

はり と 柱 の 結 合 部 の 非 弾 性 特 性 を 考 慮 し た 半 剛 結 平 面 骨 組 の 臨 界 挙 動 の 解 析

ANALYSIS OF INELASTIC CRITICAL BEHAVIOR OF SEMI-RIGID FRAMES

後 藤 芳 顕*・鈴 木 五 月**・松 浦 聖***

By Yoshiaki GOTO, Satsuki SUZUKI and Sei MATSUURA

Different from the frames with rigid or pinned connections, the critical behavior of the semi-rigid frames is rather complicated due to the inelastic property of flexible connections. Thus, up to the present, no accurate method has been developed for its analysis. Herein, we present an accurate method which precisely takes into account the inelastic critical behavior with special emphasis on bifurcation. Further, with this method, rectangular frames with semi-rigid connections are analyzed to examine their critical behavior.

Keywords: semi-rigid frame, elasto-plastic bifurcation, limit point, flexible connection

1. ま え が き

従来、骨組構造の設計では、はり と 柱 の 結 合 部 が 完 全 に 剛 結 構 造 ま た は ピ ン 構 造 と モ デ ル 化 さ れ 設 計 さ れ て い る が、実 際 の 骨 組 の 結 合 部 は、半 剛 結 (Semi-Rigid) と 考 え る の が よ り 妥 当 で あ る。こ の た め、近 年、欧 米 を 中 心 に、こ の よ う な は り と 柱 の 結 合 部 の 剛 性 を 考 慮 し た 半 剛 結 骨 組 の 設 計 法 を 確 立 す る 気 運 に あ る^{1)~3)}。

骨 組 を 部 材 単 位 で 設 計 す る 場 合、材 料 非 線 形 に 起 因 す る 部 材 の 非 弾 性 特 性 は、部 材 照 査 式 の 中 に 取 り 込 ま れ、断 面 力 な ら び に 有 効 座 屈 長 の 算 定 で は、幾 何 学 的 非 線 形 性 の み 考 慮 さ れ る こ と が 多 い⁴⁾。し か し な が ら、は り と 柱 の 結 合 部 の 非 弾 性 特 性 は、低 荷 重 状 態 か ら 現 わ れ る た め に 上 記 の 設 計 法 の 枠 内 で 設 計 を 行 う 場 合 に も、部 材 断 面 力 な ら び に 有 効 座 屈 長 の 算 定 に 少 なく と も 結 合 部 の 非 弾 性 特 性 を 考 慮 し な け れ ば な ら ない。つ ま り、半 剛 結 骨 組 を 部 材 単 位 で 設 計 す る 場 合、少 なく と も、継 手 の 特 性 を 考 慮 し た、断 面 力 な ら び に、有 効 座 屈 長 算 定 の た め の 非 弾 性 有 限 変 位 解 析 の 整 備 が 必 要 で あ る。

従 来、継 手 の 非 弾 性 特 性 を 考 慮 し た 半 剛 結 骨 組 の 複 合 非 線 形 解 析 で は、継 手 の み の 特 性 を 考 慮 し た も の^{5)~9)} か ら、部 材 の 材 料 非 線 形 性 ま で 含 め た も の^{9)~13)} ま で 報 告 さ れ て い る¹⁴⁾。し か し な が ら、著 者 の 知 る 範 囲 に お い て 継 手 の 非 弾 性 特 性 な ら び に、骨 組 お よ び 部 材 の 幾 何 学 的 非 線 形 挙 動 を 厳 密 に 扱 っ た 例 は ほ と ん ど な い。す な わ ち、有 効 座 屈 長 算 定 に 必 要 な 完 全 系 の 非 弾 性 分 岐 挙 動 は い う ま で も な く、不 完 全 系 の 極 限 点 で す ら 正 し く 解 析 さ れ た 例 は 少 な く、剛 結 構 造、ピ ン 構 造 に 比 べ 複 雑 な 挙 動 を 示 す 半 剛 結 骨 組 の 非 弾 性 臨 界 挙 動 に 関 す る 正 確 な 情 報 は、ほ と ん ど 得 ら れ て い ない。

単 なる 座 屈 解 析 で す ら、割 線 剛 性 を 用 い て 組 み 立 て た 全 体 系 の 剛 性 行 列 式 の デ ター ミ ナ ン ト が 零 の 条 件 で 解 析 し て い る 場 合^{5),7),8)} が 多 く、構 造 物 の 特 異 点 解 析 に 対 す る 認 識 が 欠 如 し て い る。

さ ら に、継 手 の 材 料 非 線 形 挙 動 に 限 っ て も、単 純 な 低 次 の 関 数 近 似 に よ る 非 線 形 弾 性 モ デ ル を 用 い て い る も の^{5)~8)} が 多 く、除 荷 挙 動 は も ち ろ ん、負 荷 挙 動 も 正 し く 考 慮 さ れ て い ない。し た が っ て、座 屈 時 の 急 激 な 変 形 に よ る 継 手 の 除 荷 挙 動 の 影 響 は、正 確 に 解 析 に 反 映 さ れ て い ない。

以 上 か ら、本 報 告 で は、継 手 の 非 弾 性 特 性 を よ り 厳 密 に 考 慮 し、さ ら に 半 剛 結 骨 組 の 臨 界 挙 動 を よ り 正 確 に 解

* 正 会 員 工 博 名 古 屋 工 業 大 学 助 教 授 工 学 部 社 会 開 発 工 学 科 (〒466 名 古 屋 市 昭 和 区 御 器 所 町)

** 正 会 員 工 修 名 古 屋 工 業 大 学 大 学 院 工 学 研 究 科 博 士 後 期 課 程 在 学 中 (同 上)

*** 正 会 員 工 博 名 古 屋 工 業 大 学 副 学 長 (同 上)

析することを目的とする。

はり柱の継手自体の挙動に関しては、近年、実験結果の集積が計られ、各地でデータバンク^{15),16)}の整備も進められており、これを利用したより実状に即した解析も可能な状態になりつつある。したがって、低荷重から現われる継手の非線形挙動については、これらデータバンク中の実験値を用いて、できるだけ正確に扱う。一方、はり柱部材については、問題を単純かつ明解にするため、幾何学的非線形性のみを考慮する。このはり柱部材は、実用上極端に大きな変形状態まで解析する必要がないことから、比較の変位が小さい場合十分な精度をもつ非線形のはり柱の式を適用する。

ここでは、まず、設定した解析モデルの範囲内で、複合非線形性を厳密に取り込んだ、閉じた形の剛性方程式ならびに、接線剛性方程式を誘導する。次に、これらの離散化式の範囲で、半剛結骨組の極限点のみならず、非弾性分岐挙動も正確に解析するための数値計算手法を提示する。さらに、上記の手法を適用し、2,3の半剛結骨組完全系ならびに不完全系を解析することにより、その非弾性臨界挙動の特性を考察する。なお、ここでは、矩形骨組を中心に扱う。

2. はり柱部材の剛性方程式と接線剛性方程式

骨組の解析において、幾何学的非線形の影響を考慮する必要はあるが、実用上、変形が極端に大きな場合は考える必要はないので、ここでは、はり柱部材の支配方程式として、Bowlingの影響を考慮した非線形のはり柱の式¹⁷⁾を用いる。図-1に示す各物理量を用いて非線形のはり柱の支配方程式を表わすと次のようになる。

$$\begin{aligned}
 &N'=0, (N v_0' + M') + p_y = 0 \dots\dots\dots (1 \cdot a, b) \\
 &\text{(幾何学的, 力学的境界条件)} \\
 &\left. \begin{aligned} u_0 &= u_{0\beta} \quad \text{または} \quad N = n_x N_\beta \\ v_0 &= v_{0\beta} \quad \text{または} \quad N v_0' + M' = n_x S_\beta \\ v_0' &= \alpha_\beta \quad \text{または} \quad M = -n_x M_\beta \quad (\beta=1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot a \sim c)
 \end{aligned}$$

ここに、 n_x は、節点1で-1、節点2で1の値をとる。(断面力と変位の関係)

$$\left. \begin{aligned} N &= EA \left\{ u_0' + \frac{1}{2} (v_0')^2 \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot a, b) \\ M &= -EI v_0'' \end{aligned} \right\}$$

式(1)でy方向の等分布荷重のみを考慮した理由としては、通常の矩形骨組では、この荷重のみでほぼ十分であることと、軸方向の分布荷重を入れると本問題の解析解が得られないことによる。

はり柱部材の剛性方程式を式(1)~(3)より求めるが、より厳密な定式化を行うため、ここでは、解析的に

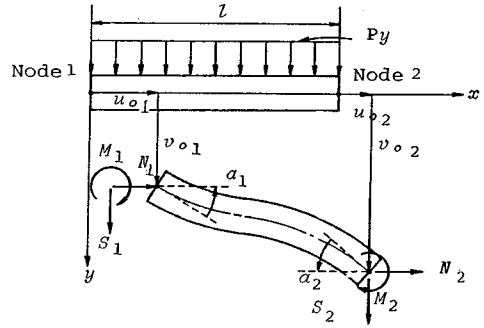


図-1 はり柱要素

閉じた形の剛性方程式を導く。本解析で用いる閉じた形の剛性方程式は著者らによって得られた文献17)に示した剛性方程式の右辺に含まれる軸力以外の節点力成分をすべて変位成分で表わすように変形したものである。この剛性方程式を総和規約を用いて示すと次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \tilde{f}_i &= \bar{K}_{ij}(\tilde{N}_i) \tilde{d}_j + \bar{K}_{ijk}(\tilde{N}_i) \tilde{d}_j \tilde{d}_k + \tilde{p}_y L_{ij}(\tilde{N}_i) \tilde{d}_j \\
 &+ \tilde{p}_y L_i(\tilde{N}_i) + \tilde{p}_y^2 C_i(\tilde{N}_i) \dots\dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \tilde{f}_i &= (\tilde{N}_i, \tilde{S}_i, \tilde{M}_i, \tilde{N}_2, \tilde{S}_2, \tilde{M}_2) \dots\dots\dots (5 \cdot a, b) \\ \tilde{d}_i &= (\tilde{u}_i, \tilde{v}_i, \alpha_i, \tilde{u}_2, \tilde{v}_2, \alpha_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6 \cdot a \sim f) \\
 \tilde{N}_\beta &= N_\beta l^2 / EI, \quad \tilde{S}_\beta = S_\beta l^2 / EI \\
 \tilde{M}_\beta &= M_\beta l / EI, \quad \tilde{p}_y = p_y l^3 / EI \\
 \tilde{u}_\beta &= u_{0\beta} / l, \quad \tilde{v}_\beta = v_{0\beta} / l
 \end{aligned}$$

剛性方程式の係数 $\bar{K}_{ij}(\tilde{N}_i)$, $\bar{K}_{ijk}(\tilde{N}_i)$, $L_{ij}(\tilde{N}_i)$, $L_i(\tilde{N}_i)$, $C_i(\tilde{N}_i)$ はすべて軸力 \tilde{N}_i の関数で \bar{K}_{ij} は、 i, j , \bar{K}_{ijk} は、 j, k についてそれぞれ対称である。これらの具体的な表示は、補遺-1に示す。

式(4)に示す剛性方程式を式(1)~(3)の微分方程式の解析解から導くと、各係数は軸力 \tilde{N}_i の正、負、零により、それぞれ三角関数、双曲線関数、4次関数で表わされる。つまり、これらの関数を用いると軸力の正、負、零と3種類の異なった剛性方程式を使い分けせねばならず、軸力の符号決定のための過程が必要となり複雑である。さらに、軸力が微小の場合、数値計算上の精度低下をまねく¹⁸⁾。

ここでは、三角関数、双曲線関数を軸力に関するべき級数で表わすと、次のような同一の表現になることに着目し、剛性方程式は、すべてこの表現を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \sin \gamma l & \left\{ \begin{aligned} \sinh \gamma l & \\ \cos \gamma l & \\ \cosh \gamma l & \end{aligned} \right. = \gamma l + \gamma l \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} (-\tilde{N}_i)^n \dots\dots\dots (7 \cdot a \sim c) \\ \gamma &= \sqrt{(|N_i|/EI)} \end{aligned} \right\}$$

具体的には、補遺-1に示す関数 ϕ_m, f_n についてべき級

数表現が用いられる。このような表現を用いると閉じた形の剛性方程式は、軸力の正、負、零にかかわらず常に同一の形式となるとともに、分子分母の \tilde{N}_i の共通項を消去できるので軸力が微小なときの特異性も容易に除去できる。さらに、式(4)は閉じた形の式であるので、一部材一要素として離散化が行える。

臨界点の解析ならびに、収束計算に用いるため、式(4)からさらに、接線剛性方程式を導く。閉じた形式の接線剛性方程式は式(4)を節点力、節点変位、分布荷重について増分をとることにより次の形式となる。

$$\Delta \tilde{f}_i = \Delta \tilde{K}_{ij}(\tilde{N}_i) \Delta \tilde{d}_j + \Delta C_i(\tilde{N}_i) \Delta \tilde{p}_j \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $\Delta \tilde{f}_i$, $\Delta \tilde{d}_j$, $\Delta \tilde{p}_j$ は、 \tilde{f}_i , \tilde{d}_j , \tilde{p}_j の増分量であり、 $\Delta \tilde{K}_{ij}$, ΔC_i は補遺-2に示すとおりである。なお、 $\Delta \tilde{K}_{ij}$, ΔC_i は、剛性方程式同様、すべて軸力のべき級数で表わされており、軸力の正、負、零にかかわらず同一の表現をもち、軸力が微小の場合の特異性も除去されている。また $\Delta \tilde{K}_{ij}$ は i, j に関して対称である。

3. 結合部のモデル化

ここでは、はり柱の結合部の変形挙動において、曲げモーメントによる相対回転が支配的であると考え、モーメント M に対して相対回転 θ_r を生ずる回転ばねとして構成則のモデル化を行う。従来の座屈解析で用いられたばねの構成則は、大半が非線形弾性モデルで、しかも、モーメントと相対回転角の関数形状 ($M-\theta_r$ 関係) をバイリニア^{5),8)}、トリリニア¹²⁾、3次関数⁶⁾等非常に簡単な関数で近似している。したがって従来のモデルでは除荷が生ずる座屈後の挙動や座屈前の荷重履歴の影響は解析できない。また除荷が生じない場合も、上記のような単純な関数近似では継手の挙動が精度よく再現されている保証もない。したがって、ここでは、実際の継手挙動をより反映した解析を行うため、現状で可能な限り正確な構成則を用いる。近年、各種継手に関する単調増加荷重下の $M-\theta_r$ 関係の実験データがデータベース化され比較的容易に利用できることを考慮して、まず、単調増加荷重下の $M-\theta_r$ 関係については正確なデータベース中の関係を用いることとする。このデータベース¹⁶⁾では、実験値は、次の指数関数と、線形関数とを用いた修正 Exponential Model¹⁸⁾により、精度よく表わされている。

$$M = k_M(\theta_r) = \sum_{i=1}^6 A_i \left[1 - \exp\left(-\frac{\theta_r}{2ic}\right) \right] + \sum_{i=1}^3 R_i H(\theta_r - T_i) \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 A_i , R_i , T_i は、各種継手に固有な定数で最小二乗法により定められる。 $H(x)$ は、 $x \geq 0$ で $H(x)=1$, $x < 0$ で $H(x)=0$ となる階段関数である。また、 c は、スケーリングファクターで、数値計算が不安定にならない

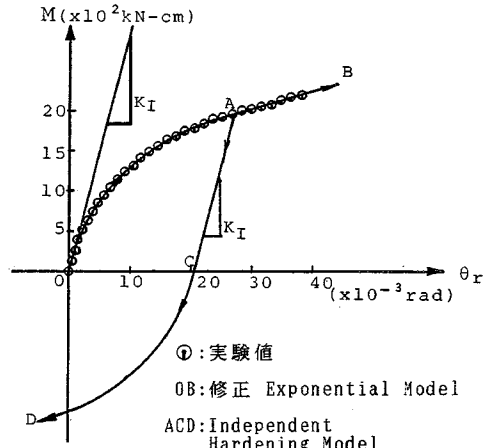


図-2 結合部の構成則

ように定められている。一例として上下アングルボルト継手について、式(9)による関数近似と実験値との比較を図-2の曲線OBに示す。次に継手の履歴挙動については、実験結果は非常に少なく、数学モデルについては、必ずしも定まったものがあるわけではない。ここでは、2,3の実験値^{19),20)}を参考に、単純でしかも比較的挙動をよく表わしていると考えられる Independent Hardening Model²¹⁾を用いる。このモデルでは、図-2の曲線ACDのように、式(9)で表わされる降伏曲線から除荷されると完全に除荷されるまでの間は初期剛性で線形弾性変形し、その後、モーメントの符号が逆転すると、モーメント零の点を原点とし、式(9)を降伏曲線とする挙動を示すものである。

以上のモデルを用いると、継手の接線剛性方程式は次のように表わされる。

$$\Delta M_i = \Delta k_{Mij} \Delta \alpha_j \quad (i, j=1, 2) \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 Δk_{Mij} は降伏曲線上で負荷される場合および、除荷されてモーメントの符号が変化した後は、

$$\Delta k_{M11} = \Delta k_{M22} = -\Delta k_{M12} = -\Delta k_{M21} = \sum_{i=1}^6 A_i \left\{ \frac{1}{2ic} \exp\left(-\frac{\theta_r}{2ic}\right) \right\} + \sum_{i=1}^3 R_i H(\theta_r - T_i) \Delta \theta_r = \Delta \alpha_1 - \Delta \alpha_2 \dots \dots \dots (11-a, b)$$

降伏曲線上で除荷され、またその内側でモーメントの符号が変化することなく負荷される場合は、

$$\Delta k_{M11} = \Delta k_{M22} = -\Delta k_{M12} = -\Delta k_{M21} = \sum_{i=1}^6 \frac{A_i}{2ic} \dots \dots \dots (12)$$

4. 非弾性臨界挙動の数値解析

(1) 非線形離散化式の解法

半剛結骨組の全体系の解析は、はり柱部材の剛性方程

式である式(4)と継手の剛性方程式である式(9)を用いて、通常の剛性法の手順で形成される全体系の剛性方程式を用いてなされる。解となるつり合い経路は、このように形成された非線形の離散化式を数値的に解くことによって得られる。しかしながら、弾性問題同様、完全系ではつり合い経路上に分岐点が存在するので、分岐点以外の非線形つり合い経路を求めるための計算のほか、分岐点および近傍を解析する計算が特に必要になる。従来の半剛結骨組の解析では、主として不完全系が扱われており、分岐点解析を含まない、非線形つり合い経路を追跡する手法が報告されているに過ぎない。さらに、これらは、繰り返し収束過程を含まない、荷重増分法^{10),12)}、荷重増分法と割線剛性を用いる繰り返し代入法^{5)-9),12)}、またはニュートン・ラプソン法¹¹⁾とを組み合わせた手法を用いているため、分岐点はいうまでもなく極限点においても接線剛性行列が特異となり、正確な臨界挙動は解析できていない。

ところで、半剛結骨組の継手の非弾性構成則が式(9)のようにひずみ増分型でなく全ひずみ型で与えられている。これに注目すると、非線形つり合い経路の計算は、継手の荷重履歴を考慮すれば、分岐点解析を除き実質的には、弾性問題とほぼ同様の扱いで精度良く解析できると考えられる。

ここでは、分岐点以外の非線形つり合い経路の解析には、極限点を含むつり合い経路の解析に有効な弧長増分法とニュートン・ラプソン法を併用した標準的な手法²²⁾を用いる。ただ、分岐点からの分岐つり合い経路の計算においては、標準的な弧長増分法では、収束計算ができない場合があり、このときには、スケールパラメータとして、各ステップごとに前収束増分量でスケールリングをし、安定な収束計算を行う。

非弾性構造物の分岐点の解析については、その点で除荷挙動を伴うことが多く、剛性変化が不連続に起こるため、弾性体に比べ非常に複雑になる。分岐点の解析は、分岐点自体の特定と、その後の分岐経路の追跡から成り立っているが、弾塑性体の分岐ならびに、安定に関する一般理論は弾性体²³⁾に比べて少なく²⁴⁾、Hillの唯一性に関する十分条件と安定性に関する条件²⁵⁾があるのみである。ここでは、これらの条件と、先に誘導した剛性方程式と接線剛性方程式とを用いる範囲で可能な限り精密な解析を行う。まず、Hillの条件式を半剛結骨組を対象に、接線剛性方程式を用いて書き変える。次に、この条件式により分岐が生ずるときの半剛結骨組の挙動について考察する。さらに、これらの情報をもとに、分岐点を特定する数値計算方法と、その後の分岐経路を追跡する方法について説明する。

(2) 解の唯一性の条件と半剛結骨組解析への適用

分岐点は、解の唯一性のくずれる点として、把握される。弾塑性体の解の唯一性に関する条件は、連続体に関してHillによって与えられているが、ここでは、離散化解析に便利なように、まず、接線剛性方程式を用いて書き表わすことを考える。次に、半剛結骨組のモデルに特定して、この条件を書き改め、分岐挙動を考察する。

あるつり合い経路上の点から、全体系に関する増分型の剛性方程式が、基本経路ならびに分岐経路に関して次のように表わされるとする。

$$\Delta F_i = \Delta K_{ij}^f \Delta u_j^f, \quad \Delta F_i = \Delta K_{ij}^b \Delta u_j^b \dots \dots \dots (13 \cdot a, b)$$

ここに、上添字 f, b はそれぞれ基本経路ならびに分岐経路に関するものである。

分岐経路が存在すれば、式(13·a, b)が同時に成立するので

$$\Delta K_{ij}^b \Delta u_j^b - \Delta K_{ij}^f \Delta u_j^f = 0 \dots \dots \dots (14)$$

さらに、両辺に $\Delta u_i^b - \Delta u_i^f$ を乗じ変形すると次式が得られる。

$$\Delta \Pi = (\Delta u_i^b - \Delta u_i^f) \Delta K_{ij}^f (\Delta u_j^b - \Delta u_j^f) + (\Delta u_i^b - \Delta u_i^f) (\Delta K_{ij}^b - \Delta K_{ij}^f) \Delta u_j^b = 0 \dots \dots \dots (15)$$

式(15)が分岐が生ずるときの条件式で、逆に解の唯一性が成立するための十分条件は安定性の条件も考慮して次式で与えられる。

$$\Delta \Pi > 0 \dots \dots \dots (16)$$

これが、Hillのつり合いの唯一性に関する条件を接線剛性方程式で表わしたものである。

さらに、半剛結骨組に関する本モデルに対して使いやすい形に $\Delta \Pi$ を書き変える。本モデルに対しては、はり柱部材は弾性で継手のみを非弾性としている。つまり、 ΔK_{ij}^f と ΔK_{ij}^b とで変化するのは、継手の接線剛性のみで式(15)の右辺第2項は、簡略化され、次のようになる。

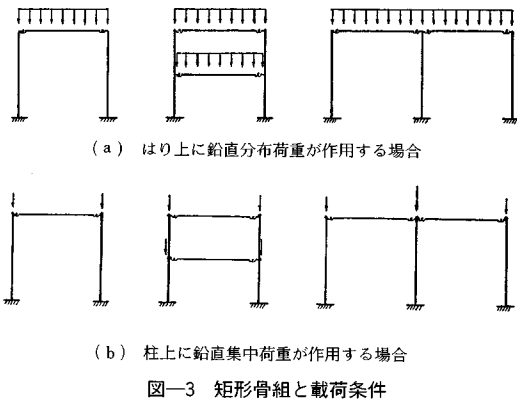
$$\Delta \Pi = (\Delta u_i^b - \Delta u_i^f) \Delta K_{ij}^f (\Delta u_j^b - \Delta u_j^f) + \sum_{e=1}^{n_c} (\Delta k_{ne}^b - \Delta k_{ne}^f) (\Delta \theta_{re}^b - \Delta \theta_{re}^f) \Delta \theta_{re}^b \dots \dots \dots (17)$$

ここに、 Δk_{ne} は3.の構成則で定義される継手の接線剛性で $\Delta \theta_r$ は継手の相対回転角増分である。また、 Δk_{ne} の上添字 b, f は式(13)において定義したものと同様で、下添字 e ははりと柱の結合部の番号、 n_c は結合部の総数である。右辺第2項の \sum は e について総和をとることを意味しており、この部分のみ総和規約は適用しない。

次に、式(15), (17)の範囲内で、分岐が発生するときの半剛結骨組の挙動に関して得られる情報について考察する。

(3) Hillの唯一性の条件に基づく分岐挙動の検討

非弾性構造で、分岐が生ずるための条件はHillの条



件の対偶として与えられ、式 (17) の $\Delta \Pi$ が零となることである。この条件の範囲だけでも、分岐発生と、分岐時の結合部の挙動に関して、数値計算を実施するうえで重要な情報が得られる。ここでは、主要な場合ということで、図一三に示すような矩形骨組のはり上に分布荷重が作用する場合と、柱上に集中荷重が作用する場合について、これらが、単調増加するときの挙動を以下に検討してみる。

a) はり上に鉛直分布荷重が作用する矩形骨組

Hill の条件から知られているように、分岐は $|\Delta K_{ij}^b| = 0$ となる接線係数荷重以上で生ずる。ここではまず、接線係数荷重で分岐が生ずる条件を考察してみる。接線係数荷重以下では ΔK_{ij}^b は、正値対称マトリックスであり、式 (17) の第 1 項目は、この 2 次形式であるので、接線係数荷重において次の関係が成立する。

$$(\Delta u_i^b - \Delta u_j^b) \Delta K_{ij}^b (\Delta u_i^b - \Delta u_j^b) \geq 0 \dots \dots \dots (18)$$

次に、式 (17) の第 2 項に着目する。はり上に鉛直分布荷重が作用する場合、基本つり合い経路上では、はり と 柱 の 結 合 部 で は す べ て 負 荷 状 態 に あ る の は 明 ら か で、 Δk_{me}^b は 負 荷 剛 性 を と る。一 方、分 岐 経 路 上 に お い て は、水 平 移 動 座 屈 の 変 形 モ ー ド を 考 慮 す る と、負 荷 さ れ る 結 合 部 の ほ か に、除 荷 さ れ る 結 合 部 も 考 え ら れ る。負 荷 さ れ る 結 合 部 で は、 $\Delta k_{me}^b = \Delta k_{me}^c$ と な り 式 (17) の Σ 内 の 対 応 す る 項 は 零 と な る。逆 に 除 荷 さ れ る 結 合 部 で は、 $\Delta k_{me}^b > \Delta k_{me}^c$ で かつ $\Delta \theta_{re}^b \leq 0$ 、 $\Delta \theta_{re}^c \geq 0$ で あ る の で、式 (17) の 第 2 項 に つ い て 次 式 が 成 立 す る。

$$\sum_{e=1}^{n_c} (\Delta k_{me}^b - \Delta k_{me}^c) (\Delta \theta_{re}^b - \Delta \theta_{re}^c) \Delta \theta_{re}^b \geq 0 \dots \dots \dots (19)$$

特に上式で、等号が成立するのは、除荷される結合部で、 $\Delta \theta_{re}^b$ が零のときである。分岐が生ずるためには、式 (15) より $\Delta \Pi = 0$ でなければならない、式 (17) からわかるように、これは、式 (18)、(19) で同時に等号が成立する場合に限られる。式 (19) の等号が成立する場合は、先の説明からわかるように除荷される結合部で分

岐の瞬間には $\Delta \theta_{re}^b = 0$ 、すなわち、相対回転角増分が零でなければならない。一方、式 (18) は、 $(\Delta u_i^b - \Delta u_j^b)$ が ΔK_{ij}^b の零固有値に対応する固有ベクトルと一致する場合に零となり、 $\Delta \Pi = 0$ を満足する。以上をまとめると、接線係数荷重で分岐が発生する場合には、分岐方向で除荷する結合部は分岐の瞬間、相対回転増分が生じず、かつ $\Delta u_i^b - \Delta u_j^b$ は接線係数荷重における ΔK_{ij}^b の固有ベクトルとなる。

接線係数荷重以上では、式 (18) の左辺は、負になり得るので式 (19) の左辺が正となっても分岐するための必要条件 $\Delta \Pi = 0$ を満足し得る。したがって、接線係数荷重以上で分岐する場合には、分岐方向で除荷する結合部は、分岐の瞬間においても除荷し得る。

b) 柱上に鉛直集中荷重が作用する矩形骨組

柱上に単調増加集中荷重が作用する場合、結合部が分岐前に負荷されるか否かでさらに 2 つの場合に分けられる。分岐前に結合部が負荷されない場合は、各柱に作用する荷重比と、柱の断面積比が等しい場合である。このとき柱の変形が一樣であるため、分岐前には、はり と 柱 の 結 合 部 に 力 は 作 用 し ない。

分岐前に結合部が負荷されるのは、2 径間以上の骨組で柱の荷重比と断面積比とは等しくないが、構造ならびに、荷重が、軸対象となる場合である。

実際の構造では、1 径間の構造に限って前者の場合となり、2 径間以上では、一般に、後者の場合となる。ただ、柱の軸線の変形を無視すると、すべて前者の場合となる。分岐前に結合部が負荷される場合の分岐挙動については、すでに a) で述べたとおりであるので、ここでは、結合部が負荷されない場合について考察する。

分岐前に結合部が負荷されない場合には、基本経路、分岐経路方向とも結合部の剛性は初期剛性となり、 $\Delta k_{me}^b = \Delta k_{me}^c$ となるので式 (17) の第 2 項は、常に零となる。第 1 項は、接線係数荷重での固有ベクトルと $(\Delta u_i^b - \Delta u_j^b)$ が一致した場合、接線係数荷重で零となり得るので、接線係数荷重は分岐が生ずるための条件を満足している。すなわち、この場合は、除荷が生じないので、継手を弾性モデルとした場合とその挙動は一致し、接線係数荷重で弾性体と等しい対称分岐が生ずる。

分岐前に結合部が負荷される場合の分岐挙動は、基本的には、a) で述べたとおりである。しかしながら、集中荷重が柱に作用する場合、分岐前の柱の変形は非常に小さく、この各柱間の相対変形によって生ずる結合部の変形はさらに小さい。したがって、除荷、負荷による結合部の剛性変化は微小で、これを考慮するとかえって計算が不安定となる場合がある。このような場合、分岐時、除荷が生じないと考え、分岐前に継手が負荷されない場合と同じ方法で分岐の解析を行う。

(4) 分岐点の数値解析

(3)の説明からわかるように、半剛結骨組の分岐点の解析では、まず分岐が生じ得る荷重の下限を規定する接線係数荷重を求めることが必要である。

(3)b)で述べた分岐前に結合部が負荷されない場合には、その挙動は結合部を弾性とした場合と同様で、接線係数荷重で対称分岐が生じ、その後の分岐経路の追跡も弾性体に準ずる手法²³⁾を用いればよい。しかしながら、分岐経路方向で除荷が生じる場合には、一般に接線係数荷重の特定のほかに、この荷重以上で、(3)a)で述べたような、分岐時の挙動を満足する点としての分岐点および分岐経路を特定することがさらに必要となる。多自由度系となる本構造では、接線係数荷重、ならびに分岐点はいずれも解析的に特定できず、以下、これらを数値的に算定する方法について述べる。

a) 基本経路上の対称変形に着目した接線係数荷重の算定法

接線係数荷重は、 $|\Delta K_G| = 0$ となる特異点を求めることに帰着されるが、この点は極限点と異なり本質的に特異となるため、弧長増分法を用いても、接線係数荷重近傍では計算が不安定となり、接線剛性のみでは厳密に接線係数荷重を求めることはできない。これを厳密に計算する場合、一般には、剛性方程式の2次以上の高次の微係数を用いなければならない²³⁾。しかしながら、この手法では、多自由度系の場合非常に複雑となり適当でない。ここでは、基本経路上の変形の対称性に着目し、接線剛性のみを用いて、数値的な意味で正確に接線係数荷重を計算する。すなわち、完全系の基本経路では、接線係数荷重以下、およびそれ以上においても変形状態が対称性を保持していることを利用して、接線係数荷重での特異性を除去する。これを、はり上に分布荷重が作用する矩形骨組について説明すると次のようになる。矩形骨組の基本経路上では対称変形を生ずるので、これを解析するために図-4(b)のような対称変形のみを生ずる1/2構造モデルを用いる。このモデルでは、経路上に分岐点がないので、常に安定して非線形離散化式の解を得ることができる。次に、このようにして求めた基本経路上の変

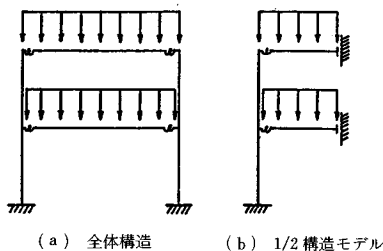


図-4 基本つり合い経路解析のためのモデル

形を全体構造に関する接線剛性マトリックスに代入し、そのデータメントが零となる点として接線係数荷重を正確に求める。以上のような手法によると、接線係数荷重ならびに近傍の基本経路を何の困難もなく求めることができる。集中荷重が柱上に作用する場合の接線係数荷重を求めるときも基本的には、上記と同様である。

b) 最小分岐荷重の特定と分岐経路の追跡

先に述べたように接線係数荷重が求まっても、分岐経路方向で除荷が生ずる場合、それは分岐可能な下限の荷重を与えるだけで、この点が分岐荷重であるとは限らない。このような場合、最小分岐荷重を特定するためには、接線係数荷重以上で、(3)で述べた条件を満足する点を数値的に求める必要がある。

はじめに、接線係数荷重での、分岐の可能性を検討する手法を述べる。この荷重で分岐するためには、(3)a)で述べたように分岐経路方向で除荷が生ずる結合部が、分岐の瞬間、増分変形を生じないことである。したがって、数値計算では、分岐時、除荷を生ずると考えられる結合部を適当に仮定し、この結合部で実際に増分増分が生じないことを確認する作業が要求される。具体的には、まず除荷を仮定した結合部に除荷剛性を用いた分岐経路方向の増分式(13・b)により、単位の荷重増分に対する変位増分を計算する。計算された増分変位から結合部の相対変位増分を算定し、これが、除荷と仮定した結合部では零となり、負荷と仮定した所では増加状態にあるか否かを調べる。もし仮定どおりの挙動が確認されれば、接線係数荷重で分岐し、得られた増分変形が分岐変形モードとなる。仮定と異なった挙動が生じていれば、除荷を生ずる結合部を仮定し直し、同じ手順を繰り返す。考え得るすべての場合について、仮定と同じ挙動が生じなければ、接線係数荷重で分岐は生じないことになる。なお、相対変位増分が零であることを数値的に判断しなければならないが、これは注目する結合部において値が他の結合部に比べ十分小さいこと(相対比で 10^{-6})と、接線係数荷重の前後で、符号に変化があることによる。

ここで対象とする半剛結矩形骨組の場合、基本経路上では荷重の増加によって、はりと柱の結合部は通常負荷される。したがって、Hutchinson²⁶⁾が説明しているように、接線係数荷重で式(15)が満足される可能性、すなわち、最小分岐荷重となる可能性がある。事実、後の数値解析例ではすべて接線係数荷重で分岐している。しかしながら、上記のような場合も、接線係数荷重での分岐の可能性が肯定されているだけであり、先に示したような分岐確認のための手続きは必要である。

接線係数荷重で分岐が生じない場合には、荷重を微小増分し、接線係数荷重以上での分岐の可能性を検討する。手法としては、検討する荷重における分岐経路方向で、

結合部が仮定したとおりの除荷および負荷挙動が生じておればそれが分岐点となる。もしいずれの仮定も計算される結合部の除荷、負荷挙動と一致しない場合には、この点で分岐は生じないので、さらに荷重を増分させて同じ手順を繰り返す。

分岐点が確定されれば、この点より、分岐経路の追跡を行うことになる。結合部が、分岐前に負荷されず分岐方向で除荷が生じない場合には、弾性体に準じた手法で分岐経路が求まる。具体的には、本構造の場合、対称分岐となるので ΔK_{ij} の固有ベクトル方向に変位ベクトル増分を与えることによって、分岐経路の追跡ができる。一方、結合部に除荷が生ずる場合には、最小分岐荷重を算定する過程で得られている分岐変形モード Δu_i^0 を用いて、分岐経路方向への増分を開始することができる。

5. 数値解析例と、2, 3の力学特性に関する考察

ここでは、4. で述べた数値解析法の適用例として、基本的な3種類の半剛結矩形骨組について、各種荷重下の臨界挙動を計算し、その力学特性について考察する。

3種類の半剛結骨組は、図-5に示す (a) 門型骨組、(b) 2層1径間骨組、(c) 1層2径間骨組で、柱の下端はいずれも完全固定としている。はりとの柱の結合部の剛性の小さい半剛結骨組では、水平方向の剛性を高めるため、一般にこのような構造が用いられる。

はりとの柱の結合部はすべて図-6に示す上下アングルボルト継手 (Top and Seat Angle Connection) で、その $M-\theta_x$ 関係は、単調増加荷重下の実験結果²⁷⁾を3. に基づきモデル化したものを用いた。

荷重については、鉛直荷重と水平荷重との組合せを考え、直交多次元空間における鉛直荷重-変位曲線の弧長を単調増加させた場合の挙動を解析した。このとき、水平荷重は、固定とし、その大きさは零から数段階変化させ、完全系から不完全系への移行形態を調べた。さらに鉛直荷重も、4. (3) で述べたように、はりに上に等分布する場合と柱上に集中して作用する場合を計算し、荷重条件が臨界挙動に及ぼす影響についても検討した。

数値解析の結果として、図-7(a)~(f)に各骨組ごとに荷重と図中の▲印の節点の水平変位の関係を示している。さらに、図中には極限点となる最大荷重も記入している。また比較のために、図-7(d)~(f)では、対応する図-7(a)~(c)の完全系の結果を破線で示している。

まず、はりに上に鉛直分布荷重が作用する場合について検討する。この場合、図-7(a)~(c)からわかるように、荷重-変位関係の特性は構造によらず、ほぼ同様である。すなわち、完全系では、分岐後荷重が上昇し、極限点が現われ、水平荷重が作用した不完全系にも、同様の極限

点が現われている。極限点を越えると荷重は低下し、変位が増加するにつれて、荷重はほぼ分岐荷重に近づいていく。なお、極限点は水平荷重が増加するにつれて低下し、消滅する傾向にある。分岐点については、4. (3), (4)に基づいて検討した結果、いずれも、接線係数荷重に一致することが判明した。分岐の瞬間、相対回転増分の生じない結合部は、図-7の挿図の*印の結合部であり、無印の結合部はすべて負荷される。

次に、鉛直荷重が集中して柱上に作用する場合について検討する。この場合も、図-7(d)~(f)に示すように、荷重-変位関係は、構造にかかわらず、ほぼ同様である。しかしながら、その特性は、分布荷重が作用する場合と比較すると大きく異なっている。すなわち、完全系では、4. (1), (4)で述べたように接線係数荷重で分岐を生じ、分岐後急激に荷重が低下し、荷重変位曲線は、鉛直分布荷重が作用した場合のそれに漸近する。水平荷重が作用した不完全系の場合は、分岐荷重以下で極限点が生ずる。極限点を越えると荷重が低下し、この場合も鉛直分布荷重が作用したときの荷重変位曲線に漸近する。不完全系の場合、水平荷重が小さいほど、極限荷重は大きくなるが、極限荷重到達後の荷重低下はそれだけ大きくなる。分岐点については、4. (3), (4)で述べたように、図-7(d), (e)では、弾性体と同様の対称分岐を生じ、図-7(f)でも、分岐前の結合部の負荷が小さいので見掛け上対称分岐を生ずる。

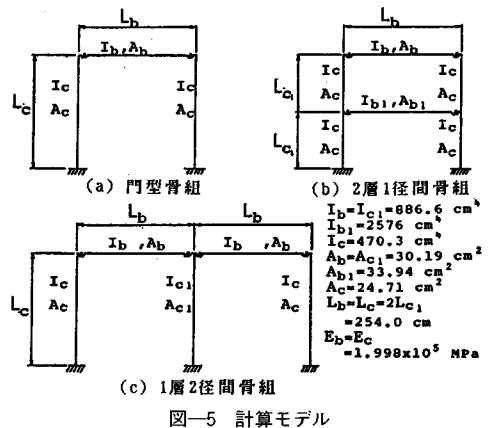


図-5 計算モデル

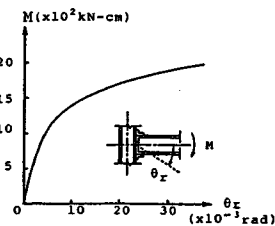
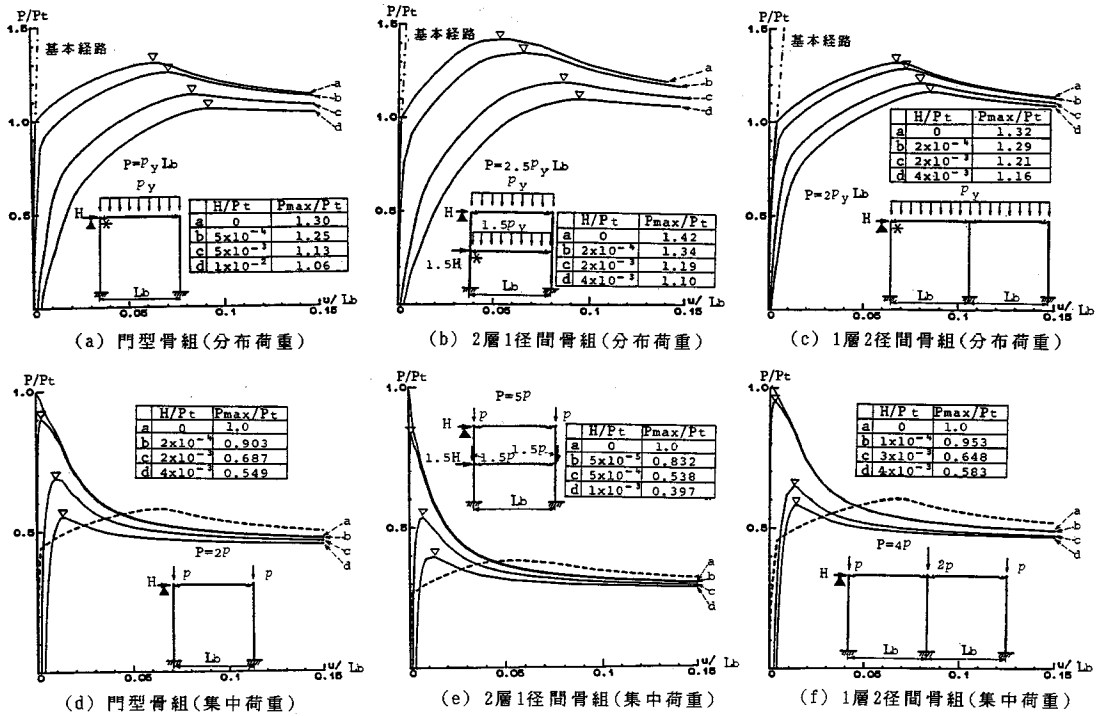


図-6 上下アングルボルト継手



△:Pmax ▲:水平変位を示した節点
*:分岐時変形増分が零となる結合部 ----:(a)-(c)の完全系のつり合経路

図-7 解析結果

以上から、半剛結骨組の臨界挙動は、剛結あるいはピン結合骨組に比べ、鉛直荷重の載荷形態に非常に大きく影響を受けることがわかる。これは、次のように説明される。集中荷重が柱上に作用する構造では、座屈前、結合部の変形が小さく、剛性の低下は、ほとんどない。しかしながら、座屈後は、変形が進行し、すべての結合部の剛性低下が大きく、したがって全体構造物の剛性も著しく低下する。一方、分布荷重がはり上に作用する構造では座屈前にすでに結合部は大きく変形し、剛性もかなり低下している。さらに座屈後は、除荷される結合部もあり、これらについては剛性は増加する。結果として、座屈後全体構造の剛性は低下しない。

6. まとめ

半剛結骨組は、はり柱の結合部が非弾性特性をもち、その臨界挙動は、剛結やピン結合の場合に比べて複雑となる。ここでは、上記の非弾性臨界挙動をより正確に解析するための解析手法の提示と、これを用いて代表的な2,3の矩形半剛結骨組の力学特性を明らかにすることを目的とした。

提示した解析法では、臨界挙動をより正確に解析するという観点から、まず、基本となる離散化式としては高

精度のものを用いた。すなわち、結合部の構成則としては、実験値をもとに高次の関数近似をした実状に即したものを採用した。また、はり柱部材については、非線形はり柱の式から、べき級数表示の厳密で数値的に安定な剛性方程式と接線剛性方程式を解析的に誘導した。次に、非弾性臨界挙動の数値解析においても、剛性方程式と接線剛性方程式を用いる範囲でより正確に解析する方法を提示した。具体的には、特異点での変位量が必要な接線荷重の算定では、基本経路上の構造の対称変形に着目し、接線係数荷重での特異性を除去することで、数値計算の安定を計った。また分岐点の解析では、Hillの解の唯一性に関する条件の対偶として与えられる条件を、接線係数荷重以上で満足し、かつ矛盾のない分岐経路が得られる点として、分岐点を精度良く数値的に特定する手法を示した。

さらに、以上の解析手法により、代表的な2,3の矩形半剛結骨組を解析し、従来ほとんど未知であった非弾性臨界挙動を明らかにすることができた。特に、半剛結骨組の水平移動座屈挙動は剛結ならびに、ピン結合の場合と異なり、鉛直荷重の載荷状態に大きな影響を受け、柱上に集中荷重のみ作用する場合には、分岐直後の荷重が著しく低下すること等が判明した。

補遺-1

(a)

$$[\bar{K}_{ij}] = \begin{vmatrix} A l^2 / I & 0 & 0 & -A l^2 / I & 0 & 0 \\ & 12 \phi_1 & 6 \phi_2 & 0 & -12 \phi_1 & 6 \phi_2 \\ & & 4 \phi_3 & 0 & -6 \phi_2 & 2 \phi_4 \\ & & & A l^2 / I & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & 12 \phi_1 & -6 \phi_2 \\ & & & & & 4 \phi_3 \end{vmatrix}$$

ϕ_a ($a=1\sim 4$) は軸力に関するべき級数で表わされており, 文献17) に示すとおりである.

(b)

$$\begin{aligned} \bar{K}_{1jk} = & -\bar{K}_{4jk} = f_1 A_j A_k + f_2 \bar{K}_{2j} \bar{K}_{2k} + f_3 \bar{K}_{3j} \bar{K}_{3k} \\ & + f_4 (A_j \bar{K}_{2k} + A_k \bar{K}_{2j}) / 2 + f_5 (A_j \bar{K}_{3k} + A_k \bar{K}_{3j}) / 2 \\ & + f_6 (\bar{K}_{2j} \bar{K}_{3k} + \bar{K}_{3j} \bar{K}_{2k}) / 2 \end{aligned}$$

$$\bar{K}_{2jk} = \bar{K}_{3jk} = \bar{K}_{5jk} = \bar{K}_{6jk} = 0$$

ここに, $\{A_i\} = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$ また, f_b ($b=1\sim 10$) は軸力に関するべき級数で表わされており, その具体的表示と収束性は文献17) に示すとおりである.

(c)

$$\begin{aligned} L_{1j} = & -L_{4j} = -f_2 \bar{K}_{2j} - f_3 \bar{K}_{3j} / \{2(2\phi_3 + \phi_4)\} \\ & - f_4 A_j / 2 - f_5 A_j / \{4(2\phi_3 + \phi_4)\} - f_6 \bar{K}_{3k} / 2 \\ & - f_6 \bar{K}_{2j} / \{4(2\phi_3 + \phi_4)\} + f_8 A_j + f_9 \bar{K}_{2j} + f_{10} \bar{K}_{3j} \end{aligned}$$

$$L_{2j} = L_{3j} = L_{5j} = L_{6j} = 0$$

(d)

$$\begin{aligned} L_1 = & L_4 = 0, \quad L_2 = L_5 = -1/2, \\ L_3 = & -L_6 = -1/\{4(2\phi_3 + \phi_4)\} \end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned} C_1 = & -C_4 = f_2 / 4 + f_3 / \{48(2\phi_3 + \phi_4)\} + f_6 / \{8(2\phi_3 + \phi_4)\} \\ & + f_7 - f_8 / 2 - f_{10} / \{4(2\phi_3 + \phi_4)\} \end{aligned}$$

$$C_2 = C_3 = C_5 = C_6 = 0$$

補遺-2

$$\begin{aligned} \Delta \bar{K}_{ij} = & \bar{K}_{ij} + 2 \bar{K}_{ijk} \tilde{d}_k + \tilde{p}_y L_{ij} \\ & + \tilde{K}_i (\bar{K}_{ij} + 2 \bar{K}_{ijk} \tilde{d}_k + \tilde{p}_y L_{ij}) / (1 - \tilde{K}_i) \\ \Delta C_i = & L_{ij} \tilde{d}_j + 2 \tilde{p}_y C_i + \tilde{K}_i (L_{ij} \tilde{d}_j + 2 \tilde{p}_y C_i) / (1 - \tilde{K}_i) \end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned} \tilde{K}_i = & \frac{\partial \bar{K}_{ij}}{\partial \phi_a} \frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1} \tilde{d}_i + \left(\frac{\partial \bar{K}_{ikl}}{\partial \phi_a} \frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1} + \frac{\partial \bar{K}_{ikl}}{\partial f_b} \frac{df_b}{d\tilde{N}_1} \right) \tilde{d}_k \tilde{d}_l \\ & + \tilde{p}_y \left(\frac{\partial L_{ik}}{\partial \phi_a} \frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1} + \frac{\partial L_{ik}}{\partial f_b} \frac{df_b}{d\tilde{N}_1} \right) \tilde{d}_k \\ & + \tilde{p}_y \left(\frac{\partial L_i}{\partial \phi_a} \frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1} + \frac{\partial L_i}{\partial f_b} \frac{df_b}{d\tilde{N}_1} \right) \\ & + \tilde{p}_y^2 \left(\frac{\partial C_i}{\partial \phi_a} \frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1} + \frac{\partial C_i}{\partial f_b} \frac{df_b}{d\tilde{N}_1} \right) \end{aligned}$$

ただし, a, b は, $a=1\sim 4, b=1\sim 10$ である.
また,

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_1}{d\tilde{N}_1} = & \frac{1}{12\psi} \left\{ -\frac{1}{6} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{(2n+3)!} (-\tilde{N}_1)^n \right\} \\ & + \frac{1}{12} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+1)!} \right\} \frac{\delta}{\psi^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_2}{d\tilde{N}_1} = & \frac{1}{6\psi} \left\{ -\frac{1}{24} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{(2n+4)!} (-\tilde{N}_1)^n \right\} \\ & + \frac{1}{6} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+2)!} \right\} \frac{\delta}{\psi^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_3}{d\tilde{N}_1} = & \frac{1}{4\psi} \left\{ -\frac{1}{30} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+2)(n+1)}{(2n+5)!} (-\tilde{N}_1)^n \right\} \\ & + \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+1)(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!} \right\} \frac{\delta}{\psi^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_4}{d\tilde{N}_1} = & \frac{1}{2\psi} \left\{ -\frac{1}{120} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{(2n+5)!} (-\tilde{N}_1)^n \right\} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!} \right\} \frac{\delta}{\psi^2} \end{aligned}$$

ここに,

$$\delta = \frac{1}{180} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+2)(n+1)}{(2n+6)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\psi = \frac{1}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+1)}{(2n+4)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

また,

$$\frac{df_1}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{3} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)4^n}{(2n+3)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_2}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{168} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(4^{n+2}-1)}{(2n+7)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_3}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{15} - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)4^n}{(2n+5)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_4}{d\tilde{N}_1} = -\frac{7}{60} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(2-4^{n+2})}{(2n+5)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_5}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)4^{n+2}}{(2n+4)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_6}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{24} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(1-4^{n+2})}{(2n+6)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_7}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{3240}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(n+1)4^{n+3} + 4(n+1)(n+4)}{(2n+9)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

$$\begin{aligned} \frac{df_8}{d\tilde{N}_1} = & -\frac{1}{360} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{(2n+6)!} (-\tilde{N}_1)^n \\ & - \left\{ \frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!} \right\} \left\{ \frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{(2n+3)!} (-\tilde{N}_1)^n \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{df_9}{d\tilde{N}_1} = -\left\{ \frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!} \right\}$$

$$\cdot \left\{ \frac{1}{60} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+1)}{(2n+5)!} (-\tilde{N}_1)^n \right\}$$

$$\frac{df_{10}}{d\tilde{N}_1} = \frac{13}{1260} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)(n+1)}{(2n+7)!} (-\tilde{N}_1)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)4^{n+3}}{(2n+7)!} (-\tilde{N}_1)^n$$

参 考 文 献

- 1) Chen, W. F., editor : Connection Flexibility and Steel Frames, Proc. Session on Connection Flexibility and Steel Frames, ASCE, Annual Convention, Detroit, Oct. 1985.
- 2) Chen, W. F., editor : Joint Flexibility in Steel Frames, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 8, 1987.
- 3) Bjorhovde, R., Brozzetti, J. and Colson, A. : Connections in Steel Structures, Proc. Workshop on Connections and the Behavior, Strength and Design of Steel Structures, Cachan, France, May, 1987.
- 4) Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings, AISC, Chicago, IL, Nov., 1986.
- 5) Romstad, K.M. and Subramanian, C.V. : Analysis of Frames with Partial Connection Rigidity, Journal of Structural Div., ASCE, Vol. 96, No. ST11, pp. 2283~2300, Nov., 1970.
- 6) Simitises, G. J. and Vlahinos, A. S. : Elastic Stability of Rigidly and Semi-Rigidly Connected Unbraced Frames, Steel Framed Structures, R. Narayanan (ed.), London, Elsevier Applied Science Publ., pp. 115~152, 1984.
- 7) Ackroyd, M.H. : Nonlinear Inelastic Stability of Flexibly-Connected Plane Steel Frames, Ph.D. Thesis, Univ. of Colorado, Boulder, Colorado, 1979.
- 8) Yu, C. H. and Shanmugam, N.E. : Stability of Frames with Semirigid Joint, Computers and Structures, Vol. 23, No. 5, pp. 639~648, 1986.
- 9) Goto, Y. and Chen, W. F. : On the Computer-Based Design Analysis for the Flexibly Jointed Frames, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 8, pp. 203~231, 1987.
- 10) Cook, N.E. : Strength of Flexibly-Connected Steel Frames and Load Histories, Ph.D. Thesis, Univ. of Colorado, Boulder, Colorado, 1983.
- 11) Lui, E. M. and Chen, W. F. : Analysis and Behavior of Flexibly-Jointed Frames, Engineering Structures, Vol. 8, pp. 107~118, April, 1986.
- 12) Poggi, C. and Zandonini, R. : A Finite Element for the Analysis of Semi-Rigid Frames, Connections in Steel Structures, Proc. Workshop on Connections and the Behavior, Strength and Design of Steel Structures, Cachan, France, pp. 238~247, May, 1987.
- 13) Mazzolani, F.M. : Influence of Semi-Rigid Connections on the Overall Stability of Steel Frames, Connections in Steel Structures, Proc. Workshop on Connections and the Behavior, Strength and Design of Steel Structures, Cachan, France, pp. 272~275, May, 1987.
- 14) Jones, S. W., Kirby, P.A. and Nethercot, D.A. : The Analysis of Frames with Semi-Rigid Connections, A-State-of-the-Art Report, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 3, No. 2, pp. 2~13, 1983.
- 15) Goverdhan, A. V. : A Collection of Experimental Moment-Rotation Curves and Evaluation of Prediction Equations for Semi-Rigid Connections, M. S. Thesis, Vanderbilt Univ., Nashville, Tennessee, 1983.
- 16) Kishi, N. and Chen, W. F. : Data Base of Steel Beam-to-Column Connections, Structural Engineering Report No. CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette Indiana, 1986.
- 17) Goto, Y. and Chen, W. F. : Second Order Elastic Analysis for Frame Design, Journal of Structural Div., ASCE, Vol. 113, No. ST7, pp. 1501 ~ 1591, July, 1987.
- 18) Chen, W. F. and Lui, E. M. : Column with End Restraint and Bending in Load and Resistance Factor Design, AISC Engineering Journal, Third Quarter, pp. 105~132, 1985.
- 19) Popov, E. P. : Panel Zone Flexibility in Seismic Moment Joint; Journal of Constructional Steel Research, Vol. 8, pp. 91~118, 1987.
- 20) Davison, J. B., Kirby, P.A. and Nethercot, D.A. : Rotational Characteristic of Steel Beam-to-Column Connections, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 8, pp. 17~54, 1987.
- 21) Chen, W. F. and Saleeb, A. F. : Uniaxial Behavior and Modeling in Plasticity, Structural Engineering Report No. CE-STR-82-35, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, 1982.
- 22) 細野 透 : 弧長法による弾性座屈問題の解析 (その1, その2), 日本建築学会論文報告集, No. 242, 243, 1976年4月, 5月.
- 23) Tompson, J. M. T. and Hunt, G. W. : A General Theory of Elastic Stability, London, John Wiley & Sons, 1973.
- 24) 中村恒善 : II 骨組の非線形挙動の解析, 骨組構造の解析, 新建築学大系, Vol. 36, 彰国社, 昭和57年.
- 25) Hill, R. : A General Theory of Uniqueness and Stability in Elastic-Plastic Solids, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 6, pp. 236~249, 1958.
- 26) Hutchinson, J. W. : Post-Bifurcation Behavior in the Plastic Range, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 21, pp. 163~190, 1973.
- 27) Marley, M. J. and Gerstle, K. H. : Analysis and Tests of Flexibly-Connected Steel Frames, Report to AISC under Project 199, 1982.
- 28) Goto, Y., Suzuki, S. and Chen, W. F. : Bifurcation and Limit-Load Instability of Flexibly Jointed Frames, Proc. of the International Colloquium on Bolted and Special Structural Connections, Moscow, Vol. 3, pp. 80~89, May, 1989.