

連続形式斜張橋の固有振動数を推定するための 実用算定式の提案

A SIMPLIFIED METHOD OF ESTIMATING NATURAL FREQUENCIES OF CONTINUOUS TYPE CABLE-STAYED BRIDGES

米田昌弘*

By Masahiro YONEDA

The cable-stayed bridges having the new structural system such as the Annacis Bridge, stiffened by the plate girder and with precast concrete slabs, have been interested from a viewpoint of economy. It will be more necessary for the Annacis type bridges as well as the ordinary type bridges to estimate the natural frequencies in the initial stage of design in order to check the aerodynamic stability.

In this paper, the effect of cable stiffness on the natural frequencies of the cable-stayed bridges is investigated with respect to the relation between a cable-stayed bridge and a beam on the elastic support for their dynamic behaviour. And the simplified method of estimating the natural frequencies of the continuous type cable-stayed bridges with the various girder and cable stiffness is newly proposed for the aerodynamic resistant design.

Keywords : cable-stayed bridge, natural frequency, aerodynamic stability

1. ま え が き

斜張橋の動的耐風安定性の検討にあたっては、幾何学的な断面形状や構造減衰とともに固有振動数が必要である。斜張橋の固有振動数は、運動方程式を吊橋の撓度理論のように直接微分方程式で表現することが困難であることから、通常、離散系モデルの固有振動解析によって算定している。しかしながら、概略の動的耐風安定性を検討するような初期の設計段階では、固有振動解析によって厳密な固有振動数を算定するよりも、比較的簡単でしかもある程度の精度で固有振動数を推定できる方法があれば、これによって固有振動数を計算しても実用上有効である。

このような観点から、著者は、2径間と3径間の連続形式斜張橋を対象として、それぞれの鉛直たわみとねじれの基本固有振動数を推定する方法をすでに提案している^{1),2)}。この方法によれば、従来の推定法³⁾⁻⁷⁾に比べ、比較的精度良く斜張橋の基本固有振動数を推定できることから、渦励振やフラッターの発現風速を推定するための経験式^{8),9)}と併用することによって、初期の設計段階から合理的な耐風検討が実施できる。しかしながら、著

者らの推定法でも、振動数の上昇に寄与するケーブルの取り付け範囲設定に不明確さが残されていたこと、また、桁剛性が小さくなってケーブル剛性の寄与が相対的に大きくなったような場合には適用が困難になるなどの問題点も残されていた。

一方、近年における斜張橋の発展には目覚ましいものがあり、Sunshine Skyway 橋の鋼斜張橋の設計代案¹⁰⁾や Annacis 橋¹¹⁾ (正式名称 Alex Fraser 橋) にみられるように、剛性の小さい主桁と横桁を組み合わせるの上にプレキャストコンクリート床版を配置するとともに、架設上の配慮とケーブル剛性の寄与を増加させる目的から、橋軸方向のケーブル間隔を小さくしてマルチケーブル形式とする新しい構造形式が開発されている。

わが国では、今までのところ、上述したような構造形式を有する斜張橋は実施されていないが、使用鋼重量が少なく経済的であることから、今後はこのようなケーブル剛性の寄与を積極的に期待した斜張橋形式を検討する気運が高まるものと予想される。

桁剛性が小さくなるに従って、従来の斜張橋形式に比べ、動的耐風安定性の検討はますます重要となり、初期の設計段階からの固有振動数特性の把握もより重要性を増すが、著者らの方法も含め、従来の方法ではこのような桁剛性が小さい斜張橋の固有振動数を十分に推定する

* 正会員 工博 川田工業(株)技術本部振動研究室長
(〒550 大阪市西区北堀江1-22-19)

ことはできない。

そこで、本文では、弾性支承で支持されたはりの固有振動数特性と連続形式斜張橋の固有振動数特性との相関性に着目し、通常のトラス形式や箱桁形式と同程度の桁剛性を有する2径間および3径間連続形式斜張橋のみならず、桁剛性が小さく相対的にケーブル剛性の寄与が増加した斜張橋形式に対しても、初期の設計段階では実用上十分な精度で、鉛直たわみとねじれの固有振動数を推定できる汎用的な実用算定式を新たに提案する。

2. 弾性支承上にあるはりとは斜張橋の相関性

斜張橋は、弾性支承上のはりに近い挙動を示すと考えられることから、弾性支承上にあるはりとは斜張橋の固有振動数特性は比較的良好な相関を示すと予想される。そこで、本章では、弾性支承で支持されたはりの固有振動数特性と連続形式斜張橋の固有振動数特性との相関性について検討するとともに、斜張橋におけるケーブルのばね作用効果を評価する方法についても言及する。

(1) 鉛直たわみ振動

弾性支承（等分布ばね）上にあるはりの曲げ振動に対する基礎微分方程式は、次式で表示できる。

$$\frac{w}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + k_v \cdot y = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 w は単位長さ当たりの重量、 g は重力加速度、

EI ははりの曲げ剛性、 y は橋軸方向の点 x におけるはりのたわみ、 t は時間、 k_v は等分布ばね定数である。

連続形式斜張橋において、タワーの寄与を無視した構造系は弾性支承上の連続桁になる。それゆえ、まずはじめに、弾性支承上にある連続桁の固有振動数の解析解を求める必要がある。しかしながら、この解析解を簡明な形で与えることは困難なことから、ここでは弾性支承（等分布ばね）上にある単純桁の固有振動数 f_{n0} を算定する式（2）から、弾性支承上にある連続桁の固有振動数の推定を試みる。

$$f_{n0} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{n\pi}{L_c} \right)^2 \sqrt{\frac{EI + k_v \cdot L_c^3 / n^4 \pi^4}{w/g}} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 L_c は単純桁の径間長であり、対象とする連続桁の主径間長に等しい。

すなわち、図-1、図-2に示すような、2径間連続桁と3径間連続桁の各節点において鉛直ばね（ばね定数は k ）を等間隔に設置したモデルを考え、その固有振動解析結果と式（2）において $k_v = k/15 \text{ t/m}^2$ （15 はばねの設置間隔）を代入した場合の計算結果を比較することにした。その結果を図-3、図-4に示す。これらの図から、ばね定数 k が $k=0 \text{ t/m}$ の場合（通常の2径間連続桁および3径間連続桁に対応する）の対称1次振動数と逆対称1次振動数は、式（2）による計算値（ $k_v=0 \text{ t/m}^2$ であることから、この場合には通常の単純桁の値に対応す

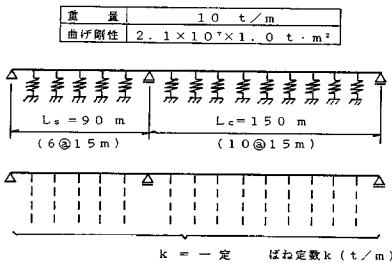


図-1 弾性支承（等分布ばね）上にある2径間連続桁

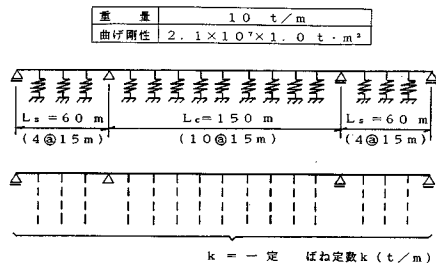


図-2 弾性支承（等分布ばね）上にある3径間連続桁

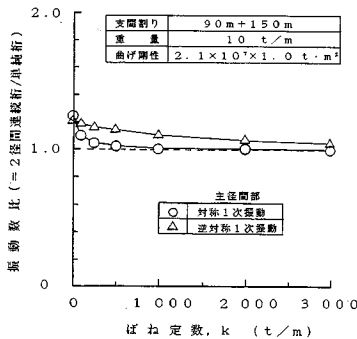


図-3 弾性支承（等分布ばね）上にある2径間連続桁と単純桁の振動数の比較

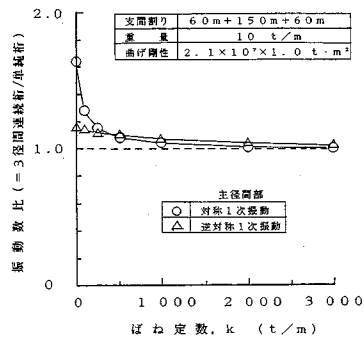
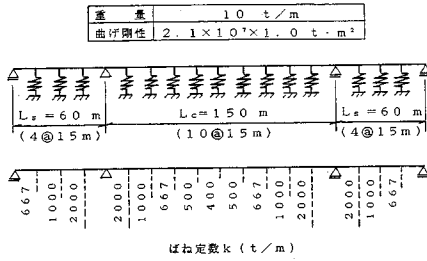


図-4 弾性支承（等分布ばね）上にある3径間連続桁と単純桁の振動数の比較



図一五 弾性支承（不等分布ばね）上にある3径間連続桁

表一 弾性支承（不等分布ばね）上にある3径間連続桁の固有振動数

	固有振動解析結果 f_1 (Hz)	式(2)による推定値 f_2 (Hz)	$\frac{f_1}{f_2}$
たわみ対称1次	1.1302	1.0363	1.091
たわみ逆対称1次	1.9240	1.7669	1.089

る)よりも20~60%程度高くなっているが、 k の増加とともにその差異は小さくなり、この数値計算例では $k=500$ t/m程度以上になれば、弾性支承上にある連続桁の固有振動数は式(2)を用いておおよそ推定できることがわかる。これは、ばね定数の増加に伴って桁剛性の寄与が相対的に低下し、その結果、側径間が存在することによる影響が小さくなったことに起因する。

なお、ここでいう鉛直たわみの対称1次振動数と逆対称1次振動数は、それぞれ連続桁の主径間部が対称1次モードおよび逆対称1次モードを呈する場合の振動数を意味する。

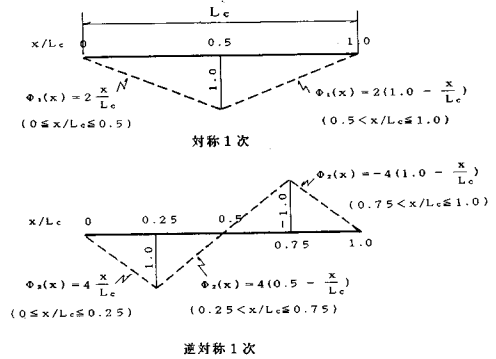
ところで、斜張橋において、桁上に定着された任意のケーブルのばね作用効果は、式(3)で定義される鉛直ばね定数 k_v^i を導入すれば評価できる。

$$k_v^i = \left(\frac{E_c A_c}{l} \cdot \sin^2 \theta \right)_i \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 E_c はケーブルの弾性係数、 A_c はケーブルの断面積、 l はケーブル長、 θ はケーブルと桁のなす角度である。

しかしながら、斜張橋のケーブルはその断面積や長さおよび桁部とのなす角度がケーブルごとに変化することから、実際には不等分布ばねとしての作用を示すことになる。そこで、図一五に示すように、3径間連続桁の各節点に、ばね定数が変化する鉛直ばねを等間隔に設置した場合について検討することにした。図一五に示したモデルの固有振動解析結果と式(2)におけるばね定数として、以下に示す式(4)で評価される等価等分布ばね定数を用いた場合の推定結果を比較して表一に示す。

$$k_v(n) = \frac{\sum_{i=1}^m k_v^i \cdot \Phi_n^2(x_i)}{\sum_{i=1}^m \Phi_n^2(x_i)} / b_i \dots \dots \dots (4)$$



図一六 基準関数 $\Phi_n(x)$ の仮定

ここに、 m は主径間側のケーブル本数、 b_i は鉛直ばねの設置間隔、 $\Phi_n(x_i)$ は i 番目ケーブルの取付け位置 x_i における n 次振動に対応する基準関数値であり、ここでは図一六に示すような関数を仮定する。なお、基準関数 $\Phi_n(x)$ を図一六のように設定したのは、最も単純な関数であり、正弦関数と仮定した場合に比べても精度上ほとんど問題とならないことによる。

表一より、不等分布する弾性支承上にある3径間連続桁の固有振動数については、式(4)で定義される等価等分布ばね定数を用いて式(2)を適用すれば、比較的良好な精度で推定できることがわかる。

式(4)で算定される等分布ばね定数は、物理的に意味のある等価量であるが、斜張橋のように塔を介したケーブルで桁を支持した構造に対しては、この等価等分布ばね定数ではケーブル剛性の寄与を十分には評価できない。いま、ケーブルが橋軸方向にほぼ等間隔に張り渡された図一七に示す3径間連続斜張橋モデルを一例として取り上げ、このことについて検討してみる。なお、モデル橋の構造諸元は、文献12)で対象とした実橋設計例を参考にして、表二に示すように定めた。ただし、ケーブル本数の差異は、モデル橋のケーブル断面積を増加させることで対処している。

モデル橋の固有振動解析結果と式(4)で $k_v(n)$ を評価し、式(2)を適用した場合の推定値を比較して表一三に示す。この表からも桁をタワーを介したケーブルで支持した斜張橋においては、式(4)ではケーブルのばね作用効果を十分には評価できないことがわかる。

そこで、斜張橋の i 番目のケーブルのばね作用効果は、式(3)で算定される鉛直ばね定数 k_v^i とケーブル取付け位置における n 次振動に対応する基準関数値を2乗した値 $\Phi_n^2(x_i)$ との積で評価できるものと仮定した。この場合、斜張橋全体系におけるケーブルのばね作用効果は、対象とするモードごとに

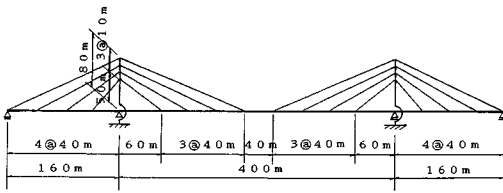


図-7 3 径間連続斜張橋モデル

表-2 構造諸元

	断面積 (m ²)	断面2次モーメント (m ⁴)	弾性係数 (t/m ²)	重量 (t/m)
桁	0.5	50.0	21000000.0	40.0
タワー	1.0	3.0	21000000.0	—
ケーブル	0.08	—	20000000.0	—

$$k_v(n) = \frac{\sum_{i=1}^m k_v^i \cdot \Phi_n^2(x_i)}{L_c} \dots\dots\dots (5)$$

で評価することになる。モデル橋の固有振動解析結果とケーブルのばね作用効果を式(5)で評価した場合の推定値とを比較して表-4に示す。この表より、対象とした斜張橋モデルにおけるケーブルのばね作用効果は、概略、式(5)で評価できるものと考えられ、以降の検討では、式(5)を用いて斜張橋におけるケーブルのばね作用効果を評価する。

(2) ねじれ振動

弾性支承(等分布ばね)上にあるはりのねじれ振動の基礎微分方程式は、次式で表示できる。

$$I_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_\phi \cdot \phi = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 I_0 は単位長さ当たりの極慣性モーメント、 GJ ははりのねじれ剛性、 ϕ は橋軸方向の点 x におけるはりのねじれ角、 t は時間、 k_ϕ は等分布ばね定数である。

連続形式斜張橋において、タワーの寄与を無視した構造系は、弾性支承上の両端固定ばりになる。そこで、両端固定ばりの境界条件を考慮して式(6)を解くと、弾性支承(等分布ばね)上にある両端固定ばりのねじれ固有振動数 $f_{n,\phi}$ は、次式で表わされる。

$$f_{n,\phi} = \frac{n}{2L_c} \sqrt{\frac{GJ + k_\phi \cdot L_c^2 / n^2 \pi^2}{I_0}} \dots\dots\dots (7)$$

($n=1, 2, \dots$)

ところで、斜張橋において、桁上に定着された任意のケーブルのばね作用効果は、 b を幅員方向のケーブル間隔とすれば、式(8)で定義されるねじればね定数 k_ϕ^i を用いて評価できる。

$$k_\phi^i = \left(\frac{E_c A_c}{l} \right)_i \cdot \left(\frac{b}{2} \right)_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i \dots\dots\dots (8)$$

また、斜張橋全体系におけるケーブルのばね作用効果を、式(5)にならって

表-3 モデル橋の鉛直たわみ固有振動数(式(4)で $k_v(n)$ を評価した場合)

	固有振動解析結果		$\frac{f_1}{f_2}$
	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	
たわみ対称1次	0.4160	0.6165	0.675
たわみ逆対称1次	0.8664	1.0263	0.844

表-4 モデル橋の鉛直たわみ固有振動数(式(5)で $k_v(n)$ を評価した場合)

	固有振動解析結果		$\frac{f_1}{f_2}$
	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	
たわみ対称1次	0.4160	0.3760	1.106
たわみ逆対称1次	0.8664	0.7923	1.093

表-5 モデル橋のねじれ固有振動数(式(9)で $k_\phi(n)$ を評価した場合)

	固有振動解析結果		$\frac{f_1}{f_2}$
	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	
ねじれ対称1次	0.8889	1.0244	0.868
ねじれ逆対称1次	1.8248	1.8903	0.965

$$k_\phi(n) = \frac{\sum_{i=1}^m k_\phi^i \cdot \Phi_n^2(x_i)}{L_c} \dots\dots\dots (9)$$

で評価できるものと仮定する。

この仮定がほぼ妥当であることを確認するために、すでに示した図-7の斜張橋モデルを対象として、 $I_0=500 \text{ t}\cdot\text{s}^2\cdot\text{m/m}$ 、 $GJ=0.81 \times 10^7 \times 30 \text{ t}\cdot\text{m}^2$ 、 $A_c=0.04 \text{ m}^2$ 、 $b/2=10 \text{ m}$ なる諸元を用いた固有振動解析結果と、式(9)で $k_\phi(n)$ を評価し、式(7)を適用した場合の推定値と比較することにした。なお、ここで用いた構造諸元も、文献(12)で対象とした実橋設計例を参考にして定めたものである。比較結果を表-5に示すが、この表より、斜張橋のねじれ振動に及ぼすケーブルのばね作用効果も、概略、式(9)で評価できることがわかる。

3. 固有振動数を推定するための実用算定式の提案

2.では、弾性支承で支持されたはりの固有振動数特性と連続形式斜張橋の固有振動数特性との相関性について検討するとともに、斜張橋全体系におけるケーブルのばね作用効果の評価方法を明確にした。

しかしながら、斜張橋の固有振動数特性には、ケーブルの伸び剛性に起因したばね作用効果のみならず、ケーブル張力やタワー剛性なども寄与する。斜張橋の固有振動数に及ぼすケーブル張力の影響は非常に小さいのに対し、タワー剛性の影響は比較的大きく、また、ケーブルと桁の剛性比によってもその寄与の程度は変化すると予想される。そこで、タワー剛性の寄与の程度やケーブルのばね作用効果の評価に起因した誤差等を表わすための補正係数 $\beta_v(n)$ 、 $\beta_T(n)$ を導入し、斜張橋の固有振動数

を推定するための実用算定式として次式を提案する。

鉛直たわみ振動

$$f_{n,v} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{n\pi}{L_c} \right)^2 \sqrt{\frac{EI + k_v(n) \cdot L_c^2 / n^4 \pi^4}{w/g}} \times \beta_v(n) \quad (n=1, 2, \dots) \dots\dots(10)$$

ねじれ振動

$$f_{n,\phi} = \frac{n}{2L_c} \sqrt{\frac{G\bar{J} + k_\phi(n) \cdot L_c^2 / n^2 \pi^2}{I_\phi}} \times \beta_r(n) \quad (n=1, 2, \dots) \dots\dots(11)$$

ここに、 $G\bar{J}$ は等価ねじれ剛性であり、曲げねじれ剛性を EC_w とすると、 $G\bar{J} = GJ + EC_w \times (n\pi/L_c)^2$ で表わされる。なお、各主桁の曲げ剛性が EI 、主桁間隔が b_g なる 2 主桁断面に対しては、曲げねじれ剛性 EC_w は $EI \times 2 \times (b_g/2)^2$ で表示できる。また、 $k_v(n)$ 、 $k_\phi(n)$ は、それぞれ式 (5)、式 (9) を用いて計算する。

式 (10)、式 (11) において、右辺根号内分子の第 1 項は桁剛性、第 2 項はケーブル剛性の寄与をそれぞれ表わすことから、ケーブル剛性と桁剛性の比を表わす無次元パラメーター $P_v(n)$ 、 $P_r(n)$ は以下のように定義できる。

$$P_v(n) = \frac{k_v(n) \cdot L_c^2 / n^4 \pi^4}{EI} \dots\dots(12)$$

$$P_r(n) = \frac{k_\phi(n) \cdot L_c^2 / n^2 \pi^2}{G\bar{J}} \dots\dots(13)$$

($n=1, 2, \dots$)

式 (12)、(13) からわかるように、斜張橋における鉛直たわみとねじれ挙動に及ぼすケーブル剛性の寄与は、それぞれ主径間長 L_c の 4 乗と 2 乗に比例する。した

がって、主径間長の増加に伴い、斜張橋全体系におけるケーブル剛性の寄与の程度は、急激に増大することを付記しておくたい。

なお、式 (10)、(11) で導入した補正係数 $\beta_v(n)$ 、 $\beta_r(n)$ の具体的な数値は、以下のように決定する。ただし、以下では、耐風安定性の見地から、対称 1 次振動 ($n=1$) と逆対称 1 次振動 ($n=2$) のみに着目する。

(1) 補正係数 $\beta_v(n)$

図-8 および図-9 に示す斜張橋 (以下、2 径間モデル斜張橋および 3 径間モデル斜張橋と記す) に対して、その固有振動解析結果と式 (10) で $\beta_v(n)=1.0$ と想定した推定結果との比較から、 $\beta_v(n)$ の値を決定する。なお、モデル斜張橋における主桁部は、次節で述べるねじれ振動に対する補正係数 $\beta_r(n)$ の算定にあたって曲げねじれ剛性の寄与も評価できるように、格子モデルに置換している。

2 径間および 3 径間モデル斜張橋 (タワーは下端固定の独立柱、門型および A 型形式) における鉛直たわみの対称 1 次振動数と逆対称 1 次振動数に対する $\beta_v(n)$ と $P_v(n)$ の関係を、それぞれ図-10、図-11 および図-12、図-13 に示す。なお、固有振動解析にあたっては、ケーブルの弾性係数を一律に 2.0×10^7 t/m² と設定したが、ケーブル断面積をすべて等しくした場合や各段のケーブル断面積を変化させた場合も実施して、タワーへの取付け位置による影響を除けば、ケーブルの張り渡し形状に対処している。また、タワーの塔柱および水平材の断面 2 次モーメント I_{TOWER} とねじれ定数 J_{TOWER} は、過去の実績を考慮して $I_{TOWER} = J_{TOWER} = 0.5 \sim 4.0$ m⁴/Br. の範囲で変化させている。ただし、タワーは鋼製を想定しており、その弾性係数 E_{TOWER} とせん断弾性係数 G_{TOWER} は、それぞれ $E_{TOWER} = 2.1 \times 10^7$ t/m²、 $G_{TOWER} = 0.81 \times 10^7$ t/m² を用いている。さらに、図中には、図-8、図-9 のモデル斜張橋を 2 倍にスケールアップした場合の $\beta_v(n)$ と $P_v(n)$ の関係とともに、既往の連続形式斜張橋に対する関係も少数ではあるが付記している。

一方、パラメーター $P_v(n)$ が全く同じ場合でもケーブルの総断面積が増加するに従って、補正係数 $\beta_v(n)$ が低下する傾向がみられた。これは、本論文で明示した無次元パラメーターのほかに、タワー剛性とケーブル剛性ならびに桁剛性をそれぞれ関係づける無次元パラメーターが存在することに起因するものと考えられる。この無次元パラメーターを導入すれば、より厳密な結果が得られるが、実務上からはかえって繁雑さが増加する。そこで、ここでは図-10~図-13 において、中央径間側にあるケーブルの総断面積の差異による影響を明確にし、 $\beta_v(n)$ の設定値に反映させることにした。

図-10、図-11 および図-12、図-13 より、幾分ばら

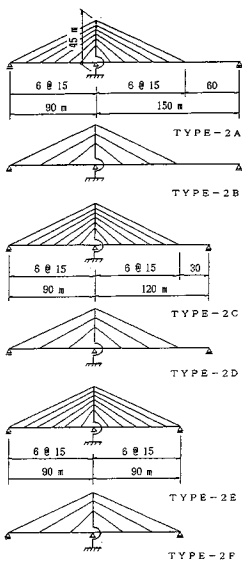


図-8 2 径間モデル斜張橋

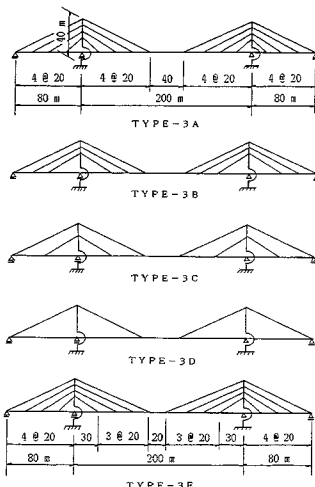
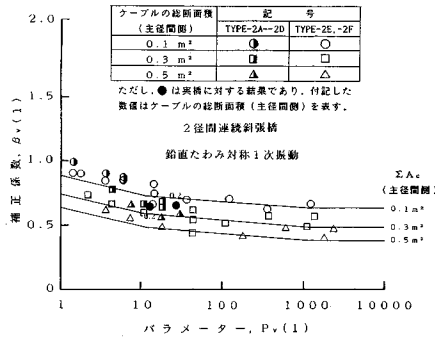
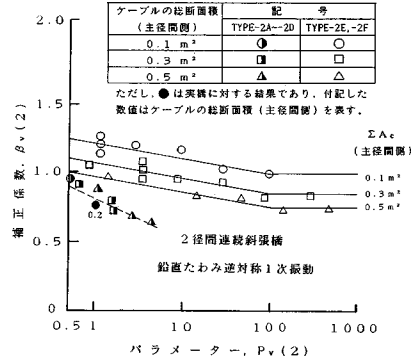


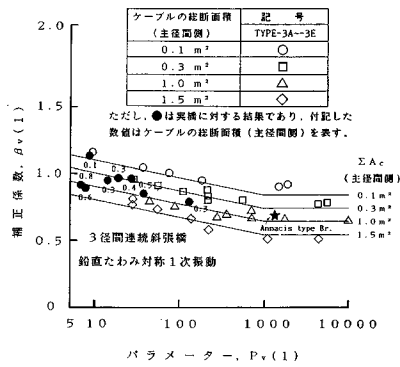
図-9 3 径間モデル斜張橋



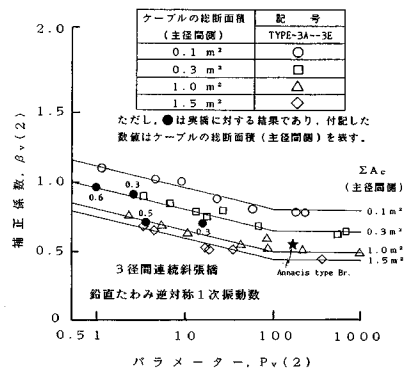
図—10 2径間連続斜張橋の鉛直たわみ対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(1)$ と補正係数 $\beta_v(1)$ の関係



図—11 2径間連続斜張橋の鉛直たわみ逆対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(2)$ と補正係数 $\beta_v(2)$ の関係



図—12 3径間連続斜張橋の鉛直たわみ対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(1)$ と補正係数 $\beta_v(1)$ の関係



図—13 3径間連続斜張橋の鉛直たわみ逆対称1次振動数に対するパラメーター $P_v(2)$ と補正係数 $\beta_v(2)$ の関係

つきはあるものの、タワー下端を固定とした場合の2径間連続および3径間連続斜張橋の鉛直たわみ振動に対しては、それぞれ表—6、表—7に示す関係がおおよそ成り立つことがわかる。なお、表—6、表—7において、補正係数 $\beta_v(n)$ がパラメーター $P_v(n)$ の増加に伴って一定値に近づく低減関数になっているのは、 $P_v(n)$ が大きくなるに従って最初に仮定した基準関数 $\Phi_n(x)$ が変化したこと、およびそれに伴ってタワー剛性の寄与が相対的に大きくなったことに主として起因する。

また、パラメーター $P_v(n)$ が大きくなるに従って、ケーブルで支持されていない桁部が局部的に振動することが予想されたことから、表—6に示したように、2径間連続斜張橋に対しては、TYPE-2E、2Fとそれ以外の形式に区分し、桁剛性の寄与を小さく設定した場合の補正係数は、TYPE-2E、2Fおよびこれらを2倍にスケールアップしたモデルに限定して算出している。さらに、同じ理由から、 $P_v(1) > 200$ なる3径間連続斜張橋に対しては、TYPE-3Eおよびこれらを2倍にスケールアップしたモデルに限定して補正係数を算出している。すなわち、表—7は、TYPE-3A~3Dに対しては

$5 \leq P_v(1) \leq 200$ 、TYPE-3E に対しては $5 \leq P_v(1) \leq 10000$ なる条件下で算出されたものである。2径間連続鋼斜張橋では、Annacis 橋にみられるような剛性の非常に小さい主桁を採用した例はみられない。しかしながら、2径間連続斜張橋においても桁剛性が小さくなるに従って、支間長比1.0なるマルチケーブル形式を採用するのが理想と考えられること、また、3径間連続斜張橋ではAnnacis 橋にみられるようなマルチケーブル形式がすでに採用されていることから、上述のようなモデルに限定したことは本質的な問題ではないといえよう。

なお、初期の設計段階から、タワー下端の支持形式の差異を検討の対象にすることもあろう。この場合、タワー下端をヒンジとした場合の鉛直たわみ振動数は、その他の構造諸元が全く同じであれば、上述の算定式で計算したタワー下端を固定とした場合の鉛直たわみ振動数を、表—8に示す程度、低下させれば一応の目安値が得られることも、一連の数値実験からわかった。

(2) 補正係数 $\beta_T(n)$

図—8および図—9に示した2径間モデル斜張橋と3径間モデル斜張橋に対して、その固有振動解析結果と式

表一六 2 径間連続斜張橋の鉛直たわみ振動数に対する補正係数 $\beta_r(n)$ (タワー下端が固定された場合)

TYPE-2E, TYPE-2F			
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	鉛直たわみ対称 1 次		
	1 ≤ P _v (1) ≤ 10	10 < P _v (1) ≤ 1000	1000 < P _v (1) ≤ 10000
0.1	0.90-0.15×log ₁₀ P _v (1)	0.80-0.05×log ₁₀ P _v (1)	0.65
0.3	0.75-0.15×log ₁₀ P _v (1)	0.65-0.05×log ₁₀ P _v (1)	0.50
0.5	0.65-0.15×log ₁₀ P _v (1)	0.55-0.05×log ₁₀ P _v (1)	0.40
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	鉛直たわみ逆対称 1 次		
	0.5 ≤ P _v (2) ≤ 100	100 < P _v (2) ≤ 1000	
0.1	1.22-0.11×log ₁₀ P _v (2)	1.00	
0.3	1.07-0.11×log ₁₀ P _v (2)	0.85	
0.5	0.97-0.11×log ₁₀ P _v (2)	0.75	
TYPE-2A~TYPE-2D			
鉛直たわみ対称 1 次 : TYPE-2E, TYPE-2F の $\beta_r(1)$ (1 ≤ P _v (1) ≤ 50)			
鉛直たわみ逆対称 1 次 : $\beta_r(2)=1.01-0.30 \times \log_{10} P_v(2)$ (0.5 ≤ P _v (2) ≤ 5)			

表一七 3 径間連続斜張橋の鉛直たわみ振動数に対する補正係数 $\beta_r(n)$ (タワー下端が固定された場合)

TYPE-3A~TYPE-3E		
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	鉛直たわみ対称 1 次	
	5 ≤ P _v (1) ≤ 1000	1000 < P _v (1) ≤ 10000
0.1	1.24-0.13×log ₁₀ P _v (1)	0.85
0.3	1.14-0.13×log ₁₀ P _v (1)	0.75
1.0	1.04-0.13×log ₁₀ P _v (1)	0.65
1.5	0.94-0.13×log ₁₀ P _v (1)	0.55
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	鉛直たわみ逆対称 1 次	
	0.5 ≤ P _v (2) ≤ 100	100 < P _v (2) ≤ 1000
0.1	1.10-0.15×log ₁₀ P _v (2)	0.80
0.3	0.95-0.15×log ₁₀ P _v (2)	0.65
1.0	0.80-0.15×log ₁₀ P _v (2)	0.50
1.5	0.75-0.15×log ₁₀ P _v (2)	0.45

(11) で $\beta_r(n)=1.0$ と想定した推定結果との比較から、 $\beta_r(n)$ の値を決定する。2 径間および 3 径間モデル斜張橋 (タワーは下端固定の門型形式) におけるねじれの対称 1 次振動数と逆対称 1 次振動数に対する $\beta_r(n)$ と $P_r(n)$ の関係を、中央径間側のケーブルの総断面積を明確にして、それぞれ図一14、図一15 および図一16、図一17 に示す。また、図中には、図一8、図一9 のモデル斜張橋を 2 倍にスケールアップした場合の $\beta_r(n)$ と $P_r(n)$ の関係とともに、既往の連続形式斜張橋に対する関係も少数ではあるが付記している。なお、モデル斜張橋の固有振動解析にあたっては、鉛直たわみ振動の場合と同様の設定条件のもとで実施している。

図一14、図一15 および図一16、図一17 より、幾分ばらつきはあるものの、門型形式でタワー下端を固定とした場合の 2 径間連続および 3 径間連続斜張橋のねじれ振動に対しては、それぞれ表一9、表一10 に示す関係がおおよそ成立することがわかる。

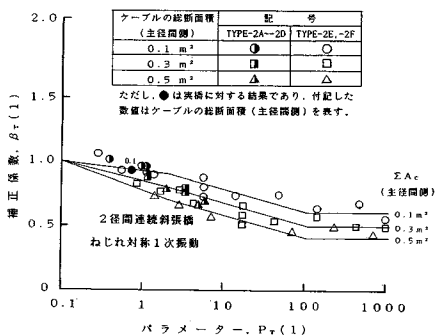
ただし、鉛直たわみ振動の場合と同様に、パラメーター $P_r(n)$ が大きくなるに従って、ケーブルで支持されていない桁部が局部的に振動することが予想された。それゆえ、桁剛性の寄与を小さく設定した場合の補正係数は、2 径間連続斜張橋では TYPE-2E, 2F およびこ

表一八 鉛直たわみ振動数に及ぼすタワー形式の影響 (下端固定の門型形式を基準とした場合)

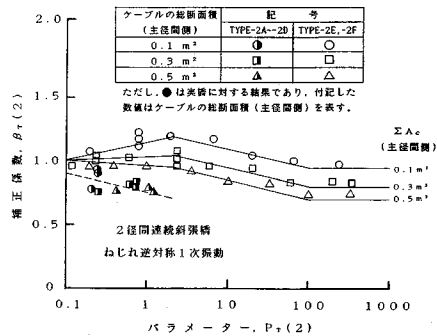
		ヒンジ形式 低下率 (%)
2 径間	対称 1 次	1 ≤ P _v (1) ≤ 100 10+6×log ₁₀ P _v (1)
	逆対称 1 次	0.5 ≤ P _v (2) ≤ 10 5
	対称 1 次	5 ≤ P _v (1) ≤ 100 8
3 径間	逆対称 1 次	0.5 ≤ P _v (2) ≤ 10 10

れらを 2 倍にスケールアップしたモデルを解析の対象としている。また、3 径間連続斜張橋に対しては、TYPE-3E およびこれを 2 倍にスケールアップしたモデルを解析の対象としている。すなわち、表一10 は、TYPE-3A~3D に対しては 0.1 ≤ P_r(1) ≤ 5, TYPE-3E に対しては 0.1 ≤ P_r(1) ≤ 5000 なる条件下で算出されたものである。

なお、一連の数値実験の結果、独立柱形式やタワー下端をヒンジとした場合および下端が固定された A 型形式タワーを採用した場合のねじれ振動数は、その他の構造諸元が全く同じであれば、上述の算定式で計算したタ



図一14 2 径間連続斜張橋のねじれ対称 1 次振動数に対するパラメーター $P_r(1)$ と補正係数 $\beta_r(1)$ の関係



図一15 2 径間連続斜張橋のねじれ逆対称 1 次振動数に対するパラメーター $P_r(2)$ と補正係数 $\beta_r(2)$ の関係

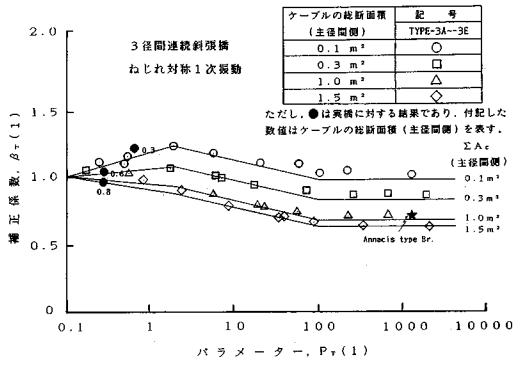


図-16 3径間連続斜張橋のねじれ対称1次振動数に対するパラメーター $P_r(1)$ と補正係数 $\beta_r(1)$ の関係

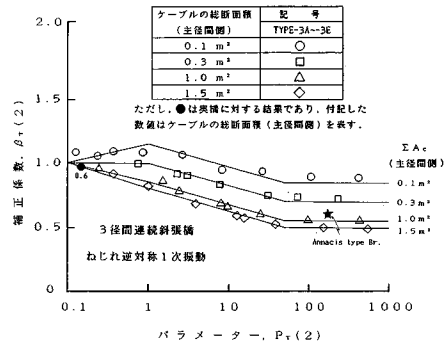


図-17 3径間連続斜張橋のねじれ逆対称1次振動数に対するパラメーター $P_r(2)$ と補正係数 $\beta_r(2)$ の関係

表-9 2径間連続斜張橋のねじれ振動数に対する補正係数 $\beta_r(n)$ (タワー下端が固定された門型形式の場合)

TYPE-2E, TYPE-2F				
主径間ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ対称1次			
	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 2	2 < P _r (1) ≤ 100	100 < P _r (1) ≤ 1000	
0.1	0.92-0.08×log ₁₀ eP _r (1)	0.95-0.18×log ₁₀ eP _r (1)	0.60	
0.3	0.85-0.15×log ₁₀ eP _r (1)	0.85-0.18×log ₁₀ eP _r (1)	0.50	
0.5	0.77-0.23×log ₁₀ eP _r (1)	0.75-0.18×log ₁₀ eP _r (1)	0.40	
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ逆対称1次			
	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 2	2 < P _r (2) ≤ 100	100 < P _r (2) ≤ 1000	
0.1	1.15-0.15×log ₁₀ eP _r (2)	1.24-0.15×log ₁₀ eP _r (2)	0.95	
0.3	1.04-0.04×log ₁₀ eP _r (2)	1.10-0.15×log ₁₀ eP _r (2)	0.80	
0.5	0.96-0.04×log ₁₀ eP _r (2)	1.00-0.15×log ₁₀ eP _r (2)	0.70	
TYPE-2A~TYPE-2D				
ねじれ対称1次 : TYPE-2E, TYPE-2Fのβ _r (1) (0.1 ≤ P _r (1) ≤ 5)				
ねじれ逆対称1次 : β _r (2)=0.75-0.15×log ₁₀ eP _r (2) (0.1 ≤ P _r (2) ≤ 2)				

表-10 3径間連続斜張橋のねじれ振動数に対する補正係数 $\beta_r(n)$ (タワー下端が固定された門型形式の場合)

TYPE-3A~TYPE-3E				
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ対称1次			
	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 2	2 < P _r (1) ≤ 100	100 < P _r (1) ≤ 5000	
0.1	1.19+0.19×log ₁₀ eP _r (1)	1.29-0.15×log ₁₀ eP _r (1)	1.00	
0.3	1.08+0.08×log ₁₀ eP _r (1)	1.14-0.15×log ₁₀ eP _r (1)	0.85	
1.0	0.96-0.04×log ₁₀ eP _r (1)	1.00-0.15×log ₁₀ eP _r (1)	0.70	
1.5	0.92-0.08×log ₁₀ eP _r (1)	0.95-0.15×log ₁₀ eP _r (1)	0.65	
主径間側ケーブルの総断面積 (m ²)	ねじれ逆対称1次			
	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 1	1 < P _r (2) ≤ 50	50 < P _r (2) ≤ 1000	
0.1	1.15+0.15×log ₁₀ eP _r (2)	1.15-0.18×log ₁₀ eP _r (2)	0.85	
0.3	1.00	1.00-0.18×log ₁₀ eP _r (2)	0.70	
1.0	0.85-0.15×log ₁₀ eP _r (2)	0.85-0.18×log ₁₀ eP _r (2)	0.55	
1.5	0.80-0.20×log ₁₀ eP _r (2)	0.80-0.18×log ₁₀ eP _r (2)	0.50	

表-11 ねじれ振動数に及ぼすタワー形式の影響 (下端固定の門型形式を基準とした場合)

径間	対称1次	ヒンジ形式	独立柱形式	A型形式 (下端固定)		
		低下率 (%)	低下率 (%)	増加率 (%)	増加率 (%)	
2	対称1次	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 10	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 1	1 < P _r (1) ≤ 1000	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 1	1 < P _r (1) ≤ 1000
		6+4×log ₁₀ eP _r (1)	2	2+2×log ₁₀ eP _r (1)	2	2+5×log ₁₀ eP _r (1)
2	逆対称1次	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 2	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 1000	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 1	1 < P _r (2) ≤ 1000	
		3	2	2	2+3×log ₁₀ eP _r (2)	
3	対称1次	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 10	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 1	1 < P _r (1) ≤ 5000	0.1 ≤ P _r (1) ≤ 1	1 < P _r (1) ≤ 5000
		5	2	2+2×log ₁₀ eP _r (1)	4	4+18×log ₁₀ eP _r (1)
3	逆対称1次	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 2	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 1000	0.1 ≤ P _r (2) ≤ 1	1 < P _r (2) ≤ 1000	
		6	2	4	4+18×log ₁₀ eP _r (2)	

ワー下端を固定とした門型形式を有する場合のねじれ振動数を、表-11に示す程度、増減させれば一応の目安値が得られることもわかった。

一方、比較的桁剛性が大きい通常の斜張橋では、1面吊り形式もしばしば採用される。この場合には、2径間および3径間連続形式斜張橋とも $\beta_r(1) = \beta_r(2) = 1.0$ とすれば、十分な精度でねじれ振動数を推定できることを付記しておく。

4. 数値計算例

前章では、2径間および3径間モデル斜張橋を対象として、一般的な連続形式斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式を提案した。しかしながら、モデル斜張橋のケーブル段数としては、最も多い場合でも、2径間モデルで6段、3径間モデルで4段を対象としていたことから、より多くのケーブルを有する場合の適用可能性について確認しておくことが必要である。また、タワーへのケーブル取付け位置や支間長比がモデル斜張橋と相違した場合の影響についても検討しておくことが必要であると考えられる。

そこで、本章では、実橋設計例を参考にして概略設計したマルチケーブル形式斜張橋の数値計算例を示し、提案した実用算定式の実橋への適用可能性について検討す

る。

(1) 対象としたマルチケーブル形式斜張橋

対象とした斜張橋は、図-18に示すような中央支間長が465m (支間長比0.425)、ケーブル段数が24段の3径間連続マルチケーブル形式である。この斜張橋は、Annacis橋の諸元^{11),13)}を参考にして試設計したものであり、その構造諸元は表-12に示すとおりである。ただし、桁の構造諸元については、プレキャスト床版の剛性評価に検討の余地が残されていることから、ここでは主桁剛性のみを考慮し、基本構造諸元とした。なお、主桁の曲げねじれ剛性は、8.232×10⁸t・m⁴なる値を有するが、ここでは格子モデルを採用していることから、等価ねじれ剛性に及ぼす寄与は必然的に考慮されている。

タワーはコンクリート製であるが、ヤング係数比7.5で鋼換算した場合の剛性は、3の解析で対象としたモデ

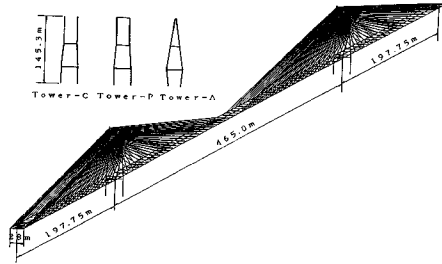


図-18 対象としたマルチケーブル形式斜張橋

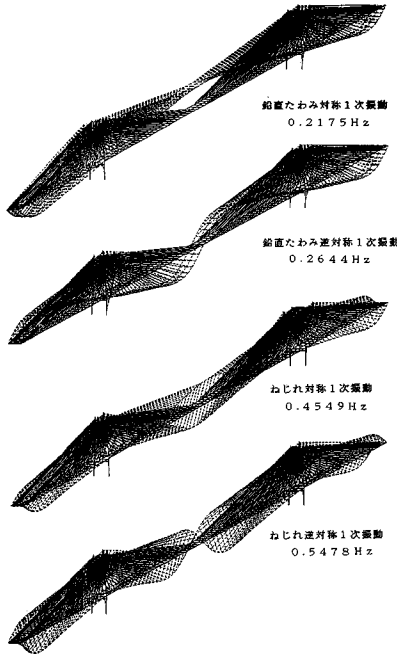


図-19 マルチケーブル形式斜張橋 (Tower-C) の固有振動解析結果 (桁の断面諸元 $I=0.2\text{ m}^4$, $J=1.4 \times 10^{-4}\text{ m}^4$)

ル橋のタワー剛性の最大設定値よりも幾分大きい程度である。一方、タワー形式の差異も考慮するため、図-18に併記した、Tower-C, P, およびAの3種類のケースも考えた。Tower-Cは Annacis 橋で採用された形式であり、水平材は有するものの、その形状から独立柱タワーに近いものと考えられる。また、Tower-P および Tower-A は、それぞれ門型形式、A型形式に対応するものである。

なお、桁剛性が変化した場合の影響も確認する目的で、桁剛性を $I=J=2.0\text{ m}^4/\text{Br}$. まで高めた場合も実施することにした。

(2) 固有振動解析結果と推定値の比較

一例として、表-12に示した基本構造諸元を有する Tower-C の固有振動解析結果を図-19に示す。また、Tower-C, P, A の固有振動解析結果と実用算定式によ

表-12 マルチケーブル形式斜張橋の基本構造諸元

	断面積 (m ²)	断面2次モーメント (m ⁴)		ねじれ定数 (m ⁴)	弾性係数 (t/m ²)	せん断弾性係数 (t/m ²)	重量 (t/m/Br.)	極慣性モーメント (t·m ² /m/Br.)
		橋内 (m ⁴)	橋外 (m ⁴)					
桁	0.20	0.20	40.0	1.4×10^{-4}	2.1×10^7	0.81×10^7	22.0	140.0
タワー	支柱部	10.0	25.0	35.0	40.0	2.8×10^8	1.17×10^8	-
	横壁部	10.0	35.0	25.0	40.0	2.8×10^8	1.17×10^8	-
ケーブル	0.006	-	-	-	2.0×10^7	-	-	-

表-13 固有振動解析結果と推定値の比較 (桁の断面諸元 $I=0.2\text{ m}^4$, $J=1.4 \times 10^{-4}\text{ m}^4$)

	鉛直たわみ振動数 (Hz)				ねじれ振動数 (Hz)			
	対称 1 次		逆対称 1 次		対称 1 次		逆対称 1 次	
	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値
TOWER-C	0.2175	0.2542	0.2644	0.2926	0.4549	0.4773	0.5478	0.5612
TOWER-P	0.2175	0.2542	0.2644	0.2926	0.5216	0.5203	0.5911	0.6001
TOWER-A	0.2169	0.2542	0.2636	0.2926	0.8094	0.8344	0.9159	0.8662

表-14 固有振動解析結果と推定値の比較 (桁の断面諸元 $I=2.0\text{ m}^4$, $J=2.0\text{ m}^4$)

	鉛直たわみ振動数 (Hz)				ねじれ振動数 (Hz)			
	対称 1 次		逆対称 1 次		対称 1 次		逆対称 1 次	
	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値	厳密値	推定値
TOWER-C	0.2675	0.3034	0.3611	0.3757	0.7204	0.7392	1.0881	1.0762
TOWER-P	0.2675	0.3034	0.3611	0.3757	0.7487	0.7621	1.0945	1.0982
TOWER-A	0.2668	0.3034	0.3599	0.3757	0.8979	0.8611	1.2723	1.1764

る固有振動数の推定値を比較して、表-13に示す。ここに、離散質量系モデルを用いた固有振動解析結果は、本来、実務解析上の厳密値を意味するものであるが、ここでは実用算定式による推定値と対比する目的で表中に厳密値と記した。なお、固有振動解析にあたっては、ケーブル張力として全段ケーブルのほぼ平均値に対応する 200 t を一律に設定している。また、実用算定式の適用にあたっては、中央径間側の全段 (24 段) ケーブルをすべて考慮した場合と 3 本分のケーブルを 1 本に束ねて 8 段ケーブルに置換した場合についてそれぞれ実施したが、両者の結果の差異は非常に小さかったことから、ここでは後者の結果を示している。さらに、本モデルにおけるケーブル剛性の寄与の程度を明確にするため、パラメーター $P_V(n)$ と $\beta_V(n)$ の関係、パラメーター $P_T(n)$ と $\beta_T(n)$ の関係をそれぞれ図-12、図-13および図-16、図-17に★印で付記したが、これらの結果より、Annacis 橋のような形式では、従来の斜張橋形式に比べ、ケーブル剛性の寄与が鉛直たわみ振動で 1 オーダー、ねじれ振動で 3 オーダー程度も大きいことがわかる。

一方、桁剛性が変化した場合の影響も確認する目的で、桁剛性を $I=J=2.0\text{ m}^4/\text{Br}$. と従来の箱桁形式斜張橋が有する程度まで剛性を高めた場合についても、同様に比較した。固有振動解析結果と推定値の比較を表-14に示す。

表-13と表-14より、本文で提案した斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式が、ほぼ妥当と思われる結果を与えており、初期の設計段階ではここで提案した実用算定式を十分適用できることを確認できた。

5. あとがき

本研究は、通常の桁剛性を有する斜張橋のみならず、諸外国ではすでにいくつかの実施例がみられるような、桁剛性が小さくケーブル剛性の寄与が相対的に大きくなったマルチケーブル形式斜張橋も適用の対象として、動的耐風安定性を見地から、その固有振動数を推定するための実用算定式を新たに提案したものである。

Annacis 橋のような斜張橋形式では、桁剛性の中でも特にねじれ剛性が重要であり、この値が小さくなるに従って、当然のことながら、主桁の曲げねじれ剛性を適切に評価しなければならなくなる。主桁の曲げねじれ剛性は、離散系モデルによる固有振動解析を実施する際にも、従来の魚骨モデルでは十分に評価できないことから、実橋の主桁配置に即した格子モデルを採用しなければならない。それゆえ、固有振動解析に要する労力や解析時間および解析費用は著しく増大することから、初期の設計段階では、耐風性について十分な予備検討が実施できないことも予想される。これに対し、本論文で提案した実用算定式を用いれば、ケーブル剛性の寄与が明確にされるとともに、比較的簡単にしかも比較的精度良く斜張橋の固有振動数を推定できる。また、ケーブルを適切な本数まで間引いて推定することも可能であり、初期の計画および設計段階の実務においては非常に有効であるといえよう。

わが国では、今までのところ、Annacis 橋のような構造形式を有する斜張橋は実施されていないが、使用鋼重量が少なく経済的であることから、今後はこのようなケーブル剛性の寄与を積極的に期待した斜張橋形式を検討する気運が高まるものと予想される。本論文がその際の一助になれば幸いである。

なお、先の論文^{1), 2)}では、振動数の上昇に対して支配的なケーブルの取付け範囲を設定し、この範囲で計算したケーブルの平均取付け位置 \bar{x}/L_c とケーブル剛性の寄与を表わすパラメーター P_V (あるいは P_T) の合計 P_V^T (あるいは P_T^T) を用いて、事前に与えた図より、振動数の上昇に寄与するケーブル剛性の割合を算定していた。それゆえ、3 径間連続斜張橋では、論文²⁾にも明示したように、鉛直たわみ基本振動に対しては $P_V^T \leq 1500$ 、ねじれ基本振動に対しては $P_T^T \leq 90$ が適用限界の目安であった。これに対し、ここで新たに提案した実用算定式は、

先の提案式の適用範囲も包括し、側径間に中間橋脚のない連続形式斜張橋の固有振動数を推定する際には、ほぼ汎用的に利用できる。また、今後は、側径間に中間橋脚を有する斜張橋形式の固有振動数も推定できるよう、ここで提案した実用算定式を拡張していく予定であることも述べておきたい。

最後に、本研究にあたり、常に適切なお助言をいただきました東京大学 伊藤 学教授に心より感謝致します。

参考文献

- 1) 前田研一・米田昌弘：2 径間連続斜張橋における基本固有振動数の簡易推定法，土木学会第 42 回年次学術講演会講演概要集，I-356，pp.746~747，1987 年 9 月。
- 2) 米田昌弘・前田研一：3 径間連続斜張橋における基本固有振動数の簡易推定法，土木学会論文集，第 380 号 / I-7，pp.493~496，1987 年 4 月。
- 3) 岡内 功・矢部 明・安藤絃三：斜張橋の特性に関する 2, 3 の考察，中央大学理工学部紀要，Vol.10，pp.42~59，1987 年。
- 4) 星埜正明：斜張橋の力学的特性と設計の基本的考え方，橋梁と基礎，Vol.17，No.4，pp.16~23，1983 年 4 月。
- 5) 成田信之：充腹断面箱桁を有する斜張橋の耐風設計に関する基礎的研究，東京大学学位請求論文，pp.24~127，1978 年 2 月。
- 6) 渡辺 昇：橋梁工学，朝倉土木工学講座 11，朝倉書店，pp.28~55，1981 年 4 月。
- 7) 加藤雅史・島田静雄：橋梁実測振動特性の統計解析，土木学会論文集，第 311 号，pp.49~58，1981 年 7 月。
- 8) Bridge Aerodynamics : Proposed British Rules, ICE, London, January, 1981.
- 9) 白石成人・松本 勝：充腹構造断面の渦励振応答特性に関する研究，土木学会論文報告集，第 322 号，pp.37~50，1982 年 6 月。
- 10) Svensson, H. S., Christopher, B. G. and Reiner Saul : Design of a Cable-Stayed Steel Composite Bridge, Proc. of ASCE, Vol.112, No. ST3, pp.489~504, March, 1986.
- 11) Peter Taylor : Hybrid Design for the World's Longest Span Cable-Stayed Bridges, Proc.12th Congress, IABSE (Vancouver), pp.319~324, September, 1984.
- 12) 前田幸雄・前田研一・米田昌弘：斜張橋のたわみ風琴振動におけるシステムダンピング効果に関する研究，土木学会論文集，第 344 号 / I-1, pp.185~193，1984 年 4 月。
- 13) Stiemeier, S.F., Peter Taylor and Vincent, D.H.C. : Full Scale Dynamic Testing of the Annacis Bridge, IABSE PERIODICA 1/1988, February, 1988.

(1988.12.1・受付)