

RC および PC 構造物への有限要素法の 合理的適用方法に関する研究

STUDY ON A METHOD OF RATIONAL APPLICATION OF FINITE ELEMENT METHOD TO RC AND PC STRUCTURES

池田尚治*・南雲広幸**

By Shoji IKEDA and Hiroyuki NAGUMO

Presently the finite element method (FEM) is largely applied not only to the analytical calculations but also to the actual design. For utilizing FEM to the actual concrete structures, the conventional analytical procedure is unsuitable and the elastic FEM which is often utilized in the design field is deficient in general under the condition of shifting to the limit state design method. Then, this study proposes an FEM model in view of rational and practical application to the actual concrete structures, and its verification was carried out by the experiment using RC and PC beams. As a result, it was clarified that the proposed FEM model could practically execute the calculation of design for the serviceability and ultimate limit states.

Keywords : FEM, limit state design method, RC, PC

1. 緒 論

コンクリート工学の分野において、有限要素法（以下、FEMとよぶ）を用いて鉄筋コンクリート（以下、RCとよぶ）の諸性質を解析的に解き明かそうとする試みは20年以上も前から行われているが最近のコンピュータの急速な普及と発達によって解析分野のみでなく、設計分野においてもFEMの適用例が多くみられるようになった。

解析分野においては、RCのさまざまな性質を忠実にモデル化しRCの挙動を力学的に解明することを目的としている。一方、設計分野においては、より精度良く構造物の挙動を評価したい場合に用いられている。しかし、解析分野において開発されたモデルは、その複雑性から部材レベル、構造物レベルに対して実用的に適用されにくい。また設計分野で適用されるFEMの手法は統一されておらず線形FEMがほとんどであってRCの特性を考慮した非線形FEMを用いている例は極端に少ない^{1),2)}。設計法が限界状態設計法へ移行していく

現状を考えると、このような適用方法は一般性に乏しいと思われる。

本研究では、FEMの合理的適用法という見地に立ち1つの構成則を提案するものであり、そのモデルの妥当性の検証をまずRC供試体を用いて行った。またプレストレストコンクリート（以下、PCとよぶ）についてもモデルの適用を行い、同様にその検証を行った。本研究では、PC tendonを要素として扱い、またPCにおいて無視することのできない付着の影響を考慮してモデル化することにした。

2. 合理的適用法について

(1) 実用的構成則について

元来、RCの構造物レベル、部材レベルにおいては、かなり鉄筋が分散されて配筋されている。この状態を表現するには個々の鉄筋を線要素とすることは、不向きであり不合理であると思われる。そこで、本研究では鉄筋とコンクリートという別々の材料から成り立っている部材を均質的な1つの材料としてマクロ的にとらえたRC要素を使用することにした。構成則は、以下の式で表わせる^{3),4)}。

$$[D_{RC}] = [D_C] + [D_S] \cdots \cdots (1)$$

ここに、 $[D_{RC}]$: RC要素の剛性マトリックス

* 正会員 工博 横浜国立大学教授 工学部建設学科
(〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

** 工修 鹿島建設(株)(前・横浜国立大学大学院計画建設学専攻)

$[D_c]$ ：コンクリートの剛性マトリックス
式(2)または(3)で与えられる。

$[D_s]$ ：鉄筋の剛性マトリックス
式(4)で与えられる。

$$[D_c] = [D_{c0}] = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

$$[D_c] = [D_{CR}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{CR} & 0 \\ 0 & 0 & G_{CR} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $[D_{c0}]$ ：ひびわれ発生前のコンクリートの剛性マトリックス、

E_c ：コンクリートの弾性係数、

ν ：コンクリートのポアソン比、

$[D_{CR}]$ ：ひびわれ発生後のコンクリートの剛性マトリックス、

E_{CR} ：ひびわれたコンクリートのひびわれ方向の圧縮剛性（接線剛性）、

G_{CR} ：ひびわれたコンクリートのせん断剛性（接線剛性）、

Al-Mahaidi の提案式を用いた。

$$[D_s] = E_s \begin{bmatrix} p_x & 0 & 0 \\ 0 & p_y & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 E_s ：鉄筋のヤング率、

p_x ：X方向の鉄筋比、

p_y ：Y方向の鉄筋比、

β ：ダウエル係数（通常は0）。

すなわち式(1)はコンクリートの特性を代表する構成式と鉄筋の特性を代表する構成式との和で表わしている。鉄筋の表現を配筋方向における鉄筋比を用いて評価するため、軸方向鉄筋のように集中的に配筋されている場合は、近傍のコンクリート要素の中に鉄筋の剛性を取り込み、またスターラップのように分散して配筋されている場合は、鉛直方向に一樣な剛性をもたせている。つまり、腹鉄筋比で評価することになる。この場合、必然的に鉄筋とコンクリートは完全付着であると仮定される。コンクリートのひびわれについては構造物の全体的な挙動を追跡するのに適している Smeared Crack Model を用いている。

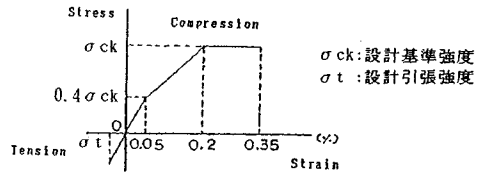
材料特性としては、

① コンクリートの材料特性は、図-1(a)に示す Tri-Linear 型とする。

② 鉄筋の材料特性は図-1(b)に示す Bi-Linear 型とする。

③ コンクリートの材料特性は原則として1軸特性を用いるが圧縮-圧縮域においては

(a) Concrete



(b) Steel

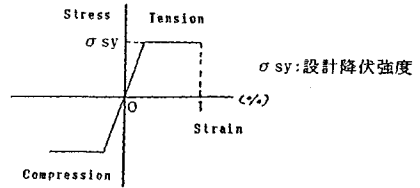


図-1 材料特性のモデル化

$$\sigma_1 \leq \sigma_3 + \sigma_{ck}$$

の強度増加を仮定する。

ここに、 σ_1 ：圧縮主応力、

σ_3 ：直交方向の圧縮主応力、

σ_{ck} ：コンクリートの設計基準強度。

④ 材料の破壊、降伏は、主応力によってのみ支配されるとする。

以上が提案した構成則である。ここで行った構成則の簡素化は、FEM モデルの実用的適用を前提としたものであり、マクロ的にコンクリート構造物の非線形性を取り扱おうとするものである。

(2) PC における緊張材の取扱い

PC の FEM 解析は PCR、PCCV 等の各種容器の解析に多く用いられている。また、はり部材の解析においても多くの適用例がある。しかし、いずれの場合もプレストレスの効果を外力や初期ひずみとして扱い、PC テンドンの表現を省略したものやコンクリート部材中に PC テンドンが埋め込まれているはり要素で表わしており⁵⁾、プレストレス力による腹圧力や PC テンドン自体を直接的に表現を行っているものはない。しかし、PC テンドンは鉄筋に比して集中的に配置されているので、PC テンドンを要素として取り扱った方が有効に計算対象物を評価することができると思われる。そこで、本研究では PC テンドンを線要素として表現して取り扱うことにした。また、PC 構造物ではテンドンとコンクリートとの付着性状を無視することはできないが、その影響をリンク要素を用いて評価することとした(図-2参照)。鉄筋の取扱いは、前述した RC 要素を使用する。プレストレスは、通常の PC はりと同様に PC テンドンを表現した線要素を緊張し、その緊張力と等価な圧縮力を部材端における緊張位置近傍の節点に与えることにする。したがって、テンドンの曲げ上げによる腹

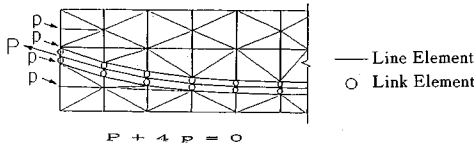


図-2 プレストレスのモデル化

圧力は、外力として負荷させることなく構造物に作用させることができる。また、プレストレスングにおいてシーソとテンドンとの間の摩擦によりプレストレス力の減少が生ずるがリンク要素の剛性を適当に与えることにより摩擦損失を表現することが可能である。

3. RC に対する適用

供試体の形状および配筋図を図-3に、使用材料の力学的特性を表-1、表-2に示す。供試体は $a/d \approx 2.6$ の単純はりおよび $a/d \approx 1.3$ の比較的短いディープビーム状のはりである。ここで、 a : せん断支間、 d : 断面有効高さである。 a/d が小さくなると、はり理論で用いられている平面保持の仮定が成り立ちにくくなり独特の挙動を示す。したがって、ディープビーム状のはりを取り扱う場合、一次元的な棒理論でなく部材を二次元的にとらえなければならない。そこで、FEM が有効な計算法であり、モデルの妥当性を検証するうえでは適当な供試体であると思われる。本研究ではそれぞれのはりに腹部補強の有無を変化させて合計4体の供試体を用いて検証を行った。なお、実構造物を想定してできるだけ鉄筋を分散させて配置したいために閉合スターラップを用い

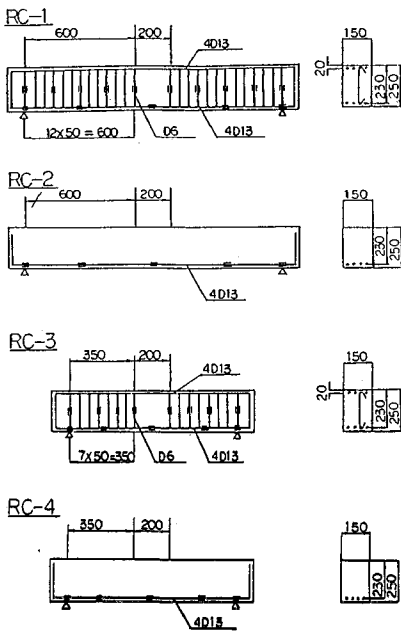


図-3 RC 供試体配筋図

表-1 コンクリートの力学的特性

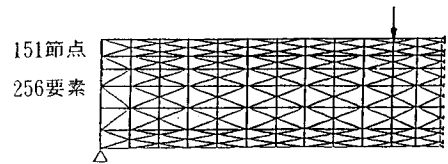
	圧縮強度	引張強度	ヤング率	材令
コンクリート	264kg/cm ²	26.9kg/cm ²	2.36×10 ⁹ kg/cm ²	26日

表-2 鉄筋の力学的特性

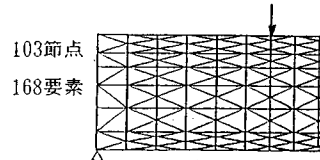
	降伏強度 kg/cm ²	引張強度 kg/cm ²	ヤング率 kg/cm ²	規格
鉄筋	3540	5690	1.99×10 ⁹	SD30 D13
	4470	5730	1.83×10 ⁹	SD35 D6

ず、図-3に示すような腹鉄筋を用いて補強を行った。載荷方法は対称2点集中荷重による単調載荷である。計算に用いた供試体の要素分割図を図-4に示す。

以下、FEM モデルの検証を①荷重-変位関係、②ひびわれ状況、について検討していく。

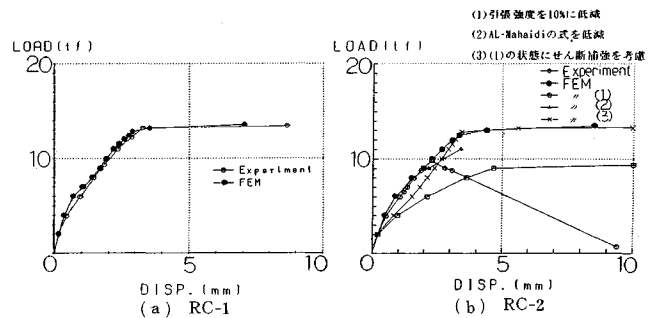


(a) RC-1, 2



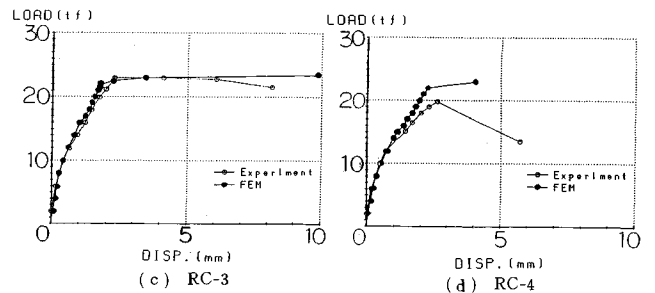
(b) RC-3, 4

図-4 RC 供試体要素分割図



(a) RC-1

(b) RC-2



(c) RC-3

(d) RC-4

図-5 支間中央における荷重-変位関係

① 荷重-変位関係

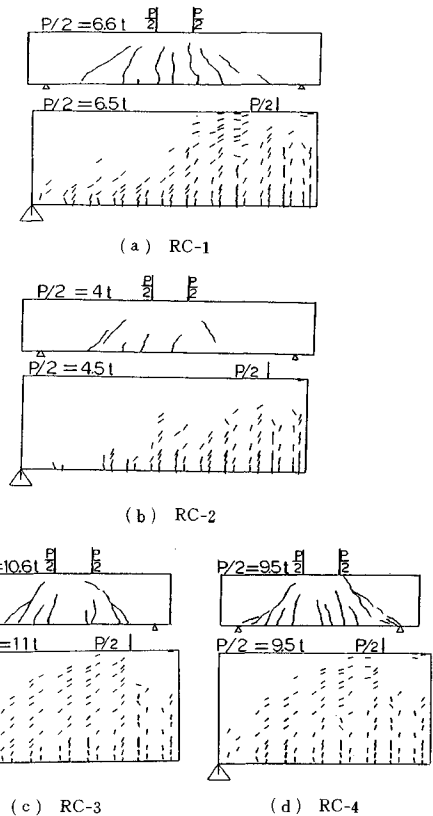
図—5にそれぞれの供試体の支間中央における荷重-変位曲線に関する実験値とFEMモデルとの比較を示す。これによると、RC-1、RC-3において実験値と計算値との対応性は非常に良い。しかし、腹鉄筋を有していないRC-2は、実験において斜引びわれの伸展により急激に斜引張破壊を起こし耐力が低下したが、計算値は、斜引びわれの影響が現われず荷重が増加している。これは、ここで用いたFEMモデルが部材の一体性を常に確保するために斜引張破壊を生じにくくしているためである。そこで、RCはりには、斜引びわれ発生後、構造体がアーチ機構に移行しコンクリートの引張強度に影響されないことを考えて、コンクリートの引張強度を10%に低減し、斜引びわれの影響を間接的に強調させたところ、剛性にはかなり違いがみられるものの耐力に関しては実験値と対応していることがうかがえる。さらに、この状態にRC-1と等量のせん断補強を施して計算した場合、主鉄筋が降伏するまで計算値が安定しており腹鉄筋の効果がうかがえる。また、せん断補強筋を用いたRCはりよりかなりひびわれが離散的になっているため斜引びわれ発生後コンクリート間のせん断伝達がほとんどないと考えAl-Mahaidiの提案式より得られるせん断剛性を簡易的に1/10に低減すると、最終的な耐力、荷重-変位曲線は、ほぼ実験値に対応していることがうかがえる。RC-4は、鉄筋降伏前に定着破壊を起こしたためにRC-2と同様に急激に耐力が減少している。この供試体も荷重初期状態では、FEMと実験値はきわめて良く対応しているが、斜引びわれ発生後、FEMモデルと実験値との間にずれが生じ徐々に増加していく傾向がみられる。これは、実験では局所的な斜引びわれによるせん断変形すなわち斜引びわれ幅が大きくなり、かつ、鉄筋の付着や定着が害されるのに対して、本FEMモデルでは領域的なSmeared Crackによる間接的なひびわれのみを表現しているからだと思われる。

② ひびわれ状況

図—6にFEMモデルによるせん断耐力の90%時のひびわれ状況図を実験におけるその荷重時のひびわれ状況と対比させて示す。

FEMモデルによって計算されたひびわれの発生領域は、すべての供試体において実験値よりも広く分布している。ひびわれ領域が大きい理由は領域的にひびわれを考慮したモデルのためであると思われる。ひびわれ方向については実験値と良く一致しており定性的に供試体のひびわれ状況をとらえることができたと思われる。

以上、RCはりに適用し実験値と比較を行ってきたが、本研究で提案したモデルはRCはりの挙動を相当程度に再現しておりモデルの実用性は十分に示されたと思わ



図—6 ひびわれ状況図(上側:実験結果,下側:解析結果)

れる。斜引張破壊をする供試体で実験値と計算値でかなり異なった結果が生じた場合があったが、斜引張破壊に対する検討はコンクリートの引張強度を低減して間接的にせん断補強筋のないはりがアーチ機構に移行したときにもっている耐荷力である斜引張耐力を求め、通常の引張強度を用いた曲げ耐力とを比較し検討すること、またはコンクリートのひびわれ後のせん断剛性を大幅に低減することによって求められる。

4. PCはりに対する適用

PC構造物は、RC構造物とは異なった性能をもっている構造物である。そこで、その特性を実験的に把握する意味で以下のことに着目して供試体を作製した。

a) 付着特性の違いを表現するためにリンク要素を用いたモデルが適切かどうかをグラウトを行った供試体とアンボンド供試体とを用いて検討する。

b) PC tendon, プレストレスリングの表現が妥当であるかをコンクリート, PC鋼棒, 鉄筋にゲージを貼布し実験値と計算値を比較し検討する。

c) PCはりにおいて、鋼材全体に対するPC鋼材の貢献度を表わす指標: $\lambda = (f_{pu}A_p) / (f_{pu}A_p + f_{sy}A_s)$ を変

化させた供試体に対して FEM モデルが構造特性を表現できるかを検討する。ここに、 f_{ps} : PC 鋼材の降伏強度、 A_p : PC 鋼材の総断面積、 f_{sv} : 鉄筋の降伏強度、 A_s : 鉄筋の総断面積。

d) 二次元的な影響を大きくするために a/d を小さくする。

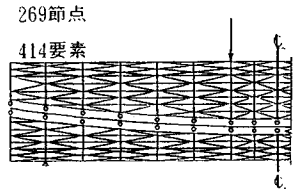
以上のことを踏まえ合計 4 体の供試体を作成した。形状および配筋図を図-7 に、使用材料の力学的特性を表-3、表-4 に示す。導入プレストレス力は 1 本につき 7.6 t とした。これは、応力にして 11 875 kgf/cm² である。コンクリートの応力度は支間中央断面下縁において PC-1 で 36.5 kgf/cm²、PC-3 で 48.6 kgf/cm² となる。荷重方法は、RC と同様に対称 2 点荷重を静的に作用させた。

FEM モデルにより計算された結果を供試体の実験結果と比較しその妥当性を評価するために RC はりと同様に、荷重-変位、プレストレス導入時、ひびわれ状況、荷重-ひずみの項目に分けそれぞれについて各供試体ごとに検討する。計算に用いた供試体の要素分割図を図-8 に示す。

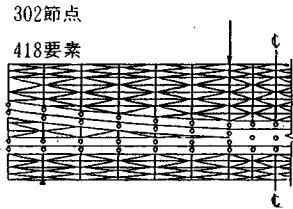
① 荷重-変位関係

図-9 にそれぞれの供試体の支間中央における荷重-変位曲線に関する実験値と計算値の比較を示す。PC-2 を除いた計算値は、実験値と良く対応している。ただし、非線形領域へ移行していく過程でモデルの方が若干剛性

が高めである。この理由として、1つは、PC 鋼棒が異形鉄筋に比べてはるかに付着特性が劣っていることによる付着すべりが原因であると思われる。もう1つは、クリープ、リラクセーションの原因でプレストレス力がある程度抜けてしまい、ひびわれ荷重が若干下がったためであると思われる。PC-2 は、弾性領域においてはおおむね良く対応しているが、FEM モデルは、実験値における急激な剛性低下を表現できていない。この原因は、アンボンド PC 鋼棒を使用したことによりひびわれ状態が非常に離散的になってしまい分散型ひびわれでは対応しきれなくなったものと思われる。

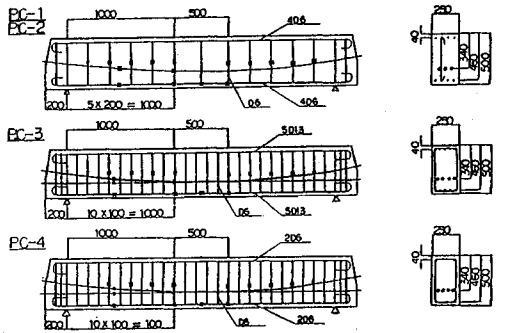


(a) PC-1, 2



(b) PC-3, 4

図-8 PC 供試体要素分割図



*PC-2 はアンボンド PC 鋼棒使用

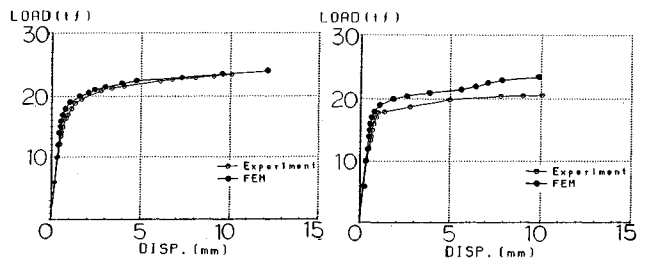
図-7 PC 供試体配筋図

表-3 コンクリートの力学的特性

	圧縮強度	引張強度	ヤング率	材令
コンクリート	401kg/cm ²	25.4kg/cm ²	2.68×10 ⁶ kg/cm ²	28日

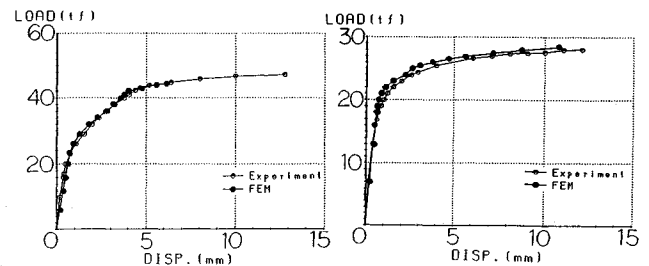
表-4 PC 鋼棒、鉄筋の力学的特性

	降伏強度 kg/cm ²	引張強度 kg/cm ²	ヤング率 kg/cm ²	規格
P C 鋼棒	14400	15200	2.05×10 ⁶	D種1号#9.2
	4373	6419	1.91×10 ⁶	SD30 D13
鉄筋	4178	5444	1.90×10 ⁶	SD35 D6



(a) PC-1

(b) PC-2



(c) PC-3

(d) PC-4

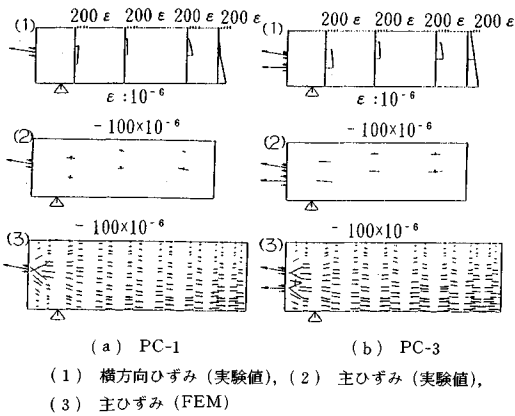
図-9 支間中央における荷重-変位関係

② プレストレス導入時

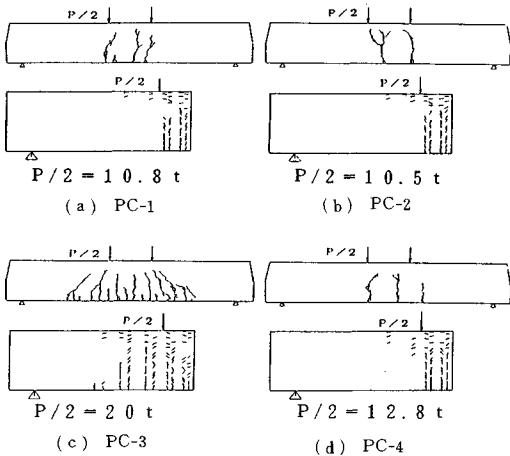
図一10にPC-1とPC-3のプレストレス導入時における主応力分布図を実験値と対比させて示す。これらの図から、本研究におけるプレストレス導入に関する取扱いは、十分に供試体の挙動を表わしていることが確かめられた。

③ ひびわれ状況

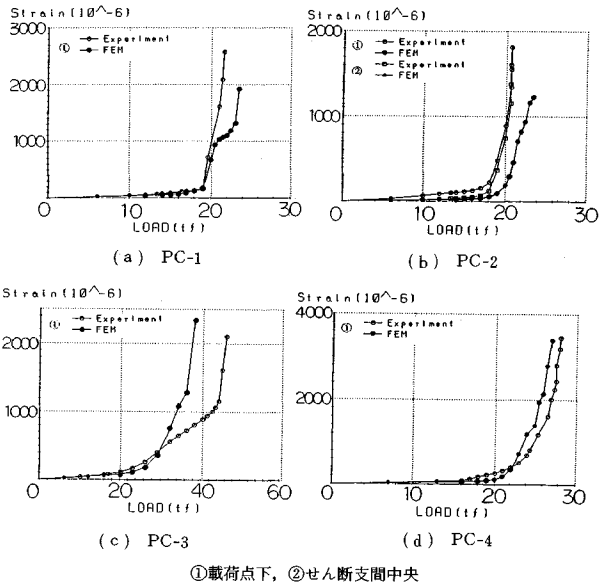
図一11にFEMモデルにより計算されたせん断耐力の70%時のひびわれ状況を実験におけるその荷重時のひびわれ状況図と対比させて示す。ひびわれの分布状況は、実験値と解析値で対応しており、またひびわれ方向も一致している。したがって、PCはりにおいてもひびわれ状況が評価できているものと思われる。ただし、PC-2のひびわれ状況がPC-1とほぼ同じであることからアンボンドPC供試体の特徴を十分に表現しているとはいえない。これは、供試体の寸法が比較的小さいためにボンドの有無による差が生じにくいからであると思われる。



図一10 プレストレス導入時ひずみ分布図



図一11 ひびわれ状況図



図一12 PC鋼棒のひずみ-荷重関係

④ PC鋼棒のひずみ-荷重関係

図一12に各供試体のPC鋼棒のひずみと荷重の関係を示す。実験値において応力ジャンプの起きている荷重近傍では計算値においても同様な現象が生じている。ひびわれの伸展を的確にとらえているためであると思われる。PC-2では、離れた位置における測定値を比較してもほぼ同じ傾向を示しておりアンボンドPC供試体の傾向を良く表わしていると思われる。

以上、PCはりに対するモデルの適用結果をみてきたが実験値と計算値の対応は、RCはりと同様に非常に良いものであることが示された。パーシャルプレストレス状態を含めPC構造物に対してもここで提案したFEMモデルは十分に適用性があると思われる。

5. 結 論

FEMが広く普及している一方で、設計分野においては、明確にその適用に関する統一的手法が確立されていない。FEMモデルが複雑化してしまい構造物レベルに対して実用的に使用しにくくなっているためであると思われる。しかし、コンピュータの発展と普及、またコンクリートの諸性質が解き明かされていく中で、供試体レベルだけでなく構造物レベルに対しても適用可能なモデルを構築することはコンクリート構造物分野におけるFEMの適用度、重要性を考えると非常に意義があると思われる。そのためには実用的見地から複雑化したモデルをできるだけ簡素化しなければならない。本研究では、その考えに基づき簡易な構成則、単純な材料特性を使用したモデルを提案し、その妥当性を実験と対比さ

せ検討を行った。以下、それにより得られた知見を列挙する。

(1) RC 要素を使用することにより入力データの大幅な簡素化が図られた。

(2) RC はりにおいて実験値と FEM モデルの比較によると荷重-変位曲線では、ほぼ両者は良く対応しており最終的な耐力も一致した。

(3) 斜引張破壊に対する検討として、コンクリートの引張強度をあらかじめ低減してアーチ機構としての斜引張耐力を求め、強度を低減しないで求めた部材の曲げ耐力と比較することが有効であると思われる。また、コンクリートのひびわれ後のせん断剛性を大幅に低減させる方法もよい結果を与えることが示された。

(4) PC はりにおいて、実験値との比較によると FEM モデルは緊張率の違いによる構造特性を正確に表現していた。

(5) PC 鋼材を要素としてモデル化することにより、PC 鋼材の挙動を含め詳細に供試体の挙動を把握することができた。

(6) ひびわれ分布は、RC、PC とも、領域的に、またひびわれ方向についてもかなりの対応性があった。

(7) 本研究で提案した FEM モデルを用いることにより使用限界状態および終局限界状態に対する実用的

な設計計算を行うことが可能と思われる。

謝 辞：本研究の実施に際し、研究に参画された学生のウン・チン・キョン君、および種々協力を賜った山口隆裕助手および森下 豊技官に深甚の謝意を表わします。

参 考 文 献

- 1) Niwa, J. and Maeda, S. and Noguchi, H. : Application of Finite Element Methods to Design of Reinforced Concrete Structures, IABSE Colloquium, Delft, pp. 383-391, 1987.
- 2) 日本コンクリート工学協会, RC 構造の有限要素解析と設計法研究委員会: コンクリート構造物の設計に FEM を適用するためのガイドライン (第 3 版), 1988.
- 3) Ikeda, S. and Tsubaki, T. : Application of the Finite Element Method to the Design of Concrete Structures, Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Vol. 2, May, pp. 143-162, 1985.
- 4) 出雲淳一・島 弘・岡村 甫: 面内力を受ける鉄筋コンクリート板要素の解析モデル, コンクリート工学, Vol. 25, No. 9, pp. 107-120, 1987. 9.
- 5) 梅原秀哲・田辺忠顕・吉田弥智: 鋼材の付着状態を考慮した PC ラーメンの履歴挙動に関する研究, 土木学会論文集, No. 396, pp. 89-98, 1988.

(1989. 4. 7・受付)