【土木学会論文集 第413号/Ⅳ-12（ノート） 1990年1月】

質の選択を考慮した消費理論と住宅市場への適用

APPLYING A CONSUMPTION THEORY FOR QUALITY AND QUANTITY TO HOUSING MARKETS

小林潔司*・張 衛彬**

By Kiyoshi KOBAYASHI and Wei-Bin ZHANG

Urban Economics has a long history of dealing with spatially differentiated markets, where consumers face their choice of both quality and quantity. Although there have been both theoretical and empirical researches, the general aspects of the problem have not been investigated. The aim of this note is to propose a general framework of dealing with the consumer's choice of quality and quantity. We apply our approach to housing markets to propose a residential equilibrium model, in which the equilibrium rent function emerges from the interaction between the supplier and demander of the housing lots. A simple comparative analysis is carried to investigate the impacts of increases in population on the gradient of the housing rent and land price.

Keywords : *consumption of quality and quantity, residential location theory*

1. はじめに

東原は住宅市場に関する seminal paper[1] において，従来の住宅立地理論が住宅市場における需要と供給の関係を捨象していると批判し，付け値概念では市場均衡解を得ることが困難であることを指摘した．しかし，「なぜ，住宅立地理論において市場均衡の概念が十分に考慮されていないのか」に対して，必ずしも明確な見解を示したわけではない．住宅立地理論の特殊性は，家計が住宅サービスの質と量を同時に選択する点にある．たとえば都心からの距離のような質的変数では，その値が示す点としての財の特性が消費される．量的変数は，尺度の原点から測定値までの区間そのものが消費される．このような質と量の同時選択の問題は，Montesano[2] らの若干の例外を除けば，ほとんど考慮されてこなかった．住宅立地理論の顕著な特性は，たとえばCBDからの距離のように財の質が連続的に分布するところにある．本ノートでは，「財の質が連続的に分布するような状況における質と量の同時選択問題」に直面した家計行動に関する理論的な枠組みを提案することにより，東原の問題提起に対して著者らなりの見解を示すこととする．

* 正会員 工博 鳥取大学助教授 社会開発システム工学科（〒680 鳥取市湖山町南4-101）

** 経博（Ph.D.） Swedish Institute for Future Studies 助教授（Hagagatan Stockholm, Sweden）

2. 「質」と「量」に対する需要分析[3]

E を $2n$ 次元のユークリッド空間とし，E 上の任意の1点 $x\in E$ を $x=(x_1, \cdots, x_{2n})=(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v})=(q_1, \cdots, q_n, v_1, \cdots, v_n)$ とする．$\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{v}$ はそれぞれ n 個の財（commodity）の量と質を表わす．質的変数 v_i の原点は任意に決定でき，ここではその質の最低（最高）の水準を原点にとる．量的変数 q_i は原点を有する比例尺度で表わす．家計が直面するある財 i の選択可能性を財空間

$$C_i=\{(q_i, v_i) : q_i\geq 0, v_i\geq 0\} \cdots\cdots (1)$$

で表わす．選択可能な財の組合せを bundle space F

$$F=\{x : (q_i, v_i)\in C_i, i=1, \cdots, n\} \cdots\cdots (2)$$

で定義する．ここで，以下のような仮定を設ける．

（仮定1）任意の x, $y\in F$ に対して完備，反射的かつ推移的な選好 R が存在し，xRy のとき，かつそのときのみ，$U(x)\geq U(y)$ となる実数値関数 $U(x)$, $x\in F$ が存在する．U は連続微分可能な準凹関数である．

（仮定2）財の組合せ $(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v})$ のうち最初の m $(m<n)$ 個の財の質が連続的に分布し，その価格が連続微分可能な価格関数 $p_i(v_i)$ により与えられる．質 v_i の選択に付随する固定的な費用を p_i^* $(i=1, \cdots, m)$ とする．残り

の $n-m$ 個の財の質は水準 v_j ($j=m+1, \cdots, n$) に固定され，その財の価格を p_j と表わそう．

家計の選択問題を効用最大化問題として定式化する．

$$\left.\begin{array}{l}\text{Maximize } U(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}) \\ \text{subject to } \sum_{i=1,m} p_i(v_i)q_i + \sum_{i=1,m} p_i^* v_i \\ \qquad + \sum_{j=m+1,n} p_j q_j = y \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$q_i>0$ を仮定する．式（3）は q_j ($j=1, \cdots, n$), v_i ($i=1, \cdots, m$) に関する選択問題である．なお，Rosen らによる hedonic price 理論は，ある1つの財の質の選択問題を取り扱っており，量と質の同時選択問題を取り扱っているわけではない．1階の最適条件は

$$\left.\begin{array}{l} U^i(q, v)=\lambda p_i(v_i), \quad (i=1, \cdots, m) \\ U^j(q, v)=\lambda p_j, \quad (j=m+1, \cdots, n) \\ U^{n+i}(q, v)=\lambda\{p_i'(v_i)q_i+p_i^*\}, \quad (i=1, \cdots, m) \\ y-\sum_{i=1,m} p_i(v_i)q_i-\sum_{i=1,m} p_i^* v_i-\sum_{j=m+1,n} p_j q_j=0 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (4)$$

上付き添字は当該変数による偏微分を表わす．λ を消去すれば，$(q_1, \cdots, q_n, v_1, \cdots, v_m)$ に関する $n+m$ 個の式を得る．点 $(q_1, \cdots, q_n, v_1, \cdots, v_m, p_1^*, \cdots, p_m^*, p_{m+1}, \cdots, p_n, y)$ において $n+m+1$ 個の陰関数が連続微分可能であり，ヘシアン行列が正則であると仮定する．このとき，需要関数は $\boldsymbol{p}^*=(p_1^*, \cdots, p_m^*)$, $\boldsymbol{p}=(p_{m+1}, \cdots, p_n)$, y の関数として一意的に表わせる．

$$q_i=f_i(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{p}, y ; \boldsymbol{p}'(v), \boldsymbol{p}(v)) \quad (i=1, \cdots, n) \cdots\cdots (5)$$

$$v_j=g_j(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{p}, y ; \boldsymbol{p}'(v), \boldsymbol{p}(v)) \quad (j=1, \cdots, m) \cdots\cdots (6)$$

$\boldsymbol{p}'(v)=(dp_1/dv_1, \cdots, dp_m/dv_m)$, $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{v})=(p_1(v_1), \cdots, p_m(v_m))$ であり，需要関数（5）は価格関数 $\boldsymbol{p}'(v)$, $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{v})$ に依存して決定される．f_i と g_j は $\boldsymbol{p}^*$, $\boldsymbol{p}$, y に関して連続微分可能である．質 v_i は式（6）を同時に満足するような水準として内生的に決定される．価格関数 $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{v})$ のもとで，効用関数の単調変換 $G(U(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}))$ に対して最適条件（4）は不変であり，序数的効用関数のもとで需要関数（5），（6）を導出できる．質の需要関数（6）に関しても通常の需要関数と同様なスルツキー方程式を導出できる[3]が，紙面の都合上ここでは省略する．

3. 価格関数の決定

簡単のために，1種類の財の質だけが連続的に分布する場合を考えよう．他の財の質はすべてある水準に固定されていると仮定する．ここで以下の仮定を設ける．

（仮定3）企業は同一の生産技術を有し，質が $[v, v+dv]$ の財を生産する企業の数は $\varkappa(v)dv$ である．なお，$\varkappa(v)$：企業数の分布を表わす密度関数である．

質 v の財を生産する企業の行動を定式化する．

$$\max_Q \Pi=p(v)Q-c(v, Q ; \omega) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

ここで，$c(v, Q ; \omega)$ は費用関数，ω は生産要素価格である．一階の最適条件は次式のようになる．

$$p(v)-\partial c(v, Q ; \omega)/\partial Q=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

費用関数は二階の最適化条件 $\partial^2 c(v, Q)/\partial Q^2 \geqq 0$ を満足すると仮定する．式（8）より得られる質 v の財の供給関数を $Q[v ; \omega, p(v)]$ と表わそう．このとき，質が $[v, v+dv]$ に属する財の供給量 $S(v)dv$ は

$$S[v ; \varkappa, \omega, p(v)]dv=Q[v ; \omega, p(v)]\varkappa(v)dv \cdots\cdots (9)$$

需要関数（5），（6）より集計的需要関数を求める．家計の所得が確率密度関数 $\pi(y)$ に従って分布すると仮定する．また，対象とする財が正常財と考え，質に対する需要関数が所得 y に関して連続微分可能な単調関数として陽的に表現できると仮定する．このとき，質に対する需要関数の逆関数が存在し，それを g^{-1} と表わそう．市場全体での需要量を表わす集計的需要関数は

$$\left.\begin{array}{l} D[v, G, \pi, f, g ; p^*, p, p'(v), p(v)]dv \\ =Gf[p^*, p, g^{-1}(v ; p^*, p, p'(v), p(v)) ; p'(v), p(v)] \\ \pi[g^{-1}(v ; p^*, p, p'(v), p(v))]\,|dg^{-1}/dv|\,dv \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (10)$$

となる．G は家計総数である．財の質 v はそれが指示する状態が点として消費され，完全競争市場均衡は差別化された質の財に対して個別に成立する．市場均衡ではすべての v に対して次式が成立しなければならない．

$$Q[v ; \varkappa, \omega, p^*(v)]=D[v ; G, \pi, f, g, p'(v)^*, p(v)^*] \cdots\cdots\cdots (11)$$

式(11)において均衡価格関数 $p^*(v)$ は未知関数であり，市場均衡を通じて内生的に決定される．式(11)を $p'(v)$, $p(v)$ に関する微分方程式と考え，式(11)を

$$\Phi(p'(v), p(v))=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

と書き替えれば，均衡価格関数 $p^*(v)$ は市場で観測される境界条件のもとで式(12)を解くことにより求まる．多財の場合には，質に対する需要関数がそれぞれ y に関して単調関数で表現される場合には，上述の結果を容易に拡張できる．このような単調性が成立する条件を含め，多財の場合の市場均衡に関しては本稿の域を越えるので今後の課題としたい．

4. 従来の住宅立地理論と「質」の問題

Alonso 理論[4]において質の選択の問題がどのように取り扱われているかを説明する．理論の前提となる仮定，与件等の詳細は原典[4]に譲る．効用最大化問題

$$\left.\begin{array}{l}\text{Maximize } U(z, q, t) \\ y=p_z z+p(t)q+\tau t \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

を考える．z：合成財の量，q：住宅規模，t：CBD からの距離，p_z：合成財の価格，$p(t)$：地点 t の地代，τ：単位距離当たりの通勤費用である．Alonso は通勤費用関数 $k(t)$ を用いているが，線形費用関数を用いても

以下の議論に本質的な差異はない．質的変数 t は連続的に分布しレント関数 $p(t)$ は質 t の関数である．このモデルは一部の財（合成財）の質が固定されており，残りの財（住宅）の質が連続的に分布する選択問題となっている．

問題（13）を2段階最適化問題として解釈する[5]．家計はある立地点において地代価格を所与として最適な合成財と住宅規模を選択する．次に，各地点での最適消費計画に基づいて最適な立地点を選択する．立地点 t において家計の最適消費のパターンは，予算制約に従って価格比を家計の限界代替率に等しくするという通常の1階の最適条件を満足するように決定される．効用関数を連続非減少の準凹関数であるとすれば，家計の合成財および住宅の規模に関する以下の需要関数を得る．

$$\left.\begin{aligned} z(t)&=Z(y, p_z, p(t), \tau) \\ q(t)&=Q(y, p_z, p(t), \tau) \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

新都市経済学の住宅立地理論の特徴は，所得と嗜好の同一な家計が都市内のどの地点においても等しい効用をもつとき，市場は均衡するという仮定のもとに，市場均衡解を導出する点にある．市場均衡解は間接効用関数 $V(y, p(t), \tau, p_z, t)$ を用いて次式のように定義できる．

$$V(y, p(t), \tau, p_z, t)=V_0 \qquad (15)$$

さらに，式（15）を $p(t)$ に関して明示的に解くことにより，以下の均衡地代曲線 $p^*(t)$ を得る．

$$P^*(t)=F(y, \tau, p_z, t : V_0) \qquad (16)$$

均衡地代曲線の形は本質的に家計の効用関数の形に依存して求まる．住宅規模および合成財の量に関する需要関数は明示的に導出しているが，立地点に対する（式（6）の意味における）需要関数を考慮していない．さらに，所得や嗜好が等しい家計のグループごとに均衡地代曲線を求め，それら地代曲線の包絡面をもって都市の地代曲線を定義している．しかし，嗜好・所得の異質性のもとで，均衡地代曲線を解析的に導出することはほとんど不可能であると指摘されている[6]．

5. 住宅市場への適用

以上の需要理論を Montesano ら[2]による住宅立地モデルに適用する．Montesano の研究は，家計の質の選択行動を明示的に考慮したモデルとして評価できる．closed city を仮定し，効用最大化問題

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Max}\ U(z, q, t)=c_0 \log z+c_1 \log q-\log t \\ &y=p_z z+p(t)q+\tau t \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

を考える．一階の最適条件は次式のようになる．

$$\left.\begin{aligned} c_0/z&=\lambda p_z \\ c_1/q&=\lambda p(t) \\ -1/t&=\lambda(q dp/dt+\tau) \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

式（18）を予算制約式に代入し λ を求める．

$$\lambda=y^{-1}\{c-\tau/(\tau+q dp/dt)\} \qquad (19)$$

なお，$c=c_0+c_1$ である．次式のような需要関数を得る．

$$z=c_0 y\{p_z[c-\tau/(\tau+q dp/dt)]\}^{-1} \qquad (20)$$

$$q=c_1 y\{p(t)[c-\tau/(\tau+q dp/dt)]\}^{-1} \qquad (21)$$

$$t=y\{(1-c)\tau-cq(dp/dt)\}^{-1} \qquad (22)$$

式（21）は両辺に q を含む陰関数である．式（22）はCBD からの距離 t に関する需要関数である．CBD を中心として広がる円形都市を考える．Montesano[2]らに従って，所得 y の分布の確率密度関数を

$$N(y)=PAy^{-a}=Py_0^a y^{-a} \quad (0<y_0\leq y) \qquad (23)$$

と定義する．A, a (>0)：定数，P：人口である．都心から距離 t の地点の家計の所得は式（22）より

$$y=t\{(1-c)\tau-cq(dp/dt)\} \qquad (24)$$

となる．ここで，ひとまず $d\{q(dp/dt)\}/dt=0$ を仮定しよう．のちに，市場均衡解はこの仮定を満足することを示す．距離 t の地点における集計的住宅需要 $Q(t)$ は

$$Q(t)dt=PAq(t)\{t[(1-c)\tau-cq(t)dp/dt]\}^{-a+1}dt \qquad (25)$$

と表わせる．

Montesano の研究を拡張し，住宅サービスの生産者の行動を明示的にとりあげ，価格関数 $p(t)$ が3. で示した枠組みのもとで内生的に決定されると考えよう．都心からの距離 t における生産者は自分の所有している土地に資本を投入し住宅サービスを生産すると考える．住宅生産技術が規模に関して収益てい減であると仮定し費用関数を $C(\xi)G(t)^b$ ($b>1$) と表わそう．生産者の行動は利潤最大化問題

$$\max_{G(t)}\{\Pi=p(t)G(t)-C(\xi)G(t)^b\} \qquad (26)$$

と表わせる．ξ は空間的に変化しない資本価格，G は住宅の供給量である．一階の最適条件より供給関数は

$$G(t)=\{p(t)/bC(\xi)\}^d \qquad (27)$$

となる．ただし，$d=1/(b-1)$ (>0) である．生産者（土地の所有者）は以下のような利潤を得る．

$$\Pi=\{1-(1/b)\}p(t)^{1+d}\{bC(\xi)\}^{-d} \qquad (28)$$

ただし，$d=1/(b-1)$ (>0) である．

企業は都市に一様に（単位量）ずつ分布すると仮定しよう．半径 $[t, t+dt]$ における円周上の住宅供給量は

$$Q(t)dt=2\pi t\{p(t)/bC(\xi)\}^d dt \qquad (29)$$

となり，市場均衡の条件は式（25）と（29）より

$$PAq(t)\{t[(1-c)\tau-cq(t)dp/dt]\}^{-a+1}=2\pi t\{p(t)/bC(\xi)\}^d \qquad (30)$$

となる．微分方程式（30）の一般解の形式として

$$p(t)=p_0 t^{-\eta}, \quad q(t)=Q_0 t^{\rho} \qquad (31)$$

を想定する．p_0, Q_0 はそれぞれ都心（$t=1$）の地代，住宅規模である．式（31）を式（30）に代入すれば

$$\phi_1 t^{\psi_1}(\phi_2+\phi_3 t^{\psi_2})=\phi_4 t^{\psi_3} \cdots\cdots (32)$$

を得る．ここに，$\phi_1=(PAQ_0)^{-1/(a-1)}$，$\phi_2=(1-c)\tau$，$\phi_3=c\eta Q_0 p_0$，$\phi_4=(2\pi)^{-1/(a-1)}(p_0/bC(\xi))^{-d/(a-1)}$，$\psi_1=1-\rho/(a-1)$, $\psi_2=\rho-\eta-1$, $\psi_3=(d\eta-1)/(a-1)$ である．式(32)は任意の t に対して恒等的に成立することより $\psi_1=\psi_3$, $\psi_2=0$ を得る．これより次式を得る．

$$\rho=1+\eta, \quad \eta=(a-1)/(1+d) \cdots\cdots (33)$$

市場均衡解（31）は $d\{q(dp/dt)\}/dt=0$ を満足する．所得が連続的に分布している状況下における均衡地代曲線の勾配は住宅生産技術 d と所得の分布パラメーターによって決定される．p_0, Q_0 の値を決定しよう．式（31),（24）を式（21）に代入し展開すれば

$$p_0\cdot Q_0=c_1\tau/(c_1\eta-1)=\nu \cdots\cdots (34)$$

を得る．一方，式（32）から $\phi_1(\phi_2+\phi_3)=\phi_4$ が成立しなければならない．したがって，

$$\left.\begin{aligned} p_0&=\zeta(\nu PA/2\pi)^{1/(1+d)} \\ Q_0&=\nu^{d/(1+d)}(PA/2\pi)^{-1/(1+d)}/\zeta \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (35)$$

ただし，$\zeta=(bc)^{d/(1+d)}[(1-c)\tau+c\eta\nu]^{(1-a)/(1+d)}$ である．式（35）より $\partial p_0/\partial P>0$, $\partial Q_0/\partial P<0$ を得る．すなわち，都市人口が増加すれば都心の住宅規模は小さくなり，地代は上昇する．生産者が獲得する独占的利潤は

$$\Pi=\Omega p_0^{1+d} t^{-\eta(1+d)} \cdots\cdots (36)$$

となる．$\Omega=\{1-(1/b)\}\{bC(\xi)\}^{-d}$ である．ここで，住宅生産者の利潤がすべて土地に帰属すると考えよう．地価が生産者利潤の連続複利償却によって決定されると考えれば，地価分布 $\Phi(t)$ は割引率 r のもとで

$$\Phi(t)=\{\Omega p_0^{1+d} t^{-\eta(1+d)}\}/r=\{\omega P t^{-\eta(1+d)}\}/r \cdots\cdots (37)$$

となる．$\omega=\nu A\{1-(1/b)\}[(1-c)\tau+c\eta\nu]^{(1-a)}/2\pi$, p_0 は都心の地代である．本稿でとりあげた住宅生産技術のもとでは，地価勾配 $-\eta(1+d)$ は地代勾配 $-\eta$ より急となり，その程度は住宅生産技術 $d=1/(b-1)$ に依存する．生産技術の規模に関する収益てい減の程度が少なくなるほど（d が大きくなるほど）地価勾配は急になる．都心（$t=1$ と仮定する）の地価は Qp_0^{1+d}/r となる．都市の人口が増加すれば地価分布 $\Phi(t)$ は上方へシフトする．

6. おわりに

本ノートでは家計の質の選択行動を明示的に考慮した消費理論を提案し，住宅立地理論への適用を試みた．さらに，Montesano らのモデルが家計の質の選択行動を明示的に考慮した消費理論として解釈できることを示した．以上で提案したモデルは（i）所得が連続的に分布する状況のもとで，均衡地代が3. で述べた意味における需要と供給の相互作用によって内生的に決定される，（ii）均衡地代の勾配は住宅の生産技術，所得の分布状況に依存する，（iii）均衡地代曲線，交通費用，合成財の価格が与えられれば，家計の所得に応じて住宅の立地点は一意的に求まるといった特性を有している．

本モデルでは，均衡地代曲線が微分方程式の解として求まる．本稿では所得分布や地代勾配に関して厳しい仮定を課することにより均衡地代曲線を導出した．一般の分布関数を用いた場合，地代曲線を解析的に求めることは困難である．従来の住宅立地理論では，所得同質性という前提のもとで操作性の高い理論展開を行っていた．一方，所得異質性を前提として，市場均衡論的な立場から住宅立地理論を展開しようとすればその操作性に限界が生じる．もちろん，質を表わす変数の離散化により，操作性の高い実用モデルの開発は容易である．いずれにせよ，付け値概念を用いた住宅立地理論が発達した理由の1つに，その理論展開の容易さがあったことは否めない[6]．いずれのアプローチを採用すべきかは，理論の出発点である所得同質性あるいは異質性の仮定の妥当性に対する価値判断に委ねられよう．しかし，家計の所得水準に応じて立地点が一意的に決定され，土地の所有は独占利潤を生じるという知見は住宅政策論を考えるうえで重要な示唆を与える．すなわち，都市における住宅の立地問題は所得の配分問題と不可分である．従来，ともすれば価格理論的な側面から住宅市場の効率性が議論されたが，所得配分の立場から住宅市場の公正の問題に関して議論することも重要であろう．

なお，本稿の査読者の方々から貴重なコメントを賜わった．ここに，感謝の意を表します．

参考文献

1) 東原紘道：需給均衡理論にもとづいた居住地選択行動モデル，土木計画学研究・講演集，No. 8, 467-474, 1986.
2) Montesano, A.：A restatement of Beckmann's model on the distribution of urban rent and residential density, Jour. of Economic Theory, 4：pp. 329～354, 1972.
3) Andersson, Å. E., Kobayashi, K. and Zhang, W.-B.：Demand for quantity and quality, (to be submitted elsewhere), 1990.
4) Alonso, W.：Location and Land Use, Toward a general theory of land rent, Harvard Univ. Press, 1964, 折下功訳，立地と土地利用，朝倉書店，1966.
5) Henderson, J. V.：Economic Theory and The Cities, Academic Press, 1985, 折下功訳，経済理論と都市，勁草出版サービスセンター，1987.
6) Straszheim, M.：The Theory of Urban Residential Location, in Handbook of Regional and Urban Economics, Vol. 2, ed. by E. S. Mills, Chap. 18, pp. 717～757, 1987.

(1988. 12. 22・受付)