【土木学会論文集　第413号／IV-12　1990年1月】

「選択の多様性」の評価に関する理論的研究

EVALUATION OF “FLEXIBILITY IN CHOICE”: A THEORETICAL APPROACH

小林潔司*
By Kiyoshi KOBAYASHI

This paper discusses evaluation measures for flexibility of “opportunity sets”, from which a consumer chooses objects over time. In particular, it concerns binary relations on the opportunity sets which satisfy an axiom for “preference for flexibility”; a consumer is assumed to possess state dependent preferences for objects; a set x is supposed to be preferred to x' in terms of flexibility in choice, if and only if, no matter what state ensues, there is something in x as good as everything in x'. We present a general form of evaluation indices for flexibility in choice, which are relevant numerical representations of an underlying preference on sets. Log-sum utility measures derived from random utility theory may belong to the general class of indices for the evaluation of flexibility in choice.

Keywords: *flexibility in choice, evaluation index, opportunity sets*

1. はじめに

近年，地方生活圏においても社会資本の整備が急速に進展してきた．その結果，地方生活圏における社会資本の整備水準を，たとえば人口一人当たりの道路総延長といった各種の整備指標を用いて評価した場合，大都市圏と比較してそれほどの差異がみられないことも多い．一方，地方生活圏の社会資本の「豊かさ」は，大都市より依然として劣っているという観を免れ得ない．このような地方生活圏の居住者の生活実感を明確に定義しそれを計量化する方法はあまり開発されていない．

社会資本の「豊かさ」という概念は曖昧で多様な内容を含んでいる．社会資本の質的な整備水準に関して，いくつかの考え方が提唱されている[1),2)]．たとえば岡田は地方生活圏整備と関連させ選択限定性，選択不能性，実行可能性という視点の重要性を指摘している[2)]．地方生活圏では，消費者がある都市施設等を選択しようとしても，利用可能な選択肢が非常に限られてしまう場合が少なくない．したがって，消費者が直面する選択肢の多さ（選択の多様性）を地方生活圏の「豊かさ」を表わす1つの尺度と考えることができよう．「選択の多様性」の問題は地方都市圏において顕著に現われるが，単に地方生活圏に固有な問題ではなく，大都市圏の整備においても重要な問題であることに変わりはない．

土木計画学の領域においても選択の多様性の重要性が指摘されているが，その概念はあまり明確にされていない．たとえば谷口ら[3)]はエントロピー概念により選択の多様性の評価指標を提案しているが，「なぜエントロピー指標が選択の多様性を表わすのか」について十分な考察がなされているとはいいがたい．選択の多様性の評価に関する研究は緒についたばかりであり，今後の研究成果の蓄積に期待せざるを得ないのが現状である．

選択の多様性を評価する場合，選択頻度により対象とする問題の性格が異なることに留意すべきであろう．すなわち，選択肢を，1）一度だけ選択するのか，2）繰り返し選択するのかといった選択の頻度によって問題の性格が著しく異なる．前者の場合，選択肢の集合の中により望ましい選択肢が存在することが重要となる．後者の場合，個々の選択時における気分やニーズによって望ましい代替案を多くの選択肢の中から選ぶことが重要となる．すなわち，個々の選択結果だけが問題になるのではなく，その時々の気分やニーズに応じた選択の可能性そのものが評価の対象となるわけである．

本研究では，後者の視点から選択の多様性の評価問題

* 正会員　工博　鳥取大学助教授　工学部社会開発システム工学科（〒680　鳥取市湖山町南4-101）

をとりあげ，以下のようなアプローチを試みる．すなわち，選択の多様性の評価方法が満足すべき条件を「選択の多様性の条件」として表現し，このような条件を満足するような評価指標の一般形を求める．以下，2. では選択の多様性の評価指標が満足すべき条件について考察する．ついで，3. では，2. で定義した条件を満足するような整備指標の一般形を導出する．4. では以上の成果を拡張し，具体的な整備指標を提案する．5. では簡単な事例計算を行い整備指標の特性を分析する．なお，補題・定理等の証明は Appendix に一括して示す．

2. 選択の多様性の定義

（1） 問題提起

人口規模が等しい都市A，B，Cを考えよう．都市住民は都市内の施設を自由に利用できるとしよう．表—1は3都市の施設整備水準を最大施設規模，平均施設規模，総施設数，総施設規模という指標を用いて評価した結果である．まず，最大施設規模によれば都市AとBの施設整備水準は等しくなる．平均施設規模の場合，都市Bが最も望ましくなる．いま，消費者がその時々の気分や利用目的によって異なる施設を繰り返し利用すると考えよう．都市Aでは都市Bで利用可能な施設だけでなく，その他の施設も利用可能である．選択の多様性という視点に立てば，都市Aが都市Bより望ましいことは明らかである．したがって，最大値，平均値といった指標は選択の多様性の評価指標として適切ではない．次に都市AとCを比較しよう．総施設規模，総施設数では都市Cの方が望ましい．一方，最大値，平均値によれば，都市Aの方が望ましくなり，このままでは，都市Aと都市Cの整備水準を比較できない．両都市の施設整備水準を比較するためには，住民が施設を「どのようなときにどのように利用し，どのような満足を得ているか」という問題に立ち入って分析しなければならない．それと同時に，個々の施設の望ましさだけでなく，各都市で利用可能な施設全体（施設の集合）の望ましさを評価しなければならない．以上の例より，選択の多様性の評価とは，「その時々のニーズや嗜好に応じた消費者の多様な選択行動の結果に基づいて，消費者の代替案選択の可能性そのものを比較する」ことと考えることができよう．

表—1 施設規模と評価尺度

	都市A	都市B	都市C
施設規模	10,20,30	30	10,20,20,20
最大規模	30	30	20
平均規模	20	30	17.5
総施設数	3	1	4
総施設規模	60	30	70

（2） 選択の多様性の考え方

選択の多様性の考え方を明確にするために，機会集合という概念を導入しよう．機会集合 $x_i \in X\,(i=1, \cdots, m)$ は消費者が直面する要素（選択肢）$z_i^k \in Z$ $(k=1, \cdots, n_i ; n_i \neq 0)$ の集合である．上述の例で，i は都市A，B，Cと対応し，z_i^k は各都市で利用可能な都市施設を表わす．添字 k は機会集合に含まれる要素の通し番号を，n_i は機会集合 i に含まれる要素の数を表わす．Z はすべての要素 z_i^k $(k=1, \cdots, n_i ; i=1, \cdots, m)$ の集合を，X は x_i $(i=1, \cdots, m)$ の集合を意味している．

さて，消費者はその時々のニーズや気分に応じて異なる要素を選択する可能性がある．ここで，消費者の選好関係に影響を及ぼす外生的な条件を「状況」とよぶこととする．状況の例として天候条件を考えよう．表—2で，状況 s_1, s_2 はそれぞれ晴天，雨天を，c_1, c_2, c_3 は利用可能な施設を表現していると考える．この例では，消費者は晴天の場合 c_1 を，雨天の場合には施設 c_2 を最も望ましいと判断している．このような状況は天候だけにとどまらず，消費者の選好に影響を及ぼすすべての外生的要因の生起状態を表わしていると考えよう．当面，状況の数は有限であると仮定し議論を進めるが，この仮定は，4.（2）で緩めることとする．

消費者は状況に応じて複数の異なる選好関係 $\geq_s$ $(s=1, \cdots, S)$ を有しており，状況に応じた選好関係 $\geq_s$ に基づいて代替案を選択すると仮定しよう．s は状況を表わすパラメーターである．選好関係 $\geq_s$ は Z 上で定義され，通常の選好関係[4]と同様に完備かつ推移的であると仮定する．ここで，完備とは選好関係 $\geq_s$ に基づいて，すべての要素間に順序関係を規定できることを意味する．選好関係 $\geq_s$ を状況依存的選好（state dependent preference）（以下，状況選好と略す）とよぶ．

次に，機会集合間の二項関係 $\dot{\geq}$ を導入する．機会集合間の選好関係（以下，機会選好と略す）$\dot{\geq}$ は X 上で定義され，機会集合の望ましさの順序関係を表わす完備かつ推移的な二項関係[4]である．状況選好 $\geq_s$ は，個々の要素 z_i^k（以下，混同のおそれがない場合には，添字を省略し単に z と表わす）間の二項関係であるのに対し，機会選好は機会集合 x_i の間の二項関係である．表—2の例では，消費者は2種類の状況選好 $\geq_1$, $\geq_2$ を有している．ここで，図—1のような6種類の機会集合 x_i $(i=1, \cdots, 6)$ を考えよう．たとえば，機会集合 x_2 に含ま

表—2 状況依存型選好 $\geq_s$

	c_1	c_2	c_3
状況 s_1	1	2	3
状況 s_2	2	1	3

注）数字は望ましい順位を示す。

$$x_1=\{c_1, c_2, c_3\},\ x_2=\{c_1, c_2\}$$
$$x_3=\{c_1, c_3\},\ \ x_4=\{c_1\}$$
$$x_5=\{c_2\},\ \ x_6=\{c_3\}$$

図—1 機会集合の例

れる要素 $\{z_2^1, z_2^2\}$ はそれぞれ $\{c_1, c_2\}$ と対応する．また，すべての機会集合に含まれる要素の集合は $Z=\{c_1, c_2, c_3\}$ と表わせる．ここで，表—2に示す状況選好 $\geq_s$ に基づいて，機会集合 x_i $(i=1, \cdots, 6)$ の間の望ましさの順序づけ（機会選好 $\succsim$）を求める問題を考えよう．

機会選好 $\succsim$ が選択の多様性の望ましさの順序関係を表わすためには，機会選好 $\succsim$ は以下で述べるような条件を満足しなければならない．まず，ある x_i が x_j を包含すれば，x_i は x_j よりも同等もしくはそれ以上に望ましいと考える（条件1とよぶ）．表—2よりこれに該当する例として $x_1 \succsim x_2$，$x_2 \succsim x_4$ 等が挙げられる．条件1は選択の多様性の条件として自然であるが，表—1の例で都市Aと都市Bの施設の平均規模を比較すればわかるように，平均値指標はこの条件を満足しない．次に，x_j が x_i に含まれない場合 $(x_i \not\supseteq x_j)$ を考えよう．この場合でも，x_j に含まれるすべての要素に対して状況選好 $\geq_1$, $\geq_2$ に関して同等もしくはそれ以上に選好される要素が x_i の中に存在すれば，x_i は x_j よりも同等もしくはそれ以上に選好されると考える（条件2とよぶ）．表—2の例では，$x_2 \succsim x_3$ 等が該当する．以上の2つの条件は状況選好 $\geq_s$ に基づいて導出できる関係であり，X 上の機会選好 $\succsim$ はこれらの条件を満足しなければならない．

（3） 選択の多様性の条件

選択の多様性を表わす X 上の機会選好 $\succsim$ は，Z 上の状況選好 $\geq_s$ により導出される条件（以下，選択の多様性条件とよぶ）を満足しなければならない．上述の条件1より $x_i \supseteq x_j$ であれば $x_i \succsim x_j$ となる．また，任意の $z \in Z$，$x_i, x_j \in X$ に対して $\{z\} \cup x_i \succsim x_i$，$x_i \cup x_j \succsim x_i$，$x_i \cup x_j \succsim x_j$ が成立する．条件1は機会集合に新しく要素が加わった場合，新しい機会集合より従前の機会集合の方が強く選好されることはないことを要求している．また，条件2は $x_i \not\supseteq x_j$ の場合においても，任意の $\geq_s$ と任意の $z \in x_j$ に対して $z^* \geq_s z$ なる $z^* \in x_i$ が存在すれば，$x_i \succsim x_j$ が成立することを意味する．すなわち，どのような状況が生じても，ある機会集合より望ましいと考えられる要素が別の機会集合の中に必ず存在すれば，その機会集合はもとの機会集合よりも望ましいと考える．ここで，$x_i \supseteq x_j$ であれば，任意の $\geq_s$ $(s=1, \cdots, S)$ と任意の $z \in x_j$ に対して $z^* \geq_s z$ なる $z^* \in x_i$ が存在する．したがって，上記の2つの条件は次の選択の多様性の条件として統合できる．

（選択の多様性の条件）完備かつ推移的な X 上の機会選好 $\succsim$ は，任意の $\geq_s$ $(s=1, \cdots, S)$ と任意の $z \in x_j$ に対して $z^* \geq_s z$ なる $z^* \in x_i$ が存在するとき，$x_i \succsim x_j$ を満足する．

なお，$x_i \succsim x_j$ であってもすべての $\geq_s$ $(s=1, \cdots, S)$ とすべての $z \in x_j$ に対して $z^* \geq_s z$ なる $z^* \in x_i$ が必ず存在するとは限らない点に留意しなければならない．

いま，$x_i \subseteq x_j$ が成立し，任意の $z \in x_j$ に対して $z^* \geq_s z$ なる $z^* \in x_i$ が存在するとしよう．この場合，選択の多様性の条件より $x_i \succsim x_j$ となる．一方，$x_i \subseteq x_j$ より $x_j \succsim x_i$ であり $x_i \sim x_j$ が成立する．$\sim$ は $\succsim$ の意味で無差別であることを示している．いま，$x_j - x_i \neq \phi$ と仮定しよう．記号－は差集合を表わす．このとき，$z \in x_j - x_i$ の存在は選択の多様性の評価に対して何の影響も及ぼさない．このことより，条件2を認めるかに関しては議論の余地があろう．条件2より，既存のすべての施設よりも魅力に乏しい施設を建設しても選択の多様性は改善されない．一方，いかに魅力の乏しい施設であろうと施設建設により消費者の選択の余地は増加するという考え方も成立しよう．しかし，魅力に乏しい施設を整備することは，いかに選択の余地を増やすといっても望ましい施設整備戦略とはいえない．そこで，本研究では選択の多様性の条件として条件2を認めることとする．

機会選好 $\succsim$ が選択の多様性の条件を満足するとき，機会選好 $\succsim$ は状況選好 $\geq_s$ により導出される集合 X 上の半順序関係を満足する．本研究では，選択の多様性の条件を満足するような順序関係を「選択の多様性を表現する順序関係」とよぶ．以上の議論では選択の多様性の条件を満足するような完備かつ推移的な機会選好の存在を前提としてきた．厳密にいえば，このような機会選好が存在するためには，状況選好 $\geq_s$ の相互比較可能性が問題となるが，これに関しては3.（4）で言及する．

3. 「選択の多様性」の評価とその表現

（1） 従来の研究の概要

Koopmans[5),6)] は，ある集合上で定義される完備かつ推移的な選好関係を，ある効用関数として関数表現する問題を効用関数の表現問題（representation problem）とよびその解法を提案した．Koopmans の取り扱った問題は要素間の選好関係の表現問題であるが，その後，Kreps[7)]，Kannai-Peleg[8)]，Fishburn[9)] らは機会集合間の選好関係の表現問題に対して拡張を試みている．一方，評価指標の表現問題に関しては Weibull[10)]，Smith[11)] らによるアクセシビリティの表現に関する先駆的研究がある．これらの研究は，消費者のすべての選択行動が観測可能であるという前提のもとに，選択行動と整合のとれるような効用関数や評価指標を表現するという記述的アプローチを採用している[12)]．一方，本研究で対象とする選択の多様性の評価問題では，のちに4.（1）で考察す

るようにその時々の消費者の状況依存的選択行動は観測されるが，消費者の機会集合の選択行動は観測できないという本質的な問題が存在する．したがって，従来の研究のような「観測された機会集合の選択行動の結果から，機会集合間の選好関係を表現する」という記述的なアプローチの方法を適用するわけにはいかない．むしろ，消費者の機会集合の中に含まれる要素の選択行動の結果に基づいて，選択の多様性の評価指標を逆に構成していくという方法が採用されなければならない．本研究ではこのような構成的なアプローチを試みることとする．

（2） 評価指標とその表現問題

選択の多様性の条件を満足するような評価指標の一般形を求める．選択の多様性を表わす評価指標を，次の強単調条件を満足するような X 上から実数値 R への集合関数（X に含まれる各集合に対して数値を付与する関数）$\upsilon(\cdot)$ として定義しよう．

（強単調条件）$x_i \dot{\geq} x_k$，かつそのときのみ $\upsilon(x_i) \geqq \upsilon(x_k)$．

また，$x_i \dot{>} x_k$ であれば $\upsilon(x_i) > \upsilon(x_k)$ である．

ここで，$\dot{\geq}$ は選択の多様性を表現する順序関係である．すなわち，評価指標 $\upsilon(\cdot)$ は機会集合の集合 X 上で定義される機会選好 $\dot{\geq}$ を実数値の大小関係として表現する集合関数として定義される．したがって，選択の多様性の評価指標を求めることは，選択の多様性の条件を満足するような X 上の機会選好 $\dot{\geq}$ を集合関数 $\upsilon(\cdot): X \to R$ として表現する問題に帰着される．選択の多様性の評価指標の場合，消費者の選択行動を通じて状況選好 $\geq_s$ を観測できるが，機会選好 $\dot{\geq}$ を直接観測できない．したがって，機会選好 $\dot{\geq}$ は $\geq_s$ の観測結果に基づいて構成されなければならない．そこで，まず $\geq_s$ により導出される半順序関係の関数表現を試みる．なお，本研究で提案する評価指標を実際に土木計画学の問題に適用する場合，のちに述べるように，必ずしもすべての Z 上での状況選好 $\geq_s$ を観測できない場合も少なくない．この問題については4.（5）で考察することとし，ここではすべての状況選好 $\geq_s$ が観測可能であると仮定し議論を進める．

（3） 選択の多様性の特性関数

選択の多様性の条件は $z \in Z$ の間の状況選好 $\geq_s$ より拡張される X 上の半順序関係を規定する．このような半順序関係を表現する集合関数を求めるために，選択の多様性の条件より導出される強い半順序関係 $\dot{\geq}$ を次のように定義しよう．任意の $\geq_s$（$s=1, \cdots, S$）と任意の $z \in x_j$ に対して，$z^* \geq_s z$ なる $z^* \in x_i$ が存在するとき，そのときのみ $x_i \dot{\geq} x_j$ が成立すると定義する．さらに，$x_i \dot{\geq} x_j$ であり，かつすべての $z \in x_j$ とある $\geq_{s*}$ に対して，$z^* >_{s*} z$ なる $z^* \in x_i$ が存在するとき，$x_i \dot{>} x_j$ が成立する．関係 $\dot{\geq}$ は完備ではない．ここで，半順序関係 $\dot{\geq}$ による機会集合の間の支配関係を行列 $G=\{g_{ij}\}$

$$g_{ij}=\begin{cases}0 & x_i \dot{\geq} x_j \text{ の場合} \\ 1 & \text{それ以外の場合}\end{cases} \quad \cdots\cdots(1)$$

で表わし，$\dot{\geq}$ より導出される半順序構造を有向グラフとして表現しよう．後に述べるように選択の多様性の評価指標は有向グラフのレベル構造に対して強単調関係を保持しなければならない．すなわち，$x_i, x_j \in X$ に対して $x_i \dot{>} x_j$（$x_j \dot{\ngeq} x_i$ かつ $x_i \dot{\geq} x_j$）であれば，$\upsilon(x_i) > \upsilon(x_j)$ が，あるいは $x_j \dot{\geq} x_i$ かつ $x_i \dot{\geq} x_j$ であれば $\upsilon(x_i) = \upsilon(x_j)$ が成立しなければならない．

機会集合 $x_i \in X$ に対して写像 $\Phi(x_i)$ を定義する．

$$\Phi(x_i)=\{z \in Z \mid z \in x_j, x_j \in \Upsilon(x_i)\} \quad \cdots\cdots(2)$$

$\Upsilon(x_i)=\{x_j \in X \mid g_{ij}=0\}$ である．$\Phi(x_i)$ は機会集合 x_i に半順序関係 $\dot{\geq}$ によって支配されるすべての機会集合の要素の集合を示す．表―2の例では，$\Phi(x_1)=\{c_1, c_2, c_3\}$，$\Phi(x_2)=\{c_1, c_2, c_3\}$，$\Phi(x_3)=\{c_1, c_3\}$，$\Phi(x_4)=\{c_1, c_3\}$，$\Phi(x_5)=\{c_2, c_3\}$，$\Phi(x_6)=\{c_3\}$ となる．Φ の定義から $\Phi(x_i) \supseteq x_i$ が成立する．ここで，ある機会集合 $x \in X$ に対して $\Phi(x) \neq x$ かつ $\Phi(x) \notin X$ であると仮定する．このような集合 $\Phi(x)$ を新しく X の要素に付け加えることにより作成できる機会集合の集合を Y と定義する．X は Y の部分集合となる．集合 Ψ を以下のように定義する．

$$\Psi=\{x \in Y \mid \Phi(x)-x=\phi\} \quad \cdots\cdots(3)$$

集合 Ψ の要素を ψ_i（$i=1, \cdots, I$）と表わそう．集合 Ψ は $\Phi(x)$ の要素と機会集合 $x \in Y$ の要素が一致するような機会集合の集合である．この条件を満足する機会集合としては1）それに従属される集合が存在しない機会集合（$\dot{\geq}$ の意味での極小元），2）$\dot{\geq}$ の意味で従属される機会集合が自分自身に包含されるような機会集合の集合が挙げられる．表―2の例では，1）の場合として x_6 が，2）の場合として x_1, x_3, $\Phi(x_5)$ がそれぞれ該当する．

任意の機会集合 $x_j \in Y$ が集合 $\Phi(x_i)$（$x_i \in Y$）に含まれるか否かを示す特性関数 $\gamma_i(x_j)$，$x_j \in Y$ を定義する．

$$\gamma_i(x_j)=\begin{cases}0 & x_j \subseteq \Phi(x_i) \text{ のとき} \\ 1 & \text{それ以外のとき}\end{cases} \quad \cdots\cdots(4)$$

このとき，$\geq_s$ を Y 上に拡張することにより得られる強い半順序関係 $\dot{\geq}$ を $\gamma_i(x_j)$ を用いて表現できる．

（補題1）条件（1）を満足する Y 上での強い半順序関係 $\dot{\geq}$ は，$x_j \in Y$ に対して定義される特性関数

$$\Gamma(x_j)=\{\gamma_i(x_j)\};\ i \in \{i : \psi_i \in \Psi\} \quad \cdots\cdots(5)$$

を用いて表現できる．

補題1より $\Gamma(x)$ は Y 上で成立する半順序関係 $\dot{\geq}$ を表現していることがわかった．また，$\Gamma(x)$ を用いれば Y 上の半順序構造を有向グラフ[13]として表現できる．表―2の例における $\Gamma(x)$ を表―3に示している．

（4） 状況依存型効用関数

$\Gamma(x)$ が Y 上の強い半順序関係 $\dot{\geq}$ を表現すれば，当然

表—3 $\Gamma(x_i)$の計算結果

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Φ(x5)
ϕ_1 (=x1)	0	0	0	0	0	0	0
ϕ_2 (=x3)	1	1	0	0	1	0	1
ϕ_3 (=x6)	1	1	1	1	1	0	1
ϕ_4 (=Φ(x5))	1	1	1	1	0	0	0

注) (i, j)要素は $\gamma_i(x_j)$ を示す。

$\Gamma(x)$ は Y の部分集合である X 上での半順序関係も記述する．また，$\Gamma(x)$ を強単調に変換した関数も$\dot{\gtrsim}$による半順序関係を記述している．したがって，補題1より特性関数 $\Gamma(x)$ を強単調に変換するような関数が存在すれば，その関数は X 上の選択の多様性の条件を表現する．評価指標 $\upsilon(\cdot)$ を表現することは，特性関数 $\Gamma(x)$ を強単調に変換する関数を求めることにほかならない．いま，$\gtrsim_s$ に関して強単調な状況依存型効用関数（state dependent utility function）[14] $U(z, s): Z\times S\to R$ を定義しよう．完備かつ推移的な選好関係が辞書式選好でない限りこのような効用関数は存在する[15]．

いま，$U(z, s)$ $(s=1, \cdots, S)$ を用いて $\Gamma(x)$ に関して強単調な関数を構成しよう．$\Gamma(x)$ に関して集合 Ψ 上の鎖（chain）を定義する．まず，集合 θ_c を

$$\theta_c=\{\psi_{ci}\in\Psi \mid \Gamma(\psi_{c1})>\cdots>\Gamma(\psi_{cn})\} \cdots\cdots (6)$$

と定義しよう．なお，単一の要素だけの集合も鎖 θ_c を構成すると考える．Ψ 上で定義されるすべての θ_c の集合を Θ と表わす．ある $\theta_c^*\in\Theta$ に対して $\theta_c\supset\theta_c^*$ となるような $\theta_c\in\Theta$ が存在しないとき，$\theta_c^*\in\Theta$ を集合 Ψ 上の鎖とよぶ．また，鎖 θ_t^* $(t=1, \cdots, T)$ の集合を Θ^* と表わす．表—3の例では $\Theta^*=\{\theta_1^*, \theta_2^*\}$，$\theta_1^*=\{\psi_1, \psi_3, \psi_4\}$，$\theta_2^*=\{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$ となる．また，鎖 $\theta_t^*\in\Theta^*$ から導出される集合 Δ_t を以下のように定義する．

$$\Delta_t=\{x_i\in Y \mid \Gamma(x_i)=\Gamma(\psi_j), \psi_j\in\theta_t^*\} \cdots\cdots (7)$$

さらに，鎖 Δ_t に含まれる機会集合間の関係に限定した半順序関係$\dot{\gtrsim}$を$\dot{\gtrsim}_t$と表わそう．ここで，$x_i\in Y$ に対して関数 $\omega(x_i, s)$ $(s=1, \cdots, S)$ を定義する．

$$\omega(x_i, s)=\max_{z\in x_i} U(z, s) \cdots\cdots (8)$$

ここに，次の補題を得る．

（補題2）任意の x_i, $x_j\in\Delta_t$ に対して $x_i\dot{\gtrsim}_t x_j$ が成立するための必要十分条件は任意の s に対して

$$\omega(x_i, s)\geq\omega(x_j, s) \cdots\cdots (9)$$

が成立することである．

(5) 評価指標の表現定理

補題2より $\omega(x_i, s)$ を強単調に変換する関数が存在すれば，その関数は Y 上での選択の多様性の条件を表現する．ω を強単調に変換する関数は，Y の部分集合である X 上での条件も記述している．機会集合 $x_i\in X$ の評価指標 $\upsilon(x_i)$ を $\Omega(x_i)=\{\omega(x_i, s)\}$ $(s=1, \cdots, S): X\to R^S$ に対して強単調な関数 $\delta: R^S\to R$ を用いて，

$$\upsilon(x_i)=\delta\circ\Omega(x_i) \cdots\cdots (10)$$

と定義しよう．ここで，記号∘は写像の合成を表わしており，$\delta\circ\Omega(x_i)=\delta(\Omega(x_i))$ である．関数 δ が Ω に関して強単調とは，すべての s に対して $\omega(x_i, s)\geq\omega(x_j, s)$ であり，ある s^* に対して $\omega(x_i, s^*)>\omega(x_j, s^*)$ が成立するとき，$\delta(\Omega(x_i))>\delta(\Omega(x_j))$ が成立することを意味する．式（10）で定義される評価指標は，異なる Δ_t に属する機会集合の間の$\dot{\gtrsim}$の意味での優劣関係を規定していない．すなわち，Δ_t 間の相互比較に関しては任意性が残っている．ここに，評価指標の表現定理を得る．

（表現定理）完備で推移的な X 上の機会選好$\dot{\gtrsim}$が選択の多様性条件を満足するための必要十分条件は，任意の $x_i\in X$ に対して評価指標を

$$\upsilon(x_i)=\delta\circ\Omega(x_i),\quad x_i\in X \cdots\cdots (11)$$

と表現できることである．

表現定理は選択の多様性の条件を満足するような評価指標として，式（11）以外の形式をもつ評価指標を考える必要がないという強い内容をもっている．関数 δ として Ω に対して強単調な任意の関数を採用できる．この意味で，表現定理は評価指標の序数的表現を与えている．実用的な目的のため，関数 δ の形を特定化しよう．ここに，次のような評価指標の基数的表現を得る．

（系1）X 上の機会選好$\dot{\gtrsim}$が完備かつ推移的で選択の多様性の条件を満足するための必要十分条件は $x_i\in X$ の評価指標を $\alpha(s)$ $(\infty>\alpha(s)>0)$ を用いて

$$\upsilon(x_i)=\sum_s \alpha(s)\omega(x_i, s) \cdots\cdots (12)$$

と表現できることである．

式（12）の係数 $\alpha(s)$ は状況 s に対する重みである．系1は式（12）が任意の $\alpha(s)$ に対して選択の多様性条件を満足する必要かつ十分な評価指標であることを保証している．しかし，$\alpha(s)$ を選択の多様性の条件から一意的に決定できず，$\alpha(s)$ の値が変化すれば，異なった評価結果が生じる可能性がある．消費者の機会集合の選択行動が観測可能であれば $\alpha(s)$ の値を特定化できる．しかし，消費者の機会集合の選択行動を観測できない場合，$\alpha(s)$ の値を外的な基準により設定せざるを得ない．$\alpha(s)$ の設定方法としては種々の考え方があろうが，1つの自然の考え方として状態 s が生起する確率 $\pi(s)$ を用いる方法が考えられる．このとき評価指標 $\upsilon(x_i)$ を

$$\upsilon(x_i)=\sum_s \pi(s)\omega(x_i, s), \quad x_i \in X \cdots\cdots(13)$$

と書き直すことができる.

4. 選択の多様性の評価指標

(1) 選択行動の観測問題

選択の多様性の評価指標を消費者の顕示選好の結果に基づいて構成する場合，消費者の選択行動の観測可能性が問題となる．選択の多様性の評価問題の場合，1）状況に依存した選択肢（要素）の選択，2）機会集合の選択という2つの選択問題が存在する．前者は消費者の短期的な選択行動であり，同一個人の行動を繰り返し観察したり，多数の個人の行動を観測することにより情報を入手できる．一方，後者は長期的な選択行動であり，具体的には住宅立地行動として現われる．しかし，消費者は必ずしも都市施設等の望ましさのみに基づいて立地決定しているわけではなく，住宅立地行動を家計の機会集合の顕示選好の結果と考えることには問題がある．したがって，選択の多様性評価の問題に対しては，消費者の個々の日常的に繰り返される選択行動の観察を通じて消費者の選択の可能性の範囲を評価するというアプローチが望ましい．このような構成的アプローチの方法を採用する場合，観測可能な事象は，ある1つの機会集合のみに直面している消費者のその時々の状況に応じた選択行動である．この場合，1）個々の状況とその総数 S，2）重み $\alpha(s)$（すなわち，状況 s の生起確率）に関する情報を消費者の選択行動の観測から直接獲得できない．これらの情報をアンケート調査等により獲得できるが，消費者はその時々の気分やニーズに応じて要素を選択しており，自分の選択行動を左右する状況に関して完全な情報を有しているとは考えにくい．状況 s の数が有限個であるというのも問題があろう．そこで，以下では観察者が状況 s の生起確率を直接観測できないことを前提に考察を進める．具体的な評価指標の導出に先立って，(2)では状況 s が連続的に分布する場合における評価指標の一般形を求める．

(2) 状況が連続的である場合の表現問題

3. の結果を状況が連続的に分布する場合に拡張しよう．状況 s を標本と考え標本空間を H と定義しよう．標本空間における事象 σ は H 上でボレル集合体 $\sum$ を形成すると考える．すべての $\sigma \in H$ に対して定義された集合関数 P により確率測度を定義する．$U(z, s)$ を確率空間 $(H, \sum, P)$ 上の確率変数と考えよう．$U(z, s)$ は有限集合 Z の任意の要素 z に対して有界で，かつ任意の点列 $\sup U_a(z, s)$ と $\sigma \in \sum$ に対して

$$\lim_{a\to\infty} \sup U_a(z, s)=\sup U(z,s) \cdots\cdots(14)$$

$$\lim_{a\to\infty} \int_\sigma \sup U_a(z, s)dP(s)<\infty \cdots\cdots(15)$$

が成立すると仮定する．このとき，$\sup U(z, s)$ の σ 上での積分が存在する[16]．系1を次のように拡張する．

（系2）X 上の機会選好$\succsim$が完備かつ推移的で選択の多様性の条件を満足するための必要十分条件は $x_i \in X$ の評価指標を

$$\upsilon(x_i)=\int_H \sup_{z\in x_i} U(z, s)dP(s) \cdots\cdots(16)$$

と表現できることである．

ある個人の状況依存型効用関数 $U(z, s)$，$P(s)$ を既知としよう．さらに，当該の個人が機会集合 x_i に直面したと考え，事象 $\sigma_i^k \in \sum$ を以下のように定義する．

$$\sigma_i^k=\left\{s \mid U(z^k, s)=\sup_{z\in x_i} U(z, s)\right\} \cdots\cdots(17)$$

機会集合 x_i の中から要素 z^k を選択する確率 p_i^k は

$$p_i^k=\mathrm{Prob}\left\{U(z^k, s)=\sup_{z\in x_i} U(z, s)\right\}$$
$$=\int_{\sigma_i^k} dP(s) \cdots\cdots(18)$$

となる．また，式(16)は次式のように書き換えられる．

$$\upsilon(x_i)=\int_H \sup_{z\in x_i} U(z, s)dP(s)$$
$$=\sum_k \int_{\sigma_i^k} U(z^k, s)dP(s) \cdots\cdots(19)$$

(3) 評価指標の具体例

系2を満足するような選択の多様性の評価指標の具体例を求めよう．いま，ある個人の要素選択行動が繰り返し多数観測できたとしよう．状況 s は連続的に分布しその任意の一点における効用が確定的な効用関数 $v(z^k)$ と確率変動項のベクトル $s=(s^1, \cdots, s^n)$ によって記述されると仮定する．このとき，当該の個人の効用関数は以下のようなランダム効用モデルで表現される．

$$U(z^k, s)=V(z^k, s^k)=v(z^k)+s^k, \quad z^k\in Z \cdots\cdots(20)$$

ここで，z^k は選択肢 k の属性を表現するベクトルである．また，s^k は互いに独立なワイブル分布 $f(s^k, \lambda)$

$$f(s^k, \lambda)=\lambda \exp(-\lambda s^k)\exp\{-\exp(-\lambda s^k)\} \cdots\cdots(21)$$

に従うと仮定する．$U(z^k, s)$，$z^k \in Z$ は状況依存型効用関数であり，状況 s が確率密度 $dP(s)=\prod_{z^j\in Z} f(s^j, \lambda)ds^j$ に従って分布していると解釈できる．ここで，事象 σ_i^k を次のように定義する．

$$\sigma_i^k=\left\{s \mid U(z^k, s)=\max_{z^j\in x_i^*} U(z^j, s)\right\} \cdots\cdots(22)$$

ここに，x_i^* は x_i の部分集合であり，当該の個人が実際に選択した要素の集合を示す．以上の仮定のもとで要素 $z^k \in x_i$ の選択確率 p_i^k を求めれば，周知のように多項ロジットモデル[17]を得る．

$$p_i^k=\int_{\sigma_i^k} dP(s)$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(s^k,\lambda)\left\{\prod_{j\neq k, z^j\in x_i^*}\int_{-\infty}^{s^k+v^{kj}} f(s^j,\lambda)ds^j\right\}ds^k$$
$$=\exp[\lambda v(z^k)]/\sum_{z^j\in x_i^*}\exp[\lambda v(z^j)] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

なお，$v^{kj}=v(z^k)-v(z^j)$ である．また，評価指標 $v(x_i)$ を求めれば，以下のようになる．

$$v(x_i)=\sum_k\int_{\sigma_i^k} V(z^k,s)dP(s)$$
$$=\sum_k\left\{\int_{-\infty}^{\infty} V(z^k,s)f(s^k,\lambda)\cdot\left[\prod_{j\neq k, z^j\in x_i^*}\int_{-\infty}^{s^k+v^{kj}} f(s^j,\lambda)ds^j\right]ds^k\right\}$$
$$=(1/\lambda)\ln\sum_{z^k\in x_i^*}\exp[\lambda v(z^k)] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

以上の導出過程に関しては既存の文献[17]に譲ることとする．式（24）はランダム効用モデルから導出される合成効用である．状況依存型効用関数としてランダム効用モデルを用いた場合，それから導出される合成効用指標を選択の多様性の評価指標として用いることができる．しかも，重み係数として状況の選択確率を用いることを認めるなら，系2より合成効用指標が多様性を評価するために必要かつ十分であることが保証される．

（4） エントロピー指標との関連

選択の多様性評価とエントロピー指標の関連を考察するために，式（24）を $v_i^*=\sum_{z^k\in x_i^*} v(z^k)/n_i$ の近傍でテーラー展開しよう．ここで，n_i は機会集合 x_i^* に含まれる要素の数である．また，$\zeta^k=v(z^k)-v_i^*$ と定義する．このとき，評価指標 $v(x_i)$ は次式のようになる．

$$v(x_i)=(1/\lambda)\ln\sum_{z^k\in x_i^*}\exp[\lambda(v_i^*+\zeta^k)]$$
$$=v_i^*+(1/\lambda)\ln\sum_{z^k\in x_i^*}\exp(\lambda\zeta^k) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

右辺第2項を $\zeta^k=0$ の近傍でテーラー展開しよう．

$$(1/\lambda)\ln\sum_{z^k\in x_i^*}\exp(\lambda\zeta^k)$$
$$=(1/\lambda)\ln n_i[1+\lambda E(\zeta^k)+\lambda^2\mathrm{VAR}(\zeta^k)/2+\cdots]$$
$$=(1/\lambda)\ln n_i[1+\lambda^2\mathrm{VAR}(\zeta^k)/2]+0(\zeta^k) \cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

$0(\zeta^k)$ は微小項である．$E(\zeta^k)=\sum_{z^k\in x_i^*}\zeta^k/n_i=0$，$\mathrm{VAR}(\zeta^k)=\sum_{z^k\in x_i^*}(\zeta^k)^2/n_i$ であり，それぞれ ζ^k の平均と分散を表わしている．式（26）を $\zeta^k=0$ の近傍で展開すれば，次式を得る．

$$(1/\lambda)\ln\sum_{z^k\in x_i^*}\exp(\lambda\zeta^k)$$
$$=(1/\lambda)\ln n_i+(\lambda/2)\mathrm{VAR}(\zeta^k)+0(\zeta^k) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

この級数の収束条件は $\lambda\mathrm{VAR}(\zeta^k)<2$ である．すなわち，要素 $z^k\in x_i$ の効用間の差異が微小な場合，多様性の評価尺度を以下のように近似できる．

$$v^*(x_i)=v_i^*+(1/\lambda)\ln n_i \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

$|\zeta^k|$ が十分小さい場合，その誤差を $(\lambda/2)\mathrm{VAR}(\zeta^k)$ で評価できる．合成効用指標（25）に対する $v^*(x_i)$ の誤差率の許容範囲を α ％とした場合，$\mathrm{VAR}(\zeta^k)$ は

$$\mathrm{VAR}(\zeta^k)\leq 2\alpha v^*(x_i)/\lambda(100-\alpha) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

を満足しなければならない．

式（28）において右辺第1項は選択した要素に対する確定効用の平均値を，第2項はエントロピー項を示している．谷口ら[3]は選択の多様性の評価指標が Opportunity を表わす確定項と不確実性を表わすエントロピー項の荷重和により表現されると考え，式（28）と類似の Opportunity Index（OI）を提案している．以上の考察で明らかなように，OI 指標は選択肢間での効用値に大きな差異がない場合にのみ，合成効用指標の代理指標として用いることができることが理解できる．

（5） 評価指標の集計問題と今後の課題

以上では，ある特定の個人の要素選択行動が繰り返し多数観測される場合を想定し，選択の多様性の評価指標を導出した．このような評価指標を実用化する場合に，1）個人に対して定義される評価指標を地域住民全体に関する評価指標としてどのように集計すればいいのか，2）個人の選択行動を数多く観測できない場合に評価指標をどのように計測すればいいかが問題となる．特に，パーソントリップデータ等の既存データに基づいて評価指標を計測する場合には，消費者の1回限りの選択行動に関する情報のみが利用可能となる．3）消費者は1つの機会集合のみに直面しており機会集合に含まれない要素の選択行動は観測できないという問題も生じる．

個人ベースで計測された評価指標を集計化する問題は非常に困難な課題である．まず，異なる個人間での効用の比較可能性という問題がある．また，異なる地域に居住する個人の効用を比較しなければならない．さらに，その時々の状況に応じた個人の効用の確率変動と異なる個人間での効用の変動をどのように識別し行動モデルを推計するかという問題がある．いずれの問題も現在のところ抜本的な解決方法は提案されていない．したがって，評価指標の集計化の問題に対しては，技術的に処理せざるを得ない部分が多々ある．

評価指標の自然な集計方法としては，個人ごとに合成効用値を計測し地域住民全体での集計値を求める方法が考えられる．この場合，個人ごとにランダム効用モデルを作成する必要がある．個人の行動を多数観測しなければならず，評価指標の計測のために必要な労力は膨大なものとなろう．推計した評価指標はある機会集合に対する選択行動に関してのみ有効であり，異なる機会集合に直面している消費者の評価指標と相互比較ができるのかという問題も生じる．いま1つの簡便なアプローチは，

非集計行動モデルに関する研究においても一般的に行われているように，確定効用 $v(z^k)$ と確率効用項 s_k の分布がすべての個人について同一であると仮定する方法である．すなわち，効用の確率項の分布を個人間での確率効用の分布に置き換えて考えるわけである．この場合には，複数の個人の選択行動の観測結果に基づいて，効用関数のパラメーターを推計する．ついで，その推計結果に基づいて各個人の合成効用を求め，地域住民全体に対して集計化することとなる．効用モデルのパラメーターの推定にあたって異なる機会集合に直面する個人の選択行動を同時にとりあげれば，評価指標の推計精度は改善されよう．なお，以上の方法に対して，複数の個人の多時点にわたって観測されたデータに基づいて評価指標を測定するという方法も考えられる．このような考え方に基づいた評価指標の計測方法の詳細に関しては別の機会に発表したいと考える．

5.　適用計算事例

選択の多様性の評価指標が適用可能な計画問題は種々考えられるが，ここでは都市施設の利用機会を評価する問題をとりあげる．選択の多様性の評価が重要となる都市施設として，たとえば教育・文化・社会施設，医療関係施設，運動施設，交通施設，商業施設，レクリエーション施設等の種々の施設が考えられる．いま，例として図—2 に示すように公園が 6 か所に整備されている仮想的な都市を想定しよう．リンクの所要時間はすべて 10 分と仮定する．リンクで囲まれたブロックは居住区を表わし，ブロック内の任意の地点から各リンクへ最短距離でアクセスできると考える．さらに，「各地点の機会集合は 1 時間以内に到達可能な公園によって構成される」という条件を設定する．以上の前提のもとで，都市ブロック内の任意の 1 点における公園選択の多様性を評価しよう．公園の魅力が面積によって表わせると仮定し，地点 i の居住者の公園 z^k に対する効用関数を

$$U_i(z^k, s)=\alpha+\beta A^k-\gamma t_i^k+s_i^k \cdots\cdots(30)$$

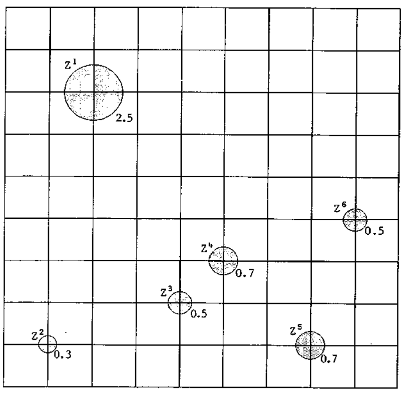
と表わそう．ここに，A^k：公園面積，t_i^k：最短アクセス時間，s_i^k：状況に依存する確率効用，α, β, γ：パラメーターである．地点 i における公園選択の多様性を

$$v_1=\lambda^{-1}\ln\sum_{z^k\in x_i}\exp\{\lambda(\alpha+\beta A^k-\gamma t_i^k)\} \cdots\cdots(31)$$

$$v_2=\sum_{z^k\in x_i}(\alpha+\beta A^k-\gamma t_i^k)/n_i+\ln n_i/\lambda \cdots\cdots(32)$$

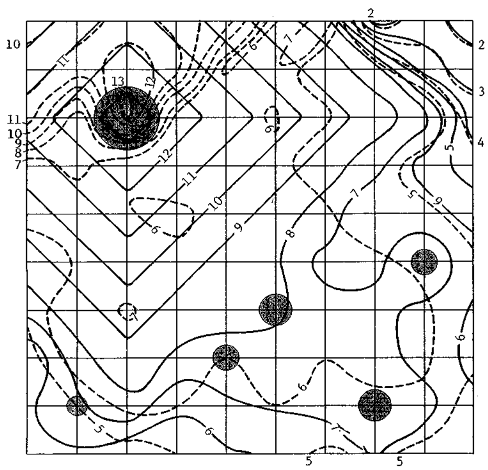
を用いて評価しよう．x_i は先述の条件を満足する公園の集合，n_i は機会集合 x_i に含まれる公園の数である．パラメーター α, β, γ は本来消費者行動の観測により推計すべきパラメーターであるが，ここでは指標 (31)，(32) の特性を考察することを分析の目的としているため，仮想的に $\alpha=6.0$，$\beta=3.0$，$\gamma=0.1$ と設定する．

図—3，図—4 はパラメーター λ の値をそれぞれ $\lambda=1.0$，$\lambda=0.1$ に設定した場合の計算結果である．図中の実線および破線の等高線はそれぞれ v_1 と v_2 による評価結果を示している．図—3 の場合，両者の評価結果にかなりの差異がみられるが，図—4 の場合にはそれほど差異はない．λ は状況依存的な確率効用の分散の程度を示しており，その値が小さくなるほど確率効用の分散は大きくなる．式 (29) より，λ の値が小さくなるにつれて，誤差率 α % のもとで許容される分散 $\mathrm{VAR}(\zeta^k)$ の上限値は大きくなる．すなわち，消費者の効用の分散が大きい場合，v_2 は v_1 の代理指標として用いることが可能となる．また，図—3 において選択肢の数が少ない A 地点の評価値が高く，逆に複数の公園が利用可能な B 地点の評価値が低くなっている．λ が大きいと v_2 指標 (32) の右辺第 1 項が卓越する．平均値指標は多様性の条件 1 を満足しないため，B 点では選択の可能性が増加するにも

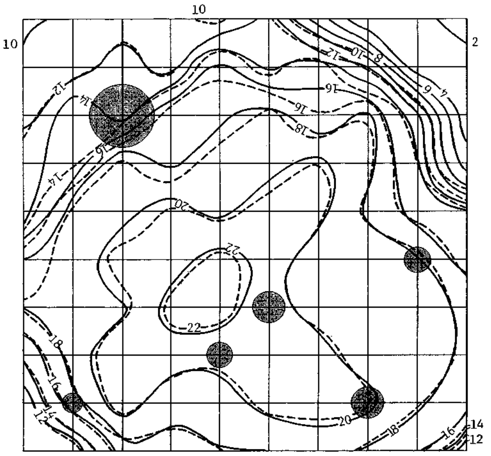


注）図中の数字は公園の規模（ha）を示す．

図—2　仮想都市における公園の分布



図—3　評価結果（λ=1.0 の場合）



注） 実線および破線はそれぞれ v_1, v_2 による評価結果を表わす．
図中の数字は評価値を示す．

図—4 評価結果（λ=0.1の場合）

かかわらず，平均値は逆に低くなるという結果が生じる．v_2 指標はその適用にあたって簡便であるという利点があるが，その時々の効用に散らばりが少ないときにこの指標を用いることは危険であることがわかる．

また，λの値が小さくなるほど消費者のその時々のニーズや気分により効用値が大きく変動し，選択のたびに異なった選択肢が選ばれる可能性が大きくなる．その結果，たとえば λ=1.0（図—3）の場合には，規模の大きい公園 z^1 に近い地点の v_1 の値が大きくなっているが，λ=0.1（図—4）の場合には，複数の公園 (z^2, z^3, z^4, z^5) に対してアクセシビリティの高い地点の評価値が大きくなっている．λの値が大きい場合には規模の大きい公園へのアクセスが重要視され，逆にλの値が小さくなるにつれて選択の範囲の大きさがより重要視される．このように，ワイブル分布のパラメーターλは選択の多様性の評価に重要な影響を及ぼす．対象とする施設によりλの値は多様に異なると考えられるが，これに関しては今後の実証的研究を通じて明らかにしたい．

6. おわりに

本研究は，選択の多様性の評価問題に対して1つの理論的アプローチを試みたものである．すなわち，選択の多様性の評価方法が満足すべき条件を選択の多様性の条件として厳密に表現するとともに，その条件を満足するような評価指標の一般形を求めた．また，選択の多様性の評価指標としてランダム効用モデルから導出される合成効用指標を用いることができることを示した．本研究で得られた重要な知見は，選択の多様性の評価の考え方として選択の多様性の条件を認める場合には，その条件を満足する評価指標はすべて表現定理に示す形式に帰着されることを明らかにした点にある．換言すれば表現定理以外の形式をもつ評価指標を考える必要がないことを意味している．もちろん，この結果は前提となる選択の多様性の条件のもとにおいてのみ成立する結果であることはいうまでもない．

本研究で提案した評価指標はいくつかの問題点も有している．評価指標の実用化に向けての研究課題については4.(5)でとりまとめて考察した．ここでは，理論的な研究課題についてのみ言及する．まず，第1に重み係数 $\alpha(s)$ を一意的に決定できず，その選択にあたって恣意性が残る．もちろん，この問題は方法論が有する問題点ではなく消費者の機会集合の選択行動の観察不可能性の論理的帰結である．$\alpha(s)$ の決定に関しては今後の各種調査等による実践的研究の積み重ねを期待したい．第2に，評価指標の集計化の問題である．これは個々の消費者の選択行動を通じて評価指標を構成しようとするアプローチに共通する本質的な問題である．もちろん，任意の個人的評価指標を集計化できるような一般的な方法を提案することは不可能であろうが，部分的にではあるが評価指標の集計化の可能性を求めていくという地道な努力が必要であろう．第3に，他の代替的な選択条件に基づく評価指標を提案することも必要である．従来，ともすれば評価指標は恣意的な考え方に基づいて提案される場合が少なくなかったが，評価指標そのものの考え方を明確にするためには本研究で採用した構成的なアプローチが効果的であると考える．

なお，本研究を実施するための十分な機会を提供して頂いた Swedish Institute for Future Studies (SIFS) に感謝いたします．また，本研究の発展にあたっては Å. E. Andersson 教授（SIFS 所長），岡田憲夫教授（鳥取大学），多々納裕一助手（鳥取大学）から貴重な助言を賜わった．本研究の遂行にあたっては松本　茂氏（鳥取大学，現在松下電器）の協力を得た．ここに，感謝の意を表します．

Appendix

（補題1の証明） $x_i, x_j \in Y$ を仮定する．Γ の定義より $\Gamma(x_i) \geq \Gamma(x_j)$ であれば $x_i \dot{\geq} x_j$ は明らか．一方，$x_i \dot{\geq} x_j$ かつ $x_j \dot{\geq} x_i$ の場合，$\Gamma(x_i)=\Gamma(x_j)$ となることも明らか．そこで，$x_i \dot{>} x_j$ のときそのときのみ $\Gamma(x_i)>\Gamma(x_j)$ となることを証明する．まず，$x_i \dot{\ngtr} x_j$ であると仮定する．$\dot{\ngtr}$ の定義より $x_j \not\subseteq \Phi(x_i)$，すなわち $\gamma_i(x_j)=1$．Φ の定義より $x_i \subseteq \Phi(x_i)$，すなわち $\gamma_i(x_i)=0$．また，$x_k=\Phi(x_j) \in \Psi$ に対して $\gamma_k(x_i)=0<\gamma_k(x_j)=1$．したがって $\Gamma(x_i) \ngeq \Gamma(x_j)$．一方，$x_i \dot{>} x_j$ を仮定する．まず，$x_k \supseteq \Phi(x_j)$ なるすべての $x_k \in \Psi$ に対して $\gamma_k(x_j)=0$，すなわち，$\gamma_k(x_i) \geq \gamma_k(x_j)=0$ が成立する．次に，$x_k \not\supseteq \Phi(x_j)$ なるすべての

$x_k\in\Psi$ に対して $\gamma_k(x_i)=\gamma_k(x_j)=1$. すなわち $\gamma_k(x_i)\geq\gamma_k(x_j)$ が成立する．さて，$x_i\dot{>}x_j$ よりある $\gtrsim_s$ と任意の $z\in x_j$ に対して $z^*>_s z$ なる $z^*\in x_i$ が存在する．$z^*\in\Phi(x_i)$, $z^*\notin\Phi(x_j)$. したがって $\Phi(x_i)\supset\Phi(x_j)$ が成立する．定義より，$\Phi(x_j)\in Y$，かつ $\Phi(x_j)\in\Psi$. このとき，$\psi_k=\Phi(x_j)\in\Psi$ に対して，$1=\gamma_k(x_i)>\gamma_k(x_j)=0$. すなわち，強い順序関係 $\Gamma(x_i)>\Gamma(x_j)$ が成立する． (Q.E.D.)

（補題２の証明）まず，任意の $x_i\in Y$ がいずれかの Δ_t に属することを証明する．いま，$x_i\notin\Delta_t\,(t=1,\cdots,T)$ を仮定する．鎖の定義より x_i 自身が鎖 θ_c を構成しなければならない．このとき，x_i は鎖 θ_c より形成される集合 Δ_c に含まれる．このことは仮定と矛盾する．次に，$x_i,x_j\in\Delta_t$ を仮定する．必要条件を証明するために $x_i\dot{\gtrsim}_t x_j$ を仮定する．このとき，任意の s に対して $x_i\gtrsim_s x_j$ が成立する．任意の $z\in x_j$ に対して $U(z^*,s)\geq U(z,s)$ なる $z^*\in x_i$ が存在することは明らか．したがって，$\omega(x_i,s)\geq\omega(x_j,s)$. 次に，十分条件を証明するために $\omega(x_i,s)\geq\omega(x_j,s)$ を仮定しよう．このとき，任意の $z\in x_j\in\Delta_t$ と s に対して $\omega(x_i,s)\geq\omega(x_j,s)\geq U(z,s)$ が成り立つ．したがって，任意の $z\in x_j\in\theta_t^*$ に対して $U(z^*,s)\geq U(z,s)$ なる $z^*\in x_i\in\theta_t^*$ が存在する．すなわち，$x_i\dot{\gtrsim}_t x_j$. したがって，式（９）が成立するとき，そのときにのみ $x_i\dot{\gtrsim}x_j$ が成立する． (Q.E.D.)

（表現定理の証明）２段階に分けて証明する．まず，X 上の完備かつ推移的な二項関係 $\gtrsim$ が選択の多様性の条件を満足するための必要十分条件を，

$$\upsilon(x_i)=\delta\circ\Omega(x_i)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{A}\cdot 1)$$

と表現できることを証明する．まず，$\Omega(x_i)=\Omega(x_j)$ と仮定しよう．υ の定義より $\upsilon(x_i)=\upsilon(x_j)$. 補題２より $x_i\dot{\geq}x_j\dot{\geq}x_i$ が成立する．二項関係 $\gtrsim$ の定義より $\gtrsim$ は $\dot{\geq}$ による半順序関係を保存している．したがって $x_i\dot{\sim}x_j$. 一方，ある s に対して $\omega(x_i,s)>\omega(x_j,s)$，すなわち，$\Omega(x_i)>\Omega(x_j)$ が成立すると仮定する．補題２より $x_i\dot{\geq}x_j\dot{\not\gtrsim}x_i$，すなわち $x_i\dot{>}x_j$. υ の強単調性より $\upsilon(x_i)>\upsilon(x_j)$ が成立する．S は有界であり，以上の議論は任意の s に対して成立する．次に，選択の評価指標が必ず式（A・1）に帰着されることを証明する．いま，式（A・1）として表現できない評価指標 $\upsilon^*(x_i)$ が存在すると仮定する．一方，式（A・1）を満足する評価指標を $\upsilon(x_i)$ と表わそう．$\upsilon^*(x_i)$ と $\upsilon(x_i)$ がともに同一の X 上の二項関係 $\gtrsim$ を表現していると仮定しよう．評価指標の定義より υ^*, υ はともに $\gtrsim$ の順序関係を保存する．したがって，υ の大小関係を保存する υ^* 上への同相写像 κ が存在し $\upsilon^*(x_i)=\kappa\circ\upsilon(x_i)=\kappa\circ\delta\circ\Omega(x_i)$ となる．$\delta'=\kappa\circ\delta$ は $\Omega(x_i)$ に関して強単調である．このことは $\upsilon^*(x_i)$ の仮定と矛盾する．

(Q.E.D.)

（系１の証明）定理の第１段階と同様に証明できる．

（系２の証明）表現定理の証明の部分で評価指標 $\upsilon(x_i)$ が存在することを示すために S が有限であることを用いた．ここで，積分値 $\int_H\sup_{z\in x_i}U(z,s)dP(s)$ が存在すれば，その値を $\upsilon(x_i)$ と再定義できる．表現定理のその他の部分は状況 s の数が非可算無限であっても影響を受けない．したがって，表現定理の第１段階の証明を本系の証明にそのまま用いることができる． (Q.E.D.)

参考文献

1) 五十嵐日出夫：幹線道路網計画の考え方と評価に関する試論，土木学会論文集，第377号，pp.1～13，1987.
2) 岡田憲夫：地方整備・開発問題に関する二，三の考察，土木計画学研究，講演集，No.7，pp.175～179，1985.
3) 谷口君雄・佐藤馨一・五十嵐日出男：情報論的エントロピーによる自家用車保有意識分析と道路網計画の評価，土木計画学研究・論文集，No.5，pp.203～210，1987.
4) たとえば，鈴村興太郎：経済計画論，筑摩書房，1982.
5) Koopmans, T.C.: On the flexibility of future preferences, in Human Judgements and Optimality, ed. by Shelly, M.W. and Bryan, G.L., John Wiley and Sons, 1964.
6) Koopmans, T.C.: Representation of preference orderings with independent components of consumption, in Decision and Organization, ed. by McGuire, C.B. and Radner, R., North-Holland, pp.55～78, 1972.
7) Kreps, D.M.: A representation theorem for "preference for flexibility", Econometrica, Vol.47, No.3, pp.565～577, 1979.
8) Kannai, Y. and Peleg, B.: A note on the extension of an order on a set to the power set, J. Eco. Theory, pp.172～175, 1984.
9) Fishburn, P.C.: Comment on the Kannai-Peleg impossibility theorem for extending orders, J. Eco. Theory, 32, pp.176～179, 1984.
10) Weibull, J.W.: An axiomatic approach to the measurement of accessibility, RSUE, Vol.6, pp.357～379, 1976.
11) Smith, T.: Additive measures of perceived accessibility, Env. and Plan. A, Vol.12, pp.829～841, 1980.
12) Sen, A.: The Standard of Living, Cambridge University Press, 1987.
13) Warfield, J.N.: Structuring Complex System, Battele Monograph, 1974.
14) Drèze, J.H.: Esseys on Economic Decisions under Uncertainty, Chapter 2, Cambridge University Press, 1987.
15) Debreu, G.: Theory of Value, Wiley, 1956（丸山 徹訳：価値の理論，東洋経済新報社，1977）.
16) Wilks, S.S.: Mathematical Statistics, Wiley, 1963.
17) Wilson, A.G., Coelho, J.D., Macgill, S.M. and Williams, H.C.W.L.: Optimization in Location and Transport Analysis, John Wiley & Sons, 1981.

(1989.2.16・受付)