

不飽和浸透特性の逆問題的考察

ANALYSIS OF INVERSE PROBLEM FOR HYDRAULIC PROPERTIES OF UNSATURATED FLOW

青木一男*・嘉門雅史**

By Kazuo AOKI and Masashi KAMON

In this paper, the method to identify unsaturated soil hydraulic properties which allows for hysteresis in the retention function is investigated in inverse problem. This study proposes a new method to determine the main drying and wetting curve from observed values of the main drying curve and from those of the scanning curve in wetting process. Especially, the importance of the selecting observed values of water contents or heads is emphasized, and the reasonable phases for observing is clearly shown by the sensitivity analysis. The applicability of the proposed method to the simple model and the observed model is estimated.

Keywords : inverse problem, unsaturated soil, hydraulic properties, FEM

1. ま え が き

不飽和領域における浸透現象は、アースダムの上流側水位上昇に起因するダム内部の浸透水の挙動、河川堤防の外水位上昇による堤防内部の浸透水の挙動、降雨浸透による斜面崩壊、および地盤内の地下水位回復のための注水あるいは降雨による不圧地下水への涵養による地下水上昇挙動などの種々の問題を検討する場合に必要である。

このような不飽和浸透現象を明らかにするため、有限要素法を用いた不飽和浸透解析手法^{1),2)}が開発され、飽和-不飽和領域を区別なく解析することが可能となっている。この浸透解析には、不飽和浸透特性を表現する不飽和透水係数-体積含水率の関係、圧力水頭-体積含水率の関係(水分特性曲線)が必須である。特に水分特性曲線には、排水過程と湿潤過程間にヒステリシスが存在し、その定量的決定手法はきわめて複雑なものである。このような不飽和浸透特性を規定するため、従来からいくつかの方法が用いられている。たとえば、圧力水頭と体積含水率の関係を求めるうえで、中性子水分計やテンシオ

メーターを用いて原位置で測定する方法や、現地から採取してきたサンプル土壌による室内実験等があるが、実際には多くの時間と費用を必要とし、かつ、採取時に土構造を乱してしまいやすいという問題もみられている。さらに、不飽和透水係数と体積含水率の関係を求める実験的手法についても、まだ十分に確立されていない現状にある。また不飽和浸透特性を土の他の特性により推定しようとする研究³⁾がなされているが、十分な結論を得るには至っていない。

このような状況の中で、近年不飽和浸透特性の逆問題的的研究が行われ始めている。すなわち、観測値として圧力水頭および流出量の経時変化を用いて、間接法逆問題として不飽和浸透特性を同定する手法⁴⁾、圧力水頭のみを経時変化から不飽和浸透特性を同定する手法^{5),6)}等が提案されている。しかし、これらの手法は水分特性曲線におけるヒステリシスを無視したものであり、ヒステリシスを考慮した不飽和浸透特性の同定手法は現在のところ見当たらない。

そこで、本論文では水分特性曲線にヒステリシスを考慮した不飽和浸透特性を間接法逆問題として定式化し、その同定手法を示した。さらに、同定に用いるべき観測値として得られるどのデータを用いてもよいわけではなく、その選択によっては、不適切問題になる場合もある

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科(同上)

ことを示し、精度よい同定が可能となる観測値の選択方法について議論した。また、簡単な解析モデルを用いて本論文で示した同定手法の妥当性を示し、実測値を用いた同定結果より観測値の選択方法について考察を加えた。

2. 不飽和浸透特性のモデル化

不飽和浸透特性として、ここでは水分特性曲線と不飽和透水係数について、それぞれのモデル化を示す。

(1) 水分特性曲線のモデル化

水分特性曲線は図-1に示すように、飽和状態から排水を行った排水主曲線と乾燥状態から湿潤を行った湿潤主曲線の間にヒステリシスが存在する。また、排水主曲線あるいは湿潤主曲線の途中からその過程を逆に移行すると主曲線から分離して、湿潤走査曲線あるいは排水走査曲線なる別のヒステリシス曲線が現われる。すなわち、初期体積含水率の違いと、湿潤および排水の過程の相違によりそれぞれ別の走査曲線が存在する。このような現象に対して、ヒステリシスの影響を考慮した不飽和浸透解析を行う場合、従来から水分特性曲線の主曲線から走査曲線を推定する研究がなされており、水分特性曲線の主曲線のみを入力データとするだけで、走査曲線が推測できるようになっている。したがって、実際問題を解く場合には非常に有効な手法である。

そこで、水分特性曲線の主曲線および走査曲線のモデルについて示す。

まず、水分特性曲線の主曲線に関して種々のモデルが提案されているが、その代表的なものとして式(1)で表わされる Brooks and Corey モデル⁷⁾、式(3)で表わされる Van Genuchten モデル⁸⁾がある。宇野ら⁹⁾がこれら2つのモデルを数種類の試料に適用した結果を次のように報告している。Brooks and Corey モデルでは、高飽和度領域において実験値とモデルとの間に誤差が生じているものの、中・低飽和度領域においては両者は良

く一致する。また、Van Genuchten モデルでは全領域で実験値とモデルがほぼ一致する。このような結果から本論文では水分特性曲線の主曲線として式(3)、(4)に示すような Van Genuchten モデルを用いることにする。

$$S_e = \left(\frac{\psi_{cr}}{\psi}\right)^\lambda \dots\dots\dots (1)$$

$$c(\psi) = -(\theta_{sat} - \theta_r) \frac{\lambda}{\psi_{cr}} \left(\frac{\psi_{cr}}{\psi}\right)^{\lambda+1} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 S_e ：有効飽和度、 ψ ：圧力水頭、 θ_{sat} ：飽和体積含水率、 θ_r ：最小含水量、 ψ_{cr} ：限界毛管水頭、 λ ：定数、 $c(\psi)$ ：比水分容量である。

$$S_e = \left(\frac{1}{1 + |\alpha\psi|^n}\right)^m \dots\dots\dots (3)$$

$$c(\psi) = \alpha(n-1)(\theta_{sat} - \theta_r) S_e^{1/m} (1 - S_e^{1/m})^m \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 α 、 n ：定数（排水主曲線の場合は α_d 、 n_d 、湿潤主曲線の場合は α_w 、 n_w と表わす）、 $m = 1 - 1/n$ である。

次に、走査曲線のモデルとして Linear Method¹⁰⁾、Point Method¹¹⁾、Slope Method¹²⁾、Mualen モデル¹³⁾等、種々のものが提案されている。Linear Method は走査曲線を直線で表現したものであるから、モデル化は非常に簡単であるが実際の走査曲線の形状とかけ離れたものとなる。また、Point Method は、主曲線の θ 値から走査曲線の θ 値を算定する方法である。Slope Method は、Point Method を改良したもので主曲線の勾配から走査曲線の比水分容量を算定する手法である。さらに、Mualen モデルは、走査曲線から別の走査曲線へ移行する高次の走査曲線を表現できる利点を有しているが、比水分容量の算定に多くの記憶容量を必要とする。このように各モデルは種々の長所・短所を有しているが、本論文では逆問題的に考察する目的からそのモデルが走査曲線を的確に表現し、かつモデル化が比較的容易なものとなければならない。そこで、本論文では以下に示す Slope Method を用いることにする。

i) 湿潤走査曲線

主曲線から走査曲線への移行点の圧力水頭を ψ_r とする。 ψ_r から 0 までの区間で圧力水頭の値 ψ_n をいくつかとるとき、それに対応する体積含水率 θ_{n+1} を次の2つの式で帰納的に決定する。

$$\theta_{n+1} = \theta_n + c(\psi)(\psi_{n+1} - \psi_n) \dots\dots\dots (5)$$

$$c(\psi) = \frac{\theta_d(\psi_n) - \theta_n}{\theta_d(\psi_n) - \theta_w(\psi_n)} \left| \frac{d\theta_w}{d\psi} \right|_{\psi=\psi_n} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 θ_d 、 θ_w ：排水主曲線、湿潤主曲線上の体積含水率である。

ii) 排水走査曲線

i) と同様にして、式(5)と次式から θ_{n+1} を算定

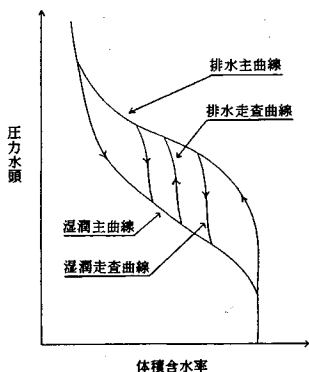


図-1 水分特性曲線

する。

$$c(\psi) = \frac{\theta_n - \theta_w(\psi_n)}{\theta_d(\psi_n) - \theta_w(\psi_n)} \left| \frac{d\theta_d}{d\psi} \right|_{\psi=\psi_n} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、Jaynes¹²⁾により特に $\psi_n \geq 1.5 \psi_{cr}$ の場合に限り、 c には式(7)と式(8)により求められる大きい値の方を用いる。

$$c(\psi) = \left| \frac{d\theta_d}{d\psi} \right|_{\psi=\psi_n} + \frac{\theta_{sat} - \theta_n}{0.1 \theta_{sat}} \left| \frac{d\theta_w}{d\psi} \right|_{\psi=\psi_n} \dots\dots\dots (8)$$

(2) 不飽和透水係数のモデル化

不飽和透水係数に関しても、土の構造骨格モデルあるいは水分特性曲線を用いて理論的に関係式を導く研究や実験データから経験式を求めるなどの多くの研究が報告されている。

井上¹⁴⁾や Russo¹⁵⁾は水分特性曲線から不飽和透水係数を推定する種々の提案式について、実験データとの比較によって評価を加えている。また西垣¹⁶⁾は、Van Genuchtenの提案式を種々の試料に適用した結果、比較的良好な一致をみたしと報告している。そこで、本論文では不飽和透水係数のモデル化として、Van Genuchten⁸⁾が Mualem の研究¹⁷⁾から導いた次式を用いることにする。

$$k_r = S_e^{1/2} [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2 \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 k_r ：不飽和透水係数と飽和透水係数の比である。

なお、水分特性曲線には顕著なヒステリシスが存在するためその効果を考慮したが、不飽和透水係数と体積含水率の関係にはヒステリシスがほとんどないといわれているので¹⁸⁾、本論文ではこれを無視することにした。

3. 不飽和浸透特性の同定手法

(1) 本論文で提案する同定手法の概念

ヒステリシスを考慮した水分特性曲線のうち、走査曲線は前述したように排水・湿潤主曲線から推定されるため、排水・湿潤主曲線が同定されればすべての水分特性曲線が表現できることになる。

これら2つの主曲線を同定する場合、室内あるいは原位置実験から得られる観測値が、水分特性曲線のどの曲線上に存在するかによって同定結果の信頼性に大きな影響を及ぼす。

すなわち、排水主曲線は飽和状態から水位の低下などによる排水過程であり、観測上容易にその過程を再現あるいは確認することができる。しかし、湿潤主曲線は乾燥状態からの湿潤過程であり、この現象を再現あるいは確認するためにはかなりの時間を必要とし、厳密な観測値を得ることは難しい。したがって、このことを念頭に入れて観測しなければ、得られた湿潤主曲線が実際には湿潤走査曲線でしかあり得ないことが多々みられる。

そこで本論文では、排水主曲線および湿潤主曲線を推定してから走査曲線を推定するという従来の発想とは逆に、排水主曲線を推定し、これと湿潤走査曲線から湿潤主曲線を推定しようとするものである。

したがって、水分特性曲線を規定する未知パラメーターとしては、式(3)、(4)より θ_{sat} 、 θ_r および排水主曲線の α_d 、 n_d 、湿潤主曲線の α_w 、 n_w の6個となる。また、不飽和透水係数を規定する未知パラメーターとしては、式(9)より水分特性曲線のパラメーターと飽和透水係数がある。

(2) 同定手法

パラメーターを同定する手法として、ここでは定式化の容易さ、追加情報の処理および誤差評価のしやすさなどから、間接法を採用する。間接法による同定問題では、パラメーターを仮定して得られた解析値と観測値との残差二乗和を最小にするパラメーターを推定する手法が多く用いられる。

そこで、本論文は、観測値として (ψ, θ) が得られる場合と ψ の経時変化のみが得られる場合について、以下に示す2通りの残差二乗和を用いて不飽和浸透特性を同定する。

① 観測値として (ψ, θ) を用いる場合

この同定手法は水分特性曲線を直接同定するもので、観測値として (ψ, θ) が得られ、この ψ に対して、式(3)~(8)より算定される θ に関して次式より残差二乗和を求める方法である。

$$E = \sum_{i=1}^L (\theta^i - \theta_{ob}^i)^2 \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 L ：観測値の数、 θ^i ：仮定されたパラメーターに基づき得られた解析値、 θ_{ob}^i ：観測値である。

② 観測値として ψ のみを用いる場合

この同定手法は式(12)に示す飽和-不飽和浸透の基礎方程式に対して有限要素解析を行い、算定される ψ に関して次式より残差二乗和を求める方法である。

$$E = \sum_{i=1}^L (\psi^i - \psi_{ob}^i)^2 \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 ψ^i ：仮定されたパラメーターに基づき得られた解析値、 ψ_{ob}^i ：観測値である。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} + k(\psi) \right) = c(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 x ：水平方向座標、 z ：鉛直方向座標である。

土中の浸透を支配する基礎方程式として、式(12)を用いる。これは Darcy の法則と不飽和領域まで拡張した運動方程式と連続の式とを結合したものであり Richards の方程式とよばれている。

式(10)、(11)は観測方程式とよばれ、推定しよう

するパラメーターに対して非線形な関係をもっているため、この問題を解くには、非線形最小二乗法を用いなければならない。一般的な最小化については、Davidon-Fletcher-Powell の可変計量法、共役傾斜法、シンプレックス法などさまざまな方法が知られている。しかし、式(10)、(11)が二乗和の形をしていることを積極的に活用した方法の方が、収束も速く精度もよい¹⁹⁾。この範疇のものとして Gauss-Newton 法が代表的である。また、この方法の収束性を改良し変形したものとして、修正 Marquardt 法などが提案されているが、定式化のしやすさから Gauss-Newton 法を用いることにする。

4. 観測値の選択方法

各パラメーター値を同定する場合、観測値の数が多く、水分特性曲線上に幅広く配置されているほど正確な同定が可能である。しかし、室内および原位置実験に適用する場合、観測値数が少ないこと、観測地点の分布を最適な配置に設定することが不可能なことなどの制約が存在する。また、どの観測値を用いて同定を行っても、正確な結果が得られるとは限らない。中には、不適切問題となる場合もある。このように観測値の数およびその分布が同定結果に重大な影響を及ぼすものと考えられる。

そこで、同定に用いる観測値として、どのデータが適しているかを判断する1つの指標として、各パラメーターに対する体積含水率あるいは圧力水頭の感度分析を行い検討する。感度分析より得られた感度値が同定結果に及ぼす影響例としては、もし感度値の小さい領域に属するデータのみを観測値に用いれば、そのパラメーター

は観測値にほとんど影響を与えないことになり、同定不能になる場合もある。なお、ここでは、表—1に示す宇野ら⁹⁾の実験より得られた水分特性曲線のパラメーターをもつ解析モデルを仮定する。

(1) (ϕ, θ) を観測値として用いる場合

式(10)で表わされる残差二乗和を用いて、水分特性曲線を直接同定する場合に必要な体積含水率の観測値の選択方法について検討する。

まず図—2のような排水主曲線上の観測値について、図—3は α_a, n_a に対する θ の感度値の分布を、図—4は θ_{sat}, θ_r に対する θ の感度値の分布を示したものである。これらと図—2の水分特性曲線を比較して考察する。

α_a, n_a に対する θ の感度値の絶対値は高飽和度領域で小さく、中飽和度領域で最大となり、低飽和度領域で再び小さくなる。これより、 α_a, n_a の同定に用いる観測値としては、 ϕ が $-20 \sim -60$ cm の範囲にある中飽和度領域のデータが適していることがわかる。

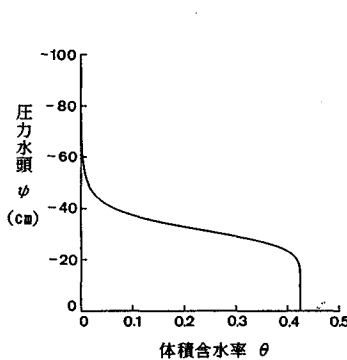
また、 θ_{sat}, θ_r に対する θ の感度値は、それぞれ高飽和度領域と低飽和度領域で大きな値を示している。これら両者を同時に同定する場合には高飽和度領域から低飽和度領域の幅広い範囲の観測値が必要となってくる。

次に図—5のような湿潤走査曲線上の観測値について、図—6、7は α_w, n_w に対する θ の感度値を、走査曲線への移行点として ϕ_{tr} が $-45, -35, -25$ cm の場合(図中の①, ②, ③に対応)について示したものである。これらと図—5に示す水分特性曲線を比較して考察する。

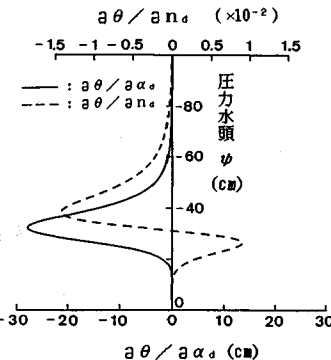
感度値は ϕ_{tr} が小さいと大きくなり、 ϕ_{tr} が大きくなると小さくなる。これは、走査曲線のモデル化に起因する。すなわち、式(5)、(6)からわかるように、 ϕ_{tr} が小さければ走査曲線は湿潤主曲線の影響が大となり、 ϕ_{tr} が大きければ湿潤主曲線の影響が小さくなるからである。したがって、走査曲線上の観測値としては、 ϕ_{tr} が小さいところのデータを選択する方が精度良い同定が

表—1 解析モデルのパラメーター

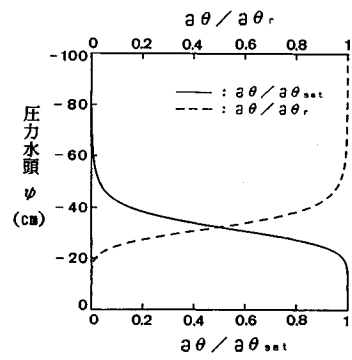
	n	α (cm ⁻¹)	θ_{sat}	θ_r
排水主曲線	8.591	0.0315	0.425	0.0
湿潤主曲線	4.011	0.0624	0.425	0.0



図—2 排水主曲線



図—3 α_a, n_a に対する θ の感度値



図—4 θ_{sat}, θ_r に対する θ の感度値

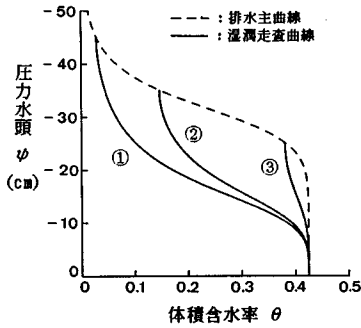


図-5 湿潤走査曲線

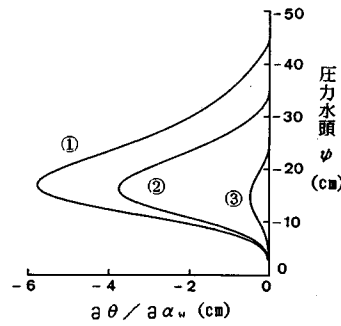


図-6 α_w に対する θ の感度値

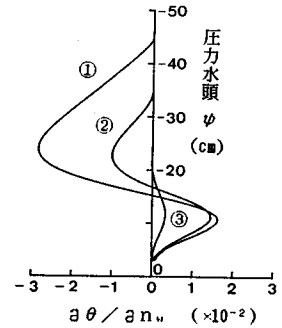


図-7 n_w に対する θ の感度値

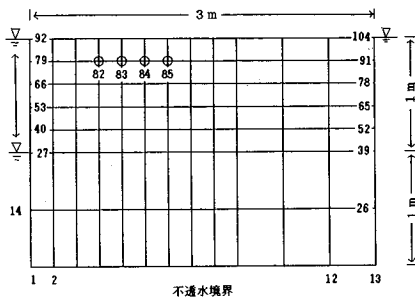


図-8 有限要素解析モデル

できるものと考えられる。

(2) ψ のみを観測値として用いた場合

式(11)で表わされる残差二乗和を用いて、不飽和浸透特性を同定する場合について検討する。この場合 ψ のみを観測値として用いるため、すなわち水分特性曲線を間接的に同定するため、水分特性曲線と直接比較して考察することはできない。そこで、排水主曲線上の観測値について、図-8に示すような節点数104、要素数84で構成される有限要素解析モデルを用い、有限要素解析により得られた ψ の経時変化に基づいて考察する。

図-8において左側の境界水位が1m急降下した場合を想定し、節点84における ψ の経時変化を図-9に示した。この曲線は次に示すように大きく3つの部分に分類することができる。Phase 1は ψ が飽和状態から高飽和度領域の範囲で ψ の経時変化はほぼ直線となっている。また、Phase 2は中飽和度領域で、この範囲では飽和度が小さくなるに従い不飽和透水係数が小さくなるため、 ψ の経時変化は直線から上に凸の曲線になる。Phase 3は境界条件の影響が現われ始め、下に凸の曲線となり最終的には定常状態に至る。

図-10は α_d に対する ψ の感度値、図-11は n_d に対する ψ の感度値、図-12は θ_{sat} に対する ψ の感度値の経時変化を示したものである。これらと図-9を比較すると、 α_d 、 θ_{sat} に対する ψ の感度値の経時変化はPhase

2で最大となり、Phase 3に至ってはかなり小さな値となった。しかし、 n_d に対する ψ の感度値はPhase 1で最大となり観測時刻が増大するに従って減少する傾向にある。これらの結果から、図-8の解析モデルにおいて、 α_d 、 n_d 、 θ_{sat} を同時に同定する場合に用いる観測値としては、Phase 2の範囲に属するデータが適していると判断できる。

5. 同定結果と考察

本論文で示した同定手法の妥当性および観測値の選択方法について簡単な解析モデルを用いて検討し、さらに実測値に適用した同定結果を示す。

(1) (ψ, θ)を観測値として用いた場合

a) 解析モデルの同定結果

水分特性曲線として表-1に示すようなパラメーターをもつ解析モデルに対しての同定結果を示す。

表-2は排水主曲線の同定結果である。ここで、同定すべきパラメーターは α_d 、 n_d 、 θ_{sat} 、 θ_r である。観測値は中飽和度領域から4個選択した。これによるとかなりの精度で同定が可能となっている。

また、表-3は湿潤走査曲線上の観測値から湿潤主曲線のパラメーターを同定した結果である。同定すべきパラメーターは、 α_w 、 n_w である。観測値は ψ_{tr} が-45 cmの湿潤走査曲線上から2個選択した。これによるとかなりの精度で同定が可能となり、本論文で提案した同定手法の妥当性が明らかになった。

b) 実測値に基づく同定結果

本論文で述べた同定手法を実測値に適用するため、盛谷ら²⁰⁾の実験から得られたデータを用いる。盛谷らの実験は、試料として豊浦標準砂を用い、吸引法により (ψ, θ)を測定し主曲線および走査曲線を求め、さらに実験結果をBrooks and Coreyモデルで整理し、表-4のようなパラメーターを得ている。

このような排水主曲線上の実測値を用いて同定した結果を表-5、図-13に示す。Case 3は図-13の7個の

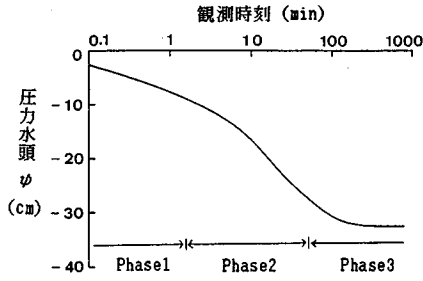


図-9 圧力水頭の経時変化

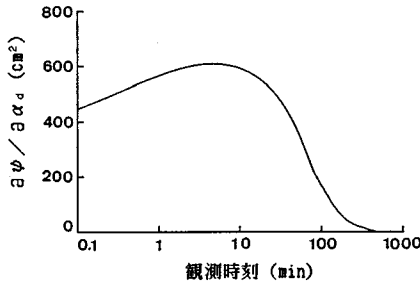


図-10 α_d に対する ψ の感度値の経時変化

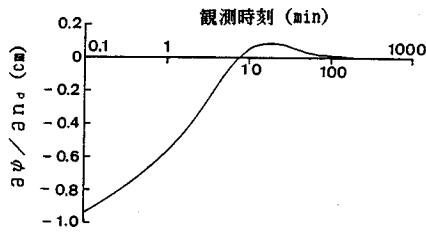


図-11 n_d に対する ψ の感度値の経時変化

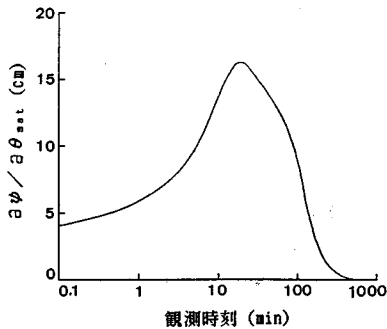


図-12 θ_{sat} に対する ψ の感度値の経時変化

表-2 (ψ, θ) を観測値として用いた排水主曲線の同定結果 (解析モデル)

	ψ の観測点	n_a	$\alpha_d (\text{cm}^{-1})$	θ_{sat}	θ_r	残差二乗和
初期値	—	5.000	5.000×10^{-2}	0.500	5.000×10^{-2}	—
Case 1	-20, -30, -40, -50	8.591	3.150×10^{-2}	0.425	1.001×10^{-3}	1.85×10^{-15}
真 値	—	8.591	3.150×10^{-2}	0.425	1.000×10^{-3}	—

表-3 湿润走査曲線上の (ψ, θ) を観測値として用いた湿润主曲線の同定結果 (解析モデル)

	ψ の観測点	n_w	$\alpha_w (\text{cm}^{-1})$	残差二乗和
初期値	—	5.000	5.000×10^{-2}	—
Case 2	-20, -40	4.011	6.240×10^{-2}	6.97×10^{-12}
真 値	—	4.011	6.240×10^{-2}	—

表-4 盛谷らによる排水主曲線のパラメーター (Brooks and Corey モデル)

θ_{sat}	θ_r	$\psi_{cr} (\text{cm})$	λ
0.390	0.041	-38.0	4.81

表-5 (ψ, θ) を観測値として用いた排水主曲線の同定結果 (実測値)

	観測点数	n_a	$\alpha_d (\text{cm}^{-1})$	θ_{sat}	θ_r	残差二乗和
初期値	—	5.000	5.000×10^{-2}	0.500	5.000×10^{-2}	—
Case 3	6	8.890	2.531×10^{-2}	0.586	4.397×10^{-2}	3.58×10^{-4}
Case 4	7	13.645	2.231×10^{-2}	0.384	4.815×10^{-2}	4.37×10^{-4}

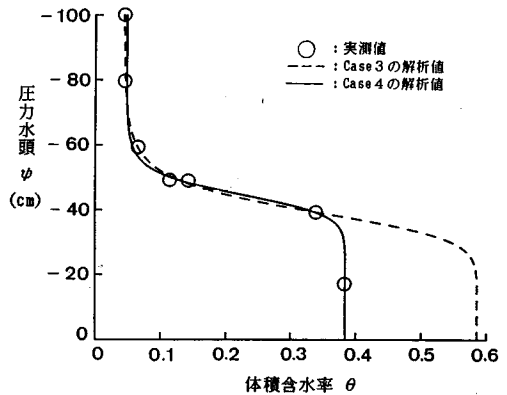
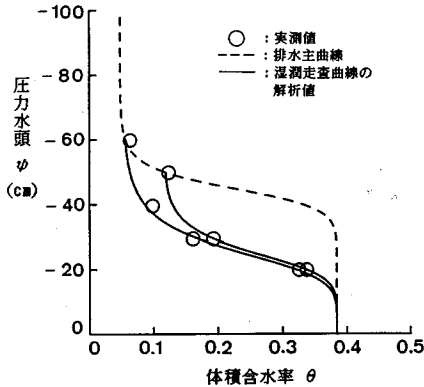


図-13 排水主曲線の解析値と実測値

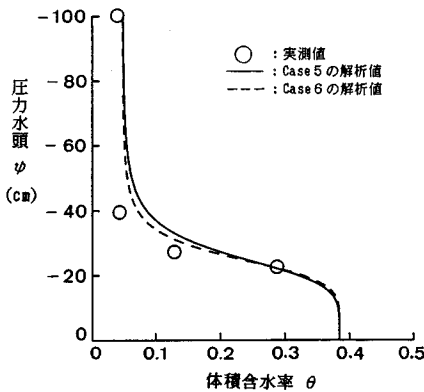
実測値の中から ψ が約 -17 cm のデータを除いた、中飽和度領域から低飽和度領域に存在する 6 個の実測値を選択した場合で、Case 4 は高飽和度領域から低飽和度領域に存在する 7 個の実測値を選択した場合である。Case 3 は残差二乗和が小さく、図-13 に示すように 6 個の実測値と同定された水分特性曲線は一致しているが、 θ_{sat} が表-4 と比較して異常な値を示し、同定が不

表—6 湿潤走査曲線上の (ψ, θ) を観測値として用いた湿潤主曲線の同定結果 (実測値)

	ψ_{tr} (cm)	n_w	α_w (cm ⁻¹)	残差二乗和
初期値	—	5.000	5.000×10^{-2}	—
Case 5	-60	5.479	4.015×10^{-2}	1.73×10^{-4}
Case 6	-50	6.416	4.051×10^{-2}	6.44×10^{-15}
Case 7	-40	—	—	同定不能



図—14 湿潤走査曲線の解析値と実測値



図—15 湿潤主曲線の解析値と実測値

可能となった。しかし、Case 4 は図—13 に示すようにかなりの精度で同定が可能となった。これらより、精度よく同定するためには観測値の選択方法で述べたように、低飽和度領域から高飽和度領域のデータが必要である。

次に湿潤走査曲線上の実測値から湿潤主曲線を同定した結果を表—6、図—14、15 に示す。Case 5 は排水主曲線から湿潤走査曲線への移行点 ψ_{tr} が -60 cm の場合で、Case 6 は ψ_{tr} が -50 cm の場合、Case 7 は ψ_{tr} が -40 cm の場合である。表—6 は同定結果であるが、Case 5 および Case 6 では同定が可能となり、Case 7 では同定が不可能となった。これより、観測値の選択方法

表—7 ψ のみを観測値として用いた排水主曲線の同定結果 (解析モデル)

	ψ の観測数	n_w	α_w (cm ⁻¹)	θ_{sat}	残差二乗和
初期値	—	5.000	5.000×10^{-2}	0.500	—
Case 8	8	8.591	3.150×10^{-2}	0.425	3.86×10^{-10}
真 値	—	8.591	3.150×10^{-2}	0.425	—

表—8 ψ のみを観測値として用いた湿潤主曲線の同定結果 (解析モデル)

	ψ の観測数	n_w	α_w (cm ⁻¹)	残差二乗和
初期値	—	5.000	5.000×10^{-2}	—
Case 9	6	4.011	6.240×10^{-2}	8.54×10^{-6}
真 値	—	4.011	6.240×10^{-2}	—

で述べたように、湿潤主曲線を同定するためには ψ_{tr} の小さい湿潤走査曲線上の観測値を用いなければならないことが明らかになった。また、図—14 は Case 5 と Case 6 に対する解析値と湿潤走査曲線の実測値を示したもので、両者は精度よく同定されている。図—15 は Case 5、Case 6 に対する湿潤走査曲線上の実測値から同定された湿潤主曲線の解析値と、湿潤主曲線の実測値を示したものである。それぞれの残差二乗和は、Case 5 で 1.73×10^{-4} 、Case 6 で 6.44×10^{-15} と小さくなっており、用いた実測値の情報量から判断して十分同定ができているものと考えられる。ここで、Case 5 および Case 6 に示した湿潤主曲線の同定結果の精度は、走査曲線のモデルの精度つまり走査曲線をどの程度的確に表現しているかに大きく影響される。したがって、走査曲線のモデルとして本論文で用いた Slope Method より的確なモデルを用いれば、さらに精度よい同定結果が得られるものと考えられる。

(2) ψ のみを観測値として用いた場合

図—8 に示す有限要素モデルに対し、水分特性曲線として表—1 に示すパラメーターをもつ解析モデルを用いて同定した結果を示す。ここで、飽和透水係数は測定されていないので、 2.084×10^{-2} cm/s と仮定した。

まず、図—8 において左側の境界水位が 1 m 急降下した場合の圧力水頭の経時変化から排水主曲線を同定した結果を表—7 に示す。ここで、同定すべきパラメーターは α_w 、 n_w 、 θ_{sat} である。観測点は節点番号 82、83、84、85 の 4 点で、観測時刻は中飽和度領域からそれぞれ 2 個選択した。これによるとかなりの精度で同定が可能となっている。

次に、湿潤走査曲線上のデータを得るため、主排水過程が 210 分間経過した後、図—8 において左側の境界水位が 1 m 急上昇した場合を考える。このような湿潤走査曲線上の観測値から湿潤主曲線を同定した結果を表

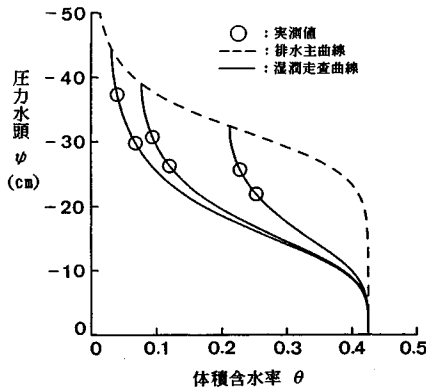


図-16 湿潤走査曲線上の観測値の分布

—8に示す。同定に用いた観測値は図-16に示すように、湿潤走査曲線として ψ_{tr} が約-44, -39, -32 cmである3本を用い、それぞれの走査曲線上に2点の観測点を設け、合計6点とした。このような条件下で同定した結果、精度よい同定が可能となった。以上の結果から、本論文で提案した同定手法の妥当性が明らかになった。

6. 結 論

不飽和浸透解析を行う場合、入力データとして必要な不飽和浸透特性の同定手法、同定に用いる観測値の選択方法について種々の考察を行った。得られた結果を要約すると以下ようになる。

(1) ヒステリシスを考慮した水分特性曲線を同定するにあたり、排水主曲線の同定手法および湿潤走査曲線上の観測値から湿潤主曲線を同定する手法を提案した。

(2) (ψ, θ) を用いた同定において、排水主曲線を規定するパラメーターを同定する場合、 θ_r, θ_{sat} の感度値は低飽和度領域、高飽和度領域でそれぞれ大きな値を示し、 α_a, n_a の感度値は中飽和度領域で大きな値を示している。したがって、これらのパラメーターを同時に同定する場合には、低飽和度領域から高飽和度領域に分布する観測値が必要である。また、湿潤主曲線を規定するパラメーターを同定する場合は、 ψ_{tr} が小さいところの観測値を選択する必要がある。

(3) 実測値に対して、本論文で示した同定手法を適用した結果、良好な同定結果が得られた。

(4) ψ のみを用いた同定においては、中飽和度領域で、 ψ の変化が大きく、パラメーターに対する感度値も大きいため、この領域のデータが観測値に適している。このような観測値の選択方法に従って、不飽和浸透特性を規定するパラメーターのうち、 $\alpha_a, \alpha_w, n_a, n_w, \theta_{sat}$ を同定した結果、十分な精度で同定することができた。

最後に、本論文作成にあたりご指導いただいた京都大

学 赤井浩一教授、解析に協力いただいた元・京都大学大学院生 天野雄介氏（現・建設省）に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Neuman, S. P. : Saturated unsaturated seepage by finite elements, Proc., ASCE, HY, Vol. 99, No. 12, pp. 2233~2250, 1973.
- 2) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠：有限要素法による飽和不飽和浸透流の解析，土木学会論文報告集，第264号，pp. 87~96, 1977.
- 3) 河西 基・塩崎 功・中井健二：不飽和土中の水分移動特性に関する実験的考察，第30回水理講演会論文集，pp. 384~390, 1986.
- 4) 日野幹夫・龍岡和夫・佐藤昭人：Marquardt法による不飽和土壌特性パラメータの同定，第30回水理講演会論文集，pp. 379~384, 1986.
- 5) 河野伊一郎・西垣 誠・竹下祐二・田村和久：揚水試験による不飽和浸透特性の算定法，第23回土質工学研究発表会概要集，pp. 1833~1834, 1988.
- 6) 青木一男・嘉門雅史・村上公一：不飽和浸透解析のパラメーターの同定手法，第43回土木学会年次学術講演会講演概要集，pp. 864~865, 1988.
- 7) Brooks, R. H. and Corey, A. T. : Properties of porous media affecting fluid flow, ASCE, HY, Vol. 92, pp. 61~88, 1966.
- 8) Van Genuchten, M. Th. : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 144, pp. 892~898, 1980.
- 9) 宇野尚雄・佐藤 健・植植浩史：2, 3の砂質土の水分保持特性，不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム発表論文集，pp. 187~192, 1987.
- 10) Hanks, R. J., Klute, A. and Bresler, E. : A numeric method for estimating infiltration, redistribution, drainage, and evaporation of water from soil, Water Resour. Res., Vol. 5, No. 5, pp. 1064~1069, 1969.
- 11) Dane, J. H. and Wierenga, P. J. : Effect of hysteresis on the prediction of infiltration, redistribution and drainage of water in a layered soil, J. of Hydrology, Vol. 25, pp. 229~242, 1975.
- 12) Jaynes, D. B. : Comparison of soil-water hysteresis models, J. of Hydrology, Vol. 75, pp. 287~299, 1985.
- 13) Mualem, Y. and Miller, E. E. : A hysteresis model based on an explicit domain dependence function, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 43, pp. 1067~1073, 1979.
- 14) 井上光弘・矢野友久・吉田 勲・山本太平・筑紫二郎：土壌水分特性曲線に基づく不飽和透水係数の計算，土壌の物理性，Vol. 46, pp. 21~29, 1982.
- 15) Russo, D. : Determining soil hydraulic properties by parameter estimation : On the selection of a model for the hydraulic properties, Water Resour. Res., Vol. 24, No. 3, pp. 453~459, 1988.
- 16) 西垣 誠・楠見和紀：不飽和土の浸透特性の評価に関する研究，不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム

- 発表論文集, pp.179~186, 1987.
- 17) Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resour. Res.*, Vol.12, pp.513~522, 1976.
- 18) 八幡敏雄: 土壤の物理, 東京大学出版会, pp.106~108, 1975.
- 19) 中川 徹・小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.
- 20) 盛谷明弘・安藤義久・高橋 裕: 雨水の鉛直不飽和浸透による地下水面上昇のモデル化, 第32回水理講演会論文集, pp.95~100, 1988.
- (1989.5.18・受付)
-