

取付管の調圧効果を考慮した下水管網内の遷移流計算法

A METHOD OF NUMERICAL ANALYSIS OF SEWAGE TRANSIENT FLOW WITH LATERAL PIPES

渡辺政広*・江藤剛治**・室田 明***

By Masahiro WATANABE, Takeharu ETOH and Akira MUROTA

LATERAL MODEL, a model of surcharged flow in urban sewer pipe systems, is presented. In this model, the pressure-control effect is considered which is caused by storage of stormwater in lateral pipes connected to a sewer pipe and has been ignored in traditional models. It is demonstrated that a pressure-wave celerity in the pipe systems is determined physically by the properties of the lateral pipes and the calculated values of the celerity using the properties almost agree with the empirical ones. The model is transformed into a practical model, SLOT MODEL, which is able to handle both open-channel and surcharged flows with the same flow equations. An equation for determining a width of hypothetical slot, which is a principal parameter in SLOT MODEL, is derived from comparing the flow equations of the two models.

Keywords : pressure-control effect, lateral pipe, open-channel and surcharged flows, sewer pipe system

1. 序論

本研究は、下水道網内の流出現象の中でも、解析上多くの問題点が残されている開水路流れからサーチャージ流れ（満管流れ、圧力流れ）への遷移流に主眼をおき、この解析モデルの実用化を目指したものである。

このような遷移流の解析は、路面湛水が生ずるような大雨時の流出解析においては数値計算上避けて通れない問題であるばかりでなく、急激な水理現象であるから、種々の事故の原因となる可能性を含んでいる。これまで実際に問題になった例としては、マンホール蓋の飛散事故¹⁾が挙げられる。今後低平地域の下水道から河川へのポンプ排水における間欠的な流量調整運転の機会はますます増えようし、下水道網内にゲートを設置しその人为的操作により行う管内貯留なども検討され始めている。これらの実施にあたっては、遷移流れに起因する諸問題を前もって検討しておく必要が生ずるものと予想される。

本研究の特徴の1つは、道路側溝や家庭の雨水ますか

ら排水管渠に雨水を排水するための取付管²⁾に注目したことである(Fig.1参照)。取付管の断面積は小さいので、これまで下水管の水理解析では問題にされることはないなどなかった。しかしながら小さいとはいえ、管の所々に穴が開いていると、急激な圧力変化が緩和されるので、少なくともサーチャージ流れ部の支配的な水理現象である圧力波伝播に対しては大きな効果をもつことが予想される。事実、取付管を考慮すると、その伝播速度がこれまで経験的に用いられていた値と一致することが示される。また、サーチャージ部にとじ込められた空気は取付管より容易に抜けるので、遷移部の水理現象の1つとして話題になるセルフ・プライミング現象³⁾などが生ずる可能性も少ない。

はじめに、本論文で取り扱う遷移流と、関連する既往の研究について概括する。遷移流れでは、サーボ・フロントが形成される場合がある。これを厳密に解析^{4),5)}するには、開水路、サーボ・フロント、サーチャージの3つの流れを同時に取り扱う必要がある。しかし、こうした解析モデルを多くの合流部をもつ現実の複雑な下水道網へ適用することは困難である。たとえば、サーボ・フロントに運動量保存則を適用する場合を考えても、下水管を遡り合流部で分岐・反射するサーボ現象に対し、合流部の物理的条件、たとえば管の合流角やマンホールの

* 正会員 工修 愛媛大学講師 工学部土木工学科
(〒790 松山市文京町3)

** 正会員 工博 近畿大学教授 理工学部土木工学科
(〒577 東大阪市小若江3-4-1)

*** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘2-1)

形状などを個々の合流部について与えることは現実的には不可能である。こうしたサージ・フロントの伝播現象や上述したマンホール蓋の飛散現象は、局所的ではあるが別途より厳密な解析を行う必要がある^{1),5)}。本論文ではひとまず、実際の下水道網において実用可能で、かつ遷移流れをできる限り精度よく解析できる計算法を開発することに主眼をおくこととする。したがってここでは、サージ・フロントが現われない遷移流れを取り扱う。

このような遷移流れの解析モデルの1つとして、ライスマン・スロットの手法⁶⁾を応用したモデル^{7)~10)}（スロット・モデルとよぶ）が用いられている。この手法は、Cungeら⁷⁾によって発電所放水路トンネルの遷移流れにはじめて適用されたもので、満管部の管壁と水の弾性変形による圧力伝播を、管頂に取り付けた微小幅の仮想のスロット内の自由水面を伝播する重力波のそれに置き換えるというモデルである（Fig. 3参照）。直感的に理解しやすいと同時に、開水路とサーチャージの両流れと共に開水路流れの方程式で解き得るという点に実用上の意義がある。近年、下水道網へも適用されるようになり、わが国では中村ら⁸⁾による適用例が示されている。

しかしながら下水道網への適用については、重要な問題が残されている。その1つは、圧力波伝播速度 a （あるいはスロット幅）をどの程度の値に設定すべきか、の問題である。Cungeらは上述の放水路トンネルでの解析において、 $a=735 \text{ m/s}$ を採用した。このため CFL 条件から定まる計算時間間隔 Δt は極度に小さいものであった。ちなみに、水の圧縮性のみに基づく圧力波伝播速度を計算すると、周知のように、 $a=1440 \text{ m/s}$ となる。その後、実用上の立場から数値的検討が進められ、下水道網では解析結果に大きな違いが生じないとして、Cungeら⁹⁾は $a=40 \text{ m/s}$ 、Sjöberg¹⁰⁾は 50 m/s 、中村らは 20 m/s を採用している。しかしこれらはいずれも経験的なもので、物理的意義は明確でない。他の1つの問題は、スロット・モデルの場合に限らず、遷移流計算では、一般に非常に小さい Δt を必要としつつ計算結果に見掛け上の振動現象が現われやすいことである。これまでの解析例⁸⁾にも程度の差こそあれ、振動現象がみられる。しかしこれをいかに解決したか、あるいは解決するかのノウハウの記述はほとんどなされていない。

本論文でははじめに、排水管渠に多数接続している取付管を組み入れた実状に最も近い、あるいは本来の下水管渠内のサーチャージ流れの基礎式（ラテラル・モデルとよぶ）をできる限り厳密に導き出した。しかし実用上または数値解析上からは、開水路とサーチャージの両流れに対して同形の基礎式が適用できると好都合である。そこでこのサーチャージ流れを上述のスロット・モデルで近似する。本モデルの基礎式をラテラル・モデルのそれ

と対比し、主要なパラメーターを取付管の諸量で表現することを試みた。これに現地での諸量を代入すると、圧力波伝播速度が上述の経験値 $a=20\sim50 \text{ m/s}$ に近いことが示される。本モデルの下水道網への適用については、さらに解決すべき問題が生ずる。すなわち採用される圧力波伝播速度が小さくなる（スロット幅が大きくなる）につれ、スロット表面の摩擦を無視していることおよびこのスロット内を流下する流量が増加することにより、計算水位の低下が顕著となってくる。この問題に対し、スロット・モデルとラテラル・モデルの式を対比して、水位低下を補正する係数式を理論的に導出した。

スロット・モデルにおける遷移流れの数値計算法として、これまでの経験から、本論文では特性曲線法を採用する。ただし開水路流れとサーチャージ流れでは伝播特性（長波と圧力波の伝播速度のオーダー）が全く異なるため、従来の計算法（差分スキーム）^{11),12a)}では解析結果に大きな誤差や振動を伴う。こうした遷移部の流れに対する数値計算法を新たに工夫した。

この計算法を急激な流量調整運転の流出実験に適用したところ、実験結果と良く一致する計算結果を得た。

なお本論文は、都市流出の現地観測・調査を推進し、これらの成果を組み入れて検討を進めてきた都市流出モデル¹³⁾の中の重要なサブ・モデルである下水道管渠網の流出モデル（水理解析モデル）について、近年において得られた主要な成果を取りまとめたものである。

2. 都市下水道網の基本・流出モデル (ラテラル・モデル)

(1) 基本概念

下水道網は、通常、排水管渠（マンホール間の管渠部分）とマンホールからなるとして取り扱われている。ところが下水道網の各排水管渠には、Fig. 1 に示すように、道路・歩道、家庭などからの雨水・汚水を排除するためのいくつもの取付管（laterals、直径 $D_l=150\sim200 \text{ mm}$ ）が接続されている。またその接続本数は一般的にかなりの数に上っている。したがってサーチャージ流出時、これら取付管による流出水貯留がサージタンクと類似の調

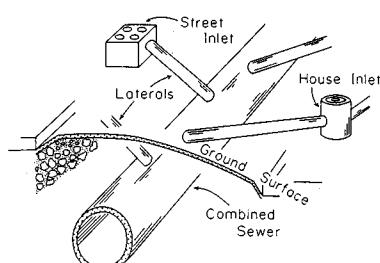


Fig. 1 Combined sewer and laterals.

圧効果を引き起こすであろうことは十分に予測される。これが事実とすれば、これまで不明とされてきた遷移流を含む下水道網の流れの数値計算上の基本パラメーターの1つである圧力波伝播速度が、実は、この取付管による調圧効果によって規定されていることが明らかとなる。

(2) 取付管調査

上述の考え方に基づき、松山市街地域の公共下水道網（集水面積：6.46 km²）を調査対象に選び、取付管の設置状況の実態を調査した。1500本の排水管渠（直径 $D = 250\sim 1800\text{ mm}$ ）を任意に抽出し、各排水管渠における取付管の接続本数、接続密度、接続角度などの諸量、ならびにこれらの統計量（平均値、分布形など）を調査した。この調査結果のうち、本論文で必要となる数値のみについて以下に要約する。本調査においては、他にも興味ある多くの結果が得られているが、これらについては文献14)で詳述している。

- ① 取付管はすべて直径 D_t が 150 mm の円管である。
- ② 取付管の接続密度 L/N (L :1 排水管渠長, N : L 当たりの接続本数) の平均値は排水管渠径 D と両対数紙上で直線関係にあり、 D が小さくなるにつれ密になるが、およそ 15~25 m/本 程度である。
- ③ 取付管の接続角度（水平面に対する）はすべての排水管渠において、25°程度 (15°~35°) である。

なおここに得られた調査結果は、排水管渠と取付管が共に下水道施設設計指針²⁾に従って布設されることより、わが国における都市下水道網において一般的に成立するものと考えられる。

(3) ラテラル・モデルの基礎式

上述の調査結果を踏まえ、取付管をもつ下水管渠網におけるサーチャージ流れの基礎式を新たに導出する。

Fig. 2 に示すようないくつもの取付管が接続する排水管渠のサーチャージ流れを考える。この微小区間 Δx に運動の第2法則、ならびに取付管による流出水貯留を考慮した質量保存則を適用する。ここで次の仮定をおく。

- ① 水は非圧縮性である。
- ② 管壁は弾性変形しない。
- ③ 取付管への流入出に伴う水頭損失は無視し得る。
- ④ 取付管内の水頭は圧力水頭に等しい。
- ⑤ 取付管の諸量（管径、接続密度、接続角度）は1排水管渠長 L にわたり均一である。
- ⑥ 流速公式には Manning 式が適用できる。

これより、次の運動方程式および連続の式を得る（補遺1参照）。

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + \frac{n^2 |V| V}{R^{4/3}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{c'^2}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

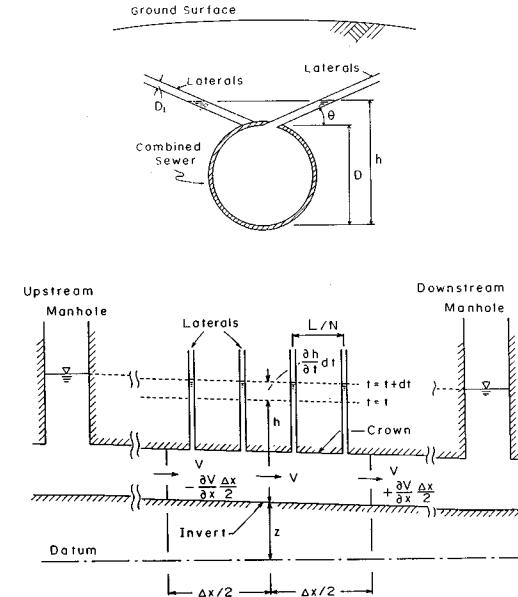


Fig. 2 Laying of laterals and surcharged flow.

$$; c' = \sqrt{g \frac{L}{N} (\sin \theta) \frac{A_p}{A_t}} \quad (3)$$

ここに、 V ：断面平均流速、 h ：管渠底から測った圧力水頭、 c' ：圧力波（微小擾乱）の伝播速度、 R ：径深、 A_p 、 S_0 、 n 、 L ：排水管渠のそれぞれ断面積、勾配、Manning の粗度係数、長さ、 A_t 、 N 、 θ ：取付管のそれぞれ断面積、接続本数（ L 当たり）、接続角度、 g ：重力加速度、 t ：時間、 x ：距離。

上記の基礎式を、水の圧縮性と管壁の弾性変形を考慮する管水路非定常流（これが通常のサーチャージ流）のそれ^{6), 12b)}と対比すると、連続の式および圧力波伝播速度の式が異なっていることがわかる。まず、弾性変形によるサーチャージ流では、連続式に管壁の弾性変形効果を表わす $V(\partial h / \partial x)$ 項が存在する。すなわち管が大きくなつた分だけ、あるいは水が圧縮した分だけより大きな質量が流れる。一方、取付管によるサーチャージ流では、取付管内の水は主流方向には流下しないので、この項は存在しない。また式(3)は、下水管渠内の圧力波は、水と管壁の弾性変形の代わりに、水が取付管内を昇降することにより生ずる重力波であることを表わしている（補遺2参照）。

式(3)に前項で述べた実測値を代入すると、 $D=0.25\sim 1.8\text{ m}$ に対し、 $\sin \theta=0.4$ 、 $L/N=15\sim 25\text{ m/本}$ 、 $A_p/A_t=3\sim 140$ より、 $c'=10\sim 100\text{ m/s}$ となる。これらは前述のこれまで経験的に用いられてきた値 $a=20\sim 50\text{ m/s}$ とよく一致しており、ラテラル・モデルの妥当性が裏付けられているともいえる。

3. マンホールにおける流れの基礎式

下水道管渠網内には、多数のマンホールが存在する。ここでは、これまで述べてきたラテラルおよび後述するスロットの両モデルに適用するマンホールでの流れの基礎式を示す。ここで、次の仮定をおく。

- ① マンホールでの入口・出口損失は排水管渠の摩擦損失に含めて取り扱える¹⁵⁾.
 - ② サーチャージ流出時には、マンホール貯留効果および地表面氾濫に伴う貯留効果を考慮する.

これより、次の基礎式を得る。

$$; F \begin{cases} = F_M & (h < h_G \text{ のとき}) \\ = F_C & (h \geq h_C \text{ のとき}) \end{cases}$$

ここに, h : マンホール地点での水深, h_g : マンホール深(マンホール底から地表面までの高さ), F_m , F_g : マンホールの断面積およびマンホールを囲む地表面上の湛水域面積, $\sum Q_{in}$, $\sum Q_{out}$: 流入および流出流量の合計。なお、上述のマンホール・ロスの取り扱いについては、Marsalek¹⁶⁾も指摘しているように、これをマイナーロスとして無視することは実用上問題となる場合もある。

4. 下水道網の実用・流出モデル (スロット・モデル)

(1) 基本概念と従来の問題点

下水道網のサーチャージ流れは、前述したラテラル・モデルを用いてほぼ厳密に解析し得る。この流れの基礎式を開水路流れ（ダイナミック・ウェーブモデル）のそれ⁶⁾と対比すると、連続の式形が異なっている。実用上また数値計算上からは、両流れに対し同形の基礎式を適用できれば好都合となる。

これは、いわゆるプライスマ・スロットの手法を応用することにより可能となる。すなわち Fig.3 に示すように、排水管渠頂部に微小幅のスロットが連続して取り付けられていると考える。このとき排水管渠のサーチャージ流れは、スロット断面内に自由水面をもつ（見掛け上の）開水路流れとなる。これより、下水道網のサーチャージ流れに対し、開水路流れと同形の基礎式を適用できる。このスロット・モデルは Cunge らによってはじめて実用化され、今日では下水道網の流出解析にも利用されている。しかしながら下水道網への適用については、いくつかの問題がある。

その1つは、下水道管渠について、スロット・モデルの主要パラメーターでスロット幅を規定する圧力波伝播速度 a の物理的意義が明確にされていなかったことである。他の1つは、採用されるスロット幅が大きくなる (a が小さくなる) につれ、スロット壁面の摩擦を無視

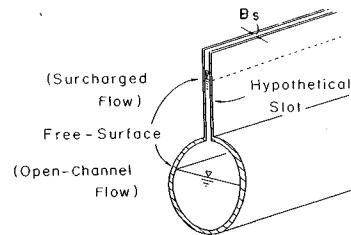


Fig. 3 Combined sewer and hypothetical slot.

していることと、スロット中を流下する流量が増加することにより、特に計算水位が実用上問題となる程度まで低下していくことである。このことは、氾濫を伴うような場合には致命的結果になる。

ここでは、スロット・モデルのサーチャージ流れが本来のラテラル・モデルのそれと等価になる条件を考察し、これより第一の問題が完全に解決されることを示す。さらに、スロット・モデルの運動方程式（摩擦項）中に水位低下を補正する係数を新たに導入し、見掛け上の摩擦抵抗を増やすことにより、第二の問題もほぼ解決されることを示す。また本係数の評価式も導く。

(2) スロット・モデルの基礎式

実状のサーチャージ流れ（ラテラル・モデル）を見掛け上の開水路流れ（スロット・モデル）に変換するため、スロットの流れに対し次の仮定をおく。

- ① スロット断面は排水管渠と一体の流水断面として作用する。したがってその断面平均流速は排水管渠のそれと等しい。
 - ② スロット壁面は流れに対して摩擦抵抗を及ぼさない。すなわちスロット壁面は潤辺には含まれない。これよりスロット・モデルに対し、次の運動方程式および連続の式を得る（補遺3参照）。

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + \frac{n^2 |V| V}{R^{4/3}} = 0 \quad \dots \dots \quad (5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{c^2}{q} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$c = \sqrt{gA/B_s} = c_a \sqrt{1 + (B_s/A_p)(h - D)} \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 B_s ：スロット幅、 A ：流水断面積、 A_p 、 D ：排水管渠の断面積、直径、 c ：微小擾乱（圧力波）の伝播速度。また式（7）から明らかのように、厳密には、 c は流れの水深とともに大きくなる。しかし $h=D$ のときの伝播速度 c_a （これが弾性変形によるサーチャージ流れの圧力波伝播速度 a として取り扱われてきた）からの隔たりは一般に小さい。よって実用上からは、流れの伝播特性は $c_a (=a)$ によって規定されるといえる。

上の基礎式をラテラル・モデルの基礎式(1), (2)

けるこれらの特性値については、文献14)で詳述している。

α_1 は管渠径 D に対する管渠底上下流端の標高差 LS_0 の比として表わされた管渠勾配の無次元量、 α_2 は水深直径比 h/D がおよそ0.85のときの開水路流れの伝播速度 \sqrt{gD} に対する満管等流速 V_{fun} の比として表わされたフルード数で、いずれも管渠の相対的な緩急に関する指標である。

サーチャージ流れにおいて現われる c'_* は、上述の開水路流れの伝播速度とサーチャージ流れのそれとの比を表わす無次元量で、両流れの伝播特性の隔たりに関する指標である。 F_{M*} は排水管渠の中心線縦断面積に対するマンホール断面積の比、 F_{C*} はその縦断面積に対する地表面湛水域面積の比を表わす無次元量で、それぞれマンホールおよび湛水域での貯留効果に関する指標である。

なお、前述したスロット幅の算定式から明らかなように、開水路流れからサーチャージ流れへの遷移を示す水深は、開水路流れの伝播速度 $c_* = \sqrt{A_*/B_*}$ がサーチャージ流れのそれ $c'_* = c'_*$ に等しくなるときの水深 h_{c*} であり、次式により容易に算定される。

$$h_{c*} = [1 - \cos(\Phi/2)]/2 \quad (23)$$

$$; \Phi - \sin \Phi - 8 \cdot c_*^2 \cdot \sin(\Phi/2) = 0$$

ここに、 Φ ：流水断面の中心角。

(2) 数値計算法（特性曲線法）

上述した流れの基礎式(16), (17)の数値計算に際し、ここでは、計算方式の物理性が明白で、計算の安定条件も明確であり、安定性においても優れているといわれる特性曲線法^{12a)}を用いる。以下に、基礎式の特性曲線表示式とその差分スキームについて手短に述べる。

双曲型偏微分方程式系を構成している式(16), (17)は次の常微分方程式系に書き換えられる。

$$dx_*/dt_* = V_* \pm c_* : C^+, C^- \quad (24)$$

$$\frac{dV_*}{dt_*} \pm \frac{1}{c_*} \cdot \frac{dh_*}{dt_*} - \alpha_1 \left(1 - \frac{\Gamma}{\alpha_2^2} \cdot \frac{|V_*| V_*}{R_*^{4/3}} \right) = 0 \quad (25)$$

下水道網内における流れの時間的、場所的变化は比較的急である。したがって上式の差分化（数値積分）にあたっては、いわゆる2nd-orderの差分スキーム¹¹⁾を用いる。Fig. 4の x_* ～ t_* 平面上における矩形格子上の記号を用いると、上式は次のように差分表示される。

$$x_{*p} - x_{*r} = (1/2) [(V_* + c_*)_p + (V_* + c_*)_r] \Delta t_* : C^+ \quad (26)$$

$$V_{*p} - V_{*r} + (1/2) [(1/c_*)_p + (1/c_*)_r] (h_{*p} - h_{*r}) - \alpha_1 [1 - (1/2)(SF_p + SF_r)] \Delta t_* = 0 \quad (27)$$

$$x_{*p} - x_{*s} = (1/2) [(V_* - c_*)_p + (V_* - c_*)_s] \Delta t_* : C^- \quad (28)$$

$$V_{*p} - V_{*s} - (1/2) [(1/c_*)_p + (1/c_*)_s] (h_{*p} - h_{*s})$$

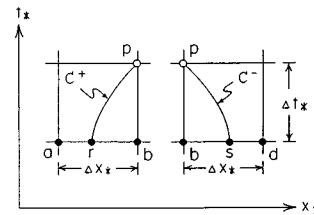


Fig. 4 Rectangular grid and characteristics.

$$-\alpha_1 [1 - (1/2)(SF_p + SF_r)] \Delta t_* = 0 \quad (29)$$

$$; SF = \Gamma \cdot (1/\alpha_2^2) \cdot (|V_*| V_*/R_*^{4/3})$$

ここに、 Δt_* は計算時間間隔、添字 p, r, s はそれぞれ未知点 p 、内挿点 r および s における諸量を表す。

6. 適用性に関する数値的・実験的検討

前述したラテラル・モデルおよびスロット・モデルの適用性について、まず遷移流を含まないサーチャージ流れを対象に、それぞれ水理模型実験ならびに数値実験による検討を進める。

(1) 水理実験による検討（ラテラル・モデル）¹⁷⁾

a) 水理模型の概要

排水管渠模型は全長およそ10 m、 $D=10$ cm の透明アクリルパイプ製で、 $S_0=2.5\%$ である。管渠頂部には $D_t=1$ cm の取付管が鉛直に接続(0～42本)されている。また排水管渠の底部5か所に圧力センサーがセットされ(約8 mの区間、上流よりNo.1～5)、これらの地点における圧力変動がデータ・レコーダで記録される。

なお流出実験に先立ち、下水管渠のサーチャージ流れ（ラテラル・モデル）を規定する式(22)の無次元パラメーターが実物と模型の両流れで一致するときに得られる時間比、流量比などの諸式をもとに、本流出実験における取付管の接続本数、上下流端（水位・流量）ハイドログラフのスケール等について、あらかじめ検討を進めた。

b) 流出実験結果と計算結果

上の相似則の検討結果をもとに、上流端境界条件（流入流量ハイドログラフ）、下流端境界条件（流量および

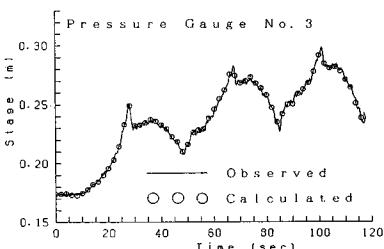


Fig. 5 Comparison of observed and calculated hydrographs ($c' = 15$ m/s).

水位の調整運転ハイドログラフ) よび取付管本数を種々に設定し、30種の流出実験を行った。実験結果と計算結果を対比した例を Fig. 5 に示す(縦軸の stage は排水管渠底流端から測った圧力水頭を表わす)。

いずれの流出実験に対しても、それらの細部までよく再現する計算結果を得ることができた。これらより、提示したラテラル・モデルによって下水道網のサーチャージ流れをほぼ厳密に解析し得ることが明らかとなる。

(2) 数値実験による検討(スロット・モデル)

a) 数値実験の概要

先述した下水道網の調査結果¹⁴⁾をもとに、標準的な諸元(無次元パラメーター)をもつ3タイプのプリズマティックな排水管渠システムを想定した(Table 1)。管渠システム(S), (M), (L)は、それぞれ実流域における $D = 0.25 \sim 0.35\text{ m}$, $0.80 \sim 1.20\text{ m}$, $1.80 \sim 2.20\text{ m}$ 程度の規模の管渠システムに対応している。

また流出シミュレーションには、次の3タイプの出水(サーチャージ流れ)を想定した。管渠システム上流端より洪水流入がある場合(出水I, 地表面氾濫の発生なし), 管渠システム下流端で流量(水位)調整が行われる場合(出水II, 地表面氾濫の発生なし), および洪水流入と流量(水位)調整が合わさって地表面氾濫が発生する場合(出水III)の3タイプである。

b) 流出シミュレーション結果と考察

はじめに、スロット・モデルによる流出シミュレーション結果をラテラル・モデルによるそれらと対比して、本モデルの適用性を詳細に調べた。検討結果の一例として、適合度が一般に最も低下しやすいケース(スロット幅が大きくかつ地表面氾濫が生ずる場合)の流出シミュレーション結果(adjusted)を Fig. 6 に示す(H_* は管渠システム下流端の管渠底から測った無次元圧力水頭を表わす)。検討結果を要約すると、以下のようにある。

① (S), (M), (L)のいずれの規模の管渠システムにおいても、また(I), (II), (III)のいずれのタイプの出水についても、スロット・モデルによりシミュレートされた各流出ハイドログラフは、ラテラル・モデルのそれらとよい一致を示す。

② 流出ピークに関する諸量の誤差も小さく、いずれも $\pm 1\%$ 以内に納まる。

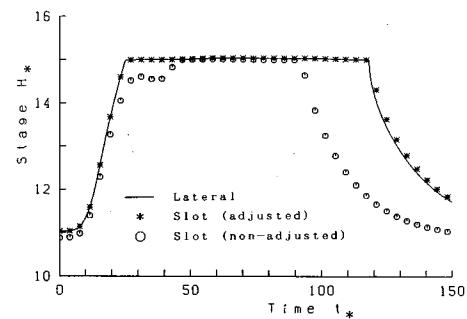
③ これらより、提示したスロット・モデルにより実状のサーチャージ流れを精度高く解析し得る。

次に、上述の管渠システムと出水を対象に、提案した水位低下の補正法(補正係数 Γ)について、その適合性を詳細に調べた。検討結果の一例を上記の Fig. 6 に併示する。検討結果を要約すると、以下のようにある。

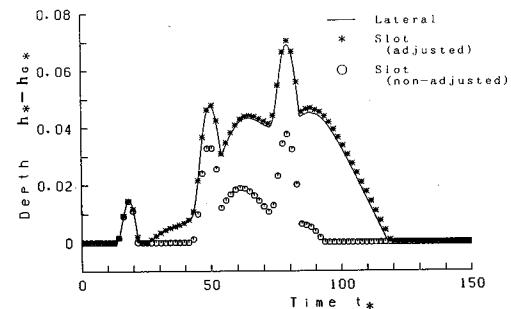
① 従来のモデル(補正係数 Γ が導入されない場合)による各流出ハイドログラフ(Fig. 6 の non-adjusted)

Table 1 Representative sewer systems.

Sewer Systems	Length	Number of Manholes	α_1	α_2	c^*	F_{M*}	F_{G*}	h_{G*}	L/\sqrt{gD}
(S)	10	10	0.9	0.5	8	0.08	40	6.00	20
(M)	10	10	0.3	0.5	16	0.04	20	3.50	20
(L)	10	10	0.1	0.5	32	0.02	10	2.25	20



(a) Stage hydrographs (upstream end)



(b) Overflooding hydrographs (overall system)

Fig. 6 Comparisons of simulated runoff hydrographs (Sewer system S, Runoff III).

の適合度は、いずれも全般的に低下している。

② 特に、水位および地表面湛水深ハイドログラフのそれは顕著で、出水期間を通じてかなり過小評価されたシミュレーション結果となる。またこの傾向は、中・小規模の管渠システム(M), (S)において顕著である。

③ これらに対し、提案した補正係数 Γ を導入すると(Fig. 6 の adjusted)，上記の適合度低下の問題はほぼ完全に解消される。

7. 流れの遷移部における高精度の数値計算法

(1) 遷移部の流れの伝播特性

前述した特性曲線式(24), (25)の数値積分(Fig. 4, 式(26)～(29)参照)において、積分区間に開水路流れとサーチャージ流れが共存する場合には(Fig. 7 参照)いくつかの新しい工夫を要する。すなわち、円形断面の

排水管渠におけるサーチャージ流れの c_* 値は、水面幅がかなり狭いため、開水路流れの 10~50 倍もの大きい値をもつ。したがって流れの遷移点をもつ特性曲線に沿う c_* の変化は、Fig.8 に示すように、きわめて特異な状況を呈する。このため、特性曲線に沿って被積分項の変化が線形的であると仮定している式(26)~(29)の差分スキームを用いる場合には、特に $(V_* \pm c_*)$ および $1/c_*$ の積分結果に大きい誤差を伴い、しばしば、計算が不安定あるいは続行不可能となる状況が生ずる。

(2) 積分型スキーム

C^+ に沿う $(V_* + c_*)$ の時間的变化をできるだけ忠実に追跡するため (C^- についても考え方は同様)、Fig.9 に示すように、流れの遷移が発生している $\Delta x \cdot \Delta t$ の領域に限り、 Δt 間を M 区間に等分する。そこで、未知点 p の諸量に近似値を与える、これより内挿点 r へ向け、式(24)を次式のように逐次積分してゆく。

$$\begin{aligned} x_{*p} - x_{*r} &= \sum_{i=1}^M (x_{*i-1} - x_{*i}) \\ &= \sum_{i=1}^M \left[\frac{1}{2} (V_* + c_*)_{i-1} + (V_* + c_*)_i \right] \left(\frac{\Delta t_*}{M} \right) \dots (30) \end{aligned}$$

ここに、添字 i は特性曲線上の各分点 i における値を示す。なお、分割数 M のとるべき値については、これまでの経験から、 $M=30$ 程度を用いるとき、実用し得る精度の計算結果の得られることが確かめられている。

$1/c_*$ の水深 h_* に関する積分については、 $1/c_*$ の近

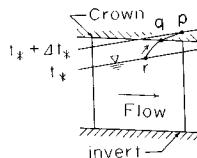


Fig.7 Transition of flow.

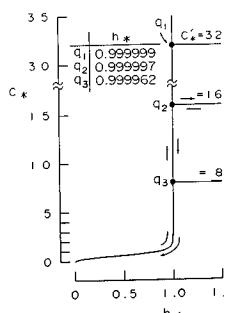


Fig.8 Relation of $c_* \sim h_*$.

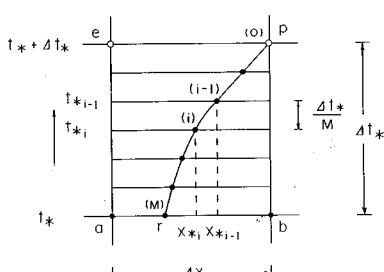


Fig.9 Successive integration of characteristics.

似式 $f(z)$ を次のように定めておき、直接積分を行う。

$$\begin{aligned} 0.33 \leq h_* \leq 0.86 & ; f(z) = -4.21 z^3 + 8.82 z^2 \\ (z=h_*) & ; -7.71 z + 3.77 \end{aligned} \dots (31)$$

$$\begin{aligned} 0.86 \leq h_* \leq h_{c*} & ; f(z) = \frac{z^{3/2}}{4\sqrt{2}\pi} \left(1 - \frac{z^2}{16} + \frac{z^3}{24\pi} \right) \\ (z=\psi) & ; \end{aligned} \dots (32)$$

ここで、 $\psi := 2\pi - \Phi$ 。

(3) 適用性に関する実験的検討

上述の遷移流計算法を、ゲート急閉時に発生する開水路流れからサーチャージ流れへのサージ・フロント（上流へ進行）を伴う遷移流実験(6.(1))の模型排水管渠)に適用した。その結果、遷移部の移動過程、水深の変動状況などをよく再現する計算結果が得られた。

なお、紙数の関係で、本数値計算法とその適用性に関する詳細な検討結果は、文献18)で発表している。

8. おわりに

本論文では、下水道網の排水管渠内で発生する種々の流出現象の中でも、解析上多くの問題が残されている遷移流れに主眼をおき、この解析モデルの実用化を目指し、検討を進めた。

下水道網の各排水管渠に多数接続されている取付管に着目し、これらを組み入れた実状に近いサーチャージ流れの基礎式(ラテラル・モデル)をできる限り厳密に導き出した。これより、取付管による流出水貯留の現象がサージタンクと類似の調圧効果を引き起こし、下水管渠内の圧力波伝播速度が、実際は、取付管の密度等により定まる式(3)の c' で表わされることを明らかにした。また本式より、取付管によるサーチャージ流れの圧力波伝播速度が弾性変形によるそれ(1 000 m/s 前後)に比べ、1~2 オーダーも小さいことが明らかにされた。

次に、この下水道網のサーチャージ流れに対し、開水路とサーチャージの両流れに対して同形の基礎式が適用できるスロット・モデルを導入した。しかしながら、スロット・モデルの主要パラメーターである圧力波伝播速度 a (あるいはスロット幅 B_s) の合理的な算定法は今日まで明らかにされていなかった。ここで、スロット・モデルの基礎式を本来のラテラル・モデルのそれと対比し、両者の圧力波伝播速度が一致する、すなわち $a=c'$ が成立する条件より、主要パラメーター a および B_s が現地の排水管渠と取付管の諸量により合理的に決定され得ることを示した。また、従来より経験的に用いられてきた a 値(20~50 m/s)が、式(3)より算定される現地の c' に近い値となっていることも確かめられた。

スロット・モデルを下水道網に適用する際、圧力波伝播速度 $a=c'$ 値が小さくなるにつれ、スロット幅が大

きくなつてスロット断面を流下する流量が増大するが、スロット壁面の摩擦を無視しているために水位等の計算精度が著しく低下し、特に湛水量を算出する場合に大きな問題が生ずることを指摘した。この問題を解決するため、見掛けの摩擦効果を大きくしてこれを改善する補正係数を理論的に導出した。

提案したラテラル・モデルを水理模型実験に適用し、計算結果を実験結果と比較して詳細に検討したところ、ラテラル・モデルによって実状の下水管渠内のサーチャージ流れを厳密に解析できることが確かめられた。また、上述の補正係数 Γ を導入したスロット・モデルをラテラル・モデルと対比して詳細な数値実験を行ったところ、補正係数 Γ を導入すれば計算水位・湛水等の精度低下の問題を完全に解消できることが確かめられた。

下水管渠網でしばしば発生する開水路流れとサーチャージ流れの間の遷移部における流れを対象に、その伝播特性について、数学的、経験的立場からの考察を加え、特性曲線に沿う水理量の時空間的变化をできる限り忠実に逐次積分する実用的かつ高精度の数値計算法を新たに提案した。この計算法を水理模型による流出実験に適用したところ、サーディ・フロントの伝播過程をよく再現する結果の得られることが確かめられた。

補 遺 1

本文中の仮定、変数定義に加え、 D を排水管渠の直径、 S を潤辺、 τ_0 を壁面せん断応力、 ρ を流出水の密度とする。まず、 Δx 区間に運動の第2法則を適用すると、

$$\rho g A_p \left\{ \left(h - \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2} - \frac{D}{2} \right) - \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2} - \frac{D}{2} \right) \right\} + \rho g A_p S_0 \Delta x - \tau_0 S \Delta x = \rho A_p \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Delta x$$

を得る。上式をさらに変形すると、

$$-\frac{\partial h}{\partial x} + S_0 - \frac{\tau_0}{\rho g R} = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \right)$$

ここで $\tau_0/\rho g R = n^2 |V| V / R^{4/3}$ より、式(1)を得る。

次に、質量保存則（単位時間当たり）を適用する。

Δx 区間には、 $N/(L/\Delta x)$ 本の取付管が存在するから、

$$\rho \cdot \frac{N}{L/\Delta x} \cdot \frac{A_t}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = \rho A_p \left\{ \left(V - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \right\}$$

を得る。上式をさらに変形すると、

$$\rho N \cdot \frac{\Delta x}{L} \cdot \frac{A_t}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = -\rho A_p \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \Delta x, \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{L}{N} (\sin \theta) \cdot \frac{A_p}{A_t} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{g} \left\{ g \frac{L}{N} (\sin \theta) \cdot \frac{A_p}{A_t} \right\} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

ここで c' を式(3)で定義すると、式(2)を得る。

補 遺 2

いま、流速 V_0 、水深 h_0 の非常に緩やかな定常サーチャージ流れに対し、微小な水深変化 h' および流速変化 V' が付加されたときの非定常サーチャージ流れについて考える。

$$V = V_0 + V', \quad h = h_0 + h'$$

および、式(1)より得られる定常流れ時の関係式

$$\partial h_0 / \partial x - S_0 + n^2 \cdot V_0^2 / (D/4)^{4/3} = 0$$

の3式を式(1)、(2)に代入し、 $V'(\partial V'/\partial x)$ 、 $V_0(\partial V'/\partial x)$ 、 $V'|V'|$ などが高次の微小量で無視し得ることを考慮すると、次の運動方程式および連続式を得る。

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial V'}{\partial t} + \frac{\partial h'}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{c'^2}{g} \cdot \frac{\partial V'}{\partial x} = 0$$

ここで、上の両式から V' を消去するため、第1式に $c'^2(\partial/\partial x)$ を、第2式に $\partial/\partial t$ を施すと、次の h' に関する非定常サーチャージ流れの基礎式を得る。

$$\partial^2 h' / \partial t^2 = c'^2 \cdot (\partial^2 h' / \partial x^2)$$

上式は2階線形の波動方程式であり、 c' はサーチャージ流れに付加された微小な水深変化、すなわち微小擾乱の伝播速度を表わしている。

補 遺 3

Fig.3において、取付管の代わりに幅 B_s のスロットが連続して取り付けられていると考える。まず、 Δx 区間に質量保存則（単位時間当たり）を適用すると、

$$\begin{aligned} & \rho \left\{ A_p + B_s \left(h - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - D \right) \right\} \cdot \left(V - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \\ & - \rho \left\{ A_p + B_s \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - D \right) \right\} \cdot \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \\ & = \rho B_s \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \end{aligned}$$

を得る。上式をさらに変形すると、

$$\begin{aligned} & -\rho \left\{ V B_s \frac{\partial h}{\partial x} + (A_p + h B_s - D B_s) \frac{\partial V}{\partial x} \right\} \Delta x \\ & = \rho B_s \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{|A_p + B_s(h-D)|}{B_s} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

ここで、式(7)のように c を、式(9)のように A を定義すると、式(6)を得る。

次に、 Δx 区間に運動の第2法則を適用すると、

$$\begin{aligned} & \rho g \left\{ A_p \left(h - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - \frac{D}{2} \right) + \frac{B_s}{2} \left(h - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - D \right)^2 \right\} \\ & - \rho g \left\{ A_p \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - \frac{D}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{B_s}{2} \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - D \right)^2 \} - \tau_0 S \Delta x \\ & + \rho g \{ A_p + B_s (h - D) \} S_0 \Delta x \\ & = \rho \{ A_p + B_s (h - D) \} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Delta x \end{aligned}$$

を得る。上式をさらに変形すると、

$$\begin{aligned} & -\rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x - \tau_0 S \Delta x + \rho g A S_0 \Delta x \\ & = \rho A \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Delta x, \\ & \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + \frac{\tau_0 S}{\rho g A} = 0 \end{aligned}$$

ここで $\tau_0 S / \rho g A \approx n^2 |V| V / R^{4/3}$ より、式(5)を得る。

補 遺 4

スロット・モデルにおける定常サーチャージ流れの基礎式は、連続の式(6)より得られる次式

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -(gV/c^2)(\partial h/\partial x)$$

および、補正係数 Γ を導入した運動方程式(5)より、次式のように与えられる(下添字 s)。

$$\frac{dh_s}{dx} = \frac{S_0 - \Gamma \cdot (n^2 |V_s| V_s / R^{4/3})}{1 - (V_s^2 / c_s^2)}$$

ラテラル・モデルにおけるそれは、式(1)および(2)より、次式のように与えられる(下添字 l)。

$$\frac{dh_l}{dx} = S_0 - n^2 |V_l| V_l / R^{4/3}$$

ここで、両モデルの基礎式が一致する、すなわち

$$dh_s/dx = dh_l/dx$$

が成立するよう、 Γ を設定することとする。これより、次式が成立しなければならない。

$$\left(S_0 - \frac{n^2 |V_l| V_l}{R^{4/3}} \right) \cdot \left(1 - \frac{V_s^2}{c_s^2} \right) = S_0 - \Gamma \cdot \frac{n^2 |V_s| V_s}{R^{4/3}}$$

上式に次の連続の式

$$V_l = (A_s/A_l) V_s ; A_s = A_p + B_s (h_s - D), A_l = A_p$$

を代入し、変形すると、

$$\begin{aligned} \Gamma &= \left(S_0 \cdot \frac{V_s^2}{c_s^2} + \frac{n^2 |V_l| V_l}{R^{4/3}} - \frac{n^2 |V_l| V_l}{R^{4/3}} \cdot \frac{V_s^2}{c_s^2} \right) / \frac{R^{4/3}}{n^2 |V_s| V_s} \\ &= \frac{A_s^2}{A_p^2} \left(1 - \frac{V_s^2}{c_s^2} \right) \pm \frac{(1/n) R^{2/3} \sqrt{S_0}}{c_s^2} \\ &= \left\{ 1 + \frac{B_s (h_s - D)}{A_p} \right\} \cdot \left(1 - \frac{V_s^2}{c_s^2} \right) \pm \frac{V_{fun}^2}{c_s^2} \end{aligned}$$

を得る。複号は順流のとき+、逆流のとき-である。

参 考 文 献

- 1) 安川 浩・川口士郎・山岡 勉：豪雨時のマンホール蓋飛散現象に関する基礎的研究、第24回水理講演会論文集、pp. 465~474、1980。
- 2) 日本下水道協会：下水道施設設計指針と解説—1984年版

—, pp. 168~175, 1984.

- 3) McCorquodale, J. A. and Hamam, M. A. : Modeling surcharged flow in sewers, Proc. Int. Symp. on Urban Hydrology, Hydraulics and Sediment Control, pp. 331~338, 1983.
- 4) Wiggert, D. C. : Transient flow in free-surface, pressurized systems, J. Hydraul. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No. HY 1, pp. 11~27, 1972.
- 5) Song, C. C. S., Cardle, J. A. and Leung, K. S. : Transient mixed-flow models for storm sewers, J. Hydraul. Eng., ASCE, Vol. 109, No. 11, pp. 1487~1504, 1983.
- 6) Chaudhry, M. H. : Applied Hydraulic Transients, pp. 423~448, VNR Company, 1979.
- 7) Cunge, J. A. and Wegner, M. : Numerical integration of Barre de Saint-Venant's flow equations by means of an implicit scheme of finite differences, La Houille Blanche, No. 1, pp. 33~39, 1964.
- 8) 中村栄一・清水 勉・伊藤 修：合流式下水道の浸水対策シミュレーション、第16回下水道研究発表会講演集、pp. 54~56, 1979.
- 9) Cunge, J. A. and Mazaudou, B. : Mathematical modeling of complex surcharge systems, Proc. 3rd Int. Conf. on Urban Storm Drainage, Vol. 1, pp. 363~373, 1984.
- 10) Sjöberg, A. : Sewer network models DAGVL-A and DAGVL-DIFF, Proc. 2nd Int. Conf. on Urban Storm Drainage, Vol. 1, pp. 127~136, 1981.
- 11) Sevuk, A. S. and Yen, B. C. : A comparative study on flood routing computation, Proc. Int. Symp. on River Mechanics, pp. 275~290, 1973.
- 12) Wylie, E. B. and Streeter, V. L. : Fluid Transients, McGraw-Hill, a) pp. 286~302, b) pp. 1~16, 1978.
- 13) 豊國永次・渡辺政広：都市流出シミュレーションモデルとその調査流域への適用、第29回水理講演会論文集、pp. 43~48, 1985.
- 14) 渡辺政広・室田 明：都市域の流出解析(1)——下水管渠網特性一、自然災害科学、Vol. 8, No. 2, pp. 9~22, 1989.
- 15) Bettess, R., Pitfield, R. A. and Price, R. K. : A surcharging model for storm sewer systems, Proc. 1st Int. Conf. on Urban Storm Drainage, pp. 306~316, 1978.
- 16) Marsalek, J. : Head losses at sewer junction manholes, J. Hydraul. Eng., ASCE, Vol. 110, No. 8, pp. 1150~1154, 1984.
- 17) 渡辺政広・竹内 明・川裾利雄：取付管の調圧効果を考慮した下水道管渠網の雨水流出モデル、第33回水理講演会論文集、pp. 157~162, 1989.
- 18) 渡辺政広・山内武志・川裾利雄：開水路流れとサーチャージ流れの遷移部における高精度の数値計算法、愛媛大学工学部紀要、第13巻、第1号、1990(掲載予定)。(1989.1.19・受付)