
投稿論文
Paper

離散渦法による合流部流れの解析

ANALYSIS OF THE FLOW AT A CONFLUENCE BY A DISCRETE VORTEX METHOD

藤田 一郎*・河村 三郎**

By Ichiro FUJITA and Saburo KOMURA

Two-dimensional discrete vortex method is applied to the flow at a confluence. Simulated results for mean and turbulent velocity characteristics together with the size of a recirculating region have a reasonable accuracy compared with open-channel experimental results. Unsteady large scale structure of the flow in the recirculating region including formation and decomposition of vortices is favorably simulated by this method. Generality of model parameters is examined for flows of different hydraulic conditions in a subcritical flow regime.

Keywords: confluence, junction flow, discrete vortex method, separation bubble, simulation method

1. ま え が き

開水路合流部においては支川からの流れが剥離、および再付着し、1つの再循環領域(死水域)を形成する。この再循環領域は数多くの剥離渦で構成され、剥離渦同士の間相互作用によって大規模な渦運動を伴う非定常な変動特性を示すことが知られている¹⁾。再循環領域の存在は洪水の疎通能力を低下させる点で問題であり、また、この領域が呈する非定常特性の解明は合流部下流における乱流拡散現象を解明するうえで重要と思われる。しかしながら、死水域を伴うこのような合流部の非定常現象については、現在の数値解析的手法では取扱いが困難であり、まだ十分な検討がなされていない。

そこで、本研究では、非定常剥離流れの解析法の1つである離散渦法(渦糸近似法)を用いて合流部の流れのシミュレーションを行った。離散渦法は完全流体中に配置された多数の渦糸によって流れをシミュレートする手法であり、高レイノルズ数における剥離を伴う非定常流れの解析に有効である^{2)~4)}。ただし、この手法はあくまでも1つのシミュレーション手法であり、流れの基礎方

程式に立脚したものではないため、モデルで使用するパラメーターの決定は実験値との比較によらざるを得ず、場合によっては数多くの試行錯誤によってパラメーターの最適値を決定しなければならないという欠点を有する。本研究ではまず、実験値との比較によって最適パラメーターを決定し、合流部流れに対する離散渦法の適用の可能性について検討する。また、得られた最適パラメーターを用いて異なる水理条件のときの流れの予測を行い、最適パラメーターの普遍性についての検討を行う。

2. 離散渦法によるモデル化

(1) 渦糸の運動方程式

二次元の完全流体においては渦度 ω と流れ関数の ψ の間には次式が成立する。

$$\omega = -\Delta\psi \dots\dots\dots (1)$$

式(1)の解は

$$\psi = -\frac{1}{2\pi} \iint \omega_0 \log R dS \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる⁵⁾。ここに、 ω_0 :点 (x_0, y_0) における渦度、 R :点 (x_0, y_0) から任意の点 (x, y) までの距離、 $dS = dx_0 dy_0$ 。いま、 N 個の集中渦による渦糸の存在する場を考えると

$$\omega = \sum_{i=1}^N \Gamma_i \delta[z - z_i] \dots\dots\dots (3)$$

* 正会員 工修 岐阜大学講師 工業短期大学部土木工学科 (〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

** 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科(同上)

と表わすことができる。ここに、 Γ_i は i 番目の渦糸の循環、 z_i は i 番目の渦糸の座標、 δ は二次元の Dirac のデルタ関数である。式 (3) を式 (2) に代入すると

$$\psi = -\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \Gamma_i \delta [z-z_i] \log R dS$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \Gamma_i \log R_i \dots \dots \dots (4)$$

と表わせる。ここに、 R_i は i 番目の渦糸中心から任意座標までの距離を示す。これは、 $z=z_i$ に存在する渦糸の複素速度ポテンシャル

$$W(z) = \frac{\Gamma_i}{2\pi i} \log(z-z_i) \dots \dots \dots (5)$$

を N 個重ね合わせた流れ場に相当する。

いま、流れ場の中のある点 $z_j (=x_j + iy_j)$ に注目すると、点 z_j に誘起される速度 $u(z_j) = (u_j, v_j)$ は式 (4) より、

$$u_j = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{y=y_j} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \Gamma_i \frac{y_j - y_i}{R_{ij}^2} \dots \dots \dots (6)$$

$$v_j = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=x_j} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \Gamma_i \frac{x_j - x_i}{R_{ij}^2} \dots \dots \dots (7)$$

で与えられる。ここに、

$$R_{ij}^2 = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \dots \dots \dots (8)$$

である。 $i \neq j$ としているのは、渦自身がその存在する位置 (特異点) に誘起する誘導速度 ($u \rightarrow \infty$) を除去するためである⁶⁾。

いま、点 z_j に渦糸が存在するとすれば、その渦糸は式 (6) および、式 (7) で示される誘導速度に従って運動するものと考えられる。このとき、渦糸の移動速度 ($dx_j/dt, dy_j/dt$) は誘導速度に一致し、

$$\frac{dx_j}{dt} = u_j \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{dy_j}{dt} = v_j \dots \dots \dots (10)$$

となる。式 (9) および、式 (10) が渦糸の運動を支配する方程式である⁷⁾。したがって、式 (6)~(10) で表わされる $2N$ 個の常微分方程式を解けば、流れの様子を完全に定めることができる。式 (9), (10) を複素表示すれば

$$\frac{d\bar{z}_j}{dt} = \frac{dW_j}{dz} \Big|_{z=z_j} \dots \dots \dots (11)$$

となる。 W_j の添字 j は特異点 ($i=j$) を除いて総和をとることを示す。

一方、物理面 (z) 上の現象を

$$\zeta = f(z) \dots \dots \dots (12)$$

で与えられる変換平面 (ζ) に写像し、変換平面上で渦糸の運動を追跡する場合には、運動方程式、式 (11) は次式のように変形される⁸⁾。

$$\frac{d\bar{\zeta}_j}{dt} = \frac{dW_j}{d\zeta} \Big|_{\zeta=z_j} \frac{d\zeta}{dz} \Big|_{\zeta=z_j} \dots \dots \dots (13)$$

しかしながら、渦糸の運動は物理面上で論じなければならないので、 j 番目に発生させた渦糸の位置に誘導される速度 $\{u_j(z), v_j(z)\}$ は物理面上での渦糸自身の誘導速度を差し引いて

$$u_j(z) - iv_j(z) = \frac{dW_j(\zeta)}{dz} - \frac{\Gamma_j}{2\pi i} \cdot \frac{1}{z-z_j} \dots \dots \dots (14)$$

とし、 $z \rightarrow z_j$ なる極限操作より求めなければならない (Routh's rule)。極限操作の結果のみを示すと次のようである⁹⁾。

$$u_j(z) - iv_j(z) = \frac{dW_j(\zeta)}{d\zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dz} - \frac{i\Gamma_j}{2\pi} \cdot \frac{f''(z)}{2f'(z)}$$

$$\dots \dots \dots (15)$$

$f(z)$ は式 (12) に示した変換関係である。

(2) 合流部への適用

合流水路を Fig. 1, 変換平面を Fig. 2 のように定義すると合流水路の内部領域を変換平面上の上半分の領域に変換する写像関係は、Schwarz-Christoffel の定理より得られる、

$$\frac{dz}{d\zeta} = K \frac{\sqrt{\xi} \sqrt{\xi-1}}{(\xi+e)(\xi-c)} \dots \dots \dots (16)$$

を積分して次のように求められる。

$$z = -\frac{2B_2 i}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+e}\sqrt{\xi}}{\sqrt{e+\sqrt{1-\xi}}} \right)$$

$$- \frac{B_3 i}{\pi} \log \frac{\sqrt{c-c^2}\sqrt{\xi}/\sqrt{1-\xi}-c}{\sqrt{c-c^2}\sqrt{\xi}/\sqrt{1-\xi}+c}$$

$$+ \frac{2B_3 i}{\pi} \tan^{-1} \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\xi}} + B_2 i \dots \dots \dots (17)$$

ここに、写像係数 c, e , および水路幅比 $B_r (=B_2/B_3)$ の間には次のような関係が成立している。

$$B_r = \frac{\sqrt{c-c^2}}{c+e} \dots \dots \dots (18)$$

$$c+e = \sqrt{e+e^2} \dots \dots \dots (19)$$

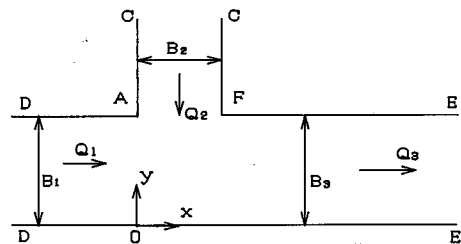


Fig. 1 z-plane.

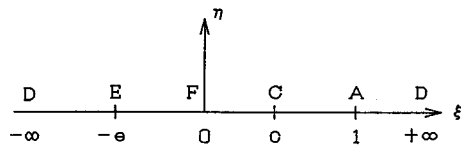


Fig. 2 zeta-plane.

ポテンシャル流は、変換平面で点Cに湧き出し、点Eに吹込みを置いて表わすことができ、

$$W_p(\zeta) = -\frac{Q_3}{\pi} \log(\zeta + e) + \frac{Q_2}{\pi} \log(\zeta - c) \dots\dots\dots(20)$$

与えられる。また、合流部では Fig. 1 の点Aと点Fからの渦の発生が考えられるので、離散渦のみによる複素速度ポテンシャル $W_v(\zeta)$ は、

$$W_v(\zeta) = -\sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Fi}}{2\pi} \log(\zeta - \zeta_{Fi}) + \sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Fi}}{2\pi} \log(\zeta - \bar{\zeta}_{Fi}) - \sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Ai}}{2\pi} \log(\zeta - \zeta_{Ai}) + \sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Ai}}{2\pi} \log(\zeta - \bar{\zeta}_{Ai}) \dots\dots\dots(21)$$

と表わすことができる。ここに、添字 A, F はそれぞれ点 A, F から発生した渦（以後、A 点渦, F 点渦と表現する）に関連する変数を示す。右辺第 2 項と第 4 項は境界面が流線となるように配置される鏡像渦の複素速度ポテンシャルであり、共役複素数で示される $\bar{\zeta}_{Ai}$ および $\bar{\zeta}_{Fi}$ は鏡像渦の位置である。

ポテンシャル流と離散渦群の複素速度ポテンシャルを重ね合わせて全体の流れ場を次式のように表わせば、

$$W(\zeta) = W_p(\zeta) + W_v(\zeta) \dots\dots\dots(22)$$

となる。渦糸の移動速度は、式 (15) を用いて以下のよう求めることができる。すなわち、点Aから i 番目に放出された渦糸に対しては

$$u_{iA} - iv_{iA} = \left\{ -\frac{Q_3}{\pi(\zeta_i + e)} + \frac{Q_2}{\pi(\zeta_i - c)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{i\Gamma_{Aj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \zeta_{Aj})} + \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{Aj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \bar{\zeta}_{Aj})} - \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{Fj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \zeta_{Fj})} + \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{Fj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \bar{\zeta}_{Fj})} \right\} \times \left[-\frac{\pi(\zeta_i + e)(\zeta_i - c)}{B_3 \sqrt{\zeta_i} \sqrt{\zeta_i - 1}} \right] + F(\zeta_i) \dots\dots\dots(23)$$

点Fから i 番目に放出される渦糸に対しては、

$$u_{iF} - iv_{iF} = \left\{ -\frac{Q_3}{\pi(\zeta_i + e)} + \frac{Q_2}{\pi(\zeta_i - c)} - \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{Aj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \zeta_{Aj})} + \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{Aj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \bar{\zeta}_{Aj})} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{i\Gamma_{Fj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \zeta_{Fj})} + \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{Fj}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta_i - \bar{\zeta}_{Fj})} \right\} \times \left[-\frac{\pi(\zeta_i + e)(\zeta_i - c)}{B_3 \sqrt{\zeta_i} \sqrt{\zeta_i - 1}} \right] + F(\zeta_i) \dots\dots\dots(24)$$

と表わすことができる。ここに、

$$F(\zeta_i) = [i\Gamma_i(2\zeta_i + e - c)\sqrt{\zeta_i(\zeta_i - 1)} - \{\zeta_i(\zeta_i - 1)\}^{-1/2}(\zeta_i + e)(\zeta_i - c)(2\zeta_i - 1)/2] \div [4B_3\zeta_i(\zeta_i - 1)] \dots\dots\dots(25)$$

である。

以上の関係より、 N 個だけ渦が放出された時点における流速は次式より求められる。

$$u(z) - iv(z) = \left\{ -\frac{Q_3}{\pi(\zeta + e)} + \frac{Q_2}{\pi(\zeta - c)} - \sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Fi}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta - \zeta_{Fi})} + \sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Fi}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta - \bar{\zeta}_{Fi})} - \sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Ai}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta - \zeta_{Ai})} + \sum_{i=1}^N \frac{i\Gamma_{Ai}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\zeta - \bar{\zeta}_{Ai})} \right\} \times \left[-\frac{\pi(\zeta + e)(\zeta - c)}{B_3 \sqrt{\zeta} \sqrt{\zeta - 1}} \right] \dots\dots\dots(26)$$

(3) 渦糸の強さの決定方法

渦糸の強さは基本的には、点 A, F に対して Kutta の条件を適用し、

$$\frac{dW}{d\zeta} \Big|_{\zeta=\zeta_A} = 0 \dots\dots\dots(27)$$

$$\frac{dW}{d\zeta} \Big|_{\zeta=\zeta_F} = 0 \dots\dots\dots(28)$$

を解けば、求めることができるはずであるが、発生渦の個数が増大してくると、式 (27), (28) の解が発散する場合があったため、次のような手順を用いて安定的に循環の値が求められるようにした。

a) 点Aからの発生したばかりの渦（初生渦）の導入位置を点A近傍に固定する。点Fからの初生渦の導入位置は可変とし、支川壁 CF の延長線上に任意に定める。

b) 点Fからの初生渦の強さをまず

$$d\Gamma/dt = U_F^2/2 \dots\dots\dots(29)$$

より求める¹⁰⁾。渦糸の導入間隔を dt_v とすると、上式は次のように表わせる。

$$\Gamma_{Fi} = U_F^2/2 \cdot dt_v \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 U_F は点Fからの初生渦の導入位置における流速の絶対値である。

c) 点Aと点Fに Kutta の条件を適用し、式(27), (28) を同時に満足するように点Fに関する初生渦導入位置を変化させる。点A側の導入位置は合流する2つの流れの間に生じるせん断層のほぼ中心、点F側の導入位置は剝離せん断層の外縁近傍に対応するように設定している。

d) c) の解が収束しない場合は点Fに関する初生渦導入位置を固定し、点Aのみに Kutta の条件を課する。この場合、点Aからの初生渦の強さ Γ_{Ai} は式 (27) を用いて得られた次式より求める。

$$\frac{i\Gamma_{Fi}}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{-1}{(1 - \zeta_{Fi})} + \frac{1}{(1 - \bar{\zeta}_{Fi})} \right\} + \frac{i\Gamma_{Ai}}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{-1}{(1 - \zeta_{Ai})} + \frac{1}{(1 - \bar{\zeta}_{Ai})} \right\} = -\sum_{i=2}^N \frac{i\Gamma_{Fi}}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{-1}{(1 - \zeta_{Fi})} + \frac{1}{(1 - \bar{\zeta}_{Fi})} \right\}$$

$$-\sum_{i=2}^N \frac{i\Gamma_{Ai}}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{-1}{(1-\xi_{Ai})} + \frac{1}{(1-\bar{\xi}_{Ai})} \right\} + \frac{Q_3}{\pi(1+e)} - \frac{Q_2}{\pi(1-c)} \dots\dots\dots(31)$$

初生渦 Γ_{A1} , Γ_{F1} の導入点の座標を Fig. 3 に示す。

(4) 渦系の運動方程式の積分

渦系の運動は渦系の運動方程式である式 (13) にオイラー法を適用して次式より計算する。

$$x(t+dt) = x(t) + u(t) dt \dots\dots\dots(32)$$

$$y(t+dt) = y(t) + v(t) dt \dots\dots\dots(33)$$

渦系の導入間隔 dt_v と時間ステップ dt の関係は次式で与える。 K は 2~5 程度の整数である。

$$dt_v = K dt \dots\dots\dots(34)$$

(5) 粘性効果の導入

離散渦法は、そもそも完全流体における非粘性の流れを対象としているので粘性力を直接導入することはできないが、本研究では渦系中心の特異性 ($u \rightarrow \infty$) を除去するために、渦系の中心部分 (core) に次式に示すような構造を与えることとする (cut-off vortex)¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} v_\theta &= \Gamma / (2\pi r), & v_r &= 0 : (r > \sigma) \\ v_\theta &= \Gamma / (2\pi \sigma), & v_r &= 0 : (r \leq \sigma) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

Fig. 4 に v_θ の半径方向の分布を示す。Cut-off vortex の導入は渦系 (特異点) の集合である流れ場を式 (35) で示されるフィルターを通してみることに相当すると考えられる。渦系の強さを時間的に減衰させて粘性効果を導入することも行われているが¹⁰⁾、本研究では取り入れていない。ただし、以下の基準により渦系の消去は行っている。

- (a) 物体表面 (水路側壁) に、渦系半径の半分まで渦系が接近すれば、その渦を消去する。
- (b) 剥離点より $x = 4 B_3$ 以上、流下した渦は消去

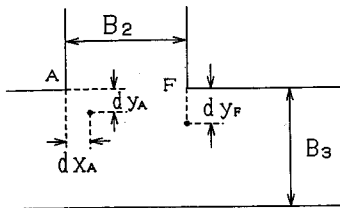


Fig. 3 Nascent vortex points.

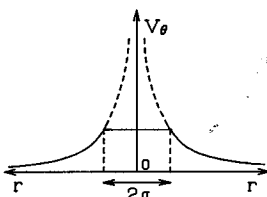


Fig. 4 Cut-off vortex.

する。

(6) 計算手順

ポテンシャル流を初期状態とし、式(30)、または式(31)で循環が与えられる初生渦をそれぞれ点 A, F の近傍の渦発生点 (Fig. 3) に配置する。初生渦を式 (23), (24) で求められる誘導速度に従って dt の間移動させる。この初生渦の移動を K ステップ繰り返し、時間が Kdt ($= dt_v$) 経過した時点で新たな初生渦を配置する。以上の手順を繰り返し、渦系の発生・移動、あるいは消去を行っていく。統計的な解析は計算対象領域内での渦系の個数が一定となった後のデータに対して行う。計算手順のフローチャートを Fig. 5 に示す。

3. 実験方法

解析結果を検証するために開水路を用いた実験を行った。実験水路は本川長約 10 m, 支川長約 2.5 m, 本川幅 30 cm, 支川幅 20 cm で河床勾配は水平である。水路幅・水深比は、ほぼ一定に保つようになっている。流速は直径 3 mm の超小型逆逆プロペラ流速計を各測点で主流方向に向けて測定した。主流の向きはタフトを用いて測定した。ただし、逆流域では主流の方向は明確には定まらないので x 軸方向へ固定した。サンプリング周波数は 10 Hz とし、約 60 秒間のデータを用いて統計処理を行った。

合流部で剥離した支川側壁上の境界層は渦系群を生成し、個々の渦系は流下とともに三次元的に変形していくが、渦系は水面とは垂直に交わっているため、水面近傍では二次元性のある程度保っていると考えられる。したがって、本研究では主として水面に近い領域の流況と離散渦法との比較を行っている。Table 1 に実験条件を示す。添字 1, 2, 3 はそれぞれ本川上流 (合流点より 2 m 上流の断面), 支川 (合流点より 1 m 上流の断面), 本川下流 (合流点より 2 m 下流の断面) の流れにかかわ

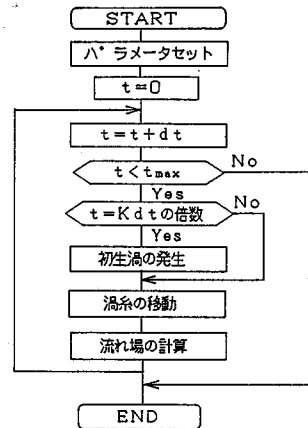


Fig. 5 Flow-chart for computation.

Table 1 Experimental conditions.

| RUN | Q_3 (l/s) | Q_r | B_3 (cm) | B_2 (cm) | H_1 (cm) | H_2 (cm) | H_3 (cm) | U_m (cm/s) | Fr_1 | Fr_2 | Fr_3 | Re_3 |
|-----|----------------|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|
| A1 | 5.0 | 0.2 | 30.0 | 20.0 | 6.06 | 5.99 | 5.10 | 32.7 | 0.286 | 0.109 | 0.462 | 16700 |
| A2 | 5.0 | 0.4 | 30.0 | 20.0 | 6.29 | 6.19 | 5.13 | 32.5 | 0.202 | 0.208 | 0.458 | 16700 |
| A3 | 5.0 | 0.6 | 30.0 | 20.0 | 6.47 | 6.40 | 5.17 | 32.2 | 0.191 | 0.293 | 0.452 | 16700 |
| B1 | 2.5 | 0.2 | 30.0 | 20.0 | 5.44 | 5.38 | 5.02 | 16.6 | 0.168 | 0.064 | 0.236 | 8330 |
| B2 | 2.5 | 0.4 | 30.0 | 20.0 | 5.51 | 5.44 | 5.02 | 16.6 | 0.124 | 0.126 | 0.237 | 8330 |
| B3 | 2.5 | 0.6 | 30.0 | 20.0 | 5.51 | 5.49 | 5.05 | 16.5 | 0.082 | 0.186 | 0.235 | 8330 |

Table 2 Model parameters.

| | |
|-----------------------|--------|
| $U_3 dt_v / B_3$ | 0.0889 |
| $K (= dt_v / dt)$ | 2 |
| $\sigma / (U_3 dt_v)$ | 0.281 |
| $dy_F / (U_3 dt_v)$ | 0.281 |
| $dy_A / (U_3 dt_v)$ | 0.199 |
| $dx_A / (U_3 dt_v)$ | 0.199 |

る諸量, U_m は合流後水路の断面平均流速, H は平均水深, Fr はフルード数, Re はレイノルズ数を示す。

4. 解析結果

(1) モデルパラメーターの決定

モデルパラメーターは cut-off vortex の半径 σ と渦導入間隔 dt_v を種々変化させてシミュレーションを行い, 平均的な逆流域規模と乱れ特性の分布が実験値に最も近い σ と dt_v の組合せを求めて決定した。渦導入位置 (dy_F, dx_A, dy_A) は壁面から σ だけ離れた点として与えた。渦糸の移動ステップ K は Kiya ら¹⁰⁾ のモデルを参照して 2 とおいた。このようにして得られた以上 6 つのモデルパラメーターを Table 2 に示す。 U_3 は物理面における合流後水路の平均流速であり, ここでは断面平均流速 U_m に等しいとした。 Fig. 6 には計算対象領域内の渦糸の個数の変化を示しているが, 計算値は渦糸個数がほぼ定常に達したと考えられる $tU_3/B_3 = 22$ より $tU_3/B_3 = 44$ までのデータから求めている。渦糸の個数は基本的には時間とともに単調に増大するはずであるが, 前述のように渦糸消去の操作を加えているため, ある程度時間が経過すると, 多少の増減を伴いながらも渦糸発生個数と消去される渦糸の個数がバランスし, 安定な状態に達している。また, いくつかの試算的な解析より, 得られた最適パラメーターの中で結果に最も重大な影響を与えるのは渦糸発生間隔 dt_v , 次に F 点渦の発生位置 dy_F であることがわかった。再循環領域の規模は dt_v の増減に伴って拡大・収縮し, また dy_F の値によっては逆流域そのものが計算されなくなる場合がある。 σ の値が小さい場合には乱れ強度等が増大する傾向を示す。 A 点渦の発生位置の違いが計算結果に及ぼす影響は小さい。

(2) 流速分布特性

Fig. 7 と Fig. 8 に平均流速ベクトル, および乱れ強度

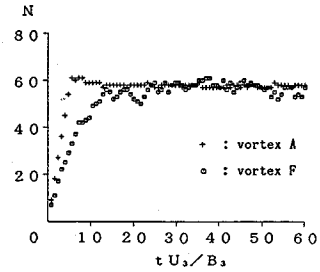


Fig. 6 Number of vortex points.

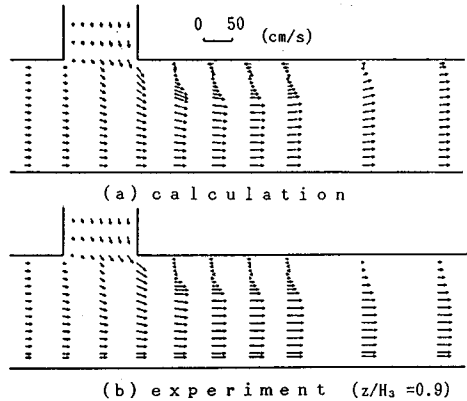


Fig. 7 Mean velocity vectors.

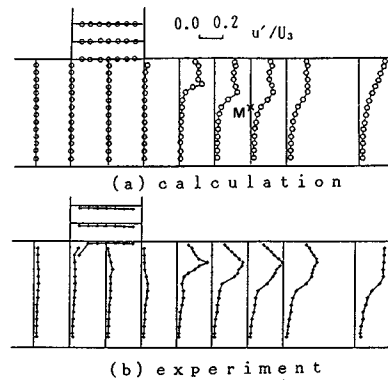


Fig. 8 Turbulent velocities (Run B2).

分布を示す。実験値は相対水深 $z/H_3 = 0.9$ における値である。本川と支川上の乱れ強度分布のプロットはそれぞれ本川側壁, 支川側壁に沿った方向の成分の分布を示す。 Fig. 7 より, 壁面付近の逆流の値は計算値の方が若干大きいことがわかる。これは壁面近傍での渦糸の消去だけでは壁面における粘性効果を十分に表わすことができず, 逆に鏡像渦の影響を受けて渦糸の移動速度が増大したためと考えられる。また, 壁面における no slip の条件を取り入れることができないため, 再付着後の流速分布には若干の相違がみられる。しかし, 全体的な平均

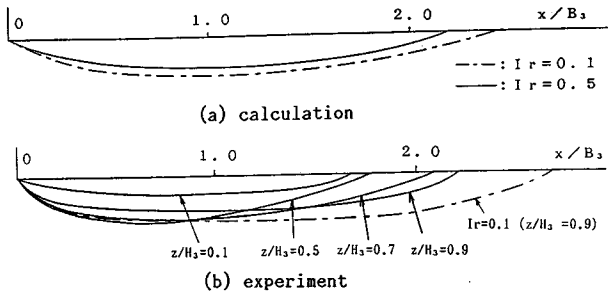


Fig. 9 Reverse flow ratio (Run B2).

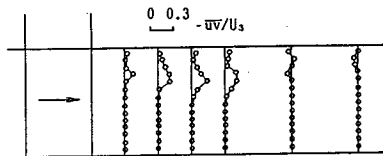


Fig. 10 Distribution of turbulent shear stress (calculation, Run B2).

流の場は、ほぼ再現できていると考えられる。乱れ強度の分布は、特に再循環領域の内部で実験値との相違がみられる。測定に用いたプロベラ流速計はプロベラの直径が 3 mm 程度の非常に小さなものであるが、測定可能な最低流速は 2.5 cm/s 程度と有限であり、また流れの向きが頻繁に順流と逆流を繰り返す場合にはどうしてもプロベラ自身の回転の慣性力が無視できない。すなわち、平均流速が 0 に近づくとき計測精度は低下し、乱れ強度は実際の値よりも過大に評価されると考えられる。合流前の流れは、ほぼポテンシャル流に一致しているため、乱れ強度は実験値に比べて小さな値を示している。以上のような点を除けば、Fig. 8 に得られた結果はおおむね良好な一致を示しているといえる。ただし、再付着後の流れに関しては実際の剝離渦がほぼ本川流向に平行に流下・拡散するのに対し、離散渦法では側壁に向かう流速成分が誘導されるために、側壁近傍での鏡像渦の影響も受けて、側壁付近における乱れが増大している。壁面垂直方向の付加的な移動速度を個々の離散渦に与える試みも行われているが¹⁰⁾、その移動速度を合理的に求めることは困難であるため、本研究では移動速度の付加は行っていない。したがって、本研究では主に剝離して再付着するまでの間の流れを対象とすることとする。Fig. 9 は逆流率 I_r の平面的な分布の比較を示したものである。逆流率は計測時間中に生じた逆流の割合であり、 $I_r = 0.5$ は平均流速がほぼ 0 となる位置に対応すると考えられる。 $I_r = 0.1$ は非定常に揺動する再循環領域の平面的な揺動範囲の限界にほぼ対応するものと考えられる。実際の再循環領域は三次元的な構造を有しているが、Fig. 9 より明らかなように水路床に近い $Z/H_2 = 0.1$ の

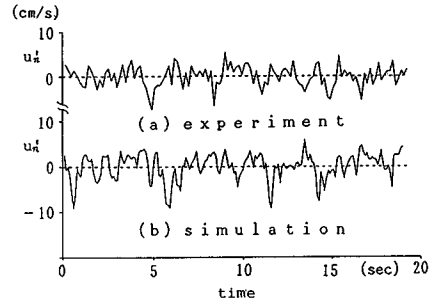


Fig. 11 Comparison of time series of main flow velocity near the edge of a separated flow.

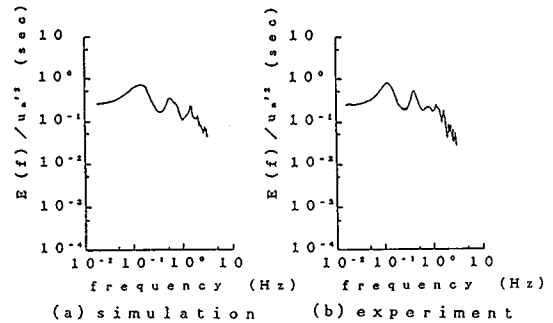


Fig. 12 Comparison of power spectra.

データを除けば、マクロ的には平面的なもののみなすことができる。Fig. 9 より $I_r = 0.5$ の分布は実験値とほぼ一致しており、離散渦の導入によって逆流域が良好に再現されていることがわかる。一方、 $I_r = 0.1$ を含めた全体的な再循環領域の規模は、実験値よりも若干小さい。これは前述のように、離散渦群全体が有する側壁に向かう誘導速度のためと考えられる。Fig. 10 には、乱流せん断力の計算値を示す。剝離せん断層に沿う乱流せん断力の増大が得られていることがわかる。

(3) 非定常特性

Fig. 11 にせん断層外縁付近の測点 (Fig. 8 の点M) における流れ方向の流速時系列の一例を示す。 u_1' : 主流方向の乱れ速度。実験値はプロベラ流速計によるもので高周波成分についての考察はできないが、低周波成分に限って言えば、離散渦法によって生成された流速時系列は実際の流れと類似しているといえる。周波数変動特性について検討するために、スペクトルを比較したのが Fig. 12 である。これより剝離せん断層近傍においては、2つの卓越周波数が存在していることがわかる。低周波側のピーク (約 0.1 Hz) は再循環領域が伸張・収縮を繰り返す大規模な渦運動の周波数に対応し、高周波側のピーク (約 0.5 Hz) は剝離渦の移動に伴って生じる流速変動の周波数に対応すると考えられる。このような周波数帯における二重構造は計算値においても再現さ

れており、流れの非定常特性が良好にシミュレートされていることがわかる。このような特性は後述の他のケースについても得られている。

(4) 空間的変動特性

渦糸の運動が安定化した後の渦糸の dt_v 間の移動軌

跡を $t=0 \sim 52 dt_v$ にわたってプロットしたのが Fig. 13 である。渦糸がいくつかの集合体となってまとまり、合体・崩壊といった大規模渦運動を行っている様子が再現されている。たとえば、 $t=6 dt_v$ では再循環領域は3つに分裂しているが、下流側の渦群は時間経過とともに

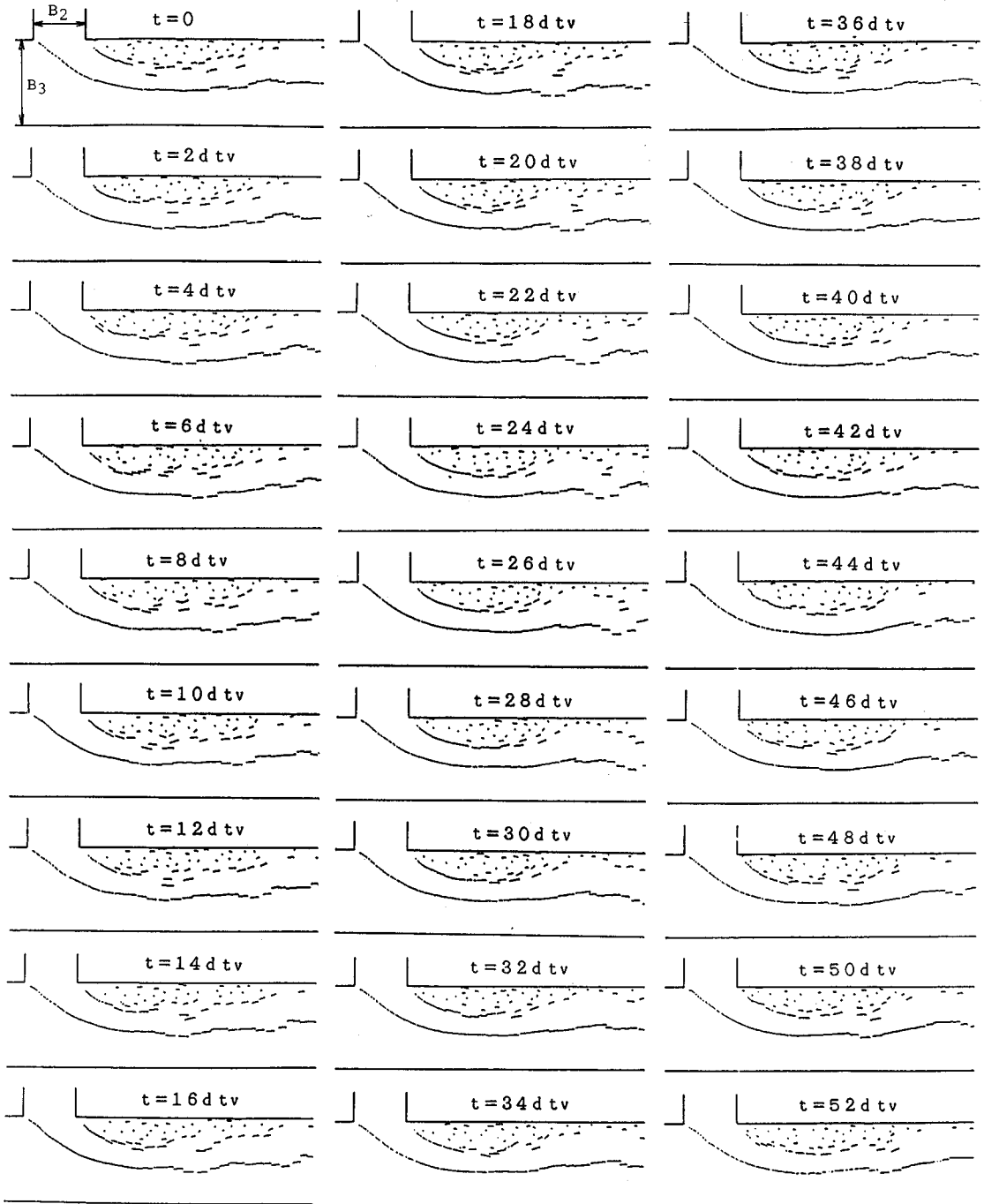


Fig. 13 Calculated process of vortex formation and decomposition (RUN B2).

流下し、 $t=26 dt_0$ において最も収縮した後に膨張しはじめ、 $t=36 dt_0$ では再び分裂している。この長周期の変動は実時間スケールでは約0.1 Hzに相当し、これはFig. 12に示された低周波側のピーク周波数にほぼ一致している。

一方、A点渦は多少の揺動はしているもののほぼ定常的に流下している。A点渦の循環値はF点渦の1/10程度であり、平均流場への影響はあまりみられない(Fig. 7)。乱れ強度に対する影響は、実験ではいくつかの断面で乱れ強度のわずかな増大となって現われているが、計算ではこの点は再現されていない(Fig. 8)。

5. モデルパラメーターを用いた流れの予測

任意の水利条件に対するモデルパラメーターを知ることは、流れの予測という点において1つの流れに対するモデルパラメーターを得ることよりも重要であり、そのモデルパラメーターの普遍性について検討することには大きな意義があると考えられる。このような考え方に立脚して、ここではある程度限られたTable 1に示す範囲内ではあるが、異なる流況に対するモデルパラメーターの普遍性について調べてみる。合流部の流れの比較を行うためには4.に示したすべての項目について検討すべきであるが、ここではそのうちの再循環領域の規模・形状を逆流率によって比較・検討することとする。

ある平面形状の合流部の流況に対して、最も影響が大きいのは流量比 Q_r とフルード数 Fr 、およびレイノルズ数 Re と考えられる。モデルパラメーターを決定したRUN B2に対し、RUN B1, B3は Q_r 、RUN A1, A2, A3は Fr 、および Re を変化させたものである。フルード数については、RUN A2の $Fr_3=0.46$ 以上になると水面変動が激しくなり、また用いた水平床の実験水路では同一のアスペクト比に対してこれ以上のフルード数の流れを得ることが困難であったため、離散渦法の結果と比較できるのは $Fr_3=0.46$ をおおよその上限とする常流範囲に限定される。なお、この条件の範囲では上下流および支川の平均水深の水深比は高々1.2程度(Table 1)であり、平面流としての取扱いは可能と考えられる。Fig. 14に各ケースの比較を示した。Fig. 9より再循環領域の規模は水面近傍の逆流率によって代表できると考えられるので、結果の比較には $z/H_3=0.9$ の実験値を用いた。

Fig. 14(a), (b)は異なる流量比 Q_r に対する結果である。逆流率 $I_r=0.5$ 以上の領域は、 $Q_r=0.2$ の場合、Table 2に示した $Q_r=0.4$ に対応するモデルパラメーターをそのまま用いて、実験値と非常によく一致した結果が得られている。 $I_r=0.1$ の分布についてはRUN B2と類似した傾向がみられる。 $Q_r=0.6$ の場合には、再循環

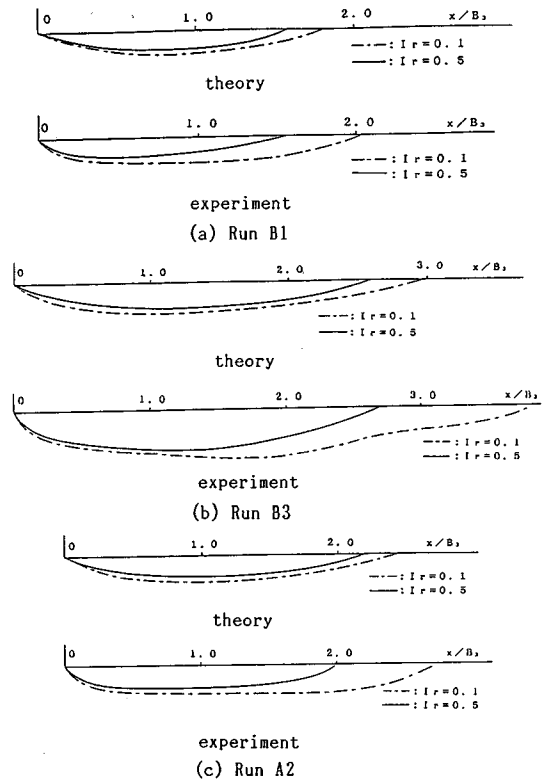


Fig. 14 Comparison of recirculating regions.

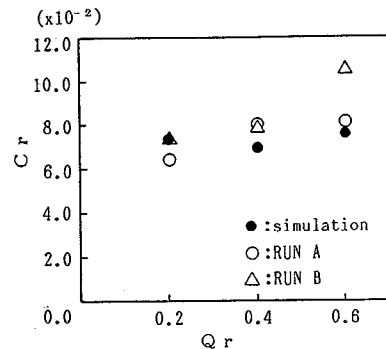


Fig. 15 Shape factors of recirculating region.

領域の幅は実際よりも若干小さいが、再付着点までの長さについては良好な結果が得られている。Fig. 14(c)は、異なる Re 数に対する結果を示しているが、 $Q_r=0.4$ の場合、 Re 数が約2倍程度の変化に対しては、再循環領域の規模には大きな変化はないことがわかった。このことは計算においても、示されている。

Fig. 15には $I_r=0.5$ を基準とした再循環領域の形状係数 $C_r (=w/L)$ の流量比 Q_r に対する変化を示す。 w は再循環領域の最大幅、 L は剥離点から再付着点までの長さである。これより C_r の計算値は Q_r によらず、

ほぼ一定値 $C_r=0.07$ であり、再循環領域は相似形を保つという結果が得られている。これに対し、実験結果は、RUN B ($Q_r=0.6$) を除いて計算値とよく一致していることがわかる。RUN B ($Q_r=0.6$) の場合の不一致は、本研究の離散渦モデルでは Re 数の影響を間接的に渦発生率 dt_v の変化、および渦糸の消去によって表わしているだけであり、 Re 数が小さい場合における水路中央へ向かう渦の拡散を、十分にはシミュレートできていないことが原因と思われる。この点は粘性効果を直接的に取り入れたさらに詳細なモデルの改良を行い、また、4. で述べたように個々の渦糸の移動速度に、水路中央へ向かう付加的な移動速度を加えれば解消されと考えられるが、その付加速度等については不明な点が多く、今後合理的な決定法を含めた検討が必要と思われる。しかしながら、本研究で示したような比較的単純なモデルを用いても、マクロ的な逆流域の予測が可能であり、合流部の流れのシミュレーションモデルとして十分有効であると考えられる。

6. 結 論

本研究では離散渦法を直角合流部の流れに適用し、以下の結論を得た。

(1) 渦糸発生率を $U_3 dt_v / B_3 = 0.0889$ とし、渦糸発生位置等のモデルパラメーターを適当に定めることにより、合流部の流れの平均流、乱れ強度、および再循環領域の規模等を再現することができた。

(2) 再循環領域内の渦群の空間的な合体・崩壊過程についても、その低周波の非定常特性を含めて実験結果を再現することができた。

(3) モデルパラメーターの普遍性について検討し、少なくとも同一の平面形状、低フルード数の合流部に対しては、同一のモデルパラメーターを用いて、異なる流量比、レイノルズ数における逆流域の特性をある程度、

予測することができることを明らかにした。

(4) 本手法の基本流はポテンシャル流であるため、渦群の直接的な影響が及ばない一様流領域の乱れ特性や粘性効果が卓越する壁面近くの流れの特性に関するシミュレーション精度が低下するという適用上の問題点がある。このような点に関しては、渦糸の時間減衰や渦糸の運動にランダムウォークを取り入れることにより、精度を改善できると思われるのでさらに今後の検討が必要と考える。

参 考 文 献

- 1) 神田 徹・古川圭三：合流点渦領域の流れに対する Vortex shedding モデル，第26回水理講演会論文集，pp. 659~666, 1982.
- 2) 永野三郎・内藤政彦・高田浩之：うず点法による長方形柱まわりの流れの解析，機械学会論文集 (B編)，Vol. 47, No. 413, pp. 32~43, 1981.
- 3) 清水誠二・山口 惇：離散渦法による二次元衝突噴流の数値実験，日本機械学会論文集 (B編)，Vol. 52, No. 477, pp. 2078~2083, 1986.
- 4) Clements, R. R. : An inviscid model of two-dimensional vortex shedding, J. Fluid Mech., Vol. 57, pp. 321~336, 1973.
- 5) 巽 友正 編：乱流現象の科学 その解明と制御，東京大学出版会，pp. 223~224, 1986.
- 6) 今井 功：流体力学 (前編)，裳華房，1973.
- 7) Leonard, A. : Vortex methods for flow simulation, J. Comp. Phys., Vol. 37, pp. 289~335, 1980.
- 8) Kuwahara, K. : Numerical study of flow past an inclined flat plate by an inviscid model, J. Phy. Soc. Japan, Vol. 35, pp. 1545~1551, 1973.
- 9) Milne-Thomson : Theoretical hydrodynamics, 5th ed., MacMillan Press Ltd., 1968.
- 10) Kiya, M., Sakai, K. and Arie, M. : Discrete-vortex simulation of a turbulent separation bubble, J. Fluid Mech., Vol. 120, pp. 219~244, 1982

(1988. 11. 2・受付)