

斜面安定における三次元効果

THREE DIMENSIONAL EFFECTS ON SLOPE STABILITY

菊沢 正裕*

By Masahiro KIKUSA WA

Numerous methods of three-dimensional (3-D) stability analysis have been proposed based on the limit equilibrium by the use of a cylindrical slip surface with various shape of caps. Herein we consider the mechanism that produces the 3-D effects by a variational stability analysis, in which a log-spiral slip surface is provided. From the numerical results, it is shown that 3-D effects are caused on account of the soil mass not moving to the steepest direction on the slip surface for a moderate slope of small friction, while 3-D effects are caused mainly by the end-effects for a steep slope of frictional material. It is noticed that 3-D effects fail to be evaluated properly by the cylindrical surface for a moderate slope with small friction.

Keywords : safety factor, stability analysis, slope stability, slip surface

1. 序

従来提案されている三次元（3D）安定解析法の多くは円形すべりスライス法の三次元への拡張であり円錐あるいは楕円キャップをもつ円筒面すべりを考えるものである。まず粘性土地盤を扱ったものとして Baligh ら¹⁾は円筒面に円錐や楕円キャップを付加したすべり面に対して三次元に拡張した簡便法によって計算される安全率はすべり面の軸方向長さ、および土質強度に敏感であり、キャップ長も崩壊事例のそれより長くなることを指摘している。Ugai²⁾は変分理論を用いた解析の中で円筒、キャップ、円形端面の3部分からなるすべり面を用い、キャップ形状が安定に及ぼす影響を検討している。Gens ら³⁾は斜面内、斜面先および基礎の3つのすべりモードを考慮しつつ端部効果を多くの理論結果から評価し、既存の崩壊データを整理している。特に理論解析では端部を高次べき関数で評価した場合に臨界すべり面が得られることを示した。一方、 $c-\phi$ 斜面については Hovland⁴⁾がすべり面上に作用する垂直応力の方向性を考慮した解析により 3D 解析の重要性を指摘している。さらに、スライスに作用する側方拘束力を考慮した

Chen ら、鶴飼らの研究がある。Chen ら²⁾は二次元 Spencer 法を三次元に拡張した解析により緩い粘性土系斜面では、間隙圧を考慮した場合に 3D 効果が強くなることを示した。鶴飼ら⁵⁾は簡便分割法を三次元に拡張し、側方拘束力効果を含めた 3D 安定評価と逆算問題の計算例を与えており、

従来研究の多くは円筒+キャップ型すべり面を用い、キャップの形状効果やすべり面幅について検討しているものの、円筒長とキャップ長の割合を予測できるものが少ないのである。しかし、斜面勾配や材料特性によってキャップ部がどの程度になるかは重要である。円筒部と違いキャップ部では、滑動方向とすべり面の最大傾斜方向が異なることによって 3D 効果が強く現われると考えられ、滑動方向を一定とする従来の方法では不十分と思われる。そこで、すべり面と滑動方向を合理的に決定できる対数らせんすべり解析によって 3D 効果を検討した。

2. 三次元効果を生じる原因

Fig. 1 は一般に解析に用いられる三次元すべりの模式図である。キャップとよばれる S_2 の部分が平面の場合、 S_2 部分には滑動力は働かずせん断抵抗力だけが作用するため 2D 解析の安全率 F_2 に比べ、3D 解析の安全率 F_3 の方が大きくなることは予想できる。よって、三次

* 正会員 農博 京都大学助手 農学部農業工学科
(〒606 京都市左京区北白川追分町)

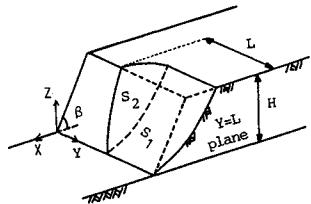


Fig. 1 Cylindrical slip surface with a cap.

元状態の臨界すべり面は、 S_2 部分の抵抗を小さくする（つまり浅いすべりを要求する）条件と S_1 部分のすべり安全率（ F_2 に対応する）をできるだけ小さくする条件の両面から決まると考えられる。また S_2 部分が椎円体など立体になると S_2 部分にも自重による滑動力が作用し問題はさらに複雑になる。いずれにせよ、 $F_3 > F_2$ となることが多く、その原因はキャップ S_2 の存在、つまり端部効果によると考えるのが一般的である。端部効果という場合、狭い意味ではキャップ部の抵抗力による効果であり、広い意味ではキャップが存在することによって主要部（ S_1 部分）のすべり面深さが影響される効果を含んでいる。ここでは両者を併せて端部効果とよぶ。

ここで、すり鉢状のすべり面を考えてみよう。このすべり面上に球体を乗せると球体は、その位置におけるすべり面の最大傾斜方向 s に向かって転がり落ちる。さて、土が破壊しへり土塊のつり合いを保てなくなったりの場合の滑動方向 m （ここでは m が最大せん断力 t の作用方向と一致すると考えている）は方向 s と一致するとは限らない。2Dすべりでは一致すると考え、またFig. 1の円筒すべりでも m と s は一致することになる。しかし m と s が一致しないことが原因で3D効果を生じることは十分予想され、ここではそれを3Dすべり効果とよぶことにする。ただし、3Dすべり効果が3D効果にポジティブに作用するか否かについては不明である。端部効果と3Dすべり効果は分離できないが、滑動方向が限定される円筒形すべりに対しても、対数らせんすべりは3Dすべり効果をある程度評価できると考える。

3. 三次元効果に関する考察

従来、Fig. 1の記号による無次元パラメーター L/H を用いてすべり面の特徴を表わして3D効果を評価することが多く、 L/H が小さいほど3D効果が大きいとされている。Leshchinskyら⁶⁾は円筒面と対数らせん面を組み合わせたすべり面を用いて L/H による3D効果を計算し、他の研究者の結果と比較している。それによると斜面先すべりに限っていえば3D効果が強く現われるのは、 $L/H \leq 1.0$ の場合である。そこで、本研究では円筒面を付加することなく対数らせんのみによる斜面先す

Table 1 Results of 2-D and 3-D variational stability analyses.

slope angle	friction angle β	3D safety factor F_3	2D safety factor F_2	$\zeta = F_3/F_2$
30°	0°	0.885	0.643	1.37
	5	1.176	0.935	1.26
	10	1.419	1.187	1.20
	20	1.932	1.667	1.16
	30	2.440	2.157	1.13
	40			
45°	0°	0.800	0.587	1.36
	5	0.994	0.781	1.27
	10	1.170	0.952	1.23
	20	1.463	1.269	1.15
	30	1.830	1.609	1.14
	40	2.226	1.978	1.13
75°	0°	0.585	0.457	1.28
	5	0.700	0.563	1.24
	10	0.800	0.655	1.22
	20	0.974	0.825	1.18
	30	1.152	0.994	1.16
	40	1.349	1.181	1.14

$$\zeta = F_3/F_2 : \text{safety factor ratio}$$

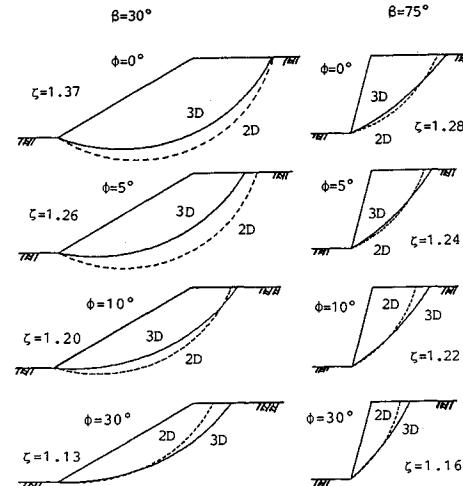
$$\phi: \text{angle of internal friction}$$

$$\beta: \text{slope angle}$$

$$c/YH=0.1$$

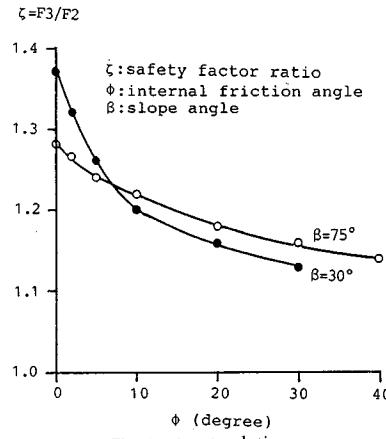
$$H: \text{slope height}$$

$$c: \text{cohesion}$$

Fig. 2 Comparison between 2-D and 3-D analyses within $Y=L$ plane (Fig. 1) of symmetrical slopes.

べりに限定して3D効果を評価することにし、Leshchinskyら⁵⁾による変分安定理論に基づいた数値解析コードを開発し、典型的な斜面（安定数 $N = c/\gamma H = 0.1$ ）に対する2Dおよび3D解析を行った。

Table 1は種々の斜面傾斜角 β と内部摩擦角 ϕ についての安全率比 ζ を示す。すべての斜面で L/H は1.0前後である。3D効果を表わす ζ が ϕ や β に影響されることがうかがえる。Fig. 2では、Fig. 1の対称面（ $Y=L$ 面）におけるすべり線を2D解析と3D解析によって求め比較した。3D解析の結果得られたすべり線は2D解析のものより浅くなっている場合が多く、前章で述べたように端部効果が現われている。しかし、 β が小さくても ϕ が大きい場合や、 β が75°といった急斜面では2Dのす

Fig. 3 ζ - ϕ relation.

すべり線が3Dのすべり線と同じか、ときに浅くなる現象が認められ、3Dすべりの複雑さを物語っている。

Fig. 3は、Table 1に基づいて β をパラメーターとして ζ と ϕ の関係を整理したのである。3D効果に及ぼす β の影響は ϕ の範囲によって著しく異なることがわかる。すなわち、 ϕ が十分小さい粘性土斜面では急斜面に比べ緩斜面の ζ が大きくなり、 ϕ が大きい砂質斜面では逆に、急斜面の ζ がわずかながら大きくなっている。このような傾向は円筒すべりを用いた鵜飼ら⁸⁾の計算結果にも認められる。ただし、円筒の回転軸方向に作用する側方拘束力（鵜飼らは x なる係数によって評価している）を考えた場合に本解析結果と同様の特性が顕

著になっている。鵜飼らの円筒（+キャップ）すべりの解析では、その回転軸と直交する方向に土塊が滑動すると考えている。すなわち、滑動方向 m は、すべり面の最大傾斜方向 s と一致し、かつ常に一定である。しかし、側方拘束力を導入することによって、最大せん断力は滑動方向に作用しない、換言すれば最大せん断力 t の作用方向が s と一致しない場合を評価できるもので、円筒面を用いながら前章で述べた3Dすべり効果を評価していることになる。一方、本解析では滑動方向 m と最大せん断力 t の作用方向は同じで、 t と s はつり合い条件から構成される汎関数の停留条件のもとに決定される⁵⁾。すべり面を規定する方向 s はすべり面上の各点で異なり、また斜面特性によっても異なる。 t の方向（ m と同じ）が s と一致する点もあれば一致しない点もある。 s と t の方向が一致しない場合を考慮できる点では本解析は、側方拘束力を導入した鵜飼らの解析と同じであるが、 m および s が一致し、かつ一定（X軸方向）であるか否かの点では異なる。

Fig. 4には、Fig. 2の二例に対するすべり面を鳥瞰図と平面図で示した。平面図に記した長い矢印は最大せん断力 t の作用方向（矢印の長さは t の大きさを表わしていない）を、短い矢印はセンターに直交する最大傾斜方向 s を表わす。 t と s のなす角を α とすると ϕ が小さい緩斜面では α が大きな領域が多いのに対し ϕ の大きい急斜面ではすべり面周辺を除き比較的 α は小さくすべり面も円筒に近くなる。ただし、Fig. 4 ですべ

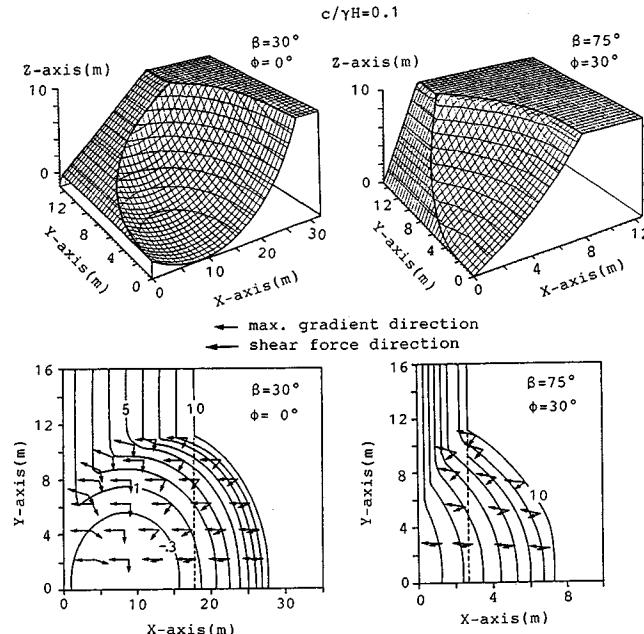


Fig. 4 Bird-eye view and plan view of slip surfaces.

り面上各点で描いた2種類の矢印がなす角は α そのものではなく α を水平面に射影した角である。また、計算では1500以上の離散点で s や t を求めていいる。

いま、すべり面上の微小領域 $dA = dX \times dY$ を考える。その面に作用するせん断抵抗力 t_s は法線方向の応力(直応力)と強度定数によって決まり、 dA 面で一定の大きさをもつ。ところがそこに作用する滑動力は土塊に作用する重力の滑動方向 m (t の方向と同じ)への分力である。 dA を底面とする土柱が、そこでの最大傾斜方向 s_s へ滑動する場合の滑動力を p_{ss} とすると安全率は

$$f_2 = \int |t_s| / p_{ss} dA$$

となる。ただし $|t_s|$ は t_s の大きさである。このように s_s と t_s の方向が常に一致すると考えるのが二次元解析の立場である。しかし三次元では一般に s_s と t_s の方向は一致せず両者のなす角を α_s とすると滑動力 $p_{ss} = p_{ss} \cos \alpha_s$ より本来の三次元安全率は次式となる。

$$f_3 = \int |t_s| / p_{ss} dA = \int |t_s| / (p_{ss} \cos \alpha_s) dA$$

Table 1 や Fig. 3 で用いた安全率比 ξ は、3D解析の安全率 F_3 と $Y=L$ 面での2D解析の安全率 F_2 の比である。3D効果を評価するための汎用パラメーター ξ に対して新たに無次元パラメーター ξ を定義する。

$$\xi = f_3 / f_2 = \frac{\int |t_s| / (p_{ss} \cos \alpha_s) dA}{\int |t_s| / p_{ss} dA}$$

ξ は、3D解析で得られたすべり面を対象に、すべり面の傾斜特性 s やせん断力 t の作用方向(=滑動方向)に関するデータを二次元解析的(t の方向を s と一致させるという意味で)に用いた場合の安全率によって3Dの安全率を評価したものといえる。 $\xi - \phi$ 関係を示すFig. 5によれば、 ξ は β が大きいと ϕ に依存せず値も低い。これは滑動方向 m とすべり面の最大傾斜方向

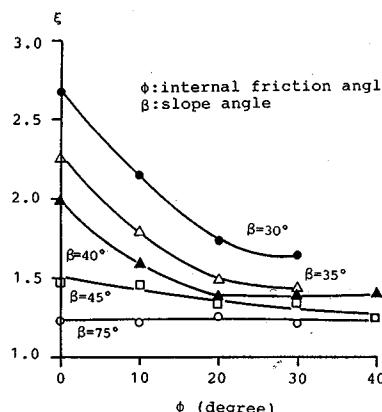


Fig. 5 $\xi - \phi$ relation.

s が一致する円筒型に近いすべりが主となるためである。Fig. 2右図からもわかるようにすべり面が二次元の場合に近くなっている。Fig. 3で $\beta=75^\circ$ 斜面が示す ϕ 依存の3D効果は主に端部効果によると考える。一方、 β が小さいと ξ は ϕ に強く依存し、かつ大きい値をとる。Fig. 4左下図からも予想されるようにすべり面がすり鉢形となり2.で述べた3Dすべり効果が端部効果以上に3D効果を引き起こしていると思われる。 $\beta=30^\circ$ 、 $\phi < 10^\circ$ でのFig. 5の ξ 特性が、Fig. 3の $\beta=30^\circ$ 、 $\phi < 10^\circ$ における ξ の急大と強く関連しているはずである。

4. 結論

(1) 三次元解析による安全率が二次元解析のそれより大きくなる3D効果を生じる要因として、①端面抵抗に起因する端部効果と②滑動方向がすべり面の最大傾斜方向と一致しないことによる効果の2つが考えられる。

(2) 内部摩擦角 $\phi > 10^\circ$ ではすべり面が円筒形になり3D効果は主に①によって生じる。そして、急斜面の方が緩斜面よりわずかながら3D効果が大となる。ところが、 $\phi < 10^\circ$ では円筒に付加するキャップだけを考えたようなすり鉢形すべりとなるため②の効果が強く、特に緩斜面での3D効果が急激に大きくなる(Fig. 3)。

(3) ϕ が小さい緩斜面を円筒形すべり面で解析する場合側方拘束圧を導入する等の配慮が必要と考える。

参考文献

- Baligh, M. M. and Azzouz, A. S. : End effects on stability of cohesive slopes, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 101, GT11, pp. 1105~1117, 1975.
- Chen, R. H. and Chameau, J.-L. : Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes, Géotechnique 32, No. 1, pp. 31~40, 1982.
- Gens, A., Hutchinson, J. N. and Cavounidis, S. : Three-dimensional analysis of slides in cohesive soils, Géotechnique, Vol. 38, No. 1, pp. 1~23, 1988.
- Hovland, H. J. : Three-dimensional slope stability analysis method, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 103, GT9, pp. 971~986, 1976.
- Leshchinsky, D., Baker, R. and Silver, M. L. : Three dimensional analysis of slope stability, Int. j. num. anal. methods geom., 9, pp. 199~223, 1985.
- Leshchinsky, D. and Baker, R. : Three-dimensional slope stability—End effects, Soils and Foundations, Vol. 26, No. 4, pp. 98~110, 1987.
- Ugai, K. : Three-dimensional stability analysis of vertical cohesive slopes, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 3, pp. 41~48, 1985.
- 鶴飼恵三・細堀健司・永瀬英生・榎戸源則：簡便分割法による斜面の三次元安定解析、土木学会論文集、第376号/III-6, pp. 267~276, 1986.

(1989.4.10・受付)