

---

投稿論文

*Paper*

# 交通輸送需要の時系列予測システムとAROPモデル

## TIME-SERIES PREDICTION SYSTEM AND AROP MODEL IN TRANSPORTATION DEMAND ANALYSIS

堤 昌文\*・榑木 武\*\*

By Masafumi TSUTSUMI and Takeshi CHISHAKI

The purpose of this paper is to discuss the state of fluctuation for the transportation demand which varies with time and to develop a time series prediction system and model considering properties of the fluctuation. The traditional models in time series analysis of data have problems such as insufficient consideration on the trend variation, complexity with including the seasonal variation and ambiguous process of model fitting.

A general prediction system and a new stochastic prediction model in time series analysis, AROP model, is proposed. Prediction system consists of subsystems to separate stochastic stationary or nonstationary process, to select a prediction model and to evaluate the precision of prediction. AROP model is divided into two models, AROP 1 and AROP 2, corresponding to trend variation.

*Keywords*: the state of fluctuation, prediction system, AROP model

### 1. ま え が き

自然界のいたるところで“ゆらぎ”現象を観察できるが、これは秩序形成のための運動にほかならない<sup>1)</sup>。同様に人、物、情報の流れは、人間生活における秩序形成のための行動であり、ある意味ではゆらぎを呈しているともいえよう。すなわち、生活の場である都市や地域社会を成立せしめている交通輸送現象を時間軸にそってマクロなみかたをすれば、未知の不確定要因を内包する交通輸送需要の時系列がみられ、これをゆらぎ状態の系として把握するものである。その際、ゆらぎの発生機構や状態を生体的な分子運動として捉えるのではなく、交通計画に資する観点から、ゆらぎ状態の系の基準状態の部分と確率的な変動のゆらぎ部分という解釈で動的な交通輸送需要予測モデルの構築を行うものである。これとともに、波形「ゆらぎ」のもっている情報を十分に活用し、後述する予測システムの中で確率過程の性質を把握する目安、モデル選定等に有効に使用する。

従来の時系列予測モデルを概観すると、動的確定モデルと動的確率モデルに大別できる。前者は多項式、飽和

曲線などの諸関数および周期関数に代表されるが、これらは不規則で変動が激しい交通輸送需要のゆらぎを十分に考慮していない。また、経済の分野で用いられる季節調整法は、データ変動を傾向、循環、季節および不規則成分に分けるが、その分解過程で反復移動平均法を適用することから、項数の設定に経験が求められ、また、複雑な構成になるなどの問題がある。

他方、時間変動を確率過程として積極的に評価する動的確率モデルには、線形定常過程の自己回帰 (AR) モデル、移動平均 (MA) モデル、自己回帰・移動平均 (ARMA) モデル、線形非定常過程の自己回帰・積分・移動平均 (ARIMA) モデル<sup>2),3)</sup>、発見的自己組織化法で構成される GMDH 法<sup>4)</sup>および制御理論におけるカルマン・フィルター理論<sup>5)</sup>などがある。線形定常過程の各モデルと GMDH および線形非定常過程の ARIMA はウィナー流<sup>6)</sup>であり、カルマン・フィルター理論はカルマン流<sup>7)</sup>である。両者の相違は、前者が現時点から過去の一定期間までのデータに基づき最適な線形応答関数を求めて1時点先あるいは多時点先を予測するのに対し、後者はデータの up-to-date を前提とし、常に最適フィルターを修正し、時点を追いながら順次予測することにある。

前者において、線形系の定常、非定常過程を一般化した ARIMA モデルの構築方法が Box-Jenkins から示さ

\* 正会員 西日本工業大学講師 工学部土木工学科  
(〒800-03 福岡県京都郡苅田町大字新津 1633)

\*\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科  
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

れている<sup>9)</sup>。すなわち、非定常過程でも、実測値系列の階差が定常過程とみなし得る場合に ARIMA モデルは適用可能である。しかし、構造の同定に階差をとる必要やモデル採用の基準、次数の決定が恣意的で、経験によらざるを得ない点およびこれに帰因しての精度上の問題、傾向変動への配慮、季節変動に対する複雑さなどの難点がある<sup>7),8)</sup>。さらに、本モデルを基礎にした Anderson<sup>9)</sup> の ARUMA や、モデルの要素に幾つかの関数を用意する Mckenzie<sup>10)</sup> の EFF もみられるが、より複雑化し、必ずしも実用的とはいえない。GMDH は、複数の変数が必要であり、交通輸送需要以外の関連要因のデータに不備があれば適用できない。また、カルマン・フィルター理論は、時々刻々入手したデータを使用する up-to-date 方式であることに特色がある。このため本研究の予測モデルの適用対象であり、近年、重要性を増している交通施設の維持管理<sup>11)</sup>、特に、ある期間にわたり同程度の需要予測精度が要求される修繕、改良などの工事計画や高速道路ゲートの要員配置計画、輸送機関の運行計画などに活用するうえで必ずしも適しているとはいいがたい。

以上の諸問題から、本研究は、各交通輸送需要が示すゆらぎ状態の系の特性に着目しながら、予測システムを構築し、その中で新たな予測モデルを提案し適用性をみるものである。すなわち、自動車、旧国鉄、私鉄、海運、カーフェリーおよび航空の旅客、貨物輸送量に関する 153 例を網羅のうえ（表一）、それらのゆらぎ状態の系の特性を明らかにし、その特性を用いて定常、非定常過程に判別分離することを検討する。また、定常過程に対し AROP (Prediction Model based on the Combination of the Autoregression and the Orthogonal pol-

ynomial) なる予測モデルを提案し、その適用領域における予測精度を推定するとともに、従来の季節型月別平均法を補完的に用いて交通輸送需要のより汎用的な予測システムを構築するものである。

## 2. ゆらぎ状態の系の特性

ウィナー流の線形定常過程の各モデルは、ARIMA モデルからの出発が基本であるが、先に指摘した問題が残る。そこで、本研究では、各種の交通輸送需要が示す変動をゆらぎとして捉えた場合に、それらの性質は相互に類似性を有しているとして、このゆらぎ状態の系の特性を線形定常過程、非定常過程の判断に活用する。また、後述する AROP モデルとこれを補完する季節型モデルかの判断に、さらに、AROP 1 か AROP 2 かの判断にも使用している。

ゆらぎ状態の系の特性は、①周期性、②ゆらぎの大きさ、③ゆらぎの形態、④分布の型の 4 群に分けられ、①と②は動特性、③と④は静特性を表わし、これらを構成するのに全部で 13 の統計指標が定義できる（図一）。これらの中には通常使用されているものと本研究で定義したものもあるが、それらを含めて以下に説明する。

$R_g$  をレンジ、 $m$  をゆらぎ状態の系の平均値、 $F_m$  をゆらぎ状態の系の最大変動率、 $F_y$  をゆらぎ点の  $y$  座標値とすれば、ゆらぎ度  $F_1$  およびゆらぎ伸度  $F_2$  は、

$$F_1 = R_g / m, \quad F_2 = F_m / F_y \dots \dots \dots (1)$$

また、ゆらぎ点の  $x$  座標値  $F_x$ 、 $y$  座標値  $F_y$ （以後、単に  $x$  値、 $y$  値とよぶ）は次のとおりである。すなわち、ゆらぎ状態の系の各時点の変動率を求め、これを縦軸に、また、変動率の大きさの順位を横軸にとり、この変動率曲線を指数曲線で近似し、その急勾配と緩勾配部分の境

表一 使用交通輸送需要データの一覧表

航空運輸関連 (23例)	航空需要幹線計(旅客数:人/月,人/日,貨物:ト/月,ト/日)
	航空需要ローカル線計(旅客数:人/月,人/日,貨物:ト/月,ト/日)
	福岡空港(乗降客:543.9~549.8, 544.1~549.12, 545.1~550.12:人/月)
	福岡空港(積荷:ト/月), 福岡空港(積卸荷:543.9~549.8, 544.1~549.12, 545.1~550.12:ト/月)
	国内線航空(貨物輸送量:ト/月,旅客輸送量:千人/月,旅客輸送人員:人/月)
海運運輸関連 (30例)	国際線航空(貨物輸送量:ト/月,旅客輸送量:千人/月)
	国際旅行入国外国人数(552.1~556.12, 552.1~557.12:千人/月), 国際旅行出国日本人数(千人/月)
	内航海運(全貨物輸送量:ト/月,全貨物輸送量:ト/日):内航海運船輸送量:千ト/月,内航海運船輸送量:千ト/日
	外航海運(千ト/月,ト/日), 外航輸入輸送量(千ト/月):外航海運(輸出,輸入,輸出+輸入:千ト/月)
	北九州港(移入量,移出量,移出+入量,輸出入量,輸出+入量,輸出入量:ト/月)
フェリー (45例)	博多港(移入量,移出量,移出+入量,輸出入量,輸出+入量,輸出入量:ト/月)
	苅田港(移入量,移出量,移出+入量,輸出入量,輸出+入量,輸出入量:ト/月)
	北九州港旅客(549.1.8~549.3.21,549.1.19~549.3.31:人/日,547.6~548.11,547.11.13~549.3.25:人/7日,n=26,n=60:人/月)
	北九州港トラック(549.1.8~549.3.21,549.1.19~549.3.31:人/日,547.6~548.11,547.11.13~549.3.25:人/7日,n=26,n=48:人/月)
	苅田港旅客(上り:n=48,n=60,下り:n=48,n=60,上り+下り:n=48,n=60:人/日):(上り,下り,上り+下り:人/7日)
陸上運輸関連 (55例)	苅田港トラック(上り:n=48,n=60,下り:n=48,n=60,上り+下り:n=48,n=60:人/日):(上り,下り,上り+下り:人/7日)
	苅田港乗用車(上り:n=48,n=60,下り:n=48,n=60,上り+下り:n=48,n=60:人/日):(上り,下り,上り+下り:人/7日)
	鉄道(私鉄輸送:千ト/月,民鉄旅客輸送量:千人/月,旧国鉄輸送量:千ト/月,旧国鉄貨物輸送量:n=52,n=60:千ト/月)
	(旧国鉄旅客輸送量:S50.1~S55.12, S52.1~S57.12:千人/月,新幹線輸送人員,輸送量:千人/月)
	自動車(自家用:千トン,百万トン,営業用:千トン,百万トン,自家用+営業用:千トン,百万トン,航空台数:各月別単位)
陸上運輸関連 (55例) (N499(東京)輸送量,バス(東京)輸送量:千人/月,トラック積取搬量:ト/月,路線トラック輸送量:千ト/月)	
道路(鴨門フェリー,国道九四フェリー,富士官道路,遠笠山道路,高野山道路,阪奈道路,京葉道路,明石フェリー,海門橋,東伊豆道路,第三京浜道路,朝原道路,東山道路,境大橋道路,第二神明道路,葦津道路,箱根道路,北九州道路,天草道路,霧島道路,別府道路,日光道路,東海大橋,横浜新道,乙女道路,伊香保標名道路,長崎バイパス,真鶴道路,大垣羽高道路,関門トンネル,小田原厚木道路,大山道路,尾道大境,豊後道路,蔵王道路:台/日)	

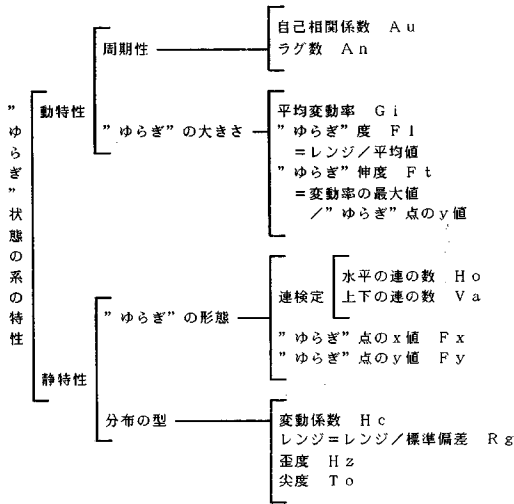


図-1 “ゆらぎ”状態の系の特性を構成する各指標

界での接線勾配の変化が著しい点をゆらぎ点と定める。

自己相関係数  $A_u$  とラグ数  $A_n$  は周期性を表わし、最大自己相関係数に対応させている。平均変動率  $G_i$  およびゆらぎ度  $F_i$  は、系全体の平均的なゆらぎの大きさと系の最大振幅に着目したものであり、ゆらぎ伸度  $F_t$  は最大変動率  $F_n$  とゆらぎ点  $y$  値との比であるから、ゆらぎ点に対する変動率の大きさを意味し、いずれもゆらぎの大きさを表わすと解釈できる。水平の連  $H_0$  は、ある基準値に対して上方あるいは下方側にどの程度の連が存在するかを表わす。上下の連  $V_a$  は、系を構成する実測値の階差をとり、その符号により求められ、系の局所的な増減傾向がわかる。したがって、両者とも系の形を示すとみることができる。ゆらぎ点の  $x$  値と  $y$  値は、ゆらぎ状態の系の変動率曲線において大きく変化している点であり、曲線の形から決まり、ゆらぎの形態に属する。変動係数  $H_c$ 、レンジ  $R_g$  はばらつきの尺度であり、ゆらぎの大きさとも解釈できるが、系でなく分布のばらつきという点を考慮して分布の型に分類した。ひずみ度  $H_z$ 、尖度  $T_0$  は分布の対称性、平らさを表わす。

### 3. 予測システムとAROPモデル

ARIMAモデルは、不確定性を包含したゆらぎ状態の系が与えられると、モデル選定やその構造的な決定などが試行錯誤的に行われ、モデル選定の的確性、決定までの効率性のうえで問題がある。すなわち、一般化されたARIMAモデルを構築していくBox-Jenkinsの方法で、たとえばARモデルになるかARIモデルにするか等の選定が一意的に定まらない点であり、また、同時に選定までの時間を要する問題である。これは、個々のモデルのあてはめに際し、コレログラムの形状が漸減的である

ものから、適当に決定せねばならないという曖昧さに帰因している。

この点を考慮し、本研究ではモデル構築の体系化およびその適用範囲と予測精度の確保を意図するものである。すなわち、前者の2つは、定常過程と非定常過程という確率過程の分離等のモデル選定システム、対象領域の予測精度を予見する推定式の提供と適用する予測モデル部分のサブシステムから成る全体予測システムを構築することにより配慮している。後者は、後で詳述するが、未知、不可知な要因および季節的な動向を示すものなどを、従来のような分離を行わず、一体の確率現象とみなし、モデルにも同等の処理を施し、不確定性を積極的に利用する立場で概念の簡単化、適用の汎用性を有するよう構築し対処するものである。なお、予測モデルの検討は、線形定常過程を対象とし、線形非定常過程は今後の課題である。

#### (1) 予測システム

本研究では、ゆらぎ状態の系の特性という観点から捉え、予測システムとして図-2の内容を提案する。すなわち、確率過程型モデルの構築で、基本は定常過程か非定常過程かの仮定であるから、ゆらぎ状態の系の特性を

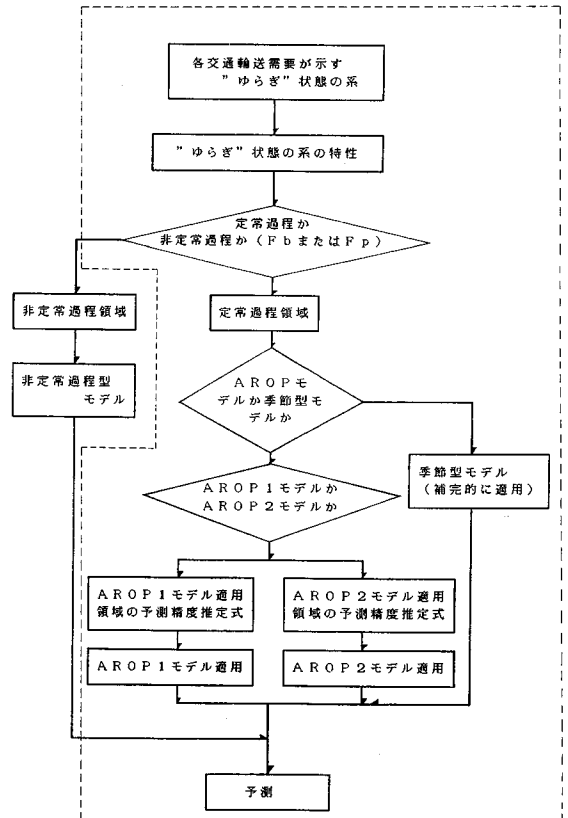


図-2 予測システムの全体フロー

求め、これを定常、非定常過程に識別する。非定常過程の扱いは今後の研究に待つが、定常過程とみなし得るものには、AROP モデルと季節型モデルのいずれを適用するか判断し、さらに、前者は AROP 1 と AROP 2 に細分される。

定常過程か非定常過程かを識別する方法として、2. で定義した 13 指標によるゆらぎ状態の系の特性による判別関数を用意した。なお、ここでの判別関数は、交通輸送需要に関する 153 例について求めた系の特性から決定しており、後述する  $\Phi(B)=0$  と判別関数での結果の一致率が 80% 程度を目安として、AROP モデルにおいて予測精度（相対誤差）20% 未満であるか否かを外的基準とし求めている。上述のような判断をする理由は、AROP モデルが定常過程のものに適用するからである。また、他の考え方として、ゆらぎ状態の系の非定常過程をランダム性の観点からエントロピーを求めて判断基準にすることもあり得るが、実際の交通輸送需要に適用して明確な差異は得られなかった。判別関数  $F_b$  はステップワイズ法で求めたが、その結果は次のとおりである。

$$F_b = 0.268 H_z + 7.740 G_i - 2.272 A_u - 0.022 H_0 - 0.027 V_a + 0.275 \dots \dots \dots (2)$$

定常過程と非定常過程の閾値は零で、正側は非定常過程で負側は定常過程と仮定され、群別重心で 1.158 と -0.410、予測モデルを確率的性質が強く規定し、予測精度に反映されているという実証結果からみだ的中率は 81.4% である。また、判別関数は平均変動率と 0.81 という強い相関が認められる。

上記の判別関数により、データを定常過程と非定常過程とに分離し、ゆらぎ状態の系の諸特性をみれば、表 2 のとおりである。定常過程では、自己相関係数とラグ数が大きく周期が安定し、ランダム程度の小さいものが多いといえる。また、水平の連、上下の連の数が多い

が、前者は上方、下方側での動きのパターンがほぼ一定で、後者も同じように動きは多いがパターンは一定、さらに、上述の 4 特性を除くとレンジについて定常過程の方がやや大きく、他の 8 特性は小さいことが理解できる。

次は、AROP モデルの適用であるが、従来の季節型月別平均法なるモデルの予測能力を検証した結果<sup>12)</sup>、適用例の 1/6 が、さほど大きくはないが AROP モデルよりも優れていた。季節型月別平均法は当然ながら月別変動パターンが明瞭であるデータに対して適用できる。そこで、AROP モデルが季節型月別平均法かの識別に判別関数  $M_b$  を準備するもので、判別関数は定常過程と判断された 113 例の適用結果より、予測精度の優劣を外的基準とし、ゆらぎ状態の系の特性を説明変数として求めた。

$$M_b = 0.255 T_0 - 0.130 F_i + 0.191 R_g + 5.345 G_i - 2.196 \dots \dots \dots (3)$$

正側は季節型月別平均法、負側は AROP モデルとなり、群別重心は 0.915 と -0.173、的中率は 86.3% である。両モデルの性質に関し、AROP モデルがひずみ度 0.314、尖度 3.720 であり、季節型月別平均法が 0.784、5.083 であることから、AROP モデルのものが正規分布に近いことが指摘できる。他の、特徴的差異は、レンジに関し AROP モデル領域の 4.618 に比べ、季節型月別平均法では 6.573 と大きいことである。

AROP モデルの適用に際し、ゆらぎ状態の系の基準状態の変化、つまり、slope や level の変化が大きい場合に AROP 2 を、小さい場合に AROP 1 を適用するもので、両者の適用領域の識別は判別関数を用いる。判別関数  $A_b$  は、AROP モデルに属する 95 例の適用結果から、予測精度の優劣を外的基準として求めたが、その結果は次のとおりである。

$$A_b = 0.101 F_x + 0.104 F_i - 3.084 F_i + 0.816 F_y + 0.831 R_g + 14.966 G_i + 0.077 H_0 - 5.875 \dots (4)$$

正側は AROP 1 で負側は AROP 2 となり、群別重心で 0.326 と -0.534、的中率は 61.0% である。両モデルの性質に関し特徴的な点は、ゆらぎ伸度で AROP 1 の 5.606 に比べ、AROP 2 は 4.036 であり、ラグ数で 7.763 と 5.528、水平の連で 19.915 と 15.250、上下の連で 36.271 と 34.194 のように AROP 1 がいずれも大きい。AROP 1 には最大変動率の大きな系が多く、上方と下方側の両方を往復するゆらぎが多いパターンになっている。

AROP 1 と AROP 2 のそれぞれの適用領域の予測精度を予見的に知ることも必要である。そこで、予測精度の推定式をステップワイズ法で重回帰モデルにより求めれば、次の諸式が得られる。

$$P_{b1} = -0.301 F_x - 1.108 H_z + 1.545 T_0 - 1.436 R_g$$

表-2 式(2)による判別グループの特性(各平均値)

特 性	定常過程領域	非定常過程領域	定常過程領域側からの差
変動係数	0. 212	0. 432	-0. 220
揺らぎ点の X 値	4. 004	4. 930	-0. 926
歪度(実測値)	0. 389	1. 287	-0. 898
尖度(実測値)	3. 937	6. 705	-2. 768
揺らぎ伸度	4. 848	5. 315	-0. 467
揺らぎ度	0. 958	2. 115	-1. 157
揺らぎ点の Y 値	0. 164	0. 232	-0. 068
レンジ(基準化)	4. 929	4. 811	0. 118
平均変動率	0. 165	0. 309	-0. 144
自己相関係数	0. 667	0. 580	0. 087
水平の連	17. 805	16. 775	1. 030
上下の連	35. 460	33. 900	1. 560
ラグ数	6. 982	5. 975	1. 007

$$-0.189 A_n + 0.513 I_b + 8.326$$

(重相関係数 0.734) …………… (5)

$P_{b1}$  はゆらぎ状態の系の特性による AROP 1 の予測精度の推定式であり、同様に AROP 2 の推定式  $A_{b2}$  も求めている。ただし、 $I_b$  は同定精度である。

残るステップは、判別関数で分類された AROP 1 と AROP 2 のいずれかのモデルを適用し予測値を得ることであるが、これについては次項で改めて論ずる。

(2) AROP モデルの構造

前述したように従来の確率過程型の予測モデルは、傾向変動への配慮、季節変動への対処などで難点がある。前者は確率過程の性質上からくるもので、そのため level や slope に耐え得るかが問題である。このことで浜中<sup>13)</sup>は傾向変動の影響下における推定に問題があると指摘しており、また、Mélard<sup>7)</sup>はその改善策として傾向変動を倍数的な指数関数で考慮しているが、汎用性のうえから十分といえない。後者は藤田<sup>2)</sup>、Mélard<sup>7)</sup>、Thompstone ほか<sup>8)</sup>、Mckenzie<sup>10)</sup> および Cholette<sup>14)</sup>などが提案するように、個々の季節性に応じた ARIMA や AR モデルの作成あるいは Thompstone ほか<sup>8)</sup>のように類似の季節変動をグループ分けし、各グループに対する季節型の AR モデルの適用などによる対処の仕方がある。しかし、これらは、系の level や slope への対応、モデル構築上の煩雑さ、作業量の増大などが避けられず、しかも、季節型のモデルのみでは交通輸送需要データに関し、必ずしも適しているとはいえず、本研究に用いた 153 例の中でもわずか 18 例が優れているに過ぎなかった。

そこで、ここではモデル構成の概念として、全体的な変化、つまり、時間に依存する系の基準状態の部分と未知、不可知な要因および季節的な動向を示すものなどを一緒に基準状態からのゆらぎとみなす部分を考え、この 2 つの部分で簡潔に表現するものである。

時間の経過を伴うゆらぎ状態の系を定常確率過程  $X(t)$  とし、 $E[X(t)] = m(t)$  を平均値関数とする。現時点を  $t$  とし、これより  $h$  時点先の  $X(t+h)$  は、基準状態の平均値関数とそのまわりのゆらぎである残差成分  $\tilde{x}(t+h)$  で構成し、これが AR 過程に従うとする。一般に、このような残差成分には ARMA 過程が多いが、実証分析結果からも AR 過程で与えられると考えれば、AROP モデルとして次式が仮定できる。

$$X(t+h) = X_{t+h} = m(t+h) + \tilde{x}(t+h)$$

$$= \sum_{j=0}^m a_j P_j X_{t+h} + \sum_{i=1}^p \phi_i \tilde{x}_{t+h-i} + \tilde{\xi}_{t+h} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $a_j$  は直交多項式における未知パラメーター、 $P_j$  は  $j$  次の直交関数、 $\phi_i$  は自己回帰係数、 $\tilde{x}_{t+h}$  は残差成分の確率過程、 $\tilde{\xi}_{t+h}$  は残差成分のホワイト・ノイズ

である。上式の第 1 項はゆらぎの基準状態の変化への対応を表わす平均値関数で直交多項式を使用し、第 2 項は基準状態からのゆらぎで季節的な動向を示すものを含む残差成分を自己回帰モデルで記述している。この AROP モデルは、従来のモデルがもっている構築上の煩雑さ、作業量の増大および精度上の問題などに対処できるように配慮しているため、適用性の向上が期待できることが、実証結果からも得られている。また、提案予測モデルは、交通施設の維持管理における工事計画や要員配置計画、交通機関の運用計画などに活用することを目的としているため、up-to-date 方式でなく、順次多時点先までの予測を可能にすることを意図するものである。ただし、適用の限界については時系列分析のもっている限界と同様に、新たな施設の導入があり、大幅な変化が生じる場合、長期に計画がおよぶ場合などが挙げられる。

a) 基準状態のモデル化

ゆらぎ状態の系の基準状態の通常の変化や level, slope に対しては、平均値関数で表現するが、関数としては単なる高次方程式や回帰式でなく、高次にも安定し、感度のよい直交多項式を採用する。すなわち、

$$X_t = \sum_{j=0}^m a_j P_j(X) \dots\dots\dots (7)$$

であり、式中の  $P_j(X)$  は次の性質をもつものである。

$$\sum_{i=1}^n P_j(X_i) P_k(X_i) = \delta_{jk} \begin{cases} j=k \text{ のとき } 1 \\ j \neq k \text{ のとき } 0 \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

$n$  個のデータをもとに、式 (7) の平均二乗誤差を最小にする観点からパラメーターを求めれば、

$$\mathbf{a} = \mathbf{P}^T \mathbf{X} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $\mathbf{a}$ : 未知パラメーターベクトル、 $\mathbf{P}^T$ : 転置の直交関数マトリックス、 $\mathbf{X}$ : 確率変数ベクトル。

実際のデータに対しては式 (8) の関係を配慮して規準化する必要があり、次式のとおりである。

$$a_k = \frac{\sum_{i=1}^n P_k(X_i) X_i}{\sum_{i=1}^n [P_k(X_i)]^2} \dots\dots\dots (10)$$

( $k=0, 1, \dots, m$ )

また、 $P_k(X)$  は式 (11) の漸化式により求める。ただし、 $P_{-1}(X)=0$ 、 $P_0(X)=1$ 、 $\beta_0=0$  である。

$$P_{k+1}(X) = (X - \alpha_{k+1}) P_k(X) - \beta_k P_{k-1}(X) \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) の両辺に  $P_j(X)$  を掛け、 $X_i$  を代入して和を求め、 $j=k$  とおけば、式 (8) の関係から次式を得る。

$$\alpha_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i [P_k(X_i)]^2}{\sum_{i=1}^n [P_k(X_i)]^2} \dots\dots\dots (12)$$

また、 $j=k-1$  とおけば、

$$\beta_k = \frac{\sum_{i=1}^n X_i P_{k-1}(X_i) P_k(X_i)}{\sum_{i=1}^n [P_{k-1}(X_i)]^2} \dots\dots\dots (13)$$

これらの諸式から  $P_0(X)$ 、 $a_0; \beta_0, \alpha_1, P_1(X)$ 、 $a_1; \dots$  の順に諸内容が求められる。

以上により、直交多項式が得られるが、その際、次数の決定が必要である。本研究の AROP1 と AROP2 では、演算プロセスに相違があり、それに伴って決定方法も異なる。すなわち、AROP1 では、平均値関数が先決され、次に、自己回帰の次数を決定するため、式 (14) に示すような認差分散を使用し、これを最小にする考えで決定する。

$$\sigma^2 = S / (n - m - 1) \dots\dots\dots (14)$$

ここに、S=実測値と推定傾向値との残差二乗和。

AROP2 では、平均値関数と自己回帰モデルが同時に決定されるから、このときの同定精度を最小にする次数に決定する。

b) ゆらぎ状態のモデル化

基準状態からのゆらぎは前述したように未知、不可知な要因および季節的な動向を示すものなどを一体として処理するもので現時点からの p 個の線形荷重和で表わす線形定常過程の自己回帰モデルで記述する。

ゆらぎ成分  $\tilde{x}(t)$  を以後簡単に  $\tilde{x}_t$  とし、また、ホワイト・ノイズを  $\tilde{\xi}_t$  と書く。  $\tilde{x}_t$  として正規分布を仮定すれば、同時確率密度関数は次式で表わされる。

$$f(\tilde{x} | \phi, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{p}{2}} |M_n^p(\phi)|^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} * \tilde{x}' M_n^p(\phi) \tilde{x}\right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $\phi, \sigma^2$ : パラメーター、 $M_n^p$ :  $x_t$  の分散・共分散行列  $\sum_{n=1}^p$  を  $\sigma^2$  で乗算した行列 ( $\phi$  のみに依存)。

式 (15) を最大とする最尤推定値を求めるが、 $|M_n^p(\phi)|$  が複雑な  $\phi$  の関数になるので、このままでは困難である。このため、擬似最尤推定量、Yule-Walker 型推定量の活用などの工夫が必要であるが、ここでは Yule-Walker 型推定量を使用する。すなわち、 $\tilde{x}_t$  は、

$$\tilde{x}_t = \sum_{i=1}^p \phi_i \tilde{x}_{t-i} + \tilde{\xi}_t \dots\dots\dots (16)$$

なる自己回帰モデルで表わされる。  $\tilde{x}_{t-1}$  以下の過去の値が既知であり (ただし、予測区間では予測値を使用)、また、パラメーター  $\phi_i$  が判明し、 $\tilde{\xi}_t$  に関して  $E[\tilde{\xi}_t] = 0$ 、 $E[\tilde{\xi}_t^2] = \sigma_t^2$  であるから、次の時点の予測値は次式で与えられる。

$$\tilde{x}_t = \sum_{i=1}^p \phi_i \tilde{x}_{t-i} \dots\dots\dots (17)$$

このとき、予測誤差の二乗和の平均を最小にする係数  $\phi_i$  を求めれば、最終的に次式を得る。

$$\sum_{i=1}^p \phi_i R_{jt} = R_{j0} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $j=1, 2, \dots, p$ ;

$$R_{jt} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{x}_{t-j} \tilde{x}_{t-i} \dots\dots\dots (19)$$

よりパラメーター  $\phi$  が求まる。

なお、後進演算子の  $B\tilde{x}_t = \tilde{x}_{t-1}$ 、 $B^m \tilde{x}_t = \tilde{x}_{t-m}$  を導入

すれば、式 (16) は式 (20) のように記述される。

$$\left. \begin{aligned} \Phi(B)\tilde{x}_t &= \tilde{\xi}_t \\ \Phi(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

自己回帰演算子  $\Phi(B)$  を用いると①  $\Phi(B)=0$  の根がすべて単位円の外側、②  $\Phi(B)=0$  の根がすべて単位円の内側、③  $\Phi(B)=0$  の根の幾つかが単位円上に、残りは単位円の外側に存在する過程の 3 ケースに分類される<sup>2),3)</sup>。①は線形定常過程、②は非定常過程、③は線形非定常過程を表わしている。したがって、 $\Phi(B)$  が判明すれば、ゆらぎ状態の系がいずれの過程に属するかを判断できるが、実際問題として  $\Phi(B)$  は自己相関係数の関係により得られる非線形連立方程式を解くか、あるいは、モデル適用後に判明するものであり、実用上で問題がある。このことを考慮し 3.(1) でゆらぎの特性による判別関数を提案したものである。なお、この判別関数は、自己回帰演算子を用いた複素方程式  $\Phi(B)=0$  を 153 例の全部について解いたものとの照合の結果、78.4% の的中率を得ており、その妥当性が認められる。

自己回帰 (AR) モデルにおいても、平均値関数の場合と同様に次数決定問題が生じ、コレログラムより決める方法や、FPE (予測誤差の二乗平均) および AIC 規準などが用いられている<sup>15)</sup>。これに対し本研究では、平均値関数との連繫の中で自己相関関数を個数 1 から順次繰り返し設定し、これに対応する同定部分の精度が最も良好な場合の次数に決定するものであり、システマチックに選択できる点で従来の自己回帰モデルと異なる特色を有する。また、精度は相対誤差で表わしているためその良悪が直感的にわかりやすいといえる。なお、意味論的に差異はないが、FPE は次数決定のための次数が増加するにつれて数値計算の精度が低下する欠点<sup>16)</sup>がある。さらに、AIC 規準は、低い次数になりやすく<sup>15)</sup>、その分、追従性に欠け同定精度の向上に限界があるといえる。

c) AROP1 と AROP2 のアルゴリズム

AROP1 は、基準状態の変化を記述する平均値関数を低次に抑え、系全体の変化が大きくない場合に適用する意図で開発したもので、そのアルゴリズムは図-3 のとおりである。すなわち、実測値と推定傾向値との間の誤差分散最小をもって m 次の有効平均値関数を決定する。次に、実測値と有効傾向値との差によりゆらぎを求め、これに対して自己回帰モデルを適用し、次数決定は自己相関関数の個数を 1 より順次シミュレーションを行い同定精度が最小になる次数とするものである。予測部分では m 次の有効平均値関数のパラメーターを予測値を使用し、逐次修正して推定有効傾向値を求め、予測部分での推定有効傾向値と推定有効残差値により予測値を得る。

他方、AROP 2 は、基準状態の全体的変化を表わす level や slope が大きい場合に適用することを意図して開発している (図-4)。すなわち、平均値関数を高次まで拡張し、この関数のそれぞれの次数に対応して自己回帰モデルの次数すべての組合せに対し同定精度を求めその最小となるモデルを選定するものである。このとき  $m$  次の有効平均値関数と  $p$  次の有効自己回帰モデルが同時に決まる点が特徴で AROP 1 モデルと相違する。予測部分では、同定の際の  $m$  次の有効平均値関数、 $p$  次の有効自己回帰モデルをパラメータの修正なしに、そのまま用いて逐次計算を進める。

4. 提案モデルの適用

(1) AR モデルとの比較

本研究で提案している AROP モデルと従来からよく用いられている AR モデルとを比較すれば図-5 のとおりである。なお、AR モデルに関しては、確率過程平均の除去を行わず適用しており、ラグ数は 13 である。本事例は第 3 京浜道路の昭和 44 年 10 月から 47 年 11 月までの各月の日平均交通量であるが、図より明らかなように、AROP モデルの方が実測値によく一致しているといえる。両モデルの精度を、

$$\text{平均相対誤差} \left( \epsilon = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |X_t - \hat{X}_t| / X_t \right)$$

により評価すれば、AROP モデル 1.63 %、AR モデル 5.74 % であり、前者のモデルが後者より 3 倍以上改善されている。

(2) 同定と予測結果

図-2 の予測フローで、153 例の交通輸送需要が示すゆらぎ状態の系のうち定常過程と判別された 113 例について、モデル適用の結果を考察する。同定部分の期間、つまり、データの時点数はほとんど 60 時点であり、また、予測では、up-to-date なしに 12 時点を一度に予測している。なお、直交多項式における直交関数は式 (11) で記述しているような漸化式であり、AROP 1 モデルでは 1 次が多数を占め、評価は誤差分散最小で行い、AROP 2 モデルでは直交関数の次数は最大 4 次までであり、AR モデルの次数との組合せとで同時に同定精度最小に決定される。この場合の結果は 4 次、2 次が半数以上を占めている。ゆらぎの推定に適用した自己相関関数の最適個数は、3. で述べたようにシミュレーションの結果から 10~22 個が多く選択されている。113 例の同定と予測結果を表-3 に要約する。

同定の結果では、精度範囲の最も良好な 4.99 % 以下のものが 113 例中 60 例、53.1 % あり、代表的なものとして AROP モデルで民鉄旅客輸送量の 1.11 % が挙げられる。これらのグループは実測値のゆらぎ状態の系と

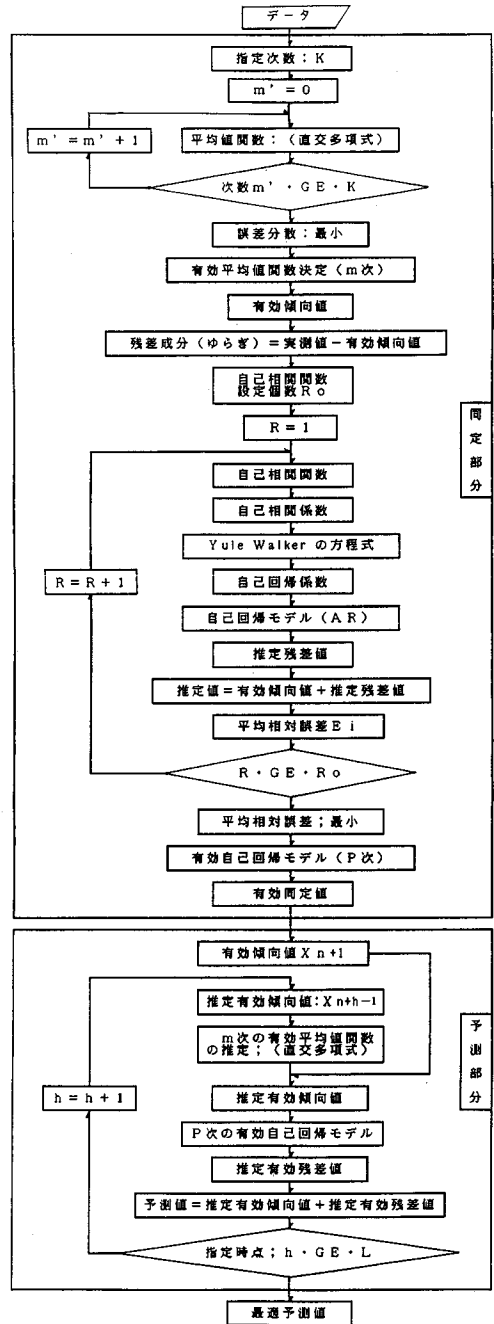


図-3 AROP 1 の同定・予測フロー

同定における有効同定値とのパターンがよく合っており、完全に近い形で再現されている。精度範囲の良好な 5.00~9.99 % には 113 例中 38 例、33.6 % あり、4.99 % 以下と合わせると 98 例、86.7 % となる。やや劣る精度範囲の 10.00~19.99 % においては、113 例中 15 例、13.2 % ある。この中には、博多湾輸出入量 (トン/月)、



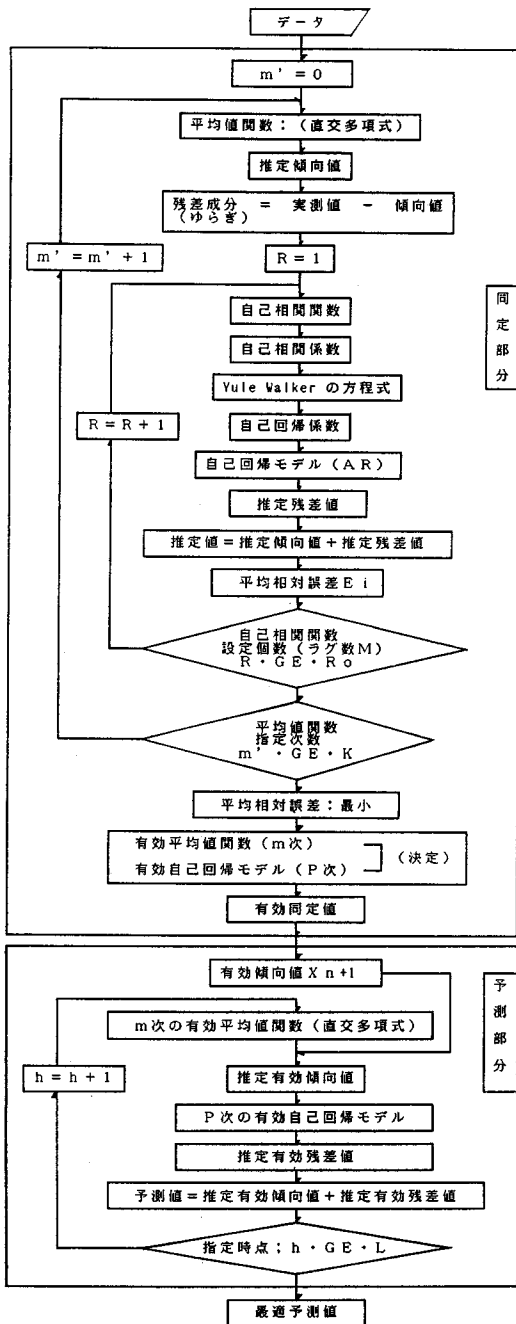


図-4 AROP2の同定・予測フロー

北九州港カーフェリー乗用車Ⅱ (台/7日) および苅田港カーフェリートラック・上り (台/7日) などがみられる。また、季節型モデルを補完しない AROP モデルだけについてみると精度範囲の 9.99% 以下に 109 例中 94 例、86.3% あり、その有効性を認めることができる。

予測部分では、表-3 に示すように最も良好な精度範囲の 4.99% 以下のものが 113 例中 34 例、30.1% であ

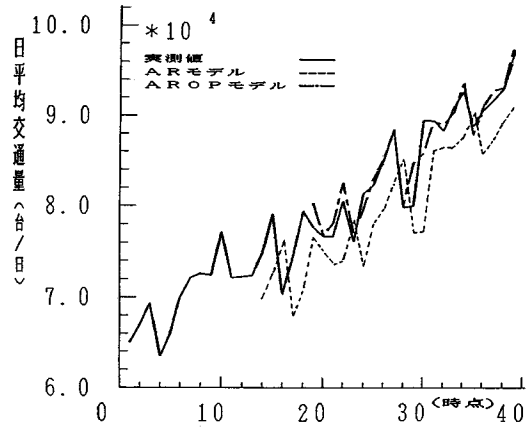


図-5 AROPモデルとARモデルの比較

表-3 提案予測システムによる同定・予測結果 (113例)

精度範囲 (相対誤差)	同定結果 個数 (百分率)	予測結果 個数 (百分率)
4.99%以下	60 (53.10)	34 (30.09)
5.00~9.99%	38 (33.63)	48 (42.48)
10.00~14.99%	10 (8.85)	22 (19.47)
15.00~19.99%	5 (4.42)	9 (7.96)

る。この中で、ゆらぎ状態の系の基準状態の変化が比較的小さく、規則性のあるゆらぎパターンや、季節的な動向をもつなどの系に適用する AROP1 での小田原厚木道路 (予測精度 2.82%) を図-6 に、また、基準状態の全体的な slope や level の変化が大きく、ゆらぎの乱れは小さな系に適用する AROP2 での京葉道路 (予測精度 2.17%) を図-7 に示す。精度の最も良好なものは AROP モデルで民鉄旅客輸送量の 0.86% である。良好な予測精度範囲の 5.00~9.99% では 113 例中 48 例、42.5% で、これと 4.99% 以下の精度範囲を合わせると 82 例、72.5% となる。普通とやや劣る予測精度範囲の 10.00~19.99% においては、113 例中 31 例、27.4% である。この 31 例には北九州港輸送量 (トン/月)、苅田港カーフェリートラックⅡ (台/日) および大山道路 (台/日) 等が含まれている。

また 9.99% 以下の精度範囲を季節型モデルを補完しない AROP モデルの単独使用では 109 例中 76 例、69.7% あり、ほぼ同程度の予測精度結果になっている。以上から本提案の予測システムとその中で提案した AROP モデルがともに有効であると認めることができよう。

なお、判別関数での誤判別に伴う各モデルの精度低下は、検討の結果、同定精度での低下ではなく、予測精度で

153 例中 11 例, 7.2% であり, 予測において影響をきたすが, 予測システムを左右するほどではないと判断している。

(3) 交通輸送需要とモデルとの対応

3.(1) の予測システムで定常過程に識別された 113 例のゆらぎ状態の系には, 航空需要で幹線, ローカル線の旅客と貨物, 福岡空港の乗降客, 積卸荷, 国内線と国際線の旅客と貨物輸送量のすべて, 北九州, 博多および苅田港の取扱貨物量の約 7 割, 北九州と苅田港カーフェリーの 4 割, 中でもトラック輸送のみでみると約 7 割, 内航と外航海運輸送量, 有料道路の自動車交通量の 8 割, 自動車輸送量, 私鉄, 旧国鉄, 新幹線輸送量およびハイヤー・タクシー輸送量のすべてが含まれる。これらの中で AROP モデルと季節型月別平均法において予測精度が良好な 9.99% 以下に対して 8 割以上の適合性を示すのは自動車輸送, 航空需要, 鉄道輸送, 内航・外航海運であり, これらは周期性があるか平均変動率が 0.165 以下と小さい。

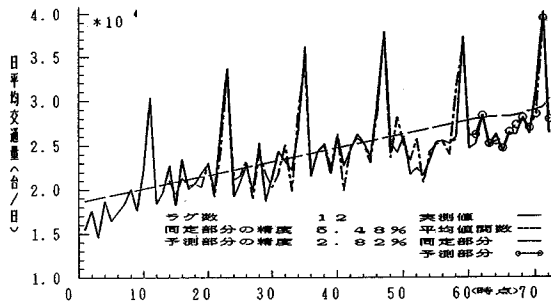
AROP 1 と AROP 2 に識別されるゆらぎ状態の系で前者は, 航空需要 7 例, 福岡空港 2 例, 国内線航空旅客輸送人員, 国際線航空旅客と貨物輸送量, 北九州, 博多および苅田港の取扱荷物量の中で移出量 8 例, 輸出入量 1 例, 輸移出入量 1 例, 北九州と苅田港カーフェリーでトラック輸送 8 例, 旅客 2 例, 内航と外航海運 4 例, 有料道路の自動車交通量 12 例, 自動車輸送 3 例, 私鉄輸送,

民鉄旅客輸送量, 旧国鉄旅客と貨物輸送量, 新幹線輸送 2 例, 国際旅行出国と入国人数が含まれ, 全体で 59 例を数える。予測精度が 10.0% 以上をみるとカーフェリートラック 5 例と旅客 2 例, 有料道路の自動車交通量 2 例, 国際旅行出国と入国人数, 国際線航空貨物輸送量, 新幹線輸送人員で, 他の 46 例は 9.99% 以下の良好な精度範囲をもち, 全般にわたり周期性がある性質である。

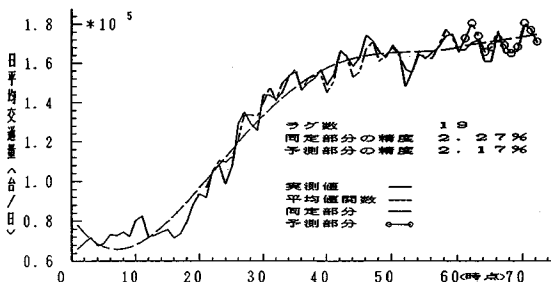
AROP 2 は, 航空需要 1 例, 福岡空港 4 例, 国内線航空旅客輸送量, 北九州, 博多および苅田港の取扱荷物量の中で輸出入量 3 例, 輸移出入量 1 例, 移入量 1 例, 北九州と苅田港カーフェリーの旅客, 乗用車, トラック各 2 例, 内航と外航海運 3 例, 有料道路の自動車交通量 8 例, 自動車輸送量 3 例, 路線トラック輸送量 1 例, ハイタク (東京) 輸送量, バス (東京) 輸送量, 旧国鉄輸送量, 国際旅行入国外客数Ⅱ など全体で 36 例を数える。予測精度の 10.0% 以上をみるとカーフェリー 6 例, 北九州と博多港の取扱荷物量で輸出入量, 輸移出入量の各 1 例, 福岡空港 3 例, 有料道路の自動車交通量 1 例, 国際入国外客数Ⅱ などであり, 他の 22 例は 9.99% 以下の良好な精度範囲である。全体的な特徴は, AROP 1 よりゆらぎ状態の系の基準状態の動きが大きく, 北九州, 博多および苅田港の取扱荷物量はやや輸出入量が多い。

季節型月別平均法では, 福岡空港 1 例, 国内線航空貨物輸送量, 北九州港カーフェリー 2 例, 外航海運 2 例, 有料道路の自動車交通量 8 例, 自動車航空送台数, 旧国鉄の旅客と貨物輸送量, トラックターミナル取扱量が含まれ全体で 18 例を数える。予測精度が 10.0% 以上をみると有料道路の自動車交通量 3 例, 福岡空港 1 例などで, 他 14 例は良好な精度範囲の 9.99% 以下である。カーフェリーは集計単位の月別単位のみが含まれる。

非定常過程では, 北九州, 博多および苅田港の取扱荷物量で輸出入量 4 例, 輸移出入量 1 例, 北九州と苅田港カーフェリーで旅客 9 例, 乗用車 13 例, トラック 5 例, 有料道路の自動車交通量 7 例, 内航油送船輸送量など全体で 40 例を数える。やはり, 特徴的なのはカーフェリーが全体の 67.5% を占めており, 集計単位も 7 日別, 日別である。また, 北九州, 博多および苅田港の取扱荷物量の 4 例もすべて輸出入量であり, 有料道路の自動車交通量においても観光道路の色彩の強い別府, 蔵王, 霧島道路などがみられる。これから, ゆらぎ状態の系としては, ランダム性の強い性質のものが非定常過程に分類されているといえる。また, 同定部分と予測部分でのパターンが極端に相違しているのは, 同じ港湾取扱荷物量の北九州, 博多および苅田港の輸出入量, 輸移出入量, 北九州港カーフェリー旅客Ⅱ (人/日), 乗用車Ⅰ (台/日), 苅田港カーフェリー乗用車Ⅰ (台/日: 上り+下り), 有



図—6 小田原厚木道路の自動車交通量の同定と予測結果 (AROP 1)



図—7 京葉道路の自動車交通量の同定と予測結果 (AROP 2)

料道路の自動車交通量で国道九四フェリー、天草道路などである。このような性質をもつゆらぎ状態の系に対してはAROPモデルの適用は無理があるため、非正常過程の予測モデルを別途考えねばならない。

## 5. あとがき

わが国の分野別の交通輸送需要データ153例を網羅的に集め、交通輸送需要が示すゆらぎ状態の系を対象に予測システムを提案し、また、その中でAROPなる予測モデルを提示し、モデルの有効性、適用性などを実証的に検討した。使用したデータに限りがあるが、その範囲で得られた成果を要約すれば、以下のとおりである。

(1) 従来のモデルがもつモデル選定の問題を踏まえ、予測の体系的な手法における1つの代替的アプローチを確立することによって、選定までの作業量が軽減され、その効率性、的確性を向上させ、予測システムの有効性が確認できた。

(2) (1)に関連し、ゆらぎ状態の系の特性を統計量により工夫分類し、これらの特性を使用して定常過程と非正常過程の分離の目安、AROPモデルと季節型月別平均法の適用およびAROP1とAROP2の適用のための判別関数が誘導できた。また、それらの精度も前者の2つは的中率が80%以上、後者も60%以上であり、さらに、自己回帰演算子による複素方程式の解の確率構造との照合からも約80%の一致率を示しており、十分に有効であることが確認できた。

(3) 予測システムの中で提案したAROPモデルは、ゆらぎ状態の系の全体的な変化、つまり、基準状態のlevelやslopeの度合により、AROP1とAROP2に細分し、前者は通常の変化に、後者は大きな変化に対応し、適用範囲に汎用性をもて、その成果も示せた。

(4) AROPモデルの有効性を構造的にみってみると、シミュレーションにより最適構造が決定できるため、恣意性、主観性および経験性が排除され、しかも、精度の向上があった。

(5) 適用性に関し、すべて12時点までの同時予測を行ったが、予測システムの中でAROPモデルのみで適用しても、精度範囲の良好な9.99%以下でみて、同定では109例中94例、86.3%、予測では109例中76例、69.7%あり、これに補完的な季節型月別平均法を加味すれば、同定では113例中98例、88.7%、予測では113例中82例、72.5%となり、提案した予測システムが十分な精度を有して、実用的であるといえる。

(6) 非正常過程のゆらぎ状態の系は、交通輸送需要の道路交通量、港湾貨物取扱量およびカーフェリー関連などで、需要増減が極端な変化パターンを示すもの、予

測期間で大きなパターン変化が生じカオスなどの諸性質を有するものである。これらに対しては本研究のAROPモデルは適用できず、新たなモデルの開発が必要であり、今後の課題である。

## 参考文献

- 1) 相沢洋二・小島陽之助：非平衡系における秩序形成，数理科学，No.178，pp.25～32，1978.
- 2) 藤田睦博：線形系の解析，土木学会誌，pp.73～82，1978年1月号.
- 3) 長谷部正彦：Box & Jenkinsの理論による非正常降水時系列の解析と予測について，土木学会論文報告集，第261号，pp.59～66，1977年5月.
- 4) 市川 新・池田三郎：発見的自己組織化法による水質予測，土木学会論文報告集，第246号，pp.47～56，1976年2月.
- 5) 春名 攻・池淵周一・亀田弘行：土木学会編 新体系土木工学2 確率・統計解析，技報堂出版，1981.
- 6) Box, G. E. and Jenkins, G. M. : Time Series Analysis Forecasting and control, Holden-day, 1976.
- 7) Mélard, G. : Illustration of the use of a general time series model, TIME SERIES ANALYSIS, THEORY AND PRACTICE 7, pp.53～75, 1985.
- 8) Thompstone, R. M., Hipel, K. W. and Mcleod, A. I. : Grouping of periodic autoregressive models, TIME SERIES ANALYSIS, THEORY AND PRACTICE 6, pp.35～49, 1985.
- 9) Anderson, O. D. : Practical examples of ARUMA modelling, TIME SERIES ANALYSIS, THEORY AND PRACTICE 7, pp.15～21, 1985.
- 10) Mckenzie, Ed. : A traditional interpretation of the forecasts of seasonally differenced ARIMA processes, TIME SERIES ANALYSIS, THEORY and PRACTICE 7, pp.23～36, 1985.
- 11) 樗木 武：土木計画と維持管理—今後の課題，土木学会誌，pp.67～71，1983年10月号.
- 12) 堤 昌文・樗木 武：季節型月別平均法による交通需要予測，土木学会第41回年次学術講演会講演概要集IV，pp.225～226，昭和61年11月.
- 13) 浜中建一郎：ARIMAモデルの適用範囲について，土木学会北海道支部論文報告集，昭和51年度.
- 14) Cholette, P. A. : Seasonal moving averages for irregular series with moving seasonality, TIME SERIES ANALYSIS, THEORY AND PRACTICE 7, pp.37～52, 1985.
- 15) 日野幹雄・長谷部正彦：流量時系列のみによる流出解析について，土木学会論文報告集，第300号，pp.43～56，1980年8月.
- 16) 赤池弘次・中川東一郎：ダイナミックスシステムの統計的解析と制御，サイエンス社.

(1988.4.19・受付)