【土木学会論文集 第409号／VI-11 1989年9月】

逐次確率比検定法による労働災害発生率の統計評価に関する研究

STATISTICAL EVALUATION FOR ACCIDENT FREQUENCY RATES BY SEQUENTIAL PROBABILITY RATIO TESTS

花安繁郎*・五十嵐日出夫**

By Shigeo HANAYASU and Hideo IGARASHI

Testing hypotheses for the accident frequency rates in construction works were applied to discover the significant changes in the accident situation in succeeding intervals of time. The time intervals between occupational accidents were employed as a useful indicator to measure the safety performance in construction sites. In order to save the sample number of accidents as well as the time periods to reach a statistical decision, sequential probability ratio tests were utilized for testing hypotheses of accident frequency rates. By making use of the sequential tests for various types of accidents, some features of accident situation were identified. Diagrams illustrating a sequential testing procedure could also be used as a control chart in safety management.

Keywords: *occupational accidents, construction work, statistical analysis, testing hypotheses, accident frequency rate*

1. まえがき

事業所において労働災害の発生危険性を評価する指標には，単位労働時間あるいは単位労働力当たりの災害発生件数で示される災害発生頻度率が広く用いられている．特に，単位労働時間数が100万時間のときの頻度率はわが国では災害度数率とよばれており，労働省による労働災害動向調査によって産業別・業種別などに分類された全国平均の観測値が毎年報告されている[1]．

著者はこれまで，この度数率に代表される労働災害発生頻度率が，建設工事作業場等において，工事の進行に応じて変動する過程を，労働災害が発生するまでの時間数を用いて評価する方法について考察を加えてきた．

これまでに行ったさまざまな調査・分析から得られた結果には，たとえば，最近の建設工事における労働災害の多くがほぼランダムに発生していること，すなわち，労働災害が発生するまでの時間数の確率分布式が指数分布やガンマ分布で表現されること，また，これらの分布式のパラメーターが災害度数率と関連づけられることなどが挙げられる[2)~6)]．

これらの知見により，労働災害発生率の変動を調べることは，災害発生時間数の確率分布式の母数の変動を調べることと同等であり，統計学的には指数分布あるいはガンマ分布の母数（＝災害発生率）に対する統計的仮説検定を行うことに帰着することが示される．

ところで，実際に得られた災害データを用いて災害発生率の仮説検定などの統計的推測を行うにあたっては，限られた標本を通して母集団特性値を調べようとするのであるから，そこで得られる結論には，データの変動や誤差などに起因する統計的な判断の誤り（統計的過誤）が必ず含まれることになる．

周知のように，統計的仮説検定時に生ずる判断の誤り（統計的過誤）には，i）帰無仮説が真であるにもかかわらずこれを棄却してしまう誤り（第1種の過誤）と，ii）対立仮説が正しいにもかかわらずこれを棄却してしまう誤り（第2種の過誤）との2種類がある．このうち災害発生率の仮説検定で安全上特に問題になるのは，実際の災害発生率が帰無仮説で設定された値より大きいにもかかわらず帰無仮説を採択してしまう場合なので，第2種の過誤の取扱いは大変重要となってくる．そしてこの第2種の過誤を少なくするためには，ある特定件数以上の標本（災害データ）を用いて仮説検定を行うことが

* 正会員 工博 労働省産業安全研究所 土木建築研究部
（〒108 港区芝5-35-1）
** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科
（〒060 札幌市北区北13条西8丁目）

必要である．

ところが，労働災害はそう頻繁に起こるわけではないので，過誤として設定された危険水準を充足する数の災害データが常に得られるとは限らない．また現実にはその場で得られたありあわせのデータを用いて評価を実施したり，あるいはせざるを得ないことが多い．

そこで本研究では，通常の仮説検定と同等の危険水準を保証した検定法であり，かつ評価に要する災害件数が少なく，また評価時間数も短く済ませることができる逐次確率比検定法（通常は逐次検定法と略称される）をとりあげ，同検定方式を用いて災害発生率の変動を評価する手順等について考察を加えるとともに，実際に発生した災害データを用いて災害動向の変動について分析を試みた．本稿はそれらの結果をまとめたものである．

2. 労働災害発生時間数による統計的評価

本章では，逐次検定を検討する前の準備として，通常の統計的仮説検定について述べる．まず，労働災害発生時間数の分布について，特に分布のパラメーターと災害度数率との関連を述べたのち，労働災害発生時間数を用いて災害発生率の仮説検定を行う手順について触れ，さらに，検定に要する平均評価災害件数や時間数などの仮説検定の評価関数について考察を加えた．

（1） 度数率をパラメーターとした発生時間分布式

まず，災害発生時間数の確率分布式については，これまでのいくつかの災害事例の調査から，個々の災害の発生時間（間隔）分布は指数分布に，また複数件の災害が発生するまでの時間分布はガンマ分布に従うことが知られている[3),5)]．指数分布の確率密度関数を以下に示す．

$$\left.\begin{array}{l} f_1(t)=\lambda\exp\{-\lambda t\} \\ E_1(T)=1/\lambda,\quad V_1(T)=1/\lambda^2 \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

これらの分布式は，単位時間当たりの発生頻度率 λ をパラメーターとする分布式であるが，このパラメーター値は，T 時間で K 件の労働災害が発生したとすると，最尤法によって $\lambda=K/T$ がその推定値として得られる[4)]．

一方，災害度数率（以下 A と略記）とは100万労働時間当たりの災害発生数と定義されている．したがって，上式の指数分布，あるいはガンマ分布のパラメーター λ と度数率 A とは，次式のごとく関係づけることができる．

$$\lambda=A/100\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

ただし，A：災害度数率（単位：1／万時間）

かくして，産業別なり，業種別なり，あるいは工事別なりでの，ある度数率 A_0 が与えられれば，A_0 のもとでの災害発生時間数の確率分布を規定することができるので，その分布と災害発生時間数とのデータとを用いて，度数率 A_0 の変動を統計的仮説検定法によって評価することができる．

（2） 災害発生率の統計的仮説検定の手順

労働災害発生時間数を用いて災害度数率の変動を統計的に評価するための統計的仮説検定の手順はおおよそ以下のようにまとめられる[6),7)]．

1） 母集団に関する基本仮定を立てる．ここでは，災害発生時間分布は指数分布あるいはガンマ分布であると仮定している．

2） 帰無仮説 H_0 および対立仮説 H_1 を立てる．仮説の立て方には，まず，変動が予想されるもとの度数率を用いて帰無仮説 H_0 を設定し，

$H_0：A=A_0$（A_0：もとの度数率）

ついで，帰無仮説が棄却されたときに採択される対立仮説を定める．対立仮説の設定の仕方には，“度数率は大きくなっていないか？”を検定する，

$H_1：A=A_1>A_0$

あるいは，“度数率は小さくなっているか？”を考える，

$H_1：A=A_1<A_0$

などの，標本統計量分布の左側，あるいは右側のみに有意水準に対応した棄却域を設ける片側検定方式のほか，“度数率には変化がないか？”を検定する，

$H_1：A=A_1\neq A_0$

で示される，両側検定方式による仮説設定法がある．

3） 第1種過誤（有意水準）α および第2種過誤 β を設定する．

4） 検定に用いる統計量（検定基準）を選択する．ここでは災害発生時間数を検定量として用いている．

5） 帰無仮説 H_0 および対立仮説 H_1 のもとでの検定基準の分布を求め，H_0 のもとでの分布領域を棄却域と採択域に分ける．

6） 所定の有意水準 α と第2種の過誤 β を満たすサンプルの大きさを決定する．

たとえば，$H_0：A=A_0$ に対して $H_1：A=A_1>A_0$ の検定において，統計的過誤が有意水準 α とともに第2種過誤の確率 β 以下であるためには，次式を満足せねばならず，

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0}=\frac{A_1}{A_0}\geq\frac{\chi^2(\phi:\beta)}{\chi^2(\phi:1-\alpha)}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

ただし $\chi^2(\phi:\varepsilon)$：χ^2 分布上側確率値が ε となる χ^2 値

同式を満足する最小の正数を K_0 とおくと，このときの自由度は $\phi_0=2K_0$ となり，棄却域が次式で与えられる．

$$t\leq\frac{\chi^2(2K_0:1-\alpha)}{2\lambda_0}=\frac{50\cdot\chi^2(2K_0:1-\alpha)}{A_0}\cdots\cdots\cdots(4)$$

表―1 には，α および β をともに0.01～0.20の間で5段階に変化させ，また，1.50～10.0の間で8段階の判別比（$D=A_1/A_0$）を設定したときの，式（3）を満

足する最小正数 K_0 を求めた結果を示した．同表より，たとえば $D=A_1/A_0=2.0$ の検定を行うとき，α および β の危険率をともに 0.05 以下にしたければ，少なくとも災害件数が 23 件目以上での発生時間数を用いて検定しなければならないことや，判別比が大きいほど K_0 が少なくて済むことなどがわかる．同様に表—2 には，H_0：$A=A_0$ に対して H_1：$A=A_1<A_0$ を検定するときの，K_0 を求めた結果を示した．

7）対象とする集団からサンプルをとって検定基準統計量を求め，これが棄却域に落ちる場合は有意水準 α で H_0 を棄却する．もしサンプル数が表に示された数以上であれば，第 2 種過誤の確率は所定の値 β 以下となる．

図—1 には，$A_1>A_0$ の検定の場合で，$\alpha=\beta=0.10$ を満足する最小災害件数（K_0）と，それに対応した棄却域をいくつかの判別比（$D=A_1/A_0$）について求めた結果を示した．同図より，たとえば，H_0：$A_0=5.0$，H_1：$A_1=10.0$，判別比 $D=2.0$ の検定を行うには，$K_0=15$ 件目の災害発生時間数を調べ，これが 206 万時間以下であれば帰無仮説を棄却すればよい．このときの有意水準は 0.10，第 2 種の過誤は 0.10 以下であることが保証される．

同様に，図—2 には，$A_1<A_0$ の仮説検定で $\alpha=\beta=0.10$ のときの，最小災害件数（K_0）と，棄却域をいくつかの判別比について計算した結果を示した．同図より，たとえば，H_0：$A_0=5.0$，H_1：$A_1=2.50$，判別比 $D=1/2$ の検定を行うには，$K_0=15$ 件目の災害発生時間数が 403 万時間以上であれば帰無仮説を棄却する．このときの統計的判断の誤りの確率は上述の値が保証される．

（3）平均評価時間数および平均評価災害件数

いまある検定方式のもとで，帰無仮説および対立仮説の値（したがって判別比），有意水準 α，第 2 種過誤 β などを定めると，これらの設定値に対応して表—1，2 などより設定基準を充足する最小災害件数 K_0 が求まり，またこの K_0 件目災害発生時間の棄却域が式（4）などによって求めることができる．この棄却域となる時間数をここでは T_c と書き，さらに，事業所などで実際に発生した K_0 番目災害の発生時間数を X_0 と書くことにする．

すると，対立仮説が $A>A_0$ の場合の検定では，$X_0\leqq T_c$ のときに帰無仮説を棄却し，$X_0>T_c$ では帰無仮説を採択することとなり，同様に，対立仮説が $A<A_0$ の検定では，$X_0\geqq T_c$ のときに帰無仮説を棄却し，また $X_0<T_c$ のときは帰無仮説を採択することとなる．

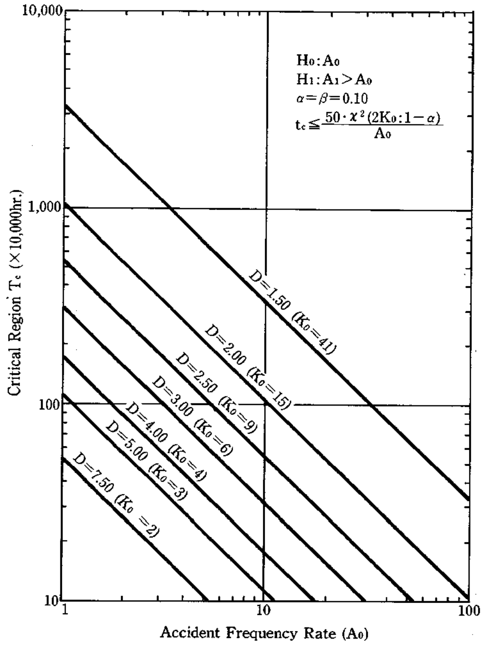
この方式での評価のために必要な災害件数は前述の最小必要災害件数 K_0 であり，また判断に至る平均的な評価時間は K_0 件の災害が発生するまでの平均時間数なので，度数率を A として次式で得られる．

表—1 検定条件を充足する最小災害件数 K_0（片側検定 $A_1>A_0$）

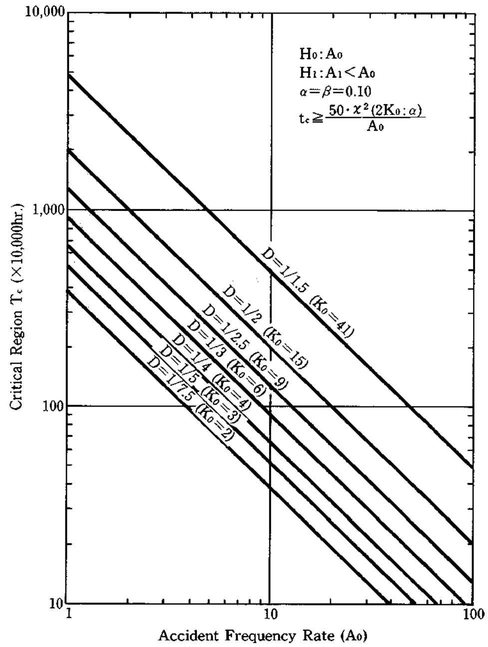
α	ALPHA=0.01					ALPHA=0.05					ALPHA=0.10					ALPHA=0.15					ALPHA=0.20				
A/A0 β	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20
D= 1.50	133	99	83	73	66	95	67	54	46	40	77	52	41	34	29	66	43	33	27	23	58	37	27	22	18
D= 2.00	46	35	30	27	24	33	23	19	17	15	26	18	15	12	11	22	15	12	10	8	20	13	10	8	7
D= 2.50	27	21	18	16	15	19	14	11	10	9	15	11	9	7	7	13	9	7	6	5	11	8	6	5	4
D= 3.00	19	15	13	12	11	13	10	8	7	7	11	8	6	5	5	9	6	5	4	4	8	5	4	4	3
D= 4.00	12	10	9	8	7	9	7	6	5	5	7	5	4	4	3	6	4	3	3	3	5	4	3	3	2
D= 5.00	9	8	7	6	6	7	5	4	4	4	5	4	3	3	3	4	3	3	2	2	4	3	2	2	2
D= 7.50	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	4	3	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	2	1
D=10.00	5	4	4	4	3	4	3	3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	1

表—2 検定条件を充足する最小災害件数 K_0（片側検定 $A_1<A_0$）

α	ALPHA=0.01					ALPHA=0.05					ALPHA=0.10					ALPHA=0.15					ALPHA=0.20				
A/A0 β	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20
D= 0.67	133	95	77	66	58	99	67	52	43	37	83	54	41	33	27	73	46	34	27	22	66	40	29	23	18
D= 0.50	46	33	26	22	20	35	23	18	15	13	30	19	15	12	10	27	17	12	10	8	24	15	11	8	7
D= 0.40	27	19	15	13	11	21	14	11	9	8	18	11	9	7	6	16	10	7	6	5	15	9	7	5	4
D= 0.33	19	13	11	9	8	15	10	8	6	5	13	8	6	5	4	12	7	5	4	4	11	7	5	4	3
D= 0.25	12	9	7	6	5	10	7	5	4	4	9	6	4	3	3	8	5	4	3	3	7	5	3	3	2
D= 0.20	9	7	5	4	4	8	5	4	3	3	7	4	3	3	2	6	4	3	2	2	6	4	3	2	2
D= 0.13	6	4	4	3	3	5	4	3	2	2	5	3	2	2	2	4	3	2	2	2	4	3	2	2	1
D= 0.10	5	4	3	2	2	4	3	2	2	2	4	3	2	2	2	4	2	2	2	1	3	2	2	1	1



図—1 帰無仮説値 A_0 と棄却域 T_c 関係
$(A_1>A_0,\ \alpha=\beta=0.10)$



図—2 帰無仮説値 A_0 と棄却域 T_c 関係
$(A_1<A_0,\ \alpha=\beta=0.10)$

$$E_A(T)=\frac{100}{A}\cdot K_0 \quad \cdots\cdots(5)$$

ところで，上に述べた帰無仮説の棄却，採択などの統計的判断は，要は検定基準時間数 X_0 と棄却値 T_c との大小関係を調べていることであるので，もし T_c までに K_0 件の災害が起こらなければ，当然 $X_0>T_c$ となるので，わざわざ T_c 以降 K_0 件目の災害が発生する時間 X_0 まで待って判断を下す必要はない．また，K_0 件目の災害が T_c 以前に発生したときは，当然 X_0 の時点で判断を下せばよい．したがって，判断を下すまでの評価時間数は最大限 T_c までを考えればよいこととなる．

ここでは，上述の T_c までに K_0 件の災害が発生したときには X_0 の時点で判断を下し，また，T_c までに K_0 件の災害がなければ T_c で判定する打切方式[8]による検定の平均的な評価件数と災害時間について考察を加えることとする．

判定に至るまでの平均的な災害評価件数は，棄却時間 T_c 以前に K_0 件の労働災害が発生すれば，その時点 X_0 で評価を終了するときと，K_0 件の災害が T_c までに発生せずに T_c で評価を終了するときの 2 つの場合の平均的な災害数を合計することによって得られ，次式で示される．

$$E_A(n)=\sum_{x=0}^{K_0}x\cdot P_r(X=x|A)$$
$$=\sum_{x=0}^{K_0-1}x\cdot P_r(X=x|A)+K_0\cdot P_r(X=K_0|A)$$
$$=\frac{A}{100}\cdot T_c\left[\sum_{x=0}^{K_0-2}P(x:A\cdot T_c)\right]$$
$$+K_0\cdot\left[1-\sum_{x=0}^{K_0-1}P(x:A\cdot T_c)\right] \quad \cdots\cdots(6)$$

ここで，

$$P_r(X=x|A)=P(x:A\cdot T_c)$$
$$=\frac{(A\cdot T_c/100)^x}{x!}\cdot\exp\{-(A\cdot T_c/100)\} \quad \cdots\cdots(7)$$

ただし，$A=0$ および $A=\infty$ に対しては，$E_0(n)=0$，$E_\infty(n)=K_0$ である．

また，平均評価時間数は 1 件当たりの平均発生時間数が $100/A$ であるのでこれを平均災害件数に掛けて，

$$E_A(T)=E_A(n)\cdot 100/A$$
$$=T_c\left[\sum_{x=0}^{K_0-2}P(x:A\cdot T_c)\right]$$
$$+\frac{100}{A}\cdot K_0\left[1-\sum_{x=0}^{K_0-1}P(x:A\cdot T_c)\right] \quad \cdots\cdots(8)$$

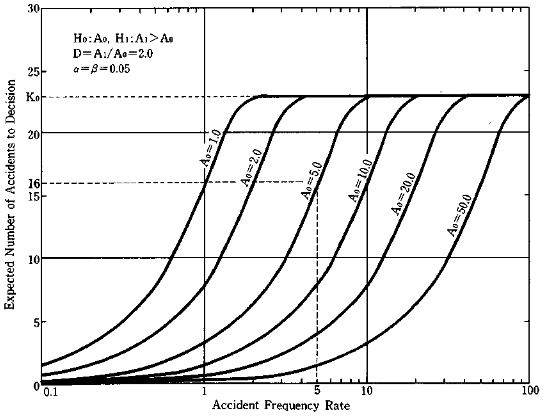
を得る．同式での，$A=0$ および $A=\infty$ に対する平均評価時間数はそれぞれ，$E_0(T)=T_c$，$E_\infty(T)=0$ である．

計算例として，$A>A_0$ の検定について平均評価件数および時間数を求めてみる．最初に帰無仮説 H_0 を $A_0=5.0$ や 10.0 などの適当な値に定め，ついで判別比 $D=A_1/A_0=2.0$ すなわち，対立仮説 H_1 の値が A_0 の値の 2 倍を想定した検定を考え，同検定での統計的判断の過誤 α および β をともに 0.05 に押さえるものとする．する

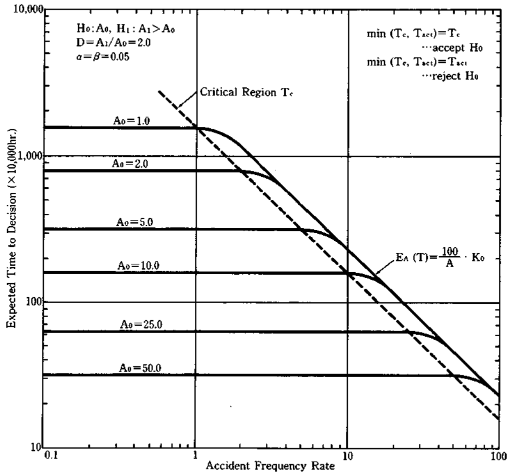
と，$K_0=23$ であることが表—1 から得られ，また，K_0，A_0 に対応した棄却域値 T_c は式（4）より，たとえば $A_0=5.0$ のときは $T_c=314.4$ 万時間として求められる．この A_0，K_0，T_c を用いて式（6）～（8）よりさまざまな度数率 A に対して平均的な評価件数や平均評価時間数を求めることができる．

図—3 は上に述べた検定での平均評価件数を求めた結果を示したものである．同図より，もし度数率が $A=5.0$ であれば，H_0：$A_0=5.0$ の検定では，平均 16 件目の災害で仮説が棄却されたり採択されたりすることがわかる．また，もし度数率が $A \geqq 2A_0$ すなわち帰無仮説値の 2 倍以上であれば，帰無仮説の値 A_0 にかかわらず平均評価災害件数は K_0 に収束することが示されている．

また，上記の検定法の平均評価時間数を求めた結果を図—4 に示した．同図には，A_0，K_0 より求められる棄却域 T_c もあわせて破線で示した．同図より，度数率 A が $A \leqq A_0$，すなわち帰無仮説での値よりも小さければ，平均評価時間数は T_c に収束していることがわかる．同じく，度数率が $A \geqq 2A_0$ つまり帰無仮説値の 2 倍以上のときの平均評価時間数は，K_0 件目の発生時間の平均時間数である $E_A(T)=100 \cdot K_0/A$ の包絡線に収束していることが示されている．いずれの場合でも，平均評価時間数は T_c 以下である．



図—3　平均評価災害件数（$A_1>A_0$）



図—4　平均評価時間数（$A_1>A_0$）

3.　逐次検定方式による統計的評価[6),9),10)]

これまで，災害発生時間数を用いて災害度数率の統計的仮説検定を行う一般的手順と，そこでの平均的な評価災害件数や時間数について述べてきた．しかしながら，前章で考察した検定手順はいわば理想化されたものであり，すでに述べたとおり，実際にはその場で得られたありあわせのデータを用いて評価を実施したり，またはせざるを得ないことが多い．

また，これまでの検定法では，K_0 件目の災害発生時間 X_0 と，棄却域値 T_c との大小関係から評価が行われており，K_0-1 件までの災害の発生時間数に関する情報は統計的判断からは捨象された状態となっている．

したがって，より合理的な検定方法としては，最終判断に至るまでに要する評価災害件数および評価時間数ができる限り少ないこと，ならびに最終の統計的判断に至るまでの過程で個々の災害の情報を取り入れたものであることが望ましい検定方式であるといえる．

このような要件を充足した検定方法として，ここでは，A. Wald が開発した逐次確率比検定法をとりあげ，同法による評価を検討することとする．

（1）　逐次検定法の考え方と分析手順[9)]

逐次検定法の基本的考え方は，検定のための標本の大きさをあらかじめ指定せずに，得られた標本によって張られる標本空間を互いに排他な R_m^0，R_m^1，R_m（$m=1,2,\cdots\cdots$）の 3 つの領域に分割する方式をとる．そして，最初の観測値 x_1 が，$x_1 \in R_1^0$ であれば帰無仮説を採択し，$x_1 \in R_1^1$ のときは仮説を棄却し，$x_1 \in R_1$ のときは棄却，採択のどちらの決定もせずに次の観測値まで判定を保留する．次のデータが得られて $(x_1, x_2) \in R_2^0$ であれば仮説を採択し，$(x_1, x_2) \in R_2^1$ のときは仮説を棄却し，$(x_1, x_2) \in R_2$ であれば結論を保留し次のデータを観測する．かくして $(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m) \in R_m$ が続く限り観測を行い，$(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m) \notin R_m$ に至って検定を終了する．もし $(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m) \in R_m^0$ であれば帰無仮説 H_0 を採択し，$(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m) \in R_m^1$ のときは仮説を棄却する．このように，データが得られるたびに検定を行うので逐次検定法とよばれる．

具体的手順としては，まず，パラメーターを θ とする母集団確率密度関数を $f(x,\theta)$ とし，帰無仮説 H_0：

$\theta=\theta_0$ に対して，対立仮説 $H_1：\theta=\theta_1$ を検定するものとする．また，母集団からランダムに得られた観測値を x_1, x_2, ……とし，任意の正数 m に対して，それぞれの仮説のもとでの結合分布を，

$$P_{0m}=f(x_1,\theta_0)\cdot f(x_2,\theta_0)\cdots\cdots f(x_m,\theta_0)$$
$$P_{1m}=f(x_1,\theta_1)\cdot f(x_2,\theta_1)\cdots\cdots f(x_m,\theta_1)$$

と表わす．このとき H_0 の H_1 に対する逐次検定は，あらかじめ2つの正実数 $A, B\,(A>B)$ を定めておき，データが得られた各段階で尤度比 P_{1m}/P_{0m} を計算して，次の式の基準に従って検定を行う．

$$\left.\begin{array}{lll}\text{i）} & B<P_{1m}/P_{0m}<A & \text{判定を保留}\\ \text{ii）} & P_{1m}/P_{0m}\geqq A & \text{仮説 } H_0 \text{ を棄却}\\ \text{iii）} & P_{1m}/P_{0m}\leqq B & \text{仮説 } H_0 \text{ を採択}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(9)$$

実際の計算では，尤度比の対数をとり，

$$\ln(P_{1m}/P_{0m})=z_1+z_2+\cdots\cdots+z_m\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

ただし，

$$z_i=\ln\frac{f(x_i,\theta_1)}{f(x_i,\theta_0)}\qquad(i=1,2,\cdots,m)\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

として，

$$\left.\begin{array}{lll}\text{i）} & \ln B<\sum_{i=1}^{m}z_i<\ln A & \text{判定保留}\\ \text{ii）} & \sum_{i=1}^{m}z_i\geqq\ln A & H_0 \text{ を棄却}\\ \text{iii）} & \sum_{i=1}^{m}z_i\leqq\ln B & H_0 \text{ を採択}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

として評価する方が便利なことが多い．

また，限界値 A，B は，第1種過誤の確率 α，第2種過誤の確率 β なる，強度（α, β）の検定において近似的に次式で与えられることが知られている．

$$A=\frac{1-\beta}{\alpha},\quad B=\frac{\beta}{1-\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

つまり，式（13）で与えられる限界値を用いて式（9）または（12）に準拠した検定を行えば，そこで生ずる第1種と第2種の過誤の確率は α および β で保証される．

また逐次検定法の特性をより明らかにするための，同検定法の作用特性関数（OC 関数），および平均標本件数関数（ASN 関数）などは以下の手順で示される．

あるパラメーター θ が真のとき，帰無仮説 H_0 を採択する確率 $L(\theta)$ をパラメーターの関数とみなして作用特性関数とよぶのは逐次検定法でも同様である．まず，任意の θ に関する関数で，次式を満足する $h(\theta)$（$\neq 0$）を求め，

$$E_\theta[\exp\{zh(\theta)\}]=1\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

得られた $h(\theta)$ を用いて OC 関数が次式で求められる．

$$L(\theta)=\frac{A^{h(\theta)}-1}{A^{h(\theta)}-B^{h(\theta)}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

また検定が終了するまでの平均的な標本数 $E_\theta(n)$ は，上記の $L(\theta)$ を用いて次式で得られる．

$$E_\theta(n)=\frac{L(\theta)\cdot\ln B+[1-L(\theta)]\cdot\ln A}{E_\theta(z)}\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

ここに，

$$E_\theta(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\ln\frac{f(x,\theta_1)}{f(x,\theta_0)}\right]f(x,\theta)\,dx\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

また，1件のデータを得る平均時間を $E_\theta(t)$ とすれば，検定完了までの平均時間数 $E_\theta(T)$ を次式で得る．

$$E_\theta(T)=E_\theta(n)\cdot E_\theta(t)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

（2） 災害発生時間数を用いた逐次検定法による分析

前節での準備をもとに，災害発生時間数を利用して災害度数率の変動を逐次検定法で調べる手順を以下に示す．ただし，仮説検定は帰無仮説 $H_0：A=A_0$ に対して対立仮説 $H_1：A=A_1\,(A_1>A_0$ or $A_1<A_0)$ で行うものとする．すでに述べたとおり，ある度数率 A のもとでの発生時間分布の密度関数は指数分布で示され，

$$f(t|A)=(A/100)\cdot\exp\left\{-\frac{A}{100}t\right\}$$

したがって，それぞれの仮説のもとでの結合分布は，

$$P_{1n}=f(t_1,t_2,\cdots\cdots,t_n|A_1)=\left(\frac{A_1}{100}\right)^n\exp\left\{-\frac{A_1}{100}\sum_{i=1}^{n}t_i\right\}$$
$$P_{0n}=f(t_1,t_2,\cdots\cdots,t_n|A_0)=\left(\frac{A_0}{100}\right)^n\exp\left\{-\frac{A_0}{100}\sum_{i=1}^{n}t_i\right\}$$

これらの式より，尤度比は，

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}}=\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^n\exp\left\{-\frac{1}{100}(A_1-A_0)\sum_{i=1}^{n}t_i\right\}\cdots\cdots\cdots(19)$$

よって式（12）から判定の具体的基準は，

$$\frac{\beta}{1-\alpha}=B<\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^n\exp\left\{-\frac{1}{100}(A_1-A_0)\sum t_i\right\}<A=\frac{1-\beta}{\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

で示され，同式から，

i） 対立仮説 $H_1：A=A_1>A_0$ のときは，

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{100\{n\cdot\ln(A_1/A_0)-\ln A\}}{A_1-A_0}<T<\dfrac{100\{n\cdot\ln(A_1/A_0)-\ln B\}}{A_1-A_0}\\ \cdots\text{次の災害が発生するまで判定を保留する}\\ \dfrac{100\{n\cdot\ln(A_1/A_0)-\ln A\}}{A_1-A_0}\geqq T\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{仮説 } H_0 \text{ を棄却する}\\ \dfrac{100\{n\cdot\ln(A_1/A_0)-\ln B\}}{A_1-A_0}\leqq T\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{仮説 } H_0 \text{ を採択する}\end{array}\right\}\cdots(21)$$

ただし，$T=\sum_{i=1}^{n}t_i$ である．また，

$$\left.\begin{aligned} &s=\frac{\ln(A_1/A_0)}{(A_1-A_0)/100},\quad h_0=\frac{\ln B}{(A_1-A_0)/100}\\ &h_1=\frac{\ln A}{(A_1-A_0)/100}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(22)$$

とおくと，式 (21) は，

$$\left.\begin{aligned} &sn-h_1<T<sn-h_0\cdots\cdots\text{判定保留}\\ &T\leqq sn-h_1\cdots\cdots H_0\text{を棄却}\\ &T\geqq sn-h_0\cdots\cdots H_0\text{を採択}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

となり，$(n,\ T)$ 平面上で $T=sn-h_1$，$T=sn-h_0$ の 2 直線によって 3 分割された領域がそれぞれの判定に対応していることが示される．

同様に，

ii）対立仮説 $H_1：A=A_1<A_0$ のときの判定基準は，式 (22) の記号を用いて次式で示される．

$$\left.\begin{aligned} &sn-h_0<T<sn-h_1\cdots\cdots\text{判定保留}\\ &T\geqq sn-h_1\cdots\cdots H_0\text{を棄却}\\ &T\leqq sn-h_0\cdots\cdots H_0\text{を採択}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

同式より，前例と同じく $T=sn-h_1$，$T=sn-h_0$ の 2 直線によって 3 分割された $(n,\ T)$ 平面の各領域が，それぞれの判定に対応していることがわかる．

また，上記の逐次検定法における作用特性関数 $L(A)$ は，まず式 (14) を満足する $h(A)$ と A との関係を定め，

$$\int_0^\infty\left[\frac{\lambda_1\exp\{-\lambda_1 t\}}{\lambda_0\exp\{-\lambda_0 t\}}\right]^{h(\lambda)}\cdot\lambda\exp\{-\lambda t\}\,dt=1$$

ただし，$\lambda=A/100$ より，

$$A=\frac{(A_1-A_0)\cdot h(A)}{\left(\dfrac{A_1}{A_0}\right)^{h(A)}-1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

次に式 (15) より，

$$L(A)=\frac{\left(\dfrac{1-\beta}{\alpha}\right)^{h(A)}-1}{\left(\dfrac{1-\beta}{\alpha}\right)^{h(A)}-\left(\dfrac{\beta}{1-\alpha}\right)^{h(A)}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

によって得られる式 (25) および (26) の 2 つの方程式から $L(A)$ が求められる．すなわち，式 (25) から A と $h(A)$ との関係を対形式 $(h(A),\ A)$ で求めておき，その値を式(26)に代入すれば$(h(A), A)$に対する $L(A)$ が求められる．さらに式 (17) より，

$$\begin{aligned} E_\lambda(z)&=\int_0^\infty\left[\ln\frac{\lambda_1\exp\{-\lambda_1 t\}}{\lambda_0\exp\{-\lambda_0 t\}}\right]\lambda\exp\{-\lambda t\}\,dt\\ &=\ln\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)-\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\lambda}\\ &=\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right)-\frac{A_1-A_0}{A}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)\end{aligned}$$

となるので，上で得られた $L(A)$ を用いて，

$$E_A(n)=\frac{L(A)\cdot\ln B+[1-L(A)]\cdot\ln A}{\ln\left(\dfrac{A_1}{A_0}\right)-(A_1-A_0)/A}\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

によって，逐次検定法での平均評価災害件数を求めることができる．またこの値を用いてさらに平均評価時間数が次式で得られる．

$$E_A(T)=\frac{100}{A}\cdot E_A(n)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

ただし，$A=(A_1-A_0)/\ln\ (A_1/A_0)=u$ のときは式 (28) の分母は 0 となり，このとき平均評価件数は，

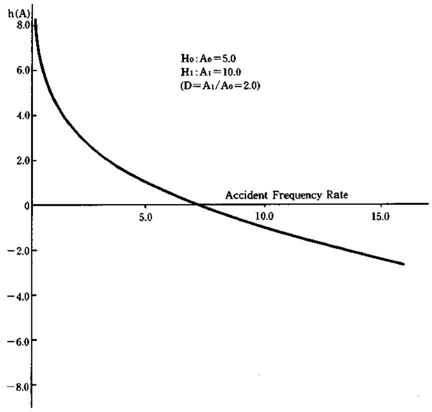
$$E_{A=U}(n)=\frac{-\ln A\cdot\ln B}{[\ln(A_1/A_0)]^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

また，そのときの平均評価時間数は次式となる．

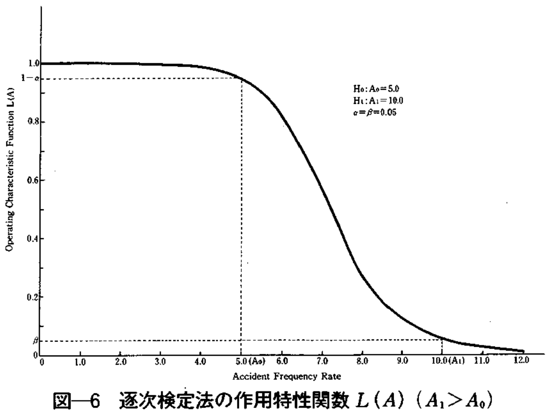
$$E_{A=U}(T)=\frac{-100\cdot\ln A\cdot\ln B}{(A_1-A_0)\cdot\ln(A_1/A_0)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

上で述べた逐次仮説検定法の評価関数をより具体的に示す例として，ここでは，$H_1：A_1>A_0$ の場合について，$H_0：A_0=5.0$，$H_1：A_1=10.0$ $(D=2.0)$ の設定仮説のもとで，統計的過誤が $\alpha=\beta=0.05$ の水準による逐次検定を想定し，以下の計算を行った．

まず，$h(A)$ と A との関係は式 (25) から求まり，その結果を図—5 に示した．$h(A)$ は A に関して単調に減少していることがわかる．ついで，同図に示される $(h(A),\ A)$ の対形式の結果を用いて式 (26) より，



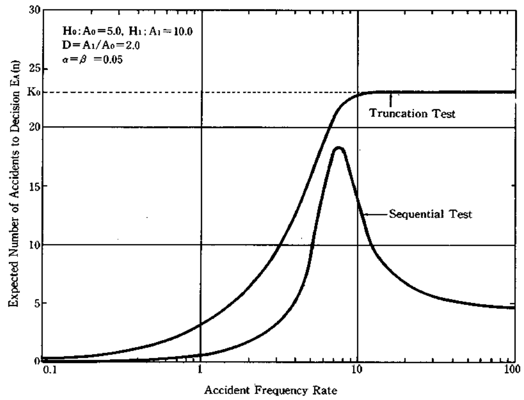
図—5　$h(A)$ と度数率 A との関係 $(A_1>A_0)$



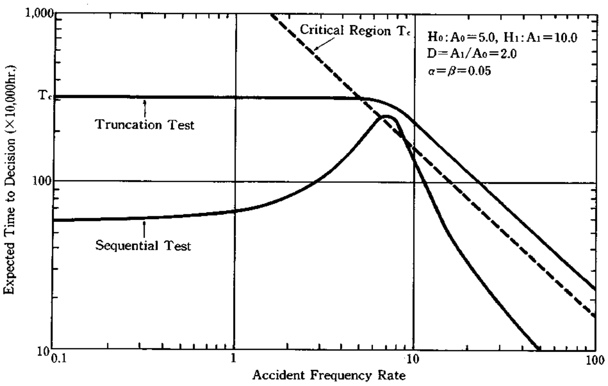
図—6　逐次検定法の作用特性関数 $L(A)$ $(A_1>A_0)$

当該逐次検定法の作用特性関数（OC 曲線）を求めると**図—6** となる．同図より，災害度数率が $A=5.0$ のときの $L(A)$ は，帰無仮説値 A_0 のもとで H_0 を採択する確率 $1-\alpha=0.95$ に等しく，また $A=10.0$ のときは対立仮説値のもとで帰無仮説が採択される確率 $\beta=0.05$ に等しいことが容易にみてとれる．

さらに，この $L(A)$ を利用して式（28）より平均評価災害件数が求められ，その結果を図—7 に示した．同図には，前節で調べた式（6）による打切り方式のときの平均評価災害件数を比較のために付け加えておいた．同図より，度数率がいかなる値であっても，逐次検定法による平均評価災害件数は，前節の打切り方式による検定の評価件数よりも少ないことが示されている．たとえば，$A=5.0$ のときの平均件数は打切り方式では 16 件であるが，逐次検定法では約 8.6 件ほどである．また，打切り方式では $A \geqq 2A_0$ の領域では K_0 に収束しているのに対して（図—3)，逐次検定方式では A が $h(A)=0$ となる $(A_1-A_0)/\ln(A_1/A_0)$ 近傍で極値をもったのち急激に減少していることが示されている．この性質は，度数率が $A_1>A_0$ であることを予想して対立仮説を設定する検定では，評価件数を少なくするうえで効果的な特性であると思われる．



図—7 平均評価災害件数（$A_1>A_0$）



図—8 平均評価時間数（$A_1>A_0$）

またこの図からさらに，逐次検定が終了するまでの平均的な評価時間数を求めることができ，その結果を**図—8** に示した．同図には，打切り方式による平均評価時間数とともに，K_0 件目の棄却域（図中の破線）もあわせて記した．同図より，平均評価件数と同様に，すべての A に対して逐次検定法による平均評価時間数は打切り方式によるそれよりも少ないことが示されている．たとえば，度数率が対立仮説値 $A=10.0$ に等しいとき，打切り方式では 228.7 万時間であるのに対し，逐次検定方式での平均評価時間数は 137.2 万時間と，ちょうど 40% ほど改善されていることがわかる．また，打切り方式では，$A \leqq A_0$ の領域にあっては K_0 件目の棄却域値 T_c に平均評価時間数は収束しているが，逐次検定方式では $A \leqq A_0$ であっても評価時間数が減少していることが特徴として挙げられる．

（3） 実例による分析[5)]

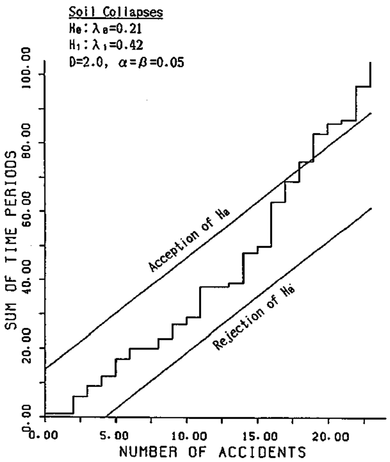
本節では，これまで述べてきた逐次検定法を，実際に発生した労働災害に適用して労働災害発生率が変動する様子を分析した結果を以下に述べることとする．

分析に用いた労働災害のデータは，昭和 56 年から 59 年までの 4 年間に日本国内で発生した重大災害（一度に 3 人以上の負傷者を含んだ災害）である．この重大災害の発生時刻は，実労働時間数ではなく年・月・日の形式で記録されているので，単位時間当たりの災害発生数である災害発生率として，延労働時間数当たりの災害発生数である災害度数率を求めることはできなかった．そこで，ここでは，1 週間当たりの災害発生数を災害発生率と定義し，同災害発生率の変動を発生時間数（同じく週を 1 単位として計測した）を用いて逐次検定法による分析を試みることとした．

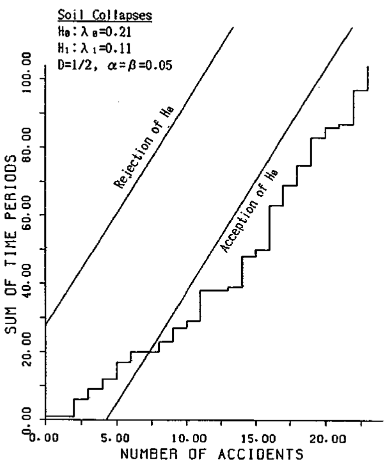
分析の手順としては，まず，重大災害を業種別あるいは災害の種類別などに分類したのち，各区分の災害を発生年月日に従って前期（昭和 56, 57 年）と後期（昭和 58, 59 年）との 2 グループに区分した．ついで，それぞれの災害区分ごとに，前期における 1 週間当たりの平均災害発生率を計算し，この前期の災害発生率を仮説検定における帰無仮説値に用いることとした．この帰無仮説値に対して，いくつかの対立仮説を設定したのち，後期の災害データを用いて逐次検定法により災害発生率変動の評価を行った．検定の過程でもし仮説の棄却あるいは採択がなされず保留が続き，災害件数が前章で述べた K_0 件に達したときは，その時点で通常の検定法で判断を下すこととした．

図—9 は，建設工事において発生した土砂崩壊による重大災害を逐次検定法で分析した結果を図示したもので

ある．同図では，前期2年間の平均災害発生率0.21件／週を帰無仮説の値とし，対立仮説値を帰無仮説の2倍0.42件／週（判別比 $D=2.0$）と設定し，α および β をそれぞれ0.05としたときの分析結果である．$D=2.0$，



図—9 逐次検定法による土砂崩壊災害の分析（1）



図—10 逐次検定法による土砂崩壊災害の分析（2）

$\alpha=\beta=0.05$ の検定に対する最小必要災害件数は表—1より $K_0=23$ で与えられるが，同図からは災害件数が19件目に帰無仮説 H_0 が採択されており，災害頻度率が2倍ほどには大きくなっていないことが示されている．

同様に図—10は，同じ土砂崩壊重大災害を，対立仮説値を帰無仮説の半分の0.11件／週（$D=1/2$）としたときの逐次検定法による分析結果である．第1種過誤および第2種過誤はともに図—9と同じく $\alpha=\beta=0.05$ である．この検定水準に対する最小必要災害件数は表—2より $K_0=23$ であるが，同図からは8件目で同じく帰無仮説が採択されており，後期の災害発生率が前期の1/2ほどには小さくなっていないことが示されている．

以上の分析結果から，土砂崩壊による重大災害の発生率は，結局，前期，後期の4年間を通じて目立った変化はみられないといえる．同じ結論を通常の仮説検定で得るには $K_0=23$ 件で判定せねばならず，逐次検定法ではより少ない災害数で評価できることが示されている．

また表—3は，災害の種類別に分類した重大災害を，このような手順で逐次検定法によって分析した結果をまとめて示したものである．同表には，前期における災害発生数，週を単位とした平均発生率（λ_0），後期に発生した災害数を記したのち，帰無仮説を H_0：$\lambda=\lambda_0$ と設定して，Test（1）（$\lambda>\lambda_0$）では，H_1：$\lambda=1.50\,\lambda_0$ と $\lambda=2.0\,\lambda_0$ の2種類の対立仮説での逐次検定の結果を，また，Test（2）（$\lambda<\lambda_0$）では，H_1：$\lambda=0.67\,\lambda_0$ と $\lambda=0.50\,\lambda_0$ の2通りの対立仮説について逐次検定を行った結果を，そして最後に，これらの逐次検定による分析結果を総合的に考慮した判定結果をそれぞれ順に記した．

同表に示された結果より，増加していると判断された災害の種類は，可燃性ガスによる爆発災害や，墜落による災害などであり，一方，減少がみられた災害は，クレーン・デリック等に起因した災害や，倒壊や火災等による災害などであることがわかる．

また産業別に分析した結果（表略）からは，最近の産業構造の変化を反映して，商業などの第3次産業の災害

表—3 災害種類別逐次確率比検定分析結果（昭和56，57年vs 58，59年）

災害の種類	前期災害数	災害率：λ_0（件／週）	後期災害数	Test(1)；$H_0=\lambda_0$		Test(2)；$H_0=\lambda_0$		全体評価
				$H_1=1.5\lambda_0$	$H_1=2.0\lambda_0$	$H_1=2/3\lambda_0$	$H_1=1/2\lambda_0$	
ガス爆発	13	0.125	22	棄却	棄却	採択	採択	非常に増
土砂崩壊	22	0.212	23	保留	採択	採択	採択	不変
倒壊	28	0.269	20	採択	採択	保留	保留	やや減
墜落	17	0.163	25	保留	棄却	採択	採択	かなり増
ｸﾚｰﾝ・ﾃﾞﾘｯｸ	21	0.202	6	採択	採択	棄却	棄却	非常に減
交通事故	162	1.558	165	採択	採択	採択	採択	不変
火災	34	0.327	24	採択	採択	保留	保留	やや減
その他	14	0.135	28	棄却	棄却	採択	採択	非常に増

発生率が増加している一方で，貨物取扱業の災害が減少していることが示されたほか，建設工事における災害は全体として大きな変化がないことが明らかにされた．

このように，逐次検定法では数少ない災害数の発生時間数をよりどころとして，災害発生率の変動を統計的に評価し判断を下すことが可能であり，また仮に１つの検定で最終判断に達することができなくとも，図―9, 10, あるいは表―3に示したように，いくつかの検定を組み合わせることにより，全体の災害動向を調べることができる．

また，そのほかにも逐次検定法は，検定の各段階における災害発生状況を（発生件数-発生時間累計曲線）図の平面上で視覚的に把握できる利点を有しており，事業所で行う安全性評価のための災害管理図として同図は有効に利用できると思われる．

4. ま と め

以上，本論文では，事業所における労働安全性の水準を評価する方法として，労働災害が発生するまでの時間数を用いて，災害発生率が変動する過程を分析する手法について，特に少数の災害データで評価を行うことが可能な逐次検定法に力点をおいて考察を加えたのち，実際に発生した災害の分析を試みた．本論文で検討した内容の主な点を記すと，

（１） 労働災害が発生する時間数の分布を，事業所での安全性評価指標として広く用いられている災害度数率と関連づけて記述することにより，ある度数率のもとでの災害発生時間数を確率的に評価できることを示した．

（２） 労働災害発生時間数を用いて安全性評価を行うための仮説検定法の評価手順を示し，あわせて，統計的過誤を所定水準内で充足させるための必要評価件数や，仮説検定の評価関数である，平均評価災害件数や平均評価時間数などについて検討を加えた．

（３） 通常の仮説検定と同等の統計的過誤を保証し，かつ評価に要する災害件数が少なく，評価時間数も短く済ませることができる逐次検定法を取り上げ，同手法を用いて災害発生率の変動を評価する手順を示すとともに，平均評価災害件数や平均評価時間数などを求めた．

（４） 事例分析として重大災害を取り上げ，災害種類別などに分類して災害動向の分析評価を行い，建設工事全体としては災害動向に大きな変化がみられないことや，災害の種類別では，墜落災害が増えていることなど，いくつかの特徴を見出すことができた．

（５） 逐次検定法は，災害が起こるたびに検定を行うので，検定の経過を図示化した（災害発生件数-累計災害発生時間数）図は，事業所での災害管理図としても利用できることを示した．

5. あ と が き

本論文で扱った労働災害が発生するまでの時間数（災害発生時間数）は，労働災害に関するさまざまな情報の中でも比較的入手しやすい情報であることや，また，災害発生時間数を利用した評価内容も，たとえば，本研究で示した，災害発生率の仮説検定（逐次検定も含む）によって災害危険性の変動を検出できることなど，事業所において労働安全性評価を行うのに適した便利な尺度であると考えられる．

また，災害発生時間数による評価法は，これを実際に行われているさまざまな安全管理手法と関連させることによって，安全管理法の効果を早く測定することも期待でき，今後の有効な安全管理手法開発を支援する手段としての応用も考えられる．今後はこの方面の研究も進めたいと考えている．

最後に，本研究を進めるにあたり，北海道大学工学部菅原照雄教授，佐伯　浩教授，佐藤馨一助教授から有益なるご助言を頂きました．また災害資料の利用には，労働省労働基準局安全課のご協力を頂きました．ここに厚く感謝の意を表する次第です．

参 考 文 献

1) たとえば，労働災害動向調査報告（昭和62年版），労働大臣官房政策調査部，1988.
2) 花安繁郎：災害発生間隔の分布に関する研究，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-26-3，1977.
3) 花安繁郎：災害発生時間による安全水準の評価について，土木学会論文報告集，第301号，pp. 105～113，1980.
4) 花安繁郎：災害発生時間の分布に関する研究（２），労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-32-4，1984.
5) 花安繁郎：労働災害発生系列の均質性に関する研究，建築学会構造系論文報告集，第352号，pp. 1～9，1985.
6) 花安繁郎：災害発生時間の分布に関する研究（３），労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-86-6，pp. 69～92，1987.
7) 近藤良夫・舟阪　渡 編著：技術者のための統計的方法，共立出版，pp. 82～89，1973.
8) Epstein, B.：Truncated Life Tests in the Exponential Case, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 25, pp. 555～564, 1954.
9) Wald, A.：Sequential Analysis, John Wiley & Sons, 1947.
10) Epstein, B. and Sobel, M.：Sequential Life Test in the Exponential Case, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 26, pp. 82～93, 1955.

（1989. 2. 2・受付）