

海岸帯水層における鉛直塩分濃度分布に基づく 横方向分散定数の推定方法

ESTIMATION METHOD OF TRANSVERSE DISPERSIVITY BASED ON VERTICAL SALT CONCENTRATION DISTRIBUTION IN COASTAL AQUIFER

梶井和朗*・細川土佐男**・神野健二***・伊藤敏朗****
By Kazuro MOMII, Tosao HOSOKAWA, Kenji JINNO and Toshiaki ITOH

This paper presents a method for the estimation of transverse dispersivity in a homogeneous isotropic coastal aquifer where salt water intrusion takes place. An approximate solution of the concentration profile on the axis perpendicular to the fresh-salt water interface is derived from a similarity approach and compared with the concentration profile measured in a laboratory experiment. A two-dimensional numerical simulation on salt water intrusion and dispersion is performed using the dispersivities estimated by the proposed method. Numerically predicted concentration profiles agree well with the experimental data. It is concluded that the proposed method is practical for the estimation of transverse dispersivity based on the measured concentration.

Keywords: coastal aquifer, transverse dispersivity, parameter estimation, fresh-salt water interface

1. ま え が き

海岸域における地下構造物の建設、地下水の汲み上げに伴う地下水の塩水化等の地下における物質の輸送問題を事前に予測する方法として、近年数多くの数値計算法¹⁾が提案され、その計算精度はきわめて向上している。さて、このような地下における物質輸送の問題を流速依存型の分散係数^{1),2)}を用いて数値計算により検討する場合には、分散を支配する重要なパラメーターである縦方向と横方向の分散係数中の長さスケールである分散定数をあらかじめ与える必要がある。分散定数の推定法としては、たとえば、まず経験的に分散定数を仮定し、次いで数値計算により求めた濃度分布と実測のそれとの比較を行い、許容誤差の範囲内で両者が一致するまで、仮定した分散定数を修正しながら、繰り返し数値計算を行うことが考えられる。しかしながら、このような試行錯誤的な方法は、分散定数の推定を目的とする場合には、効

率的ではなく、また合理的な方法ではないといえる。

ところで、海岸域の一樣等な帯水層においては塩水くさびが形成され、海側から侵入する塩水と陸側から流出する淡水とが混合する領域では、たとえば帯水層を構成する土砂粒子の径あるいは分散特性を代表する長さや流速に依存した広がり幅で、塩分濃度が鉛直方向に変化している現象が観測されることがある。この海岸帯水層内に自然に形成された塩分濃度の鉛直分布を利用して分散定数を推定することが可能であれば、分散定数推定のためのトレーサー実験を新たに行う必要がなく、合理的かつ簡略な推定方法を確立できよう。

以上のことから、本報では、一樣等な海岸帯水層を対象に、観測孔を利用して測定した塩水と淡水の混合域での鉛直方向の塩分濃度分布に基づいて、横方向分散定数を簡便に推定する方法について、室内実験および数値計算により検討を行うものである。

2. 塩水の侵入・分散を記述する基礎式

(1) 直角座標系での基礎式

Fig. 1には、本報において解析する鉛直断面被圧帯水層の概略を示している。図中の ab は海側の塩水境界、bc および da は不透水境界、cd は陸側の淡水境界である。

* 正会員 農博 九州大学助手 工学部水工土木学科
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

** 正会員 工修 九州産業大学助手 工学部土木学科
(〒813 福岡市東区松香台 2-3-1)

*** 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

**** 学生会員 九州大学大学院工学研究科修士課程 (同上)

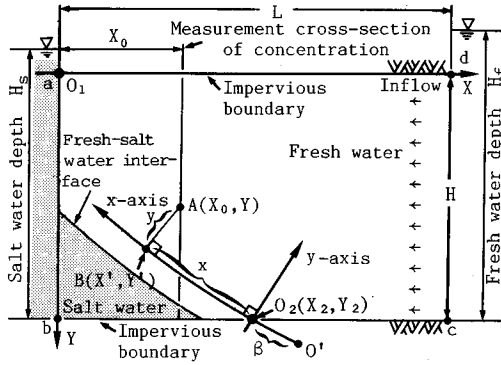


Fig. 1 Vertical cross-section of confined aquifer.

いま、Fig.1に示すように、座標原点を O_1 とし、水平方向に X 軸、鉛直下向きを正とする Y 軸の O_1 - XY 座標系を考えよう。この O_1 - XY 座標系における二次元移流分散方程式および地下水流れの基礎式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial X} + v_y \frac{\partial C}{\partial Y} \\ = \frac{\partial(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial X} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial Y})}{\partial X} \\ + \frac{\partial(D_{yx} \frac{\partial C}{\partial X} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial Y})}{\partial Y} \dots (1) \\ S \frac{\partial h}{\partial t} = k \frac{\partial^2 h}{\partial X^2} \\ + k \frac{\partial(h \frac{\partial Y}{\partial Y} - \rho / \rho_f)}{\partial Y} \dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 C ：塩分濃度、 t ：時間、 v_x, v_y ： X, Y 方向の実質流速、 S ：比貯留係数、 h ：圧力水頭、 k ：透水係数、 ρ ：流体密度、 ρ_f ：淡水密度、 $D_{xx}, D_{xy}, D_{yx}, D_{yy}$ ：分散係数である。分散係数は帯水層の分散に関する等方性を仮定すると、次式のように流速依存型で与えられる¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} D_{xx} &= \alpha_L v_x^2 / V + \alpha_T v_y^2 / V + D_M \\ D_{yy} &= \alpha_T v_x^2 / V + \alpha_L v_y^2 / V + D_M \\ D_{xy} &= D_{yx} = (\alpha_L - \alpha_T) v_x v_y / V \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

ここに、 $V = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$ 、 α_L ：縦方向分散定数、 α_T ：横方向分散定数、 D_M ：浸透層内の分子拡散係数である。

(2) 塩水くさび形状に平行にとった座標系での基礎式

実際の海岸帯水層においては、潮汐により塩水くさびが非定常変化すると考えられるが、塩分濃度の近似解を求めるために、本報ではまず、定常な塩水くさびが形成されているものとして式(1)の非定常項は考えないことにする。次に、定常な塩水くさびに沿う混合領域内での塩分濃度分布や横方向分散定数の推定を行うことを目的として、塩水くさびに沿う流れの方向を x 軸、これに直交する軸を y 軸とする曲線座標系 O_2 - xy を考える(詳細は後述)。このような座標系を考えることにより、 y 方向の実質流速による移流項が省略でき、 x 方向の分散が y 方向の分散に比べて無視できるものと仮定する。このような仮定のほかにさらに分子拡散が機械的分散に

比べて無視できるとすると、式(1)、(3)に示した移流分散方程式は O_2 - xy 座標系で次式のように簡略化できる。

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = \alpha_T \frac{\partial(u \frac{\partial C}{\partial y})}{\partial y} \dots (4)$$

ここに、 u ： x 方向の実質流速である。

近年、Uffink³⁾ は、式(1)の二次元移流分散方程式に境界層理論を適用し、方程式中の各項のオーダー比較を行った結果、 x 方向の分散の項は y 方向のそれに比べて無視できることを示している。ところで、Uffinkの簡略化した移流分散方程式には、式(4)の左辺にさらに y 方向の移流項が付加されているが、ここでは前述のように、流れ方向を x 軸にとることによって、 y 方向の移流項はほぼ無視できるものとし、式(4)を淡水と塩水の混合域における塩分濃度の分布式を求めるための基礎式とする。

3. 濃度分布の近似解

ここでは、横方向分散定数の推定に必要な塩分濃度の分布式を O_2 - xy 座標系における基礎式(4)により求めてみよう。

いま、式(4)の x 軸に沿う実質流速 u と塩分濃度 C の分布に相似則が成り立つと仮定し、相似関数 $f(\eta)$ を用いて、 u と C を次式のように表わす⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= u_0 f(\eta) \\ C(x, y) &= [1 - f(\eta)] \times 100 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

ここに、 η は相似変数であり、次式

$$\eta = y / R(x) \dots (6)$$

で与えている。また、 u_0 は $\eta = \infty$ での x 方向の実質流速、濃度 C は%表示である。式(5)を式(4)に代入し、 x の関数の部分と η の関数の部分に変数分離を行うと、次の常微分方程式を得る。

$$dR/dx = \alpha_T / R \dots (7)$$

$$\eta f df/d\eta + (df/d\eta)^2 + f d^2 f/d\eta^2 = 0 \dots (8)$$

まず、式(7)より $R(x)$ を求めると、式(6)の相似変数は次式となる。

$$\eta = y / \sqrt{2 \alpha_T (x + \beta)} \dots (9)$$

ここに、式(9)の相似変数中の β は積分定数である。

次に、 $\eta = \infty$ で $f(\eta) = 1$ 、 $\eta = -\infty$ で $f(\eta) = 0$ の条件のもとで式(8)を解くと $f(\eta)$ が得られ、これを式(5)の第2式に代入すると、塩分濃度の近似解は次式となる。

$$C(x, y) = 100 \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\eta}^{\infty} \exp(-\xi^2/2) d\xi \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \dots (10)$$

ここで、式(4)では横方向の分散係数を流れ方向の移流速度 u と横方向分散定数 α_T の積として与え、さらに u の分布として式(5)を仮定しているため、結果的に

は $\eta = \infty$ での実質流速 u_0 は式 (4) において消去され、近似解式 (10) は u_0 に依存しない形となる。

以上、ここでは O_2-xy 座標系での基礎式 (4) を満たす塩分濃度の分布式 (10) を導いた。式 (9), (10) に示すように、近似解の濃度 C の広がり、横方向分散定数 α_T と相似変数中の積分定数 β の 2 つの未定定数に依存している。

4. 横方向分散定数の推定方法

ここでは塩水と淡水の混合域における鉛直方向の塩分濃度分布が観測孔を利用して測定される場合を想定して、塩分濃度の分布式 (10) を用いて横方向分散定数を推定する方法について述べよう。

(1) 流れ方向軸の設定

まず、海岸帯水層における塩水くさびに沿った流れの方向を x 軸に設定する方法について考えてみよう。

Fig. 2 には、 O_1-XY 座標系における二次元移流分散方程式 [式 (1), (3)] および地下水流れの基礎式 [式 (2)] を数値計算して得られた流れの様子を示している。ここでの数値計算は後述の Table 1 の Experiment 1 の条件で行ったものである。なお、数値計算の概略は 6. の数値計算による検討で述べている。

さて、図中の点線は、海岸線付近の鉛直流速を考慮した非混合淡塩水境界面を示しており、被圧帯水層の場合次式で与えられる⁹⁾。

$$h(X) = (q/\epsilon k)\sqrt{2\epsilon k/q}X + 0.55 \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 h : X 軸から淡塩水境界面までの深さ、 q : 陸側から流出する淡水の単位幅流量、 ϵ は相対密度差であり、 ρ_s を塩水密度とすると $\epsilon = (\rho_s - \rho_f)/\rho_f$ で表わされる。ここで、Fig. 2 に示す非混合淡塩水境界面は式 (11) に Table 1 の実験条件 (Experiment 1 の欄) を代入して求めたものである。さらに、図中の実線は、淡塩水境

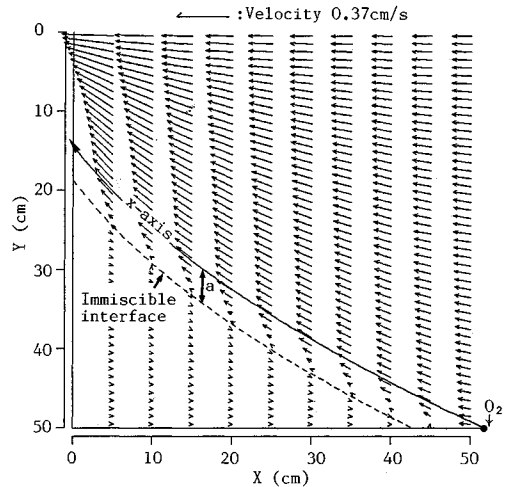


Fig. 2 Computed flow pattern at steady state in experiment 1.

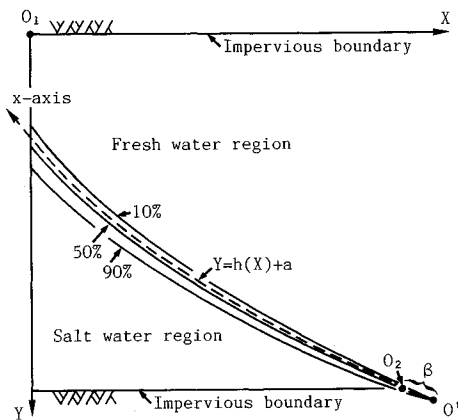


Fig. 3 Isochlor lines obtained by approximate solution of salt concentration.

界面の式 (11) を Y 方向に a だけ平行移動したもので、次式で表わされる。

$$Y = h(X) + a \dots\dots\dots(12)$$

図からわかるように、点線より上方で非混合淡塩水境界面近傍の流れは、実線で示す式 (12) にほぼ平行である。したがって x 軸として、境界面 [式 (11)] を平行移動して求めた曲線式 (12) を採用しても実際の現象と著しく異なることはないであろう。なお、Fig. 2 に示すような x 軸に沿わない水平流が現われる海側の淡水流出口付近および淡塩水境界面から離れた帯水層上部境界付近に対しては、本近似解を適用することはできない。

式 (12) の右辺第 2 項の淡塩水境界面の Y 方向への平行移動距離 a は次のようにして与えられる。まず、塩分濃度の分布式 (10) で、 $y=0$ での濃度は、 $C(x, 0) = 100(1 - \sqrt{0.5}) \approx 29.2\%$ となる。すなわち、流れ方向である x 軸は、本分布式においては、29.2% の濃度を

Table 1 Experimental condition.

Material	Experiment 1 Glass bead	Experiment 2 Soma sand
Aquifer thickness H (cm)	50	50
Aquifer length L (cm)	100	100
Salt water depth H _s (cm)	54.9	54.9
Fresh water depth H _f (cm)	53	53
Relative density difference ϵ	0.025	0.025
Mean diameter d (cm)	0.235	0.054
Porosity n	0.35	0.357
Permeability k (cm/s)	3.5	0.46
Fresh water inflow q (cm ² /s)	2.2	0.275
Reynolds number Re=(q/nH)d/v	3.4	0.91

通る。したがって実測の鉛直濃度分布から、濃度が29.2%となる座標を内挿し、この座標を x 軸が通るように、式(12)の平行移動距離 a を与えることで、式(12)により x 軸を設定することができる。なお、本報では被圧帯水層を対象としているが、式(11)の右辺の定数0.55を0.5に変える⁵⁾ ことによって、本推定法は不圧帯水層にも同様に適用可能である。

(2) 積分定数 β について

次に、相似変数式(9)中の積分変数 β について考えてみよう。Fig. 3中の破線は、式(11)中の定数(q, ϵ, k)に後述のTable 1のExperiment 1の条件を与え、濃度29.2%となる座標を式(12)の曲線が通るには平行移動距離 $a = -4.4$ cm となり、この値を用いて式(12)により設定した x 軸である。また式(10)に横方向分散定数 $\alpha_T = 0.0095$ cm, 積分定数 $\beta = 5$ cm を与えた場合の濃度分布の概略図を示している。図に示すように、本近似解式(10)は、座標原点 O_2 から β だけ離れた点 O' から分散が始まり、 x 軸に沿って y 方向の広がり幅が徐々に増加する様子を表す。このことから、点 O' は本近似解における分散の開始点といえる。したがって、積分定数 β は座標原点 O_2 から分散の開始点 O' までの距離と考えることができる。本報においては、座標原点 O_2 を帯水層下部の不透水境界上に設定するCase 1 ($\beta = 0$ に固定する場合)と、 β も未定定数とするCase 2の2つの場合での横方向分散定数の推定について検討する。これは、積分定数 β があらかじめ解析的に定まらないために、後述するように実用上には $\beta = 0$ とした α_T の簡便な推定方法が妥当かどうかを調べるためのものである。

(3) 座標変換

近似解式(10)は、前述のように、点 O_2 を原点とする O_2-xy 座標系で得られたものである。一方、観測孔を利用して測定される鉛直方向の濃度分布の実測値 C_M は、点 O_1 を原点とする O_1-XY 座標系で与えられる。したがって、 O_1-XY 座標系における深度方向の測定点を、 O_2-xy 座標系における座標値に変換することが必要である。

いま、Fig. 1に示す $X = X_0$ における測定位置で、たとえば測定点 $A(X_0, Y)$ から x 軸に下ろした垂線が、 x 軸と交わる点の座標を $B(X', Y')$ としよう。この点 B の座標値は次のようにして算定することができる。まず、線分 AB と x 軸は、次の直交条件

$$\{(Y - Y') / (X_0 - X')\} \{dh(X') / dX\} = -1 \dots \dots \dots (13)$$

を満足しており、上式の Y' に式(12)を代入して式(13)を展開すると、 X' に関する3次方程式を得る。この3次方程式の根のうち、正の実根を X' とし、これを式(12)に代入すれば Y' が求められる。すなわち点 B の座標

(X', Y') が算定される。

次に、原点 O_2 の座標を、 O_1-XY 座標系での座標値 (X_2, Y_2) とすると、 O_2-xy 座標系における点 A の x 座標は、 X_2 から X' までの x 軸に沿う線積分、すなわち

$$x = \int_{X_2}^{X'} \{1 + dh(X) / dX\}^{1/2} dX \dots \dots \dots (14)$$

により算定することができる。さらに、点 A の y 座標は、線分 AB の長さより、

$$y = (X_0 - X') / \cos \theta \dots \dots \dots (15)$$

により算定することができる。ここに $\theta = \tan^{-1} \{(Y - Y') / (X_0 - X')\}$ である。以上の式(13)~(15)により、 O_1-XY 座標系での測定点 $A(X_0, Y)$ は、 O_2-xy 座標系での座標値 (x, y) に変換することができる。

以上の座標変換後の座標値 (x, y) およびあらかじめ仮定した横方向分散定数 α_T と β を式(9)に示す積分の下限值 η に代入することによって、測定点 $A(X_0, Y)$ における濃度 $C(x, y)$ を、塩分濃度の分布式(10)により求めることができる。

(4) 評価関数

上述の座標変換を一定の X_0 に対するすべての深度 Y 方向の測定点について行い、未定定数である α_T およびCase 2の場合にはさらに β の値を種々変化させ、近似解 C と実測値 C_M との誤差の二乗の和、すなわち次の評価関数

$$J = \sum_{i=1}^N \{C_M(X_0, Y_i) - C(x_i, y_i)\}^2 \dots \dots \dots (16)$$

が最小 (J_{\min}) となるときの未定定数の値を、ここでは最適推定値 α_T, β とする。ここに、式(16)の添字 i は濃度観測位置 X_0 での深度 Y 方向の測定点番号、 N は測定点の総数である。

(5) 推定手順の要約

以上述べた横方向分散定数の推定手順を要約すると次のようである。

① O_1-XY 座標系を設定し、対象地盤の透水係数 k , 相対密度差 ϵ および陸側から流出する淡水の単位幅流量 q を式(11)に代入し、非混合淡塩水境界面を求める。

② 測定位置 $X = X_0$ における観測孔を利用して実測した鉛直濃度分布から、濃度が29.2%となる O_1-XY 座標系での Y 座標を求める。

③ 測定位置 $X = X_0$ における濃度29.2%の Y 座標と非混合淡塩水境界面の Y 座標との差より、淡塩水境界面の Y 方向への移動距離 a を求め、流れ方向である x 軸を、式(12)により設定する。

④ x 軸と帯水層下部の不透水境界との交点を O_2-xy 座標系の原点 O_2 に設定する。

⑤ 式(13), (14), (15)を用いて、 O_1-XY 座標系

での各測定位置を O_2-xy 座標系における座標値に座標変換する。

⑥ あらかじめ仮定した横方向分散定数 α_T および座標原点 O_2 から分散の開始点 O' までの距離 β に対して、座標変換後の測定点の座標における塩分濃度を近似解式 (10) により算定する。

⑦ 種々の (α_T, β) に対する評価関数 J [式 (16)] の感度解析を行い、この結果に基づいて最適な横方向分散定数を求める。

5. 室内実験による検討

室内実験で実測した鉛直濃度分布に本推定法を適用した結果について検討しよう。

(1) 実験

Table 1 には、本解析に用いる記号および室内実験の条件を示している。Experiment 1 では平均粒径 0.235 cm のガラス球を、Experiment 2 では平均粒径 0.054 cm の相馬砂を用いている。これらの沓材で被圧帯水層を作り、塩水の定常侵入・分散に関する室内実験を行った。表中の透水係数 k は、被圧帯水層において淡水のみの浸透実験を行い、準一様流の仮定により求めている。また、表中の Reynolds 数 Re は、動粘性係数 ν 、空隙率 n 、および代表流速には、陸側境界 cd から流入する淡水の単位幅流量 q を帯水層厚 H および空隙率 n で割った値を与えて、 $Re = (q/nH)d/\nu$ により算定している。

実験では、まず、食用色素赤色 2 号により着色した塩水 (塩水密度 $\rho_s = 1.025 \text{ g/cm}^3$) を、Fig. 1 の被圧帯水層の海側境界 ab 端から侵入させ、目視観測により塩水くさびの形状が時間的に変化しなくなる定常状態を形成させた。次に、現地で観測孔を利用して塩分濃度を測定する場合を想定して、直径 1 cm の観測孔を測定位置 $X_0 = 4 \text{ cm}$, 20 cm に設け直径 4 mm の電気伝導度センサーを徐々に降下し、測定位置 (X_0, Y_i) で鉛直方向の塩分濃度分布の測定を行った。この値を、式 (16) の鉛直方向の濃度分布実測値 $C_M(X_0, Y_i)$ として用いることにする。

(2) 推定結果および考察

Fig. 4 には、Experiment 1 の測定断面 $X_0 = 20 \text{ cm}$ において、未定定数 (α_T, β) に対する評価関数 J の変化を示している。図に示すように、 $\beta = 0$ に固定した Case 1 では $\alpha_T = 0.011 \text{ cm}$ 、Case 2 では $\alpha_T = 0.002 \text{ cm}$ 、 $\beta = 170 \text{ cm}$ でそれぞれ評価関数が最小となり、これらの値を Case 1 と Case 2 での横分散長の推定値とする。ところで、評価関数の最小値は図に示すように、Case 1, 2 ともに同程度であり、測定点 1 点当たりの平均的な濃度推定誤差も約 2% であることから、Case 1 および 2 で

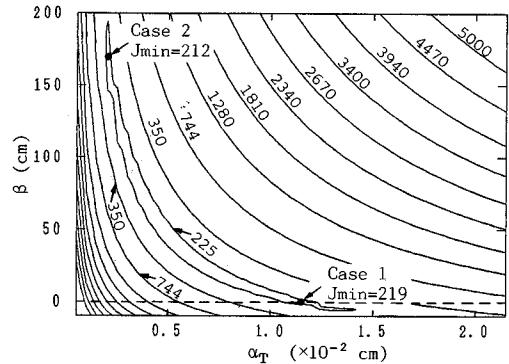


Fig. 4 Criteria function at $X_0 = 20 \text{ cm}$ in experiment 1.

Table 2 Estimated values of transverse dispersivity.

	Present method		α_T (cm) obtained by Harleman and Rumer's formula
	Case 1 [#] α_T (cm)	Case 2 α_T (cm) β (cm)	
Expt.1 (Glass bead)			
$X_0 = 4 \text{ cm}$	0.008	0.02 -32.5	
$X_0 = 20 \text{ cm}$	0.011	0.002 170.0	
Average	0.0095	0.011	0.0058
Expt.2 (Soma sand)			
$X_0 = 4 \text{ cm}$	0.001	0.0044 -37.5	
$X_0 = 20 \text{ cm}$	0.0016	0.0096 -24.0	
Average	0.0013	0.0070	0.0040

[#] In the case 1, the value of β is equal to 0 cm.

のそれぞれの推定値を近似解式 (10) に代入して求めた推定濃度分布曲線は、実質的にはほとんど大差ないものといえる。

Table 2 には式 (16) の評価関数 J の値を最小にする横方向分散定数の推定値を示している。また比較のため Harleman and Rumer の分散係数に関する実験公式⁶⁾を横方向分散定数と Reynolds 数との関係に書き直した次式

$$\alpha_T q / (nH\nu) = 0.036 Re^{0.7} \dots \dots \dots (17)$$

より求めた横方向分散定数の値を示している。なお、Reynolds 数の代表流速には前述のように帯水層断面平均流速 q/H を空隙率 n で割った値を用いている。Case 1 で推定した横方向分散定数は、 $X_0 = 4 \text{ cm}$ および $X_0 = 20 \text{ cm}$ の断面に対してそれぞれ独立に求められたが、両者はほぼ同程度の値であり、Harleman and Rumer の実験公式に基づく値ともオーダー的には一致している。

次に、Case 2 では、2つの測定断面での横方向分散定数の推定値は、Case 1 の場合と比較すると、ばらつきが大きくなっている。式 (3) に示したように、分散係数 D_{xx} , D_{yy} 等は流速に依存しているため空間的に変化するが、ここで推定する分散定数は理論上は一定値でなければならない。したがって、各測定位置での推定横方向分散定数のばらつきが大きい Case 2 による推定法は、

本実験に関する限り、問題があるといえよう。

ところで、Fig. 4 の評価関数の分布によれば、測定点 1 点当たりの平均的な濃度推定誤差が約 2% 以下となる評価関数 $J < 225$ の領域は、 $0 < \beta < 190$ 、 $0.002 < \alpha_T < 0.014$ の範囲に分布しており、特に、 $\beta > 100$ での $J < 225$ の領域は、縦長に分布している。すなわち、この領域においては、 β の変化に対する J の感度は悪い。このことから、Case 2 では α_T と β の最適な組合せは事実上無数存在することになり、 α_T と β の 2 つの未定定数を一義的に決めることが困難になる。ここでは、 α_T の推定値に比較的ばらつきが少なく、評価関数により一義的に α_T を推定することができる Case 1、すなわち $\beta = 0$ とした推定法を採用する。

Fig. 5 には、Experiments 1, 2 における各測定位置で、本推定法の Case 1 で求めた推定値を塩分濃度の分布式 (10) に代入して求めた推定濃度分布曲線と実測の濃度分布との比較を示している。まず、 $X_0 = 4$ cm での低濃度域（濃度 10% 以下）での実測の濃度分布は、近似解の実線に比べて広がり大ききようである。これは、Fig. 2 の点線より上部の流速分布に示すように、海側に近い領域での流れ方向の流速は、帯水層の陸側に比べ大きいいため、流速依存型の分散係数が大きくなり、その結果低濃度域の濃度の広がり大きくなるものと考えられる。すなわち、Fig. 2 の流速分布からも明らかのように、実際の現象では海側に向かって流出する淡水は塩水くさびの存在によりだいに加速される。したがって分散係数が流速の増加に伴って大きくなるため低濃度部分での分散域が広がっていると考えられる。一方、本推定法で用いた塩分濃度の分布式では、基礎式 (4) において x 方向の分散項を考慮していないために、近似解式 (10) は u_0 の x 方向の変化に依存しなくなり、 x 方向の分散項が海側に近い領域で大きくなることを表わせないものとなっている。したがって、実測値にみられるような海側での低濃度域での濃度の広がりを本近似解で表わすことはできず、低濃度域においては、実測値と推定曲線に差が生じているものと考えられる。次に、 $X_0 = 20$ cm においては、図に示すように、推定曲線は実測の濃度分布の全体的な形状とは比較的よく一致しているといえる。

以上、ここで示した推定法では簡略化した移流分散の基礎式より導いた濃度分布の近似解を用いているが、推定された横方向分散定数 α_T が Harleman and Rumer の横分散係数に関する実験公式から概算した横方向分散定数ともほぼ同じオーダーであることから、一様等方的な海岸帯水層における横方向分散定数の推定に十分有用なものと考えられる。本報では Harleman and Rumer の実験公式に Reynolds 数の代表流速として帯水層断面平均流速を空隙率で割った値を用いている。Fig. 2 に示し

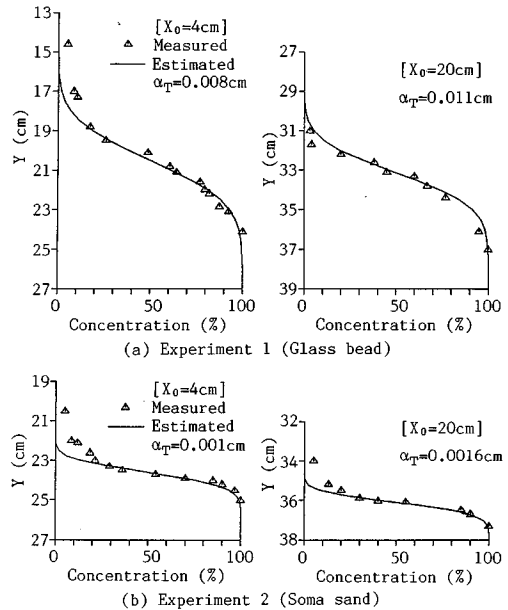


Fig. 5 Comparison of the measured concentration and the estimated profile by the approximate solution in case of $\beta = 0$.

たような塩水くさびが形成されていて塩分の分散域において局所的な流速の変化が認められる状況で、代表流速として何をとればよいのかについては現在のところ定説はないようである。これに対し本報で示した推定法は、実際の鉛直方向の塩分濃度分布に基づいて横方向分散定数を推定する方法であるから、Harleman and Rumer の実験公式を現地に直接適用するよりは汎用性は高いと考えられる。

6. 数値計算による検討

ここでは、室内実験 Experiment 1 での濃度の実測値に基づいて推定した横方向分散定数 α_T を用い、 O_1 - XY 座標系における二次元移流分散方程式 (1), (3) と地下水流れの基礎式 (2) を連立して数値計算し、これによって得られる塩分濃度の数値解と実測値との比較を行うことにより、本法で推定した α_T により実測の濃度分布が再現できるかについて検討を行う。

(1) 数値計算の概略

まず、数値計算を行ううえで必要な横方向分散定数には、前述の Case 1 での推定値の平均値 (0.0095 cm) を用いる。次に、縦方向分散定数の値を海岸帯水層内の地下水流れを考慮して算定する簡便な方法はなく、ここでは Harleman and Rumer によって与えられた縦と横の分散係数の関係⁶⁾を分散定数と Reynolds 数との関係に書き直した次式

$$\alpha_L/\alpha_T=18.33 Re^{1/2} \dots \dots \dots (18)$$

に、本推定法で推定した α_T を代入して算出した値を用いることにする。ちなみに Experiment 1 においては、 $\alpha_L=0.32 \text{ cm}$ の値となる。

次に、初期条件として、領域 abcd 内を淡水，境界 ab を塩分濃度 100% とし，境界 ab からの塩分の非定常侵入過程の数値計算を行った。塩分濃度分布と流速分布の両者に時間的な変化が認められない状態を塩水くさびの定常状態とした。数値計算法としては，式 (1) の二次元移流分散方程式には移流項の離散化誤差のない粒子移動法を，地下水流れの基礎式 (3) には差分陰解法を適用している。差分格子間隔は X 方向が 0.5 cm，Y 方向が 0.5 cm であり，差分時刻刻みは粒子移動法の安定条件⁷⁾内に入るようにとっている。なお，数値計算の方法の詳細は，参考文献 7), 8) を参照されたい。

(2) 数値計算結果

まず海岸帯水層内の濃度分布と流況の概略について，数値計算結果により考察してみよう。Fig. 6 には，

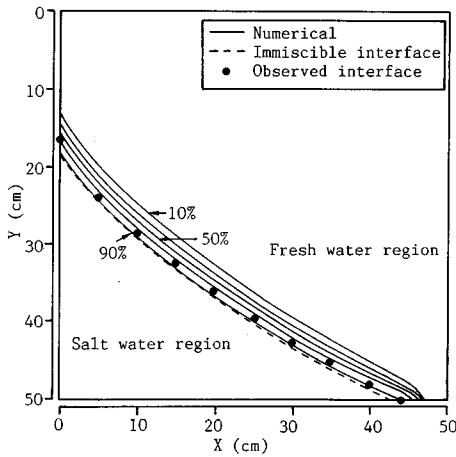


Fig. 6 Observed interface and computed isochlor lines at steady state in experiment 1.

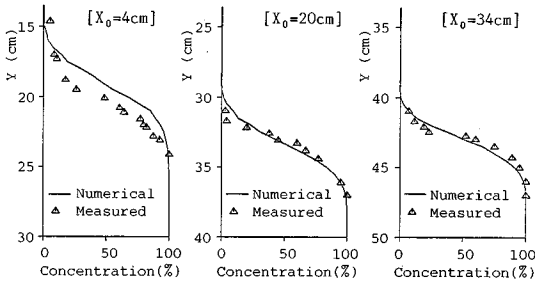


Fig. 7 Comparison of the measured and the computed concentration distributions using the estimated dispersivities in experiment 1.

Experiment 1 の実験条件と同一の条件の下で得られた定常状態での等濃度線の数値解を示している。図中の等濃度線は 20% 間隔である。また，海岸帯水層内の流況の計算結果は，すでに 5. (1) 流れ方向の設定の説明のために用いた Fig. 2 で示している。柿沼ら²⁾が述べているように，塩水くさび先端部において，塩水側から侵入する流れは反転し，陸側からの淡水の流れにのって，淡塩水境界面とほぼ平行に塩水側へと流出する流況がよく再現されている。さらに，境界 cd での X 方向の流速の数値解から求めた淡水の単位幅流量 (2.4 cm²/s) は，実測値 (Table 1 の $q=2.2 \text{ cm}^2/\text{s}$) に比較的よい一致を示した。なお，数値計算の妥当性については，参考文献 7), 8) に示している。

いま，鉛直方向の濃度分布の実測値と数値解について検討してみよう。Fig. 7 には，推定で用いた断面 $X_0=4 \text{ cm}$ ， 20 cm および推定には用いていない断面 $X_0=34 \text{ cm}$ の 3 か所において測定した鉛直方向の塩分濃度の実測値と数値解を示している。図より，実測値と数値解とは，よく一致していると考えられる。これにより，本推定法 (Case 1) により求めた横方向分散定数の値，および縦方向と横方向の分散定数の関係式 (18) に最適な横方向分散定数を代入して求めた縦方向分散定数の値を二次元移流分散方程式の数値計算に用いた数値解はほぼ妥当な塩分濃度分布を再現することができるといえる。

次に，数値計算結果を用いて， O_2-xy 座標系における基礎式の誘導に用いた仮定について考察してみよう。まず分子拡散係数は一般に $10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度であり，本数値計算での機械的分散係数 $\alpha_T u$ は $10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s} \sim 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ であることから，分子拡散の項は無視できるものといえる。次に，淡塩水境界面付近での x 方向の移流項のオーダーは， 10^{-1} であり， y 方向のそれは 10^{-3} 程度であることから，境界面付近での y 方向の移流項は， O_2-xy 座標系においては無視できるものといえる。一方，測定位置 $X_0=20 \text{ cm}$ において， $\partial^2 C/\partial x^2 < \partial^2 C/\partial y^2$ の関係は認められたが， x 方向の分散項 $\alpha_L \partial(u\partial C/\partial x)/\partial x$ と y 方向の分散項 $\alpha_T \partial(u\partial C/\partial y)/\partial y$ のオーダー比較を行ったところ，本数値計算では両者はほぼ同じオーダーとなった。これは本数値計算での $Re=3.4$ においては，式 (18) より算定した縦方向分散定数 α_L が，推定横方向分散定数 α_T より約 30 倍大きくなるため， x 方向の分散項が無視できないオーダーになったものと考えられる。すなわち， α_L と α_T が同じオーダーの場合には，Uffink³⁾が述べているように， x 方向の分散項は無視できると考えられるが，本数値計算のように α_L が α_T に比べて十分大きい場合には， x 方向の分散項は必ずしも無視できないものといえる。このように x 方向の分散項を無視した仮定は，本数値計算の場合，オー

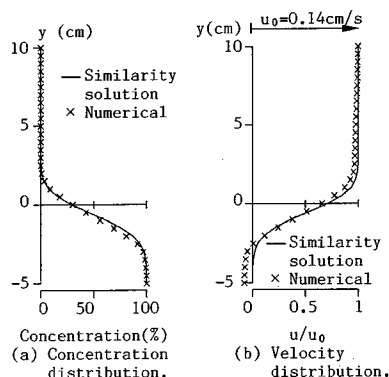


Fig. 8 Comparison of similarity and numerical solutions at $X_0 = 20$ cm in experiment 1.

ダー比較からは問題があるようである。しかしながら、Fig. 7 に示したように、鉛直濃度分布の数値解と実測値はほぼよく一致したことから、数値計算で用いる分散定数の初期推定値として、本推定法で求めた分散定数の値を用いることに実用上問題はないと考える。ところで、 x 方向の分散項を式 (4) 中に考慮すると、塩分濃度の解が得られず、数値計算を行うことが必要となってくる。したがって、 x 方向の分散項を考慮した基礎式では、本報の目的である分散定数の簡便な推定法の確立は困難なものといえる。

最後に、濃度分布の近似解式 (10) の誘導に際して、流速と塩分濃度の分布を 1 つの相似関数 $f(\eta)$ で表わした式 (5) の仮定に関して、数値計算結果を参照して考察してみよう。Fig. 8 には、 O_1 - XY 座標系において数値計算により求めた濃度と流速の差分格子点上の値を O_2 - xy 座標系におけるそれぞれの値に変換した分布と、最適推定値を近似解に代入して求めた分布との比較を示している。ここで用いた最適推定値は測定位置 $X_0 = 20$ cm での値である。図に示すように、塩分濃度が 100 % の塩水域においては、数値解では流速が負となる領域が現われている。この領域は、Fig. 2 に示すように、非混合淡塩水境界面より下側の塩水域では塩水がきわめて遅い速度で海岸から内陸部へと侵入している³⁾ために生じているものである。この塩水域における流れを、Fig. 8 (b) に示すように、本近似解では表わすことはできないが、塩水と淡水の混合する領域においては、濃度と流速の近似解は、数値解とほぼよく一致している。したがって、流速と塩分濃度の分布を 1 つの相似関数 $f(\eta)$ で表わした式 (5) は、ほぼ妥当なものと考えられる。

7. むすび

本報では、一様等質な海岸帯水層における横方向分散定数の推定方法について検討を加えた。本報で得られた

結果を要約すると次のようである。

(1) 淡塩水境界面に平行な流れ方向を x 軸、これに直角な方向を y 軸とする曲線座標系での簡略化した移流分散の基礎式に基づいて、塩水と淡水の混合域での塩分濃度の分布式を導いた。

(2) 数値計算結果から、流れ方向の x 軸として、非混合淡塩水境界面に平行な曲線をとればよいことを示した。

(3) 本近似解における分散の開始点を帯水層下部の不透水境界上 (すなわち積分定数 $\beta = 0$) に設定し、本法により推定した横方向分散定数は、測定位置によるばらつきが小さく単一の観測孔を利用した推定が可能であることを示した。

(4) 本法による横方向分散定数の推定値は、Harleman and Rumer の実験公式に基づく値とおおむね一致することを室内実験により示した。

(5) 本法による推定値を濃度分布の近似解に代入して求めた推定濃度分布曲線は、海岸線付近を除いて、実測の濃度分布の形状と比較的によく一致することを示した。

(6) 本法により求めた最適な横方向分散定数の値を用いて、粒子移動法により二次元移流分散方程式の数値計算を行い、室内実験で得た実測の濃度分布と比較した結果、ほぼ妥当な塩分濃度分布を再現できることを示した。このことから本推定法は、対象とする海岸帯水層における分散定数の初期推定値を与える方法と考えられる。

最後に、本研究に際し有益なご助言を賜った上田年比古教授 (九州共立大学) および藤野和徳助教授 (八代工業高等専門学校) に深甚なる敬意を表します。

参考文献

- 1) Huyakorn, P.S. and Pinder, G.F.: Computational methods in subsurface flow, Academic press, New York, 1983.
- 2) 柿沼忠男・岸 洋介・井内国光: 海岸地下水における淡塩水境界面モデルと分散モデル, 日本地下水学会誌, 第 27 巻, pp. 141~155, 1985.
- 3) Uffink, G. J. M.: A random-walk simulation of dispersion at an interface between fresh and saline groundwater, Proc. 9th SWIM, pp. 475~491, 1986.
- 4) 上田年比古・神野健二・藤野和徳: 地下密度流の淡塩境界面の混合について, 九州大学工学集報, 第 50 巻, 第 3 号, pp. 183~189, 1977.
- 5) 土木学会水理委員会編: 水理公式集, pp. 381~390, 土木学会, 1985.
- 6) Harleman, D.R.F. and Rumer, R.R.: Longitudinal and lateral dispersion in an isotropic porous medium, J. Fluid Mech., Vol. 16, pp. 385~394, 1963.

- 7) 神野健二・上田年比古：粒子の移動による移流分散方程式の数値解法の検討，土木学会論文集，第271号，pp.45～53，1978.
- 8) 細川土佐男・靱井和朗・神野健二・上田年比古・伊藤敏朗：被圧帯水層における塩水混合領域の分散特性に関する実験及び数値解析による検討，第33回水理講演会論文集，pp.193～198，1989年2月.
- (1988.11.21・受付)
-