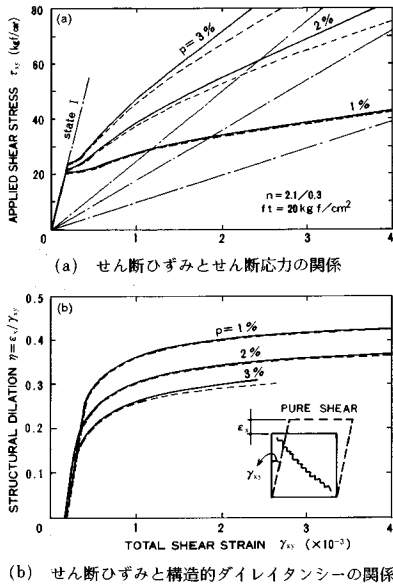
- 状態 I :  $\mu_x = \mu_y = \infty \rightarrow \lambda_x = \lambda_y = 0$

$$[\Phi]_{nt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (12)$$

- 状態 II :  $\mu_x = \mu_y = 0 \rightarrow \lambda_x = \lambda_y = 1$

$$[\Phi]_{nt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{n' p_x} + \frac{1}{n' p_y} + 1 & & \\ \left( \frac{1}{n' p_x} + \frac{1}{n' p_y} \right) \nu_c & 1 & 0 \\ -\frac{1}{n' p_x} + \frac{1}{n' p_y} + 1 & & \\ -\frac{\tan \theta_{cr}}{m p_x} + \frac{\cos \theta_{cr}}{m p_y} & 0 & 1 \\ \frac{1}{n' p_x} + \frac{1}{n' p_y} + 1 & & \end{bmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

これら 2 式は、引張硬化現象を考察する際の両極端を表現するものであり、Leonhardt の定義した Zustand I, nackter Zustand II, または、Adham, Isenberg が用いたコンクリート寄与率、あるいは CEB マニュアル<sup>7)</sup> で導入された分布比に対応するもので、上記式 (12), (13) はこれらの概念を二軸平面応力場について解析的に導出したものといえる。定量的には、たとえば図-1 (c)、図-3 (a) に図化した。



図—3 純せん断を受ける RC 平板の数値解析結果 (p=1, 2, 3%)

このようにして得られた剛性マトリックスは、いわゆる剛性変化法 (stiffness variable method) によって構造解析が可能であり、有限要素法にも容易に組み込むことができる。ただし、剛性マトリックスは非対称となり、フル・マトリックスとしての取扱い、もしくは非対角項の対称化などの処理を必要とする。

さらに、もう1つの解析方法としてクラックひずみを算出し、初期ひずみ法 (initial strain method) を介して、安定的な有限要素解析を実現することが可能である (これらについては文献13) に詳しい)。

### 3. 比例荷重下における非線形挙動

上述の等価剛性マトリックスを用いて、面内せん断荷重を受ける鉄筋コンクリート平板の変形挙動を考察するが、まずは、比例荷重で、かつ  $x, y$  方向の鉄筋量が等しい場合に限定して、純せん断場における数値シミュレーションおよび実験結果との照合を行うものとする。

この場合、初期ひびわれ後、ひびわれ面での変位場はひびわれ面直交方向に開口するのみであり ( $\delta_n > 0$ )、ひびわれ面に沿ったすべりは理論上生じない ( $\delta_t = 0$ )。このため、部材の応力主軸と全ひずみ主軸の方向は、ひびわれ方向に一致し、かつ変動しない。したがって、本例は直交配筋鉄筋コンクリート平板の非線形性を論ずる際の基本的な構造要素となる (これに反し、非比例荷重を受ける場合、もしくは  $x, y$  各方向鉄筋剛性が異なる場合は、ひびわれ界面にはひびわれ開口  $\delta_n$  のほかにせん断すべり  $\delta_t$  も生じ、複雑な変形状況を呈し、これに

ついては4.にて後述する)。

そこで、まず、載荷荷重として  $\{\sigma\}^T = \{0, 0, \tau_{xy}\}$  のようにせん断応力のみを受ける (純せん断, pure shear) 鉄筋コンクリート平板で、 $x, y$  方向の鉄筋量が等しい場合 (これを等方鉄筋 isotropic reinforcement とよぶ) についての変形挙動をシミュレートする。図—3はその数値解析結果を示したもので、(a) せん断ひずみとせん断応力の関係、(b) 構造的ダイレイタンス比について、鉄筋比  $p$  をパラメーター ( $p=1, 2, 3\%$ ) として示したものである。

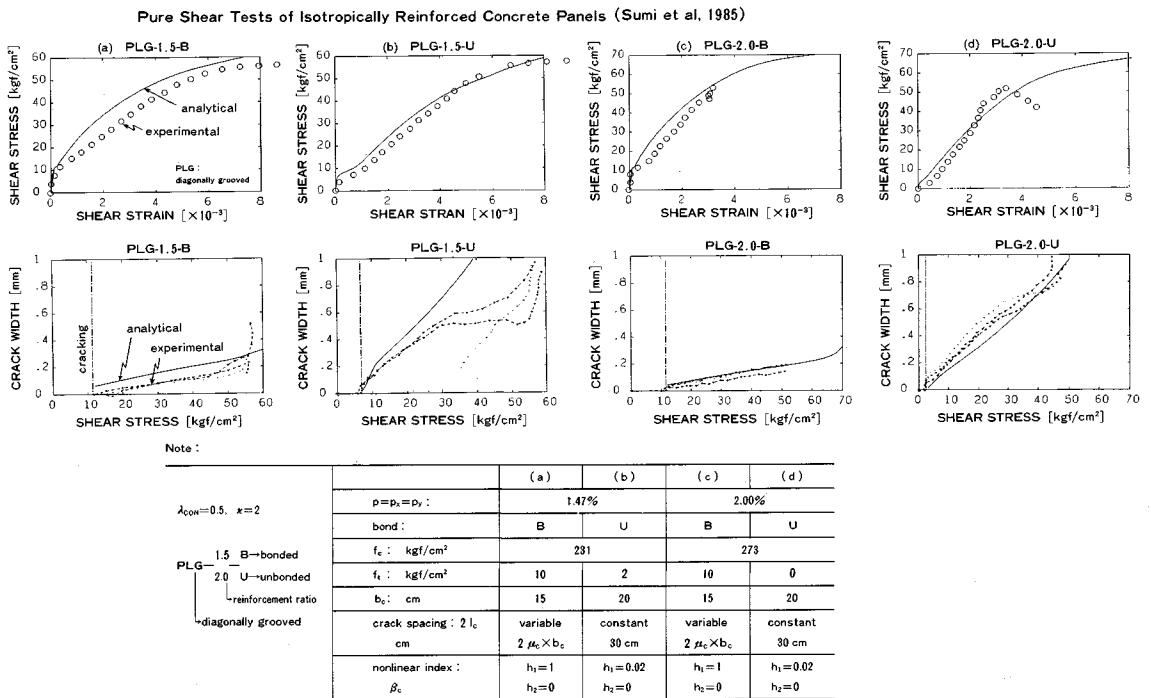
さらに、図中には、コンクリートを線形とした場合 (実線) と非線形とした場合 (破線) の2者について示している。コンクリートの非線形モデルは、その応力-ひずみ関係を放物線と仮定して、

$$E_c = E_0 \left( 1 - \frac{1}{\lambda_{con}} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) \dots \dots \dots (14)$$

のような割線係数を用いるものである。ここで、 $E_0$  は初期弾性係数を示し、 $E_0 = 2 f_c / \epsilon_0$  で与えられ、 $f_c$  は圧縮強度、 $\epsilon_0$  はそのときのひずみを表わす。また  $\lambda_{con}$  はひびわれの発生進展に伴う、ひびわれ方向の圧縮剛性についての低減係数を表わす。 $\lambda_{con} = 1$  のとき低減がないことを意味し、ひびわれ状況の程度に応じて、0~1の値を仮定する。これは初期ひびわれ発生以降、載荷レベルによって徐々に減少することが予想されるが、ここでは単純に一定値を仮定する (ひびわれコンクリートの圧縮剛性については、たとえば、はり部材については、Nielsen・Braestrup<sup>9)</sup>の実験報告があり、モデル化については Vecchio・Collins<sup>9)</sup>、吉川・仲地<sup>10)</sup>に詳しい)。また、前述した状態Iおよび状態II (式(12)、(13)) を別途算出し、一点鎖線にて付記した。

図—3 (a) は、初期ひびわれの発生によって直ちに状態Iを離脱し、その後、しだいに剛性を減じながら状態IIに漸近していることを示し、実在の変形挙動をよく再現しているといえる。図—3 (b) に示した構造的ダイレイタンス比とは、 $x, y$  座標系における、荷重方向の水平変位に対する垂直伸び変位の比率として定義したもので、初期ひびわれ以降急速に増大し、これが鉄筋比に依存することを示している。これは、耐震壁の水平加力実験で観察される壁板の非弾性膨脹に相当するものであり、たとえば、富井<sup>11)</sup>や望月<sup>12)</sup>による古くからの実験的知見を解析的に追認したものと考えられる。

図—4 は、角ら<sup>14)</sup>による RC 平板の面内せん断実験の実験結果に著者らの解析結果を加え、比較したものである。ここで引用した試験体は、広範囲におよぶ実験パラメーターのうち、等方鉄筋 PLG シリーズ4体であり、特に鉄筋比  $p$  および付着の有無 (付着あり=B, 付着なし=U) について検討したものである。



図—4 純せん断を受ける等量配筋 RC 平板の非線形挙動 (角ら<sup>14</sup>) による実験結果との比較

その実験結果は、同図より明らかなように、付着のない場合はある場合に比べてせん断剛性が低下するとともに、ひびわれ幅の開口が著しい。

そこで本解析手法の適用に際しては、特に付着の有無を解析に反映するため、式 (3) で定義した非線形指数  $\beta_c$  を次のように拡張する。

$$\beta_c = (1 - h_2) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 - (1 + np)f_t}{p_0 f_y - (1 + np)f_t} \right\}^{1/h_1} + h_2 \dots (15)$$

ただし、 $\beta_c$  は 0.5 を下回らないものとする。非線形指数は、鉄筋とコンクリート間の局所付着応力-すべり関係を線形弾性と仮定した場合、 $\beta_c=1$  とすると上界値、 $\beta_c=0.5$  とすると下界値の解析解を与える。さらに、式 (3) に示す減少関数は、付着すべりの非線形性を補完するために提案した実験式である。これによって、通常の異形鉄筋を用いた場合はその実験値を十分説明し得るが<sup>5)</sup>、本例のように付着の全くない場合については不十分であり、式 (15) の導入に至った。

式 (15) において、 $h_1=1$ 、 $h_2=0$  とすると従来の提案式 (3) に帰着するもので、さらにこれらを変化させることにより、付着性状の違いを考慮することができる。図—4 の解析では、付着のある場合 ((a), (c)) では  $h_1=1$ 、 $h_2=0$  とし従来の提案式を用いる一方、付着のない場合 ((b), (d)) では、 $h_1=0.02$ 、 $h_2=0$  とし、非線形指数を著しく減じた。

同図上段は 4 体のせん断挙動を比較したものであるが、解析結果は実験値をよく追従しているといえる (ただし、コンクリートの圧縮剛性に対して  $\lambda_{con}=0.5$  を仮定している)。また、下段はひびわれ幅の開口の様子を示したものである。解析上、ひびわれ幅  $\delta_n$  は、

$$\delta_n = \epsilon_n \cdot 2l_c \dots \dots \dots (16)$$

のごとく、ひびわれ直交方向の全ひずみ  $\epsilon_n$  にひびわれ間隔  $2l_c$  を乗じて求めたものである。そのため、ひびわれ間隔を算出する必要があり、付着のある試験体については、 $l_c = \mu_c \cdot b_c$  なる荷重の増加に伴う減少関数を用いた (ここで、 $b_c$  は付着特性値を示す)。一方、付着のない場合については、ただ一本のひびわれしか発生せず、試験体寸法を勘案して、 $2l_c=30$  cm なる一定値とした。その結果、各試験体とも 3 か所の実験値はほぼ同じ値を示し、解析結果はこれら実験値とよく合致している (ただし、 $p=1.47\%$  の場合、荷重後半で両者の乖離が生じている)。

図—5 は、松井、山口、中山ら<sup>15)~17)</sup> による、高温を内部から付与し、その後ねじり加力を加えた円筒供試体のせん断変形と比較したものである。これは、高速増殖炉 (FBR) 原子力建屋の設計時に想定される、事故時の温度荷重+地震荷重を模擬したものである。この両負荷を厳密に解析するには、軸対称および三次元としての構造モデルが必要となり、多くの計算労力を余儀なくされ

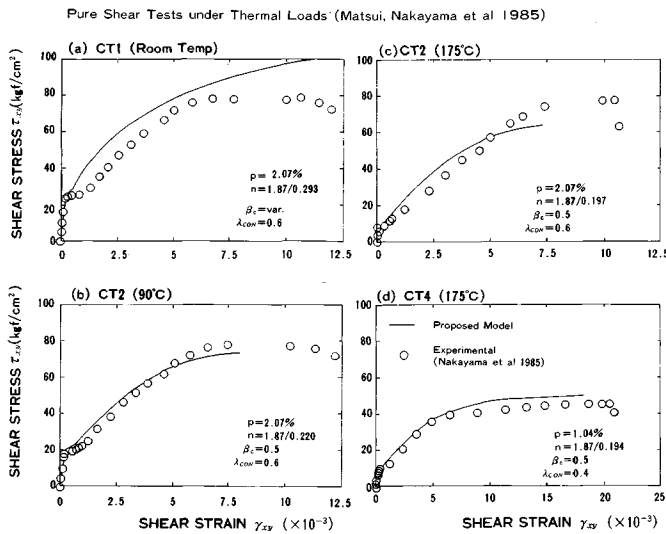


図-5 高温負荷を受ける RC 中空円筒の非線形挙動 (松井, 山口, 中山ら<sup>15)~17)</sup>による実験結果との比較

る。そこで、解析上は高温負荷時の縦横ひびわれによる剛性低下を非線形指数  $\beta_c$  とコンクリートの低減係数  $\lambda_{con}$  によって近似的に表現し得るものとし、基本的に純ねじりを面内方向の様な純せん断場に帰着させて考えた。

すなわち、(a) の CT1 (室温) では非線形指数  $\beta_c$  を式 (3) のまま用い、一方、高温負荷を受けたもの (CT2 ~ 4) では非線形指数としてその下界値 ( $\beta_c=0.5$ ) を採用し、さらに (d) の CT4 (負荷温度 175°) では  $\lambda_{con}=0.4$  まで低減させた。図-5 に示すように、このような近似手法により、解析値と実験値はおおむね合致していることがわかる。このような取扱いは、本来三次元解析を行うべきものを、簡便な平面応力場における一要素解析に簡略化したもので、初期高温負荷に伴うコンクリート劣化についてはさらに再検討する必要があるが、実験結果をほぼ満足する結果が得られたといえる。

#### 4. 応力主軸・ひずみ主軸が回転する場合

前項の比例負荷状態での考察に引き続き、ここでは非比例負荷状態、特に  $x, y$  各方向の鉄筋比が異なることにより主軸が回転する場合について、数値シミュレーションの実施および実験結果との対比を行う。

図-6 は、 $x$  方向筋の鉄筋比を一定  $p_x=2\%$  とし、 $y$  方向筋を  $p_y=0.4\sim 2\%$  ( $p_y/p_x=0.2\sim 1$ ) のように変化させ、パラメトリック・シミュレーションを実施したものである。まず、(a) は、せん断変形挙動を示したものであるが、 $p_y$  の低下とともにせん断剛性は低下し、さらに  $y$  方向の鉄筋降伏が早まっていることがわかる。

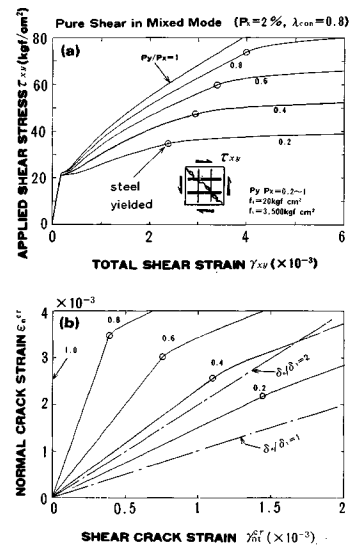


図-6 純せん断を受ける不等量配筋 RC 平板の非線形挙動 (数値シミュレーション)

(b) はひびわれ界面における、ひびわれ開口  $\delta_n$  とせん断すべり  $\delta_t$  (接線変位) の変化をクラックひずみによって示したものである。 $p_y/p_x=1$  なる等方鉄筋の場合、接線方向の成分 (すべり成分) は生じず、純粋な S モードひびわれとなっている。

ところが、 $x, y$  2 方向の鉄筋比が異なる場合、せん断すべりを呈し、 $p_x$  と  $p_y$  の差異が大きいほど著しい。このことは、(c) に示したごとく、 $1/\beta_d=(\delta_t/\delta_n)^{-1}$  のようにひびわれ開口に対するすべり量の比 (クラック・ダイレイタンス比の逆数に相当) によって明瞭に読み取ることができる。すなわち、初期ひびわれ発生と同時に、ひびわれ開口とすべりを生じるが、その後、 $\delta_t/\delta_n$  は一定値を保ち、 $y$  方向筋の鉄筋降伏によって  $\delta_t$  が著しく増加している。

本来ならば、ひびわれ界面のせん断すべりに伴って、せん断応力が励起されるが、本例の場合全体の変形挙動に影響を及ぼすほど大きくはなく、せん断伝達を無視している。これは、せん断すべり  $\delta_t$  に比べてひびわれ開口  $\delta_n$  が大きい場合 (すなわち、クラックダイレイタンス比  $\delta_n/\delta_t$  が大きい場合)、ひびわれ界面にはせん断応

力が作用しないと考えるためである。すなわち、本例のひびわれモードを、Fモードの存在しない純粋なSモードとみなすものである(Appendix I)。詳しくは、文献18)などに証例を示した。

さらに、このときの全ひずみの主軸方向 $\theta_s$ およびコンクリート応力の主軸方向 $\theta_c$ の変化を図-7に示す(いずれも $x$ 軸より反時計方向にみたもの。図-2参照)。図-7から明らかなように、等方鉄筋( $p_x/p_y=1$ )の場合、終始 $\theta_s=\theta_c=45^\circ$ を保持しているが、不等量鉄筋の場合、せん断応力の増加に従って、 $\theta_s$ および $\theta_c$ が減少するとともに、各主軸が回転し、かつ両者が合致しないことを明示している。特に、全ひずみの主軸 $\theta_s$ はひびわれ発生とともに急激に変化し、コンクリート応力の主軸 $\theta_c$ は $y$ 方向筋の降伏とともに徐々に減少している。前者は、せん断すべりが生じることにより、後者は片方向の鉄筋降伏により $x$ 方向と $y$ 方向の力学量がアンバランスになるためである。

このような $x, y$ 方向の不等量配筋についての実験例として、角・川股の面内せん断実験<sup>14)</sup>のうちCシリーズの4体を取り上げ、解析結果と対比させ、図-8に示した(材料条件および解析条件については、同図の脚注に示したとおりである)。図-8のうち上段は載荷せん断応力と平均化したせん断ひずみとの関係、2段目はせん断応力と $x$ 方向鉄筋(major steel)のひずみとの関係、3段目は $y$ 方向鉄筋(minor steel)との関係、4段目はせん断応力とひびわれ界面でのすべり $\delta_n$ との関係、最下段はひびわれ界面での開口 $\delta_n$ とすべり $\delta_t$ との関係について実験結果と解析結果とを比較したものである(プロットの抜けている図は、測定値がないためである)。

実験結果そのものにばらつきはあるものの、両者は大略合致しているといえる。特に、ひびわれ界面の不連続変位 $\delta_n$ と $\delta_t$ の挙動については、付着特性値に仮定値 $b_c=15\text{ cm}$ を用いているものの、解析結果は実験結果の変化を定性的によく説明していると考えられる。また、鉄筋比の大小((a), (b)では $p_x=0.74\%$ 、 $p_y=1.47\%$ であり、(c), (d)ではそれらの2倍)によるひびわれ挙動の違いが実験結果に認められるが、解析結果もその傾向を表わしている。

次に、Vecchio・Collinsによる面内せん断実験<sup>9)</sup>のうち、縦横鉄筋量の異なる試験体3体、PV10( $p_y/p_x=0.56$ )、PV20( $p_y/p_x=0.50$ )、PV21( $p_y/p_x=0.73$ )について解析結果と比較し、部材全体のせん断変形(上段)と主軸方向の変化(最下段)を図-9に示した。実験結果と解析結果は全般的によく合致しているが、特に主軸方向の変化に関する測定結果については興味ある結果を示している。すなわち、当初 $\theta=45^\circ$ より出発した

ものが、その後全ひずみの主軸 $\theta_s$ 、コンクリート応力の主軸 $\theta_c$ とも回転し、かつ両者は合致しない。すなわち、載荷せん断力の増加に伴い、ひびわれの発生によって $\theta_s$ がまず $45^\circ$ より離脱し、 $\theta_s=35\sim 40^\circ$ と変化している。次に $\theta_c$ がこれより遅れて徐々に低下し(鉄筋降伏時と推察される)、 $\theta_s$ と $\theta_c$ は異なった挙動を呈している。このような主軸変化の挙動は、図-7の数値シミュレーションで指摘した挙動とほぼ合致するとともに、実験結果とその解析結果は、終局近傍で差異が認められるが、大略一致しているといえる。

以上のような非線形挙動は、引張ひびわれを伴う鉄筋コンクリートせん断部材の本質的なメカニズムを問うものであり、実験的には認知されているものの、解析的に言及したものはこれまでほとんどないといつてよい。

## 5. まとめ

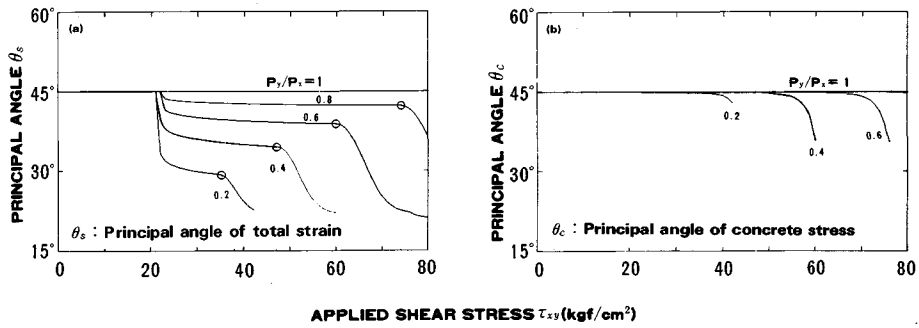
本研究は、面内力を受ける直交配筋鉄筋コンクリート平板を対象とし、ひびわれ発生に伴う非線形挙動に力点を置き、考察を加えたものである。これは、いわゆるコンクリートの引張硬化作用(著者らの分類するSモードひびわれ(Appendix I参照))について、これを平面場において議論したものである。このとき、数値シミュレーションに対して著者らの解析モデルを用い、実験結果に対しては、既往の4研究15体の試験体を参照した。本論文の要約を以下のようにまとめる。

(1) まず、ひびわれのない弾性状態(state I)と引張硬化作用が完全に喪失した状態(state II)の解析解を提示した。そして、RC部材の変形挙動がstate Iから出発し、ひびわれ発生後徐々にstate IIに漸近する様子を、実験結果および数値シミュレーションの両者から明示した。これは、引張硬化作用に関する基本的な力学挙動である。

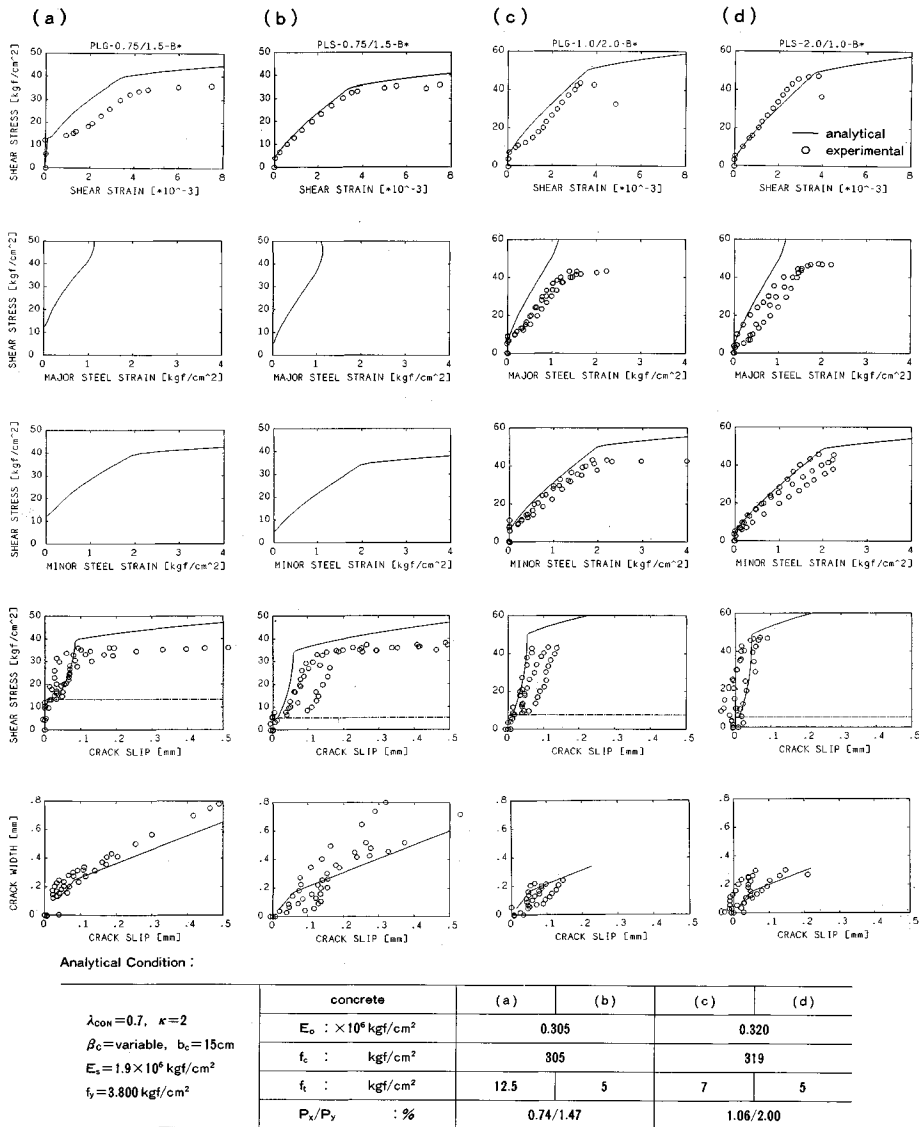
(2) せん断変形に対する垂直変形の励起(ここでは、構造的ダイレイタンスーとよんだ)をシミュレーションによって解析的に再現するとともに、これが鉄筋比に依存することがわかった。

また、付着力の良否もしくは初期の損傷がせん断変形およびひびわれ幅の変化に影響を与えるが(特に後者に著しい)、これを非線形指数 $\beta_c$ とひびわれ間隔 $2l_c$ およびひびわれコンクリートの低減係数 $\lambda_{con}$ を調整することにより表現することが可能で、実験結果ともよく一致した。

(3) 次に、縦横鉄筋比が異なることによって、RC平板が非比例負荷状態となる場合について考察を進めた。この場合、全体のせん断変形挙動に影響を与えるばかりでなく、ひびわれ界面上ではひびわれ開口のみならずせん断すべりを呈し、さらにひびわれコンクリートの

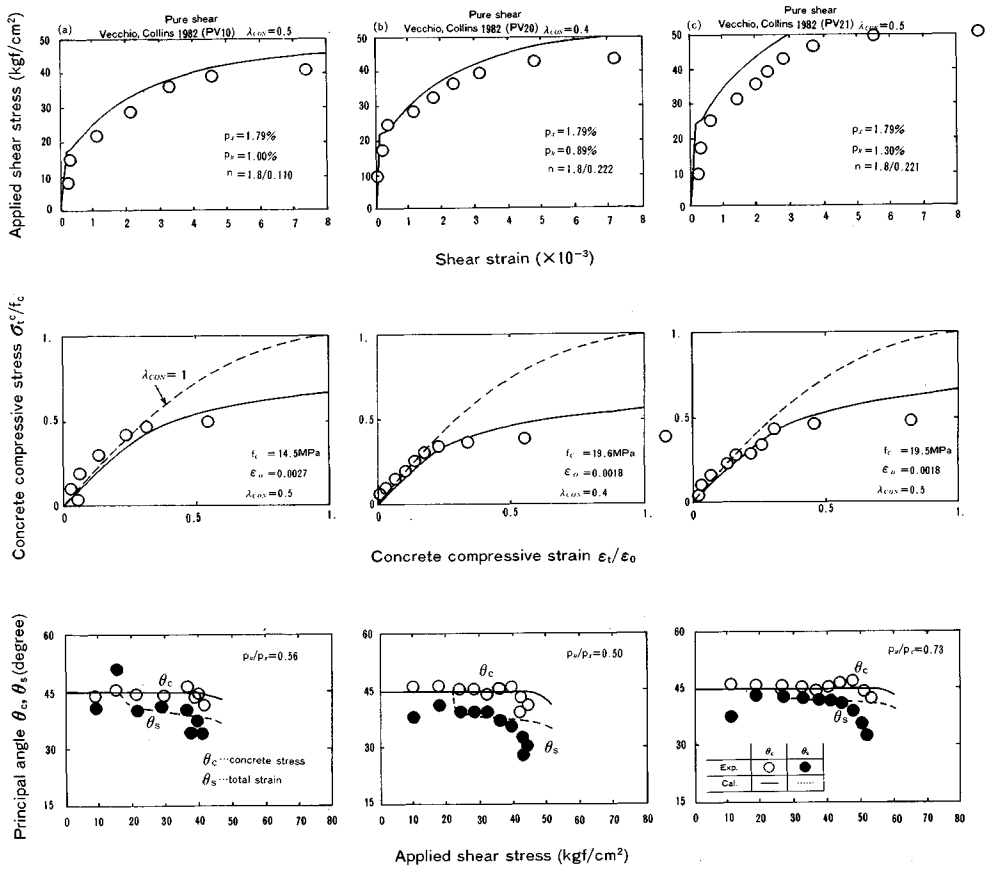


図一七 純せん断を受ける不等量配筋 RC 平板の主軸方向の変化 (数値シミュレーション)



図一八 純せん断を受ける不等量配筋 RC 平板に関する解析値と実験値との比較 (角・川股<sup>14)</sup>, C シリーズ 4 体)





図—9 純せん断を受ける不平等配筋 RC 平板に関する解析値と実験値との比較 (Vecchio・Collins<sup>19</sup>, PV10, 20, 21)

応力主軸と全ひずみ（ひびわれを含んだ平均ひずみ）の主軸がともに回転しかつ両者は一致しない。このような複雑な非線形挙動を数値シミュレーションによって再現するとともに、既往の実験結果ともよく一致している。

Appendix I ひびわれモードの分類

本論文は、引張硬化現象を説明する S モードひびわれ (frictionless separation mode 剥離状態) を対象とするものであり、せん断伝達など F モードひびわれ (contact frictional slip mode 摩擦接触状態) としての挙動を無視している。x, y 両方向の鉄筋量の差異が小さい場合は現状の仮定を満足するが、両方向筋の違いが著しい場合にはせん断すべりの量が顕著となる。このため、S モード・F モード両者が混在する混合モード (mixed mode) としての検討が必要であることを示唆するものであり、これについては別報<sup>18)~20)</sup>にて論じている。

Appendix II 記号の定義

$E_c$ : コンクリートの弾性係数

- $G_c$ : コンクリートのせん断弾性係数
- $\nu_c$ : コンクリートのポアソン比
- $E_s$ : 鉄筋の弾性係数
- $n$ : 弾性係数比  $n = E_s/E_c$
- $n'$ : 弾性係数比  $n' = E_s/E_c(1 - \nu_c^2)$
- $m$ : 弾性係数比  $m = E_s/G_c$
- $p_x, p_y$ : x 方向, y 方向の鉄筋比
- $f_y$ : 鉄筋の降伏強度
- $\sigma_1, \sigma_2$ : 部材に作用する主応力 ( $\sigma_1 > 0$  引張主応力)
- $f_t$ : コンクリートの引張強度
- $\theta_1$ : 主応力方向
- $\theta_{cr}$ : コンクリートのひびわれ角度
- $p_0$ : 換算鉄筋比  $p_0 = p_x \cos^2 \theta + p_y \sin^2 \theta$
- $\beta_c$ : 非線形指数
- $\mu_c$ : 正規化ひびわれ間隔
- $\mu_x, \mu_y$ : x, y 方向の正規化ひびわれ間隔
- $\lambda_x, \lambda_y$ : 引張硬化係数
- $[D_c]$ : コンクリートの構成マトリックス (ひびわれのない状態)
- $[D_s]$ : 鉄筋の構成マトリックス

[ $\Phi$ ] : 引張ひびわれの進展による剛性低下を表わす無次元係数マトリックス

$\phi_1, \phi_2, \phi_3$  : [ $\Phi$ ] の構成要素

$f_c$  : コンクリートの圧縮強度

$\epsilon_0$  :  $f_c$  時の圧縮ひずみ

$E_0$  : 初期弾性係数  $E_0 = 2 f_c / \epsilon_0$

$\lambda_{con}$  : 引張ひびわれの存在による圧縮剛性の低減係数 ( $0 < \lambda_{con} < 1$ )

$h_1, h_2$  : 拡張した非線形指数に含まれる定数 (式 (15) に示す)

$\delta_n$  : ひびわれ直交方向の開口変位 (ひびわれ幅)

$\delta_t$  : ひびわれ方向のせん断変位 (すべり)

$2 l_c$  : ひびわれ間隔

$b_c$  : 付着特性値

$\beta_a$  : ダイレイタンシー比

$\theta_s$  : 全ひずみの主角

$\theta_c$  : コンクリート応力の主角

#### 参 考 文 献

- 1) Rizkalla, S. H. and Hwang, L. S. : Crack Prediction for Members in Uniaxial Tension, *ACI Journal*, Vol. 81, pp. 572~579, Nov-Dec., 1984.
- 2) Bergan, P. G. and Holand, I. : Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures, *Computational Methods and Applied Mechanics Engineering*, Vol. 17/18, pp. 443~467, 1979.
- 3) 吉川弘道・飯田 剛・角 一行・中川晶夫・山縣博士 : コンクリート製格容器のせん断挙動に関する研究, (その 1) 鉄筋コンクリート円筒体のねじり加力実験, 間組研究年報 (1982 年版), pp. 157~173, 1983. 4.
- 4) Collins, M. P. and Mitchell, D. : Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams, *PCI Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 32~100, Sept./Oct. 1980.
- 5) 吉川弘道・田辺忠顕 : 鉄筋コンクリート部材の引張剛性に関する解析的研究, 土木学会論文集, 第 366 号/V-4, pp. 93~102, 1986. 2.
- 6) 吉川弘道・田辺忠顕 : ひびわれを有する鉄筋コンクリート板の平面応力場における構成方程式, コンクリート工学 (論文), Vol. 24, No. 6, 日本コンクリート工学協会, pp. 93~110, 1986. 6.
- 7) CEB-Manual : Cracking and Deformation (Final Draft), Comite Euro-International du Beton, Bulletin D'Information, No. 143, Dec., 1981.
- 8) Nielsen, M. P. and Braestrup, M. W. : Shear Strength of Prestressed Concrete Beams without Web Reinforcement, *Magazine of Concrete Research*, Vol. 30, No. 104, pp. 119~128, Sep. 1978.
- 9) Vecchio, F. and Collins, M. P. : The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses, University of Toronto, Department of Civil Engineering, No. 82-03, Mar. 1982.
- 10) 吉川弘道・仲地唯治 : ひびわれを有するコンクリートの構成則と FEM 解析, 日本建築学会学術講演会梗概集, 構造 (II), pp. 53~54, 1985. 10.
- 11) 建築学会構造標準委員会 : 鉄筋コンクリート終局強度設計に関する資料 30, せん断破壊を起こす耐震壁の力学特性 (1), 建築雑誌, Vol. 97, No. 1193, pp. 42~46, 1982. 5.
- 12) 望月 重 : 鉄筋コンクリート壁体の亀裂発生後の架構拘束の実験 (1 層 1 はり間の場合), 日本建築学会論文報告集, 第 249 号, pp. 13~23, 1976. 1.
- 13) 田辺忠顕・吉川弘道 : クラックひずみを導入したコンクリート構造物の有限要素モデル, RC 構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集, 日本コンクリート工学協会, pp. 65~72, 1984. 12.
- 14) 角 一行・川股重也 : 面内純せん断力下の鉄筋コンクリート平板におけるコンクリートの力学的特性, コンクリート工学 (論文), No. 88, 10-1, JCI, pp. 97~110, 1988. 10.
- 15) 松井 宏, ほか 6 名 : 高温と外荷重とを受けるコンクリート構造物に関する実験的研究 (その 1. 全体計画と実験結果の概要), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, 構造 I, pp. 869~870, 1985. 10.
- 16) 山口恒雄, ほか 7 名 : 高温と外荷重とを受けるコンクリート構造物に関する実験的研究 (その 7. 円筒部材の加熱時挙動), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, 構造 I, pp. 881~882, 1985. 10.
- 17) 中山達雄, ほか 7 名 : 高温と外荷重とを受けるコンクリート構造物に関する実験的研究 (その 8. 円筒部材の加熱+加力時挙動), 日本建築学会学術講演梗概集 B, 構造 I, pp. 883~884, 1985. 10.
- 18) 吉川弘道・小玉克巳・田辺忠顕 : 鉄筋コンクリートのひびわれ解析に関する構成方程式, JCI コロキウム, RC 構造のせん断設計法に関する解析的研究, pp. 53~64, 1989. 10.
- 19) Tanabe, T. and Yoshikawa, H. : Constitutive Equations of a Cracked Reinforced Concrete Panel, Proc. of IABSE Colloquium on Computational Mechanics of Concrete Structures—Advances and Applications, Delft, pp. 17~34, Sept. 1987.
- 20) Wu, Z., Yoshikawa, H. and Tanabe, T. : Tension Stiffness Model for Cracked Reinforced Concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE (to be published) (1989. 6. 1・受付)