

河床表層粒度構成の不安定現象としての縦断交互分級の形成機構

FORMATION OF ALTERNATE LONGITUDINAL SORTING AS AN INSTABILITY OF FLUVIAL BED-SURFACE COMPOSITION

辻本 哲郎*

By Tetsuro TSUJIMOTO

In a stream composed sand and gravel, wavy patterns of sorting are often observed and they cause fluctuation of fractional bed-load discharge. In this paper, the formation mechanism of longitudinally alternate sorting is formulated as a linear instability analysis of bed-surface composition with a non-equilibrium bed-load transport model for each grain size of sediment mixture, and the condition that the longitudinal sorting falls unstable and predominant wave length of alternate sorting are predicted. As a result, alternate longitudinal sorting develops under the condition slightly above the threshold of motion of bed-material particles, and it always propagates downstream. The predominant wave length is subjected to the diameter of bed material, and thus its scale is the same order as small-scale bed forms. The theoretical results are consistent with the observed data.

Keywords: sorting, alternate sorting, longitudinal sorting, bed-load transport, graded material, sand mixture, instability analysis

1. ま え が き

混合砂礫からなる河床では、armor coat や pavement の形成など河床表層の粗粒化現象が良く知られているが¹⁾、こうした単調的分級のほかに縦断方向または横断方向の交互分級がしばしば観察され、河川形態学のみならず、これらが流砂量の変動をもたらすため、河川工学的にもその特性を知ることが重要となっている。横断方向の交互分級はしばしば分級縦筋²⁾とよばれ、河川の大規模乱流構造としての並列らせん流の維持・発達機構との関連、自己形成流路の横断形状の決定機構との関連で興味もたれる。一方、縦断方向の交互分級(池田・伊勢屋³⁾、Kuhnle and Southard⁴⁾)は礫床流路ではしばしば diffuse gravel sheet とよばれ、流砂量変動との関連から重要視されるほか、河床高さの縦断方向の交互変動、すなわち河床波の形成機構との関連にも興味もたれる。Fig. 1 は池田・伊勢屋の水路での観測例³⁾を模式的に示したものであるが、交互縦断分級はこの図に示されるように縦断方向に表層の粗い部分と細かい部分が交互に繰り返され、そしてそれが下流方向に進行する。Fig. 2 はこうした河床状態の水路端で測定された流砂量

の時間的変動^{3), 4)}で、相当な変動幅と粒径別流砂量間の位相差が特徴的である。Kuhnle and Southard⁴⁾は礫床流路で gravel sheet というよび方をしているが、池田・伊勢屋³⁾は大型水路で礫と砂、小型水路で粗い砂と細かい砂を使って同様の現象を観測している。まれに河床高さの変動を伴う例もあるが、河床表層粒度の相違の著しいものを縦断交互分級と考え、ここでは河床高変動との共存についてまでは議論しない。

このように河床表層の分級が縦断・横断方向に交互に出現するのは、河床高さの交互変動すなわち河床波が形成されるのと本質的に同じ機構が推定されよう。河床波

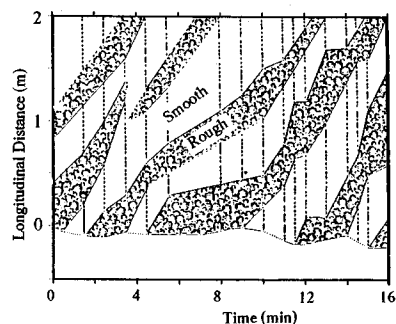


Fig. 1 Illustration of alternate longitudinal sorting.

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-40-20)

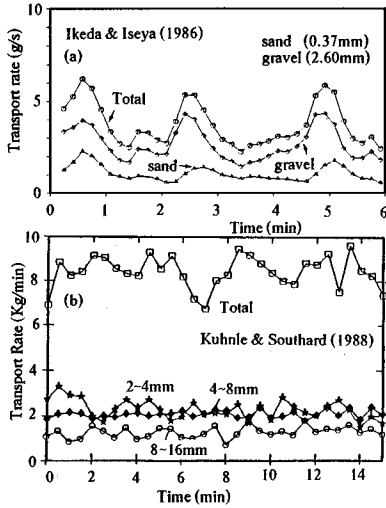


Fig.2 Fluctuation of fractional bed-load discharge.

の形成機構については、Kennedy⁵⁾の画期的な論文によって線形不安定性解析が導入されて飛躍的に研究が発展した。本論文では、この線形不安定性解析を、河床高さでなく、河床表層粒度構成に対して行うことで、縦断方向に交互の分級が発達する条件ならびに卓越波長を調べる⁶⁾。なお得られた解析結果に対して、観測データとの適合性についても検討する。

2. 混合砂礫の非平衡流送機構

河床波（小規模河床形態）の形成にかかわる砂面高さの不安定が掃流砂の非平衡性に起因する遅れに支配された⁷⁾ように、河床表層粒度の分級不安定には混合砂礫の非平衡流送の的確な記述が必須条件である。また、同時に分級作用を記述しなければならないから、粒径別の扱いが必要とされる。そこで、粒径別の pick-up rate と step length からなるモデル⁸⁾を採用する。

(1) 非平衡流送モデル

河床表層（いわゆる交換層⁹⁾）に占める粒径 d_i の砂礫の体積占有率を p_i とするとき、河床表層単位面積からの粒径 d_i の砂礫の単位時間当たりの離脱体積 E_i は、粒径別 pick-up rate p_{si} を用いて、

$$E_i(x, t) = V_i(x, t) \cdot p_{si}(x, t) = V \cdot p_i(x, t) \cdot p_{si}(x, t) \dots \dots \dots (1)$$

と表わされる。ここに、 V_i は河床の単位面積当たりの表層部に占める粒径 d_i の砂礫の実質体積であり、 V は全粒径についての砂礫の実質体積 (V_i の総和; 交換層厚さ θ_E は砂礫の空隙率を ρ_0 とすると $V = (1 - \rho_0)\theta_E$ である。

混合砂礫の粒径別非平衡流砂量 $q_{bi}(x)$ は、粒径別の step length の確率密度関数 $f_{xi}(\xi)$ を用いて次式で与え

られる。ただし、1 step の moving period は無視する。

$$q_{bi}(x, t) = \int_0^\infty E_i(x - \xi, t) \int_\xi^\infty f_{xi}(\zeta) d\zeta d\xi \dots \dots \dots (2)$$

また、 V_i の時間的变化は次のように書ける。

$$\frac{\partial V_i(x, t)}{\partial t} = -E_i(x, t) + \int_0^\infty E_i(x - \xi, t) f_{xi}(\xi) d\xi \dots \dots \dots (3)$$

これらによって、河床表層粒度構成の変化を伴う非平衡流砂過程が記述される。

(2) 混合砂礫の粒径別運動特性量

混合砂礫を考える場合、中川・辻本⁷⁾によって提案された均一砂礫の pick-up rate 推定式の限界掃流力の部分を粒径別に評価することによって、粒径別に pick-up rate が推定できるものと考えられる⁸⁾。すなわち、

$$p_{si}^* = p_{si} \sqrt{d_i / (\sigma / \rho - 1) g} = F_0 \tau_{*ci} (1 - k_2 \tau_{*ci} / \tau_{*i}^*)^3 \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $\tau_{*i} \equiv u_*^2 / [(\sigma / \rho - 1) g d_i]$ 、 τ_{*ci} ：粒径別無次元限界掃流力、 g ：重力加速度、 σ / ρ ：砂礫の比重であり、式中の定数は均一砂礫に対して定められた値⁷⁾を用いた。すなわち、 $F_0 = 0.03$ 、 $k_2 = 0.7$ 。

粒径別限界掃流力については、芦田・道上¹⁰⁾によって修正された次式で示される Egiazaroff 式¹¹⁾が適用されることが多い。

$$\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}} = \begin{cases} \ln 19 / \ln (19 \zeta_i)^2 & (\zeta_i \geq 0.4) \\ 8.5 / \zeta_i & (\zeta_i < 0.4) \end{cases} \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $\zeta_i \equiv d_i / d_m$ 、 τ_{*cm} は混合砂礫に占める平均粒径 (d_m) の粒子の無次元限界掃流力で、その均一砂礫のそれ (τ_{*co} ：砂粒 Reynolds 数が 100 程度以上であれば一定値で約 0.05) に対する比 (α_{cm}) は、混合砂礫の粒度分布の広がり依存すると考えられる¹²⁾ものこれまでその特性は必ずしも十分には明らかにされていない。式 (5) はこれまでよく用いられてきたが、混合砂礫からなる河床の粒径オーダーの凹凸を数値模擬で表現して、Egiazaroff¹¹⁾に做った粒子に作用する力のつり合いの検討を行った中川らの理論的研究¹²⁾およびそのときの実験的検討結果をみると Fig. 3(a), (b) に示すように式 (5) は粒径による限界掃流力の相違を、粒径の粗い部分に対して過大評価しているようにみえる。さらに Parker ら¹³⁾は pavement 河床のデータではあるが粒径別の限界掃流力にあまり差のないこと (Fig. 3(c))、また道上・鈴木¹⁴⁾は動的平衡状態での混合砂礫の流砂量データから同様の結果を得ている。これらに鑑み、ここでは粒径別の無次元限界掃流力を次のように与えることとした。

$$\tau_{*ci} / \tau_{*cm} = (d_i / d_m)^{-1} \dots \dots \dots (6)$$

このとき、各粒径とも同じ限界掃流力をもつが、限界掃流力を越える状態において粒径ごとの移動量は以下の議論でも明らかのように相違し、式 (6) を用いても

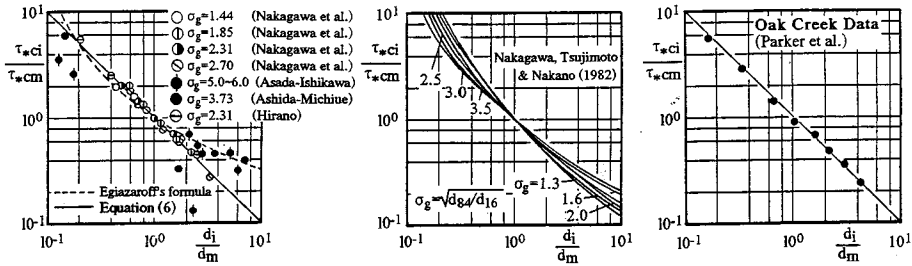


Fig. 3 Critical tractive force for each grain size of sediment mixture.

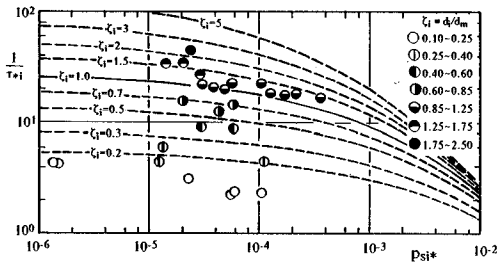


Fig. 4 Pick-up rate for each grain size of sediment mixture.

armor coat や pavement の形成は説明が可能である。このことから、便宜的に、armor coat は粒径ごとの限界掃流力の違いによると説明するのは必ずしも適切でなかったと考えられる。

式(6)を(4)に代入して行われる粒径別の pick-up rate の推定は Fig. 4 (文献8) のデータを使用) に示すように十分容認されるものである。このとき式(4)は次のように書ける。

$$p_{st}^* = F_0 \alpha_{cm} \tau_{*c0} \eta_m (1 - k_2 / \eta_m)^3 (d_i / d_m)^{-1} \dots (7)$$

ここに、 $\eta_m \equiv \tau_{*m} / \tau_{*cm}$ である。この式より、さらに次の関係が得られる。

$$p_{st}^* / p_{sm} = (d_i / d_m)^{-3/2} \dots (8)$$

一方、step length については平坦河床で粒径別には指数分布に従うことが明らかにされており¹²⁾、その確率密度関数は次式のように書ける。

$$f_{\lambda}(\xi) = (1/\Lambda_i) \exp(-\xi/\Lambda_i) \dots (9)$$

ここに Λ_i は、粒径別の平均 step length で各粒径におおむね比例している。すなわち、

$$\Lambda_i = \lambda d_i \dots (10)$$

で、中川らの実験¹²⁾によると λ は掃流力に対し 10 程度から 50 程度まで増加の傾向を示すようである。

3. 縦断交互分級が軽微な河床上の粒径別流砂量

Fig. 1 に示されるような進行性の縦断交互分級は、その程度の軽微なものは、河床構成材料が砂と礫の2種(そ

れぞれ粒径が d と βd 、ただし $\beta > 1$ とする) からなる単純化した場合、次のように河床表層での礫の体積割合 (p) についての正弦波で近似されよう。

$$p(x, t) \equiv p_0 [1 + \phi_p(x, t)] = p_0 [1 + a \cdot \sin(\kappa x - ct)] \dots (11)$$

ここに、 p_0 は河床貯累層¹⁾ (substratum) の礫の体積割合、 $a p_0$: p の変動振幅、 κ : 縦断交互分級の角波数 ($\kappa = 2\pi/L$, L : 波長)、 c : 分級の伝播速度である。このときの河床表層の(仮想的)平均粒径は d_m は、

$$d_m = [\beta p + (1-p)]d \dots (12)$$

となるから、非擾乱河床(河床貯累層)の平均粒径を d_{m0} として次のように表わされる。

$$\frac{d_m}{d_{m0}} \equiv 1 + \phi_{am} = 1 + \frac{p_0(\beta-1)}{p_0(\beta-1)+1} \phi_p \dots (13)$$

簡単のため、等流状態を仮定し、河床表層の平均粒径が等価砂粗度に相当するとして Manning-Strickler 式を適用すると、河床に沿っての粒径別の無次元掃流力 τ_{*i} の非擾乱河床状態での値 τ_{*i0} からの変化は、

$$\tau_{*i} / \tau_{*i0} \equiv 1 + \phi_{\tau i} = 1 + \phi_{am} / 3 \dots (14)$$

と書ける。

一方、河床の平均粒径が変化するため砂・礫とも d_i / d_m の値が変化することになり、そのため粒径別限界掃流力 τ_{*ci} が非擾乱状態での値 τ_{*ci0} から次のように変化することが、式(6)の適用によって求められる。

$$\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*ci0}} \equiv 1 + \phi_{ci} = \frac{\tau_{*ci} / \tau_{*cm}}{\tau_{*ci0} / \tau_{*cm0}} = \frac{(d_i / d_m)^{-1}}{(d_i / d_{m0})^{-1}} = 1 + \phi_{dm} \dots (15)$$

式(14)、(15)からわかるように、 $\phi_{\tau i}$ 、 ϕ_{ci} とも各粒径で共通の値をとるため、これらの添字 i は以下では省略する。

河床上での粒径別 pick-up rate の変化は、

$$\frac{p_{st}^*}{p_{st0}^*} \equiv 1 + \phi_{st} \equiv 1 + \delta_{\tau i}^* \phi_{\tau i} + \delta_{ci}^* \phi_{ci} \dots (16)$$

と表わされ、式(4)を用いると $\delta_{\tau i}^*$ 、 δ_{ci}^* は、次のように求められる。

$$\delta \tau_{ci}^* \equiv \frac{\partial p_{Si}^*}{\partial \tau_{ci}} \bigg|_0 \frac{\tau_{ci0}}{p_{Si0}^*} = \frac{\eta_{m0} + (m+1)k_2}{\eta_{m0} - k_2} \dots\dots\dots(17)$$

$$\delta \tau_{ci}^* \equiv \frac{\partial p_{Si}^*}{\partial \tau_{ci}} \bigg|_0 \frac{\tau_{ci0}}{p_{Si0}^*} = -\frac{m k_2}{\eta_{m0} - k_2} \dots\dots\dots(18)$$

添字 0 は非擾乱河床での値を示す。これらもはや粒径によらず、結局 ψ_s は、式 (14)~(16) をも用いて次のように ψ_p と関係づけられる。

$$\psi_s = r_s \psi_p = \frac{\eta_{m0} - (2m+1)k_2}{3(\eta_{m0} - k_2)} \cdot \frac{p_0(\beta-1)}{p_0(\beta-1)+1} \psi_p \dots\dots(19)$$

$\eta_{m0} > k_2$ が流砂の存在している状況であるが、 η_{m0} が $(2m+1)k_2$ より小さいか大きいかで r_s は正または負と符号を変える。すなわち p_s の変化は p のそれと同位相または逆位相であり、それは各粒径で差がない。

河床の単位面積当たりの表層に含まれる各粒径の砂礫の実質体積 V_i ($i=1$:礫, $i=2$:砂) は、 p が変動するとき、それらの非擾乱時の値を V_{i0} として次のように変動する。

$$V_1 = V_0 p = V_{10}(1 + \phi_p) \dots\dots\dots(20)$$

$$V_2 = V_0(1-p) = V_{20} [1 - \{p_0/(1-p_0)\} \phi_p] \dots\dots\dots(21)$$

したがって、河床表層単位面積・単位時間当たりの粒径別離脱体積 E_i の変動を、

$$E_i(x, t) = E_{i0}(1 + r_{Ei} \phi_p) \dots\dots\dots(22)$$

と書くと、 $E_i = p_i V_i$ であるから、

$$r_{E1} = r_s + 1, \quad r_{E2} = r_s - p_0/(1-p_0) \dots\dots\dots(23)$$

となる。 r_{E1} 、 r_{E2} とも正にも負にもなるが、当然のことながら細砂のそれ (r_{E2}) が負になりやすい。すなわち細砂の単位面積・単位時間当たりの離脱体積の変動は $p(x, t)$ と逆位相になりやすい。

E_i が式 (22) で表わされるとき、粒径別非平衡流砂量式 (式 (2)) を用いると、個々の砂礫粒子が河床表層の状態の影響を受けず、また粒径別 step length が指数分布に従うなら、粒径別流砂量の変動は次のように書ける。

$$q_{Bi}(x, t) = q_{Bi0} [1 + r_{Bi} a \cdot \sin(\alpha x - \phi_{Bi} - ct)] \dots\dots(24)$$

ただし、

$$r_{Bi} = r_{Ei} / \sqrt{1 + (\alpha \Lambda_i)^2} \dots\dots\dots(25)$$

$$\sin \phi_{Bi} = \frac{\alpha \Lambda_i}{\sqrt{1 + (\alpha \Lambda_i)^2}}, \quad \cos \phi_{Bi} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\alpha \Lambda_i)^2}} \dots\dots(26)$$

すなわち、粒径別流砂量は E_i と第 1 象限の角だけの位相差、ただし礫の方が大きい位相差をもって変動することがわかる。こうした特性は、Fig. 2 に示したような池田・伊勢屋³⁾、Kuhnle and Southard⁴⁾ の実験結果と定性的に一致するが、発達した diffuse gravel sheet では、たとえば礫の部分で砂の移動が邪魔されるなどここでは考慮しなかった現象が現われ、定量的な議論は今後の課題とする。ただしこうした縦断交互分級の初期発達を考

えるうえでは、本章で述べた非平衡流砂モデルは定量的にも有効である。

4. 河床表層粒度構成の不安定性

河床表層の粒度構成を、礫の体積含有率 ($p(x, t)$) で代表させ、それが式 (11) のような微小振幅の正弦波状変動をしているとすると、その上での流砂は粒径別非平衡性に起因する遅れ性状をもつことなどから、 p は時間的に変化するが、線形近似のもとではその時間変化率 $\partial p / \partial t$ も次のように p とは位相差をもった正弦波で表わされる。

$$\frac{1}{p_0} \frac{\partial p}{\partial t} = r_{pt} a \cdot \sin(\alpha x - ct - \phi_{pt}) \dots\dots\dots(27)$$

ここに、 $r_{pt} p_0 a$ 、 ϕ_{pt} は $\partial p / \partial t$ の変動振幅、位相差である。このとき、 $p(x, t)$ の不安定性は次のように判定される。式 (11) の直接時間微分と式 (27) が恒等的に等しいことから、次の条件が得られる。

$$\frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial t} = r_{pt} \cos \phi_{pt}, \quad \alpha c = r_{pt} \sin \phi_{pt} \dots\dots\dots(28)$$

すなわち、 r_{pt} と ϕ_{pt} によって、河床表層の粒度構成の擾乱波の増幅率と伝播速度が知られる。あるいは、 ϕ_{pt} の属する象限によって河床表層粒度構成の安定性と伝播方向が決定される。

さて $\partial p / \partial t$ は河床表層における各粒径の砂礫の単位面積当たりの実質体積 V_i の時間変化率 $\partial V_i / \partial t$ と次のように関係づけられる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{p_0} \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{1}{V_{10}} \frac{\partial V_1}{\partial t} - \frac{1}{V_0} \frac{\partial V}{\partial t} \\ &= (1-p_0) \left(\frac{1}{V_{10}} \frac{\partial V_1}{\partial t} - \frac{1}{V_{20}} \frac{\partial V_2}{\partial t} \right) \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

ただし、ここでも線形近似を用いた。線形近似のもとでは、 $\partial V_i / \partial t$ も次のような正弦波で表現される。

$$\frac{1}{V_{i0}} \frac{\partial V_i}{\partial t} = r_{vii} a \cdot \sin(\alpha x - ct - \phi_{vii}) \dots\dots\dots(30)$$

ただし、 $r_{vii} V_{i0} a$ 、 ϕ_{vii} は、 $\partial V_i / \partial t$ の変動振幅と位相差である。したがって、 r_{pt} 、 ϕ_{pt} は r_{vii} 、 ϕ_{vii} と次のように関係づけられる。

$$\begin{aligned} r_{pt}^2 &= (1-p_0)^2 [r_{v11}^2 + r_{v12}^2 + 2 r_{v11} r_{v12} \\ &\quad \cdot (\cos \phi_{v11} \cos \phi_{v12} + \sin \phi_{v11} \sin \phi_{v12})] \dots\dots(31) \\ r_{pt} \sin \phi_{pt} &= (1-p_0) (r_{v11} \sin \phi_{v11} - r_{v12} \sin \phi_{v12}) \\ &\quad \dots\dots\dots(32) \\ r_{pt} \cos \phi_{pt} &= (1-p_0) (r_{v11} \cos \phi_{v11} - r_{v12} \cos \phi_{v12}) \\ &\quad \dots\dots\dots(33) \end{aligned}$$

さらに、 r_{vii} 、 ϕ_{vii} は、 $\partial V_i / \partial t$ が式 (3) によって $E_i(x, t)$ と関係づけられ、 E_i が式 (22) のように書けることから、次のように求められる。

$$r_{vEt} = \frac{\kappa \Lambda_i}{\sqrt{1+(\kappa \Lambda_i)^2}} p_{s10} r_{Ei} \dots\dots\dots (34)$$

$$r_{vEt} \sin \phi_{vEt} = \frac{\kappa \Lambda_i}{\sqrt{1+(\kappa \Lambda_i)^2}} p_{s10} r_{Ei} \dots\dots\dots (35)$$

$$r_{vEt} \cos \phi_{vEt} = -\frac{(\kappa \Lambda_i)^2}{\sqrt{1+(\kappa \Lambda_i)^2}} p_{s10} r_{Ei} \dots\dots\dots (36)$$

式 (34)~(36) を式 (31)~(33) に代入することにより、河床表層粒度構成の擾乱波の特性を代表する ϕ_{pt} が確定される。

以上を整理し、さらに r_{Ei} について式 (23) を、 p_{s10} について式 (8) を適用すると、以下の結果が得られる。

$$M_* \equiv \frac{1}{(1-p_0)p_{s0}} \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial t} = \frac{k_*^2}{1+k_*^2} (-\beta X + Y) \dots\dots\dots (37)$$

$$N_* \equiv \frac{\kappa c}{(1-p_0)p_{s0}} = \frac{k_*}{1+k_*^2} (X - Y) \dots\dots\dots (38)$$

$$X \equiv \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{1+k_*^2}{1+(\beta k_*)^2} (1+r_s), \quad Y \equiv r_s \frac{p_0}{1-p_0} \dots\dots\dots (39)$$

r_s については式 (19) が得られている。なお、 $k_* = \kappa \Lambda = 2\pi \Lambda / L$ 、 L ：縦断交互分級の波長、 Λ ：細砂の平均 step length、 p_{s0} ：細砂の非擾乱河床での pick-up rate であり、 M_* 、 N_* はそれぞれ無次元化された擾乱波の増幅率および伝播速度で、これらが結局、 β (礫と砂の粒

径比)、 p_0 (初期河床粒度構成)、 η_{m0} (水理条件) および k_* (縦断交互分級の波数) の組合せとして表わされた。

5. 縦断交互分級の形成条件と卓越波

Fig. 5 に、 M_* 、 N_* と k_* の関係についての計算結果を β 、 p_0 、 η_{m0} をパラメーターとして示した。まず、河床表層粒度構成の擾乱は常に下流に伝播することがわかる。これは実際これまでに存在する実験・観測データ(池田・伊勢屋³⁾、Kuhnle and Southard⁴⁾) と一致している。次にある波数領域で不安定現象の現われること、すなわち縦断交互分級の形成されることが説明された。小規模河床形態の形成機構に線形不安定解析を用いた場合と比較すると、上流に伝播する不安定擾乱の存在しないこと、流砂の非平衡性に起因する位相のみで、掃流力と河床の状態との間の位相差を考慮しなくても不安定性が導き出せることなどが今回の解析の大きな特徴であり、またそれは不安定現象としての両者の本質的違いでもあるといえよう。

Fig. 5 によると掃流力が移動限界 ($k_* r_{*c}$) をわずかに越えたところで、適当な砂と礫の混合状態のときに不安定となりやすいものと推定される。

さて河床表層粒度構成が不安定となる場合、縦断交互

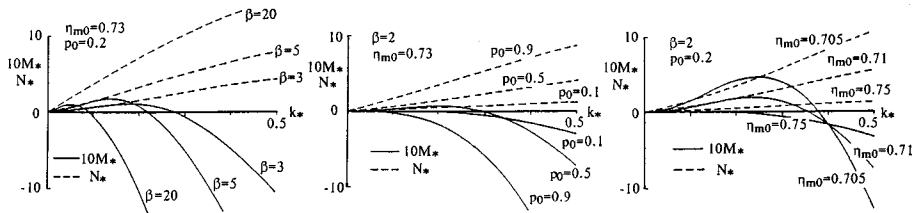


Fig. 5 Dimensionless growth rate and propagation celerity of disturbance of bed-surface composition, M_* and N_* .

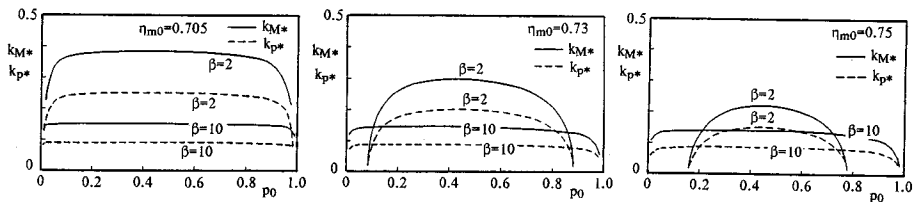


Fig. 6 Dimensionless neutral and predominant wave numbers.

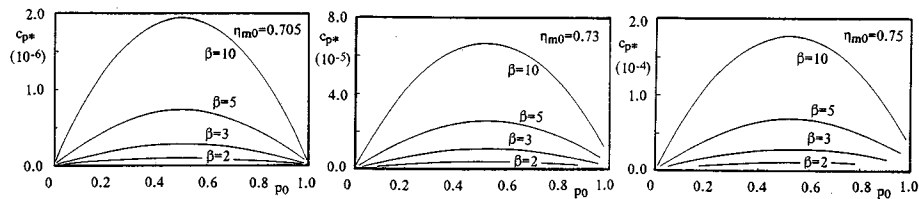


Fig. 7 Propagation celerity of predominant disturbance.

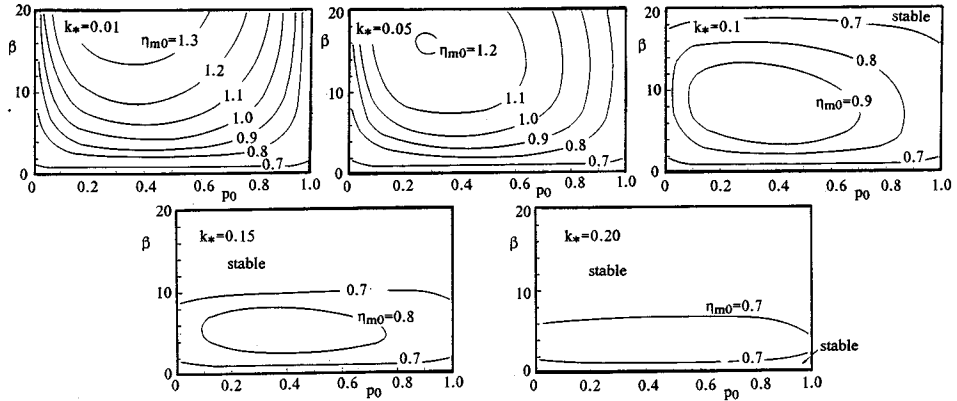


Fig. 8 Contours of the maximum value of η_{m0} where bed-surface composition falls unstable.

分級の卓越波数は $\partial p/\partial t$ あるいは M_* が極大値となるところで定義される。 M_* が極大となる k_* , k_{p*} ($\partial M_*/\partial k_* = 0$; 無次元卓越波数) と, M_* がゼロとなる k_* , k_{M*} を, Fig. 6 に貯累層に占める礫の体積割合 p_0 の関数として示した。卓越波数は適当な p_0 の値で最大となること, β の値が大きくなると, すなわち大きな礫が混入すると小さくなる (波長が長くなる) ことがわかる。卓越波の波速についても同様に Fig. 7 を得た。ただし Fig. 7 では波速を次のような無次元表示で示してい

る。

$$c_* \equiv \frac{c}{\alpha_{cm} \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}} = N_* \frac{(1-p_0)\lambda}{k_*} \frac{p_{s0*}}{\alpha_{cm}} \dots (40)$$

このように無次元化された波速 c_* は β とともに大きくなる。

Fig. 8 は河床表層の粒度分布が不安定となる条件が出現する最大の掃流力 (η_{m0}) の等値線を, 初期河床の粒度構成を表わすパラメーターである β と p_0 で形成される面に描いたもので, 波数を媒介変数とした。この図からも適当な粒径比の砂礫を適当な割合で混合したときに不安定になりやすいことがわらう。

さらに, Fig. 9 には卓越波数と掃流力の関係を示した。この結果, 卓越波長は掃流力の増加関数である。求められた卓越波長は, 掃流力の小さい範囲での細砂分の粒径別の平均 step length が粒径の 10~20 倍程度であることを考慮すると, 縦断交互分級の卓越波長は細砂分の粒径の 500~1000 倍程度となることが多く, いわゆる小規模河床形態のスケールであることがわかる。したがって縦断交互分級と小規模河床形態のおおのの形成・発達の干渉も出現し得ると考えられる。

Fig. 10 は卓越波の進行速度 c_* と掃流力の関係を示したものである。

小規模河床形態についても同様であるが, 線形不安定性解析の結果と実際の水路で観察される平衡状態の河床のデータとをつきあわせることには問題が多いが, しば

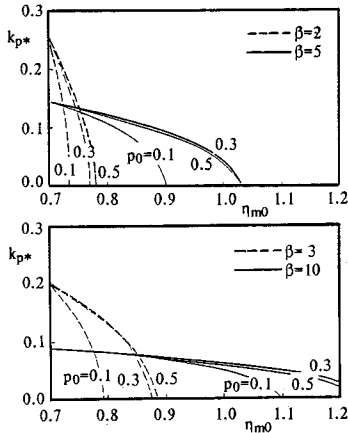


Fig. 9 Relation between predominant wave number and bed shear stress.

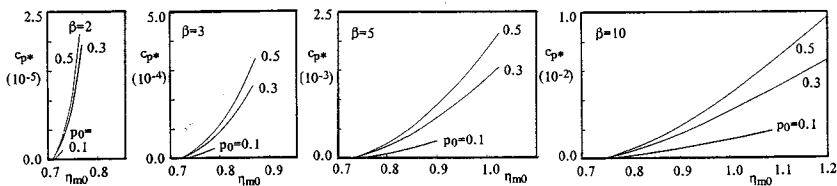


Fig. 10 Relation between predominant wave celerity and bed shear stress.

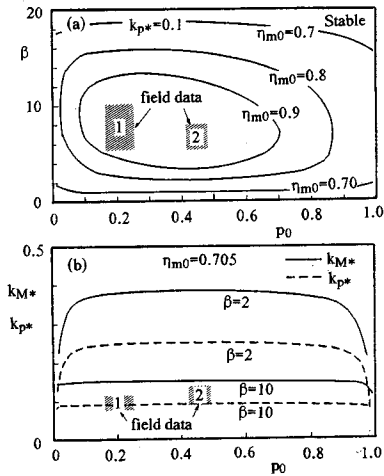


Fig. 11 Comparison between field data and the present theory.

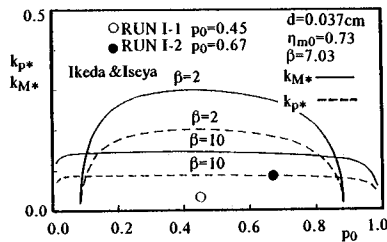


Fig. 12 Comparison between flume data (Ikeda and Iseya) and the present theory.

しばその形成領域や卓越波長について便宜的にあるいは近似的に比較される。ここでも少ない観測データと解析結果の比較を行った。

まず Fig. 11 は、著者らが、上流に砂のふるい分け工場を有する野外水路（幅 1.5 m）で観測した例である。観測条件は、おおむね次のようであった。(1) $d = 0.017 \sim 0.02$ cm, $\beta = 5 \sim 10$, $p_0 = 0.16 \sim 0.25$, $L = 12.7$ cm, $h = 10.8$ cm; (2) $d = 0.02 \sim 0.03$ cm, $\beta = 5 \sim 8$, $p_0 = 0.42 \sim 0.48$, $L = 13$ cm, $h = 12.6$ cm. η_{m0} は河床表層での砂の挙動から 0.705 と推定した。観測された条件は最も縦断交互分級の形成されやすい領域に相当しており (Fig. 11(a)), また観測された波長も計算された卓越波長とよく一致している (Fig. 11(b)).

一方 Fig. 12 は池田ら^{3), 15)}のデータを本解析結果と比較したものである。条件は必ずしも十分には明らかでないが文献に基づいて推定した結果, $d = 0.037$ cm, $\beta = 7.03$, $\eta_{m0} = 0.73$ で, p_0 が RUN I-1 で 0.45, RUN I-2 で 0.67 と推定された。RUN I-1 は解析と良く一致しているが, RUN I-2 の波長は解析で予測されたものより長い結果が得られていた。今後さらに多くのデータ

を収集して詳しい検討をすることが望まれる。

6. あとがき

混合砂礫床では適当な水理条件で縦断交互分級を生じる場合があり、工学的には流砂量変動の 1 つの要因の解明、流砂力学的には粒径別非平衡流送による河床表層粒度の不安定現象の理解といった面から興味深い現象である。

本論文ではまず、粒径別 pick-up rate と step length からなる流砂モデルで選択的非平衡流送とそれによる河床表層粒度構成の変化を表わす基礎式を誘導し、さらにモデルの構成要素である粒径別 pick-up rate と step length の特性についての知見を整理した。特に粒径別限界掃流力については従来よく用いられる Egiazaroff 式が粒径による限界掃流力の差を過大評価している可能性を指摘し、むしろ差がないとした式を近似的に用いることにした（限界掃流力そのものに差がなくても分級が生じることを強調できた）。

次に、軽微な縦断交互分級河床上での流砂挙動を解析的に調べた。現実に縦断交互分級が生じると個々の砂礫の運動特性は変化する可能性があるが、ここでは線形不安定解析のいわゆる初期擾乱を想定しており、個々の特性量は保存されているとした。解析によると、縦断交互分級河床上では粒径別に異なる位相をもった流砂量変動が出現することが明らかにされ、定性的には十分発達した分級河床上での流砂量変動についての観測結果と一致した。

河床表層に占める礫の体積割合に微小変動を仮定し、粒径別非平衡流送を通して現われるその時間的変化を線形近似のもとで調べることにより、河床表層粒度構成の不安定性を判定した。その結果、擾乱は必ず下流に伝播すること、適当な粒度構成をもつ河床では、限界掃流力をわずかに越した条件で不安定となることなどが明らかにされた。さらに増幅率が最大となる条件で縦断交互分級の卓越波を定義し、その波長・波速を求めた。

いくつかの観測データを検討することで、本解析によって、縦断交互分級の形成条件と卓越波長についてほぼ満足される予測が可能と推定された。ただし、観測・実験例も少なく、今後さらに多くのデータを収集する必要があると思われる。

本研究の動機は、1986 年の水理講演会での池田・伊勢屋³⁾の水路実験に対する興味であった。さらに 1987 年度に Gary Parker 教授（ミネソタ大学）との討議を契機にして解析を始めるに至った。1988 年には 6th Congress of APD-IAHR に参加した Dr. Roger A. Kuhnle (U.S.D.A.) から直接水路実験で観察される diffuse gravel sheet についての教示を得、本解析が実

現象に近いものを表わしているとの確信を得た。これらが本研究の支えになったことを記し、深甚の謝意を表する次第である。

また本研究を遂行するにあたり、当時金沢大学大学院修士課程2年生 本橋 健君（現在（株）日水コン勤務）から、現地観測、数値計算、図表作成に多大の助力を得た。謝意を表わす。

参 考 文 献

- 1) パーカー・ゲイリー：粗粒化について，土木学会論文集，第375号／II-6，pp.17～27，1986.
- 2) 辻本哲郎：2次流による分級縦筋の形成，第33回水理講演会論文集，pp.403～408，1989.
- 3) 池田 宏・伊勢屋ふじこ：混合砂礫の流送に伴う縦断分級，第30回水理講演会論文集，pp.217～222，1986.
- 4) Kuhnle, R.A. and Southard, J. : Bed load transport fluctuations in gravel bed laboratory channel, Water Resources Research, Vol. 24, No. 2, pp. 247～260, 1988.
- 5) Kennedy, J. F. : The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, Part 4, pp. 521～554, 1963.
- 6) 辻本哲郎・本橋 健：混合砂礫床における縦断方向の交互分級の形成とその卓越波長，第33回水理講演会論文集，pp.409～414，1989.
- 7) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. : Sand bed instability due to bed load motion, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, HY12, pp. 2029～2051, 1980.
- 8) 中川博次・辻本哲郎・原 稔明：混合砂れき床面の粗粒化過程について，京都大学防災研究所年報，第20号B-2，pp.259～273，1977.
- 9) 平野宗夫：Armoringをともなう河床変動について，土木学会論文報告集，第195号，pp.55～65，1971.
- 10) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第14号B，pp.259～273，1971.
- 11) Egiazaroff, I. V. : Calculation of nonuniform sediment concentration, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 91, HY4, pp. 225～247, 1965.
- 12) Nakagawa, H., Tsujimoto, T. and Nakano, S. : Characteristics of sediment motion for respective grain sizes of sand mixtures, Bulletin, Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto University, Vol. 32, pp. 1～32, 1982.
- 13) Parker, G., Klingeman, P. C. and McLean, D. G. : Bedload and size distribution in paved gravel-bed streams, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 108, HY4, pp. 544～571, 1982.
- 14) 道上正規・鈴木幸一：混合砂礫床における増水・減水時の平衡流砂量，土木学会論文集，第399号／II-10，pp.95～104，1988.
- 15) 池田 宏：二粒径混合砂礫の流送に関する水路実験，筑波大学水理実験センター報告，No. 8，pp.1～15，1984.
(1989. 6. 10・受付)