

複数列設置した潜堤による波の反射

REFLECTION OF SURFACE WATER WAVES BY PARALLEL SUBMERGED BREAKWATERS

喜岡 渉*

By Wataru KIOKA

The scattering of surface waves due to the multiple submerged breakwaters is examined theoretically using the method of matched eigenfunction expansions. The reflection coefficients are calculated for two and three trains of rectangular breakwater with equal spacing. The results indicate that strong reflection can be achieved even in intermediate water depth by means of placing multiple submerged breakwaters, especially when the width of spacing is taken several times that of breakwater.

Keywords: submerged breakwater, wave scattering, resonant reflection

1. はじめに

多段砂州のように周期的に変動する海底地形上を波が進行するとき、一種の共鳴干渉によって強く反射される可能性があることが最近の研究^{1)~5)}で明らかになっている。こうした現象は、底面地形の変動が正弦波で表わされる場合その波長が入射波の波長の半分となるとき生じ、Bragg scattering とよばれている。一連の研究結果は、支持地盤の弱いところでは潜堤を複数列配置することによって反射率を低下させることなく堤体の重量を軽減化し得ることを示唆しており⁵⁾、大水深における波浪制御に対しても有効な方法と考えられる。しかしながら、従来の研究における解析は、正弦波として海底地形の変動が表わされる場合に限られ、かつ摂動法が用いられているためにその変動量は緩やかな場合に限定されているため、解析結果はそのまま実際の潜堤には適用できない。

本研究は、不透過潜堤を複数列配置することによる反射効果について理論的な検討を加えるもので、個々の潜堤の断面は Strum-Liouville 型の固有値問題として解析することが可能な矩形断面として井島・佐々木⁶⁾によって示されたポテンシャル接続法と同様な方法を用いて解

析を行った。

2. 解析理論

非粘性、非圧縮および非回転の二次元流体運動を考え、座標系は Fig. 1 に示すように x 軸を静止水面と一致させ、鉛直上向きに z 軸をとる。水深は一定で h とし、 x の正の方向から角周波数 ω ($=2\pi/T$, ただし T は周期)、振幅 η_0 の微小振幅波が入射するものとする。

速度ポテンシャル Φ を次式のようにおく。

$$\Phi(x, z, t) = -\frac{ig\eta_0 e^{-ika}}{\omega \cosh kh} \phi(x, z) e^{-i\omega t} \dots \dots (1)$$

ここに、 a は潜堤幅の半分を表わし、 k は波数で次の分散関係式を満たす。

$$\omega^2/g = k \tanh kh \dots \dots \dots (2)$$

速度ポテンシャル ϕ は、ラプラス方程式、自由表面における境界条件式、水底における境界条件式および潜堤の流体境界 S における境界条件式として次の各式を満足し、かつ反射波、通過波に対しては無限遠方における radiation 条件を満足しなければならない。

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\partial \phi / \partial z = (\omega^2/g) \phi \quad (z=0) \dots \dots \dots (4)$$

$$\partial \phi / \partial z = 0 \quad (z=-h) \dots \dots \dots (5)$$

$$\partial \phi / \partial n = 0 \quad (\text{on } S) \dots \dots \dots (6)$$

* 正会員 Ph. D. 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

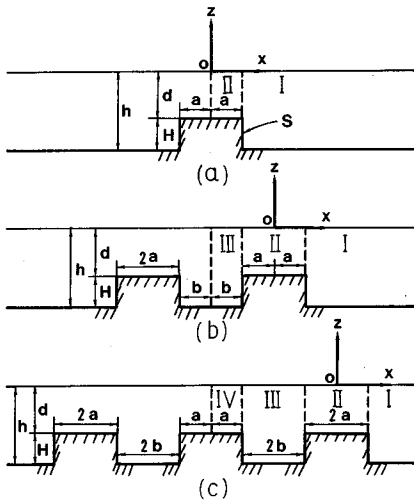


Fig.1 Definition sketch.

ただし、 n は外向法線ベクトルを示す。

a) 単一潜堤

高さ H 、幅 $2a$ の矩形断面をもつ単一潜堤からの波の散乱を考える。定式化を簡潔にするため、Mei・Black⁷⁾に従って、速度ポテンシャル ϕ を x に関して対称な ϕ^s と非対称な ϕ^a とに分離して表示する。

$$\phi = \phi^s + \phi^a \dots\dots\dots (7)$$

Fig.1(a) に示すように潜堤中央に原点をとると、 ϕ^s 、 ϕ^a はそれぞれ x に関する偶関数、奇関数として表わされ、 $x=0$ における圧力と流速の連続性より次式を満足しなければならない。

$$\phi^a = 0 \quad (x=0) \dots\dots\dots (8)$$

$$\partial\phi^s/\partial x = 0 \quad (x=0) \dots\dots\dots (9)$$

流体域を $x=a$ 、 $x=0$ によって、I、II 領域に区分し、それぞれの領域の ϕ^s をまず考える。領域 I の ϕ^s は式(3)~(5)を満足する解として与えられ、次のようにおくことができる。

$$\phi^s = [e^{-ik(x-a)} + A_0^s e^{ik(x+a)}] f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^s e^{-k_n(x-a)} f_n(z) \dots\dots\dots (10)$$

ここに、鉛直方向の固有関数系は次式で与えられる。

$$f_0 = \left[\frac{h}{2} \left(1 + \frac{\sinh 2kh}{2kh} \right) \right]^{-1/2} \cosh k(z+h) \dots\dots\dots (11)$$

$$f_n = \left[\frac{h}{2} \left(1 + \frac{\sin 2k_n h}{2k_n h} \right) \right]^{-1/2} \cos k_n(z+h) \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 k は式(2)から、 k_n は次式で決まる固有値である。

$$\omega^2/g = -k_n \tan k_n h \dots\dots\dots (13)$$

領域 II の ϕ^s は式(3)、(4)および $z=-d$ で式(6)

を満足する関数で、次式で表わされる。

$$\phi^s = B_0^s \cos k' x g_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n^s \cosh k'_n x g_n(z) \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 k' 、 k'_n はそれぞれ式(2)、(13)における h を d に置き換えて得られる固有値を示すものとする、固有関数系は次式で与えられる。

$$g_0 = \left[\frac{d}{2} \left(1 + \frac{\sinh 2k'd}{2k'd} \right) \right]^{-1/2} \cosh k'(z+d) \dots\dots\dots (15)$$

$$g_n = \left[\frac{d}{2} \left(1 + \frac{\sin 2k'_n d}{2k'_n d} \right) \right]^{-1/2} \cos k'_n(z+d) \dots\dots\dots (16)$$

一方、非対称な速度ポテンシャル ϕ_1^a 、 ϕ_2^a はそれぞれ次の各式のように表わされ、 ϕ_1^a は式(10)で与えられた ϕ_1^s と同様な表示式となる。

$$\phi_1^a = [e^{-ik(x-a)} + A_0^a e^{ik(x+a)}] f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^a e^{-k_n(x-a)} f_n(z) \dots\dots\dots (17)$$

$$\phi_2^a = B_0^a \sin k' x g_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n^a \sinh k'_n x g_n(z) \dots\dots\dots (18)$$

以上の各式における複素未知係数 A_n^s 、 A_n^a 、 B_n^s 、 B_n^a ($n=0, 1, 2, \dots$) は、 $x=a$ での圧力および水平流速の連続性と堤体側面における境界条件式(6)より、次の条件式を課すことより求めることができる。

$$\phi_1^s = \phi_2^s, \quad \phi_1^a = \phi_2^a \quad (-d < z < 0) \dots\dots\dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \partial\phi_1^s/\partial x = \partial\phi_2^s/\partial x \quad \partial\phi_1^a/\partial x = \partial\phi_2^a/\partial x \quad (-d < z < 0) \\ = 0, \quad = 0 \quad (-h < z < -d) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

すなわち、上式に式(10)、(14)、(17)および(18)を代入した後、関数系 $f_0(z)$ と $f_n(z)$ 、 $g_0(z)$ と $g_n(z)$ はそれぞれ $-h < z < 0$ 、 $-d < z < 0$ において完全直交関数となることを利用して、関数系を乗じて適当な z の範囲で積分を行うと、未知係数に対する連立方程式を得ることができる⁶⁾。

定数がいったん決まると、反射率 K_R と通過率 K_T は次のように求められる。

$$K_R = \frac{1}{2} (A_0^s + A_0^a) e^{-2ika} \dots\dots\dots (21)$$

$$K_T = \frac{1}{2} (A_0^s - A_0^a) e^{-2ika} \dots\dots\dots (22)$$

b) 並列に設置した2つの潜堤

間隔 $2b$ で並列に設置された高さ H 、幅 $2a$ の矩形断面をもつ2つの潜堤からの波の散乱を考える。Fig.1(b)に示すように流体域を3つに区分して、それぞれの領域の速度ポテンシャルを $x=-(a+b)$ について対称な ϕ^s と非対称な ϕ^a に分けて表わすものとする、各速度

ポテンシャルはそれぞれ次のように表わされる。

$$\phi_1^s = [e^{-ik(x-a)} + A_n^s e^{ik(x+a)}] f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^s e^{-ik_n(x-a)} f_n(z) \dots (23)$$

$$\phi_2^s = (B_n^s \cos k'x + C_n^s \sin k'x) g_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n^s \cosh k'_n x + C_n^s \sinh k'_n x) g_n(z) \dots (24)$$

$$\phi_3^s = D_n^s \cos k(x+a+b) f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^s \cosh k_n(x+a+b) f_n(z) \dots (25)$$

$$\phi_4^s = D_n^s \sin k(x+a+b) f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^s \sinh k_n(x+a+b) f_n(z) \dots (26)$$

ただし、 ϕ_1^s, ϕ_2^s はそれぞれ ϕ_1^s, ϕ_2^s と同様な式で表わされ、上式 (23), (24) の上付き添字 s を a に変えればそのまま成り立つ。

複素未知係数 $A_n^s, A_n^s, B_n^s, B_n^s, C_n^s, C_n^s, D_n^s, D_n^s$ の決定には、式 (19) および (20) で示された $x=a$ における連続条件のほか $x=-a$ において次の連続条件を課する必要がある。

$$\phi_2^s = \phi_3^s, \quad \phi_2^s = \phi_3^s \quad (-d < z < 0) \dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \partial \phi_2^s / \partial x &= \partial \phi_3^s / \partial x & \partial \phi_2^s / \partial x &= \partial \phi_3^s / \partial x & (-d < z < 0) \\ &= 0, & &= 0 & (-h < z < -d) \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

c) 並列に設置した3つの潜堤

Fig. 1(c) に示すように、間隔 $2b$ で等間隔に並列に設置された高さ H 、幅 $2a$ の矩形断面をもつ3つの潜堤を考える。4つに区分された流体域における速度ポテンシャルのうち、 $x=-2(a+b)$ について対称な成分である ϕ_1^s と ϕ_2^s についてはそれぞれ式 (23), (24) と同一な表示式となり、 ϕ_3^s と ϕ_4^s はそれぞれ次の式で与えられる。

$$\phi_3^s = [D_n^s \cos k(x+a+b) + E_n^s \sin(x+a+b)] f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} [D_n^s \cosh k_n(x+a+b) + E_n^s \sinh k_n(x+a+b)] f_n(z) \dots (29)$$

$$\phi_4^s = F_n^s \cos k'[x+2(a+b)] g_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n^s \cosh k'_n[x+2(a+b)] g_n(z) \dots (30)$$

非対称な速度ポテンシャルのうち $\phi_1^s, \phi_2^s, \phi_3^s$ は対称な $\phi_1^s, \phi_2^s, \phi_3^s$ と同様な式で与えられ (添字 s を a と置き換えることにより表示式はそのまま成り立つ)、 ϕ_4^s は次式で表わされる。

$$\phi_4^s = F_n^s \sin k'[x+2(a+b)] g_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n^s \sinh k'_n[x+2(a+b)] g_n(z) \dots (31)$$

複素未知係数 $A_n^s, A_n^s, B_n^s, B_n^s, C_n^s, C_n^s, D_n^s, D_n^s, E_n^s,$

$E_n^s, F_n^s, F_n^s (n=0, 1, 2, \dots)$ を求めるためには、 $x=\pm a$ における条件式 (19), (20), (27) および (28) のほかに $x=-(a+2b)$ における連続性の条件として次の式を満足させる必要がある。

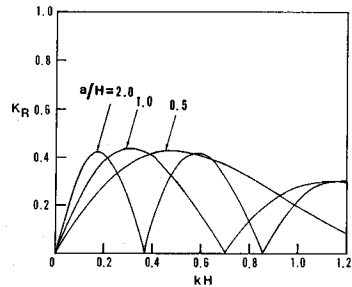
$$\phi_3^s = \phi_4^s, \quad \phi_3^s = \phi_4^s \quad (-d < z < 0) \dots (32)$$

$$\left. \begin{aligned} \partial \phi_3^s / \partial x &= \partial \phi_4^s / \partial x & \partial \phi_3^s / \partial x &= \partial \phi_4^s / \partial x & (-d < z < 0) \\ &= 0, & &= 0 & (-h < z < -d) \end{aligned} \right\} \dots (33)$$

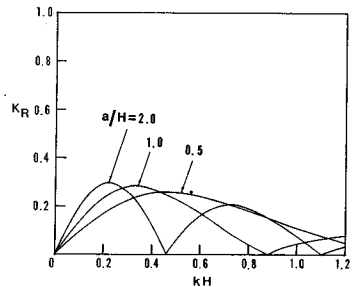
3. 計算結果とその考察

Fig. 2(a), (b) はそれぞれ $h/H=1.5, 2.0$ とした場合の単一潜堤による反射率 K_R の計算結果である。堤体幅を大きくしても、水深が $h/H=2.0$ になると反射率はかなり小さくなっていることがわかる。なお、通過率 K_T は $K_T=(1-K_R^2)^{1/2}$ として容易に求められる。

堤体幅がともに $a/H=0.5$ であるような2つの潜堤について間隔 b/H の値を変化させて K_R を計算すると Fig. 3 のようである。計算範囲においては $h/H=2.0$ で $b/H=0.5$ の結果を除いて第2のピーク値が最も大きく、間隔を大きくとるほどピーク値は増加するとともに長周期側にシフトしていき、かつピークを示す曲線は狭帯化する傾向がみられる。反射率の最大値についてのみ単一潜堤の場合と比較すると、特に長周期側における増加率が大きく、また h/H の値の大きい図の (b) における増加率の方がやや大きくなっている。堤体幅がとも



(a) $h/H=1.5$



(b) $h/H=2.0$

Fig. 2 Reflection coefficients for single submerged breakwater.

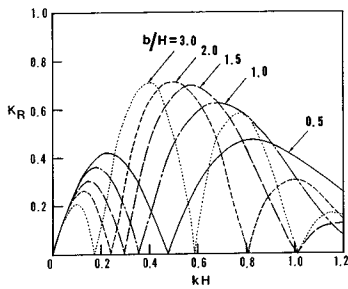
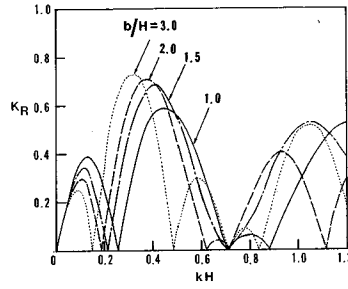
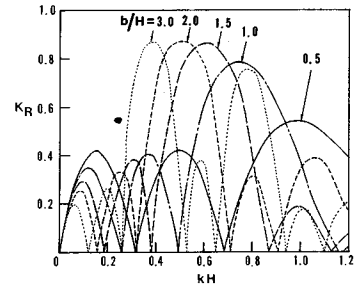
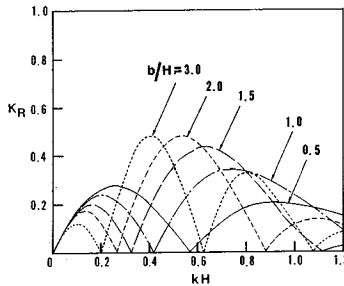
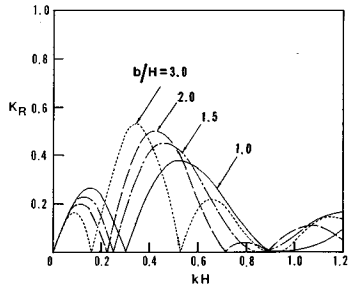
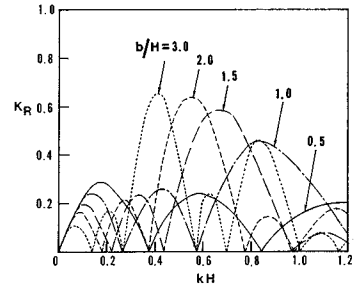
(a) $h/H=1.5$ (a) $h/H=1.5$ (a) $h/H=1.5$ (b) $h/H=2.0$ (b) $h/H=2.0$ (b) $h/H=2.0$

Fig. 3 Reflection coefficients for two trains of submerged breakwater ($a/H=0.5$).

Fig. 4 Reflection coefficients for two trains of submerged breakwater ($a/H=1.0$).

Fig. 5 Reflection coefficients for three trains of submerged breakwater with equal spacing ($a/H=0.5$).

に $a/H=1.0$ の 2 つの潜堤について同様な計算を行った結果を Fig. 4 に示す。Fig. 3 に示した $a/H=0.5$ の結果と比べると、最も大きい第 2 のピークがさらに長周期側にシフトしていることがわかる。

Fig. 5 は堤体幅がともに $a/H=0.5$ で間隔 b/H で等間隔に配置した 3 つの潜堤についての計算結果を示す。図の (b) の $b/H=0.5$ のケースを除いて、最大値は第 3 のピークで現われ、かつ 2 つの潜堤による反射率よりさらに大きくなっている。また、ピーク値の現われる間隔は b/H の値が大きいかほど小さくなり、最大値が現われるピークはかなり狭帯域に限られるようになる。潜堤の数を増すことによる反射率の増加の度合いは $h/H=2.0$ のケースの方がいくぶん大きくなっている。

4. おわりに

潜堤を複数列設置することによって得られる反射効果を固有値展開法を用いて理論的に調べた。潜堤の数を 3 つまで増すことによる反射率の増加の度合いを計算した結果、潜堤の列数が増えるほど反射率も大きくなり、また設置間隔を堤体幅の数倍程度とったときの方が特に長周期側で増大することがわかった。ただし、砕波や非ポテンシャル成分の影響については実験によって調べる必要があり、実用的には波向きや海底地形の影響も明らか

にしておく必要がある。

参考文献

- 1) Davies, A. G. and Heathershaw, A. D. : Surface-wave propagation over sinusoidally varying topography, *J. Fluid Mech.*, Vol. 144, pp. 419~443, 1984.
- 2) Mei, C. C. : Resonant reflection of surface water waves by periodic sandbars, *J. Fluid Mech.*, Vol. 152, pp. 315~335, 1985.
- 3) Kirby, J. T. : On the gradual reflection of weakly non-linear Stokes waves in regions with varying topography, *J. Fluid Mech.*, Vol. 162, pp. 187~209, 1986.
- 4) Hara, T. and Mei, C. C. : Bragg scattering of surface waves by periodic bars : theory and experiment, *J. Fluid Mech.*, Vol. 178, pp. 221~241, 1987.
- 5) Mei, C. C., Hara, T. and Naciri, M. : Note on Bragg scattering of water waves by parallel bars on the seabed, *J. Fluid Mech.*, Vol. 186, pp. 147~162, 1988.
- 6) 井島武士・佐々木富雄：潜堤の効果に関する理論的研究—1. 不透過潜堤—, 第 18 回海岸工学講演会論文集, pp. 141~147, 1971.
- 7) Mei, C. C. and Black, J. L. : Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth, *J. Fluid Mech.*, Vol. 38, pp. 499~511, 1969.

(1988. 9. 22・受付)